

HAZIRLIK VE TAŞIMA ZAMANLARININ ÖĞRENME ETKİLİ OLDUĞU TEK MAKİNELİ ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ

Tamer EREN* - Ertan GÜNER**

*Kırıkkale Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 71450 Kırıkkale, TÜRKİYE teren@kku.edu.tr
**Gazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 06570 Ankara, TÜRKİYE erguner@gazi.edu.tr

Alınış: 12 Temmuz 2006
Kabul Ediliş: 06 Şubat 2007

Özet: Çizelgeleme problemleri ile ilgili yapılan çalışmalarda, işlerin hazırlık ve taşıma zamanları genellikle ya ihmal edilmiş ya da işlem zamanlarına dahil edilerek çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Ancak, bazı üretim sistemlerinde hazırlık ve taşıma zamanları ihmal edilemeyecek kadar önemli olabilir ve dolayısıyla işlem zamanlarını hazırlık ve taşıma zamanlarından ayrı düşünmek gerekir. Diğer taraftan, üretim sistemlerinde, işler genellikle otomatik makine işlemlerine göre işlem gördüğü için hangi sırada yapılırsa yapılsın işlem zamanlarında bir değişiklik olmaz. Ancak, hazırlık ve taşıma zamanları dikkate alındığında insan faktörü devreye girdiği için bu işlemlerin sık sık tekrarlanmasıyla hazırlık ve taşıma sürelerinde gittikçe bir azalma olmaktadır. Bu olgu literatürde öğrenme etkisi olarak bilinmektedir. Bu çalışmada da çizelgeleme problemlerinde temel sonuçlar örneklerle verilecektir. Ayrıca maksimum tamamlanma zamanı ve toplam akış zamanı polinom zamanda çözülebileceği gösterilecektir.

Anahtar kelimeler: Hazırlık zamanı, performans ölçütleri, öğrenme etkisi, taşıma zamanı, tek makineli çizelgeleme problemi.

Setup and Removal Times with Learning Effect in Single Machine Scheduling Problems

Abstract: In studies on scheduling problems, generally setup times and removal times of jobs have been neglected or by including those into processing times solution approaches have been developed. However, as setup times and removal times may be too important to be neglected in some production systems, it may also be necessary to consider processing times independent from setup times and removal times. Since, in general jobs are done according to automatic machine processes in production systems processing times do not differ according to process sequence. But, since human factor becomes influential when setup times and removal times are taken into consideration, setup times will be decreasing by repeating setup processes frequently. This fact is defined with learning effect in scheduling literature. It is shown in several examples that the optimal schedule of the problem may be different from that of the classical one. Nevertheless, the makespan and the total flow time minimization problems remain polynomial solvable.

Keywords: Single machine scheduling problem, setup times, removal times, performance measures, learning effect.

Giriş

Çizelgeleme problemleri ile ilgili yapılan çalışmalarda genellikle işlerin hazırlık ve taşıma zamanları ya ihmal edilmiş ya da işlem zamanına dahil edilerek çözüm yaklaşımları geliştirilmiştir. Ancak bazı üretim sistemlerinde hazırlık ve taşıma zamanları ihmal edilmeyecek kadar önemli olabileceği gibi işlem zamanlarını da hazırlık ve taşıma zamanlarından ayrı düşünmek gerekebilir. Üretim sistemlerinde işler genellikle otomatik makine işlemlerine göre yapıldığı için işlem zamanları işlem sırasına göre bir değişiklik göstermemektedir. Fakat hazırlık ve taşıma zamanlarında insan faktörü devreye girdiği için sık sık tekrarlanmasıyla hazırlık ve taşıma zamanlarında gittikçe bir azalma olmaktadır. Bu olgu çizelgeleme literatüründe öğrenme etkisi ile tanımlanmaktadır. Bu çalışmada da hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğu durumda temel çizelgeleme problemleri incelenecektir.

Çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkisi sadece işlem zamanlarında dikkate alınmıştır. Yapılan çalışmaların büyük bölümünü tek makineli (Biskup, 1999; Cheng and Wang, 2000; Moshiev, 2001; Eren ve Güner, 2002,2004,2005,2006; Moshiev Sidney, 2003,2005; Biskup and Simons, 2004; Lee, 2004; Lee vd., 2004 Bachman and Janiak, 2004) çizelgeleme problemleri oluşturmaktadır. Bu çalışma ile ilk defa işlem zamanları dışındaki zamanların öğrenme etkili olduğu tek makineli çizelgeleme problemleri incelenecektir.

Çalışmanın ikinci bölümünde ele alınan öğrenme etkili hazırlık ve taşıma zamanlı çizelgeleme problemi tanımlanacaktır. Temel tek makineli çizelgeleme problemlerinin değerlendirmesi ise üçüncü bölümde yapılacaktır. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar ile gelecekte yapılacak çalışmalar hakkında bilgi verilecektir.

Problemin Tanımlanması

Atölyeye gelen n iş sıfırıncı zamanda işlem için hazırdır. Gelen işler ($j = 1, 2, \dots, n$) tek makinede sırasıyla işlem görmektedir. s_j , p_j , r_j ve d_j , j işinin hazırlık zamanı, işlem zamanı, taşıma zamanı ve teslim tarihini göstermektedir. Bir işin hazırlık zamanı ve makineden taşıma zamanı öğrenme etkisi olduğunda sıradaki pozisyonun bir fonksiyonu olarak azalır. j işi k . pozisyonda çizelgeniyor ise bu işin hazırlık zamanı s_{jk} taşıma zamanı ise r_{jk} olarak kabul edilir. $s_{jk} = s_j k^a$ ve $r_{jk} = r_j k^a$ olarak ifade edilir. Burada $a \leq 0$ olan öğrenme indeksi sabittir ve öğrenme oranının iki tabanına göre logaritması olarak verilir. Örneğin % 80 öğrenme oranına göre öğrenme indeksi $a = \log_2 0.80 = -0.322$ dir.

Çalışmada kullanılan diğer varsayımlar şöyledir: Makine hazırlık ve taşıma zamanları önceden bilinmekte ve işlem zamanına dâhil edilmemiştir. İş kesintisine izin verilmeyip başlanan iş makinede tamamlanmadan başka bir iş başlayamaz ve makinenin çizelgeleme periyodu süresince sürekli çalıştığı varsayılmaktadır. Ayrıca makinede aynı anda tek bir iş yapılabilmektedir.

Temel Tek Makineli Çizelgeleme Problemleri

Bu bölümde temel tek makineli çizelgeleme problemleri performans ölçütlerine göre bulunan sonuçlar hazırlık zamanlarının öğrenme etkili olduğu durumda gösterilecektir.

Maksimum Tamamlanma Zamanı Minimasyonu

Tek makineli durumda maksimum tamamlanma zamanı $1/C_{\max}$ problemi, (işlem zamanları toplamına eşittir) rassal sıra ile bulunabilmektedir. İşlem zamanları öğrenme etkili olduğunda $1/LE/C_{\max}$, en kısa işlem zamanı (SPT) kuralı ile optimal olarak çözülmektedir (Mosheiov, 2001). Hazırlık zamanı öğrenme etkili olduğunda $1/s_j(LE), r_j(LE)/C_{\max}$ ise, problem hazırlık ve taşıma zamanları toplamının küçükten büyüğe doğru sıralanması (MTSR kuralı) ile minimize edilir.

Teorem:

n iş tek makinede hazırlık zamanlarının ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu işlem zamanlarının ise öğrenme etkisinin olmadığı $1/s_j(LE), r_j(LE)/C_{\max}$ probleminde maksimum tamamlanma zamanı (C_{\max}) hazırlık zamanlarının ve taşıma zamanlarının toplamının küçükten büyüğe doğru sıralanmasıyla (MTSR kuralı ile) minimize edilir.

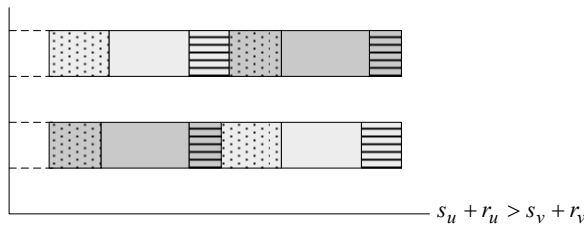
$$s_j(LE)[1] + r_j(LE)[1] \leq s_j(LE)[2] + r_j(LE)[2] \leq \dots \leq s_j(LE)[n] + r_j(LE)[n]$$

$s_j(LE)[k]$: k . pozisyondaki işin hazırlık zamanı

$r_j(LE)[k]$: k . pozisyondaki işin taşıma zamanı

İspat:

s_j , p_j ve r_j , sırasıyla j işinin hazırlık zamanını, işlem zamanını ve taşıma zamanının göstermektedir. Hazırlık ve taşıma zamanları s_{jk} ve r_{jk} , k . pozisyondaki işin hazırlık zamanı ve taşıma zamanını göstermekte ve $s_{jk} = s_j k^a$ ile $r_{jk} = r_j k^a$ şeklinde ifade edilmektedir.



Şekil 1. S ve S' çizelgesinin Gantt şeması

$J_u(k)$ k . pozisyondaki u işi

$J_v(k+1)$ $(k+1)$. pozisyondaki v işi

B: $(k-1)$. pozisyon ve daha önceki işlerin tamamlanma zamanı

S çizelgesi için,

$$C_{\max} = B + s_u k^a + p_u + r_u k^a + s_v (k+1)^a + p_v + r_v (k+1)^a$$

S' çizelgesi için,

$$C'_{\max} = B + s_v k^a + p_v + r_v k^a + s_u (k+1)^a + p_u + r_u (k+1)^a$$

$$C_{\max} - C'_{\max} = [s_u + r_u][k^a - (k+1)^a] + [s_v + r_v][(k+1)^a - k^a]$$

$C_{\max} - C'_{\max} = [k^a - (k+1)^a] [(s_u + r_u) - (s_v + r_v)]$
 $[k^a - (k+1)^a] \geq 0$ ve $[(s_u + r_u) - (s_v + r_v)] \geq 0$ olduğundan dolayı $C_{\max} - C'_{\max} \geq 0$ ve MTSR kuralı ile maksimum tamamlanma zamanı minimize edilir.

Örnek 1

10 işli tek makineli bir çizelgeleme probleminde hazırlık ve işlem zamanları Tablo 1'de saat olarak verilmektedir. Öğrenme etkisi % 80 ($a = -0.322$) için maksimum tamamlanma zamanı değerini bulalım.

Tablo 1. Örnek 1 verileri

| J | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| s_j | 1 | 22 | 4 | 12 | 24 | 14 | 19 | 6 | 3 | 2 |
| p_j | 38 | 21 | 58 | 95 | 53 | 23 | 94 | 92 | 11 | 89 |
| r_j | 18 | 3 | 19 | 14 | 7 | 13 | 20 | 8 | 4 | 12 |

Problem MTSR kuralı ile çözüldüğünde 9-8-10-1-3-2-4-6-5-7 ile $C_{\max} = 703.50$ saat olmaktadır. Aynı problem SPT kuralı ile çözüldüğünde ise sıralama 9-2-6-1-5-3-10-8-7-4 ve $C_{\max} = 709.75$ saat olmaktadır. Ayrıca Tablo 1'de görüldüğü gibi 8 ve 10 numaralı işlerin hazırlık ve taşıma zamanları toplamları birbirine eşit olduğundan dolayı sıralama keyfi olarak alınabilir.

Toplam Tamamlanma Zamanı Minimasyonu

Tek makineli durumda toplam tamamlanma zamanı $1 // \sum C_j$ problemi SPT kuralı ile optimal olarak çözülürken, işlem zamanları öğrenme etkili olduğunda ($1/LE/\sum C_j$) atama yöntemiyle çözülmektedir (Mosheiov, 2001). Hazırlık zamanları öğrenme etkili olduğunda ise yine atama problemiyle optimal sonuçlar bulunmaktadır. j işi k . pozisyona atandığında pozisyon ağırlığı $(n-k+1)$ olmaktadır (French, 1982). s_{jk} ve r_{jk} , k . pozisyondaki işin hazırlık ve taşıma zamanını göstermekte

$s_{jk} = s_j k^a$ ve $r_{jk} = r_j k^a$ ile ifade edilmektedir. $Z_{jk} = \begin{cases} 1 & j, k. \text{ pozisyonda} \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$ ($j, k = 1, 2, \dots, n$) ile tanımlanmaktadır.

Toplam tamamlanma zamanı aşağıda verilen atama modeliyle $O(n^3)$ zamanda optimal olarak çözülmektedir.

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n (s_{jk} + p_j + r_{jk})(n-k+1)Z_{jk}$$

Kısıtlar

$$\sum_{k=1}^n Z_{jk} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n Z_{jk} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$Z_{jk} : 0-1 \quad j, k = 1, 2, \dots, n$$

Burada amaç fonksiyonu toplam tamamlanma zamanını verirken kısıtlar ise her bir iş bir pozisyona atandığını göstermektedir. Konuyu açıklayacak sayısal örnek aşağıda verilmektedir.

Örnek 2

Örnek 1'de ki verileri kullanarak toplam tamamlanma zamanı değerini atama modeliyle bulalım. Hazırlık, işlem ve taşıma zamanlarının pozisyonlara göre atanması Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. Hazırlık zamanları ve işlem zamanlarının pozisyonlara göre atanması

| iş | s_j | p_j | r_j | pozisyon | | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 1 | 38 | 18 | 570.00 | 478.79 | 410.71 | 351.11 | 295.89 | 243.35 | 192.62 | 143.18 | 94.73 | 47.05 |
| 2 | 22 | 21 | 3 | 460.00 | 368.99 | 308.41 | 258.99 | 215.34 | 175.20 | 137.44 | 101.39 | 66.64 | 32.91 |
| 3 | 4 | 58 | 19 | 810.00 | 687.59 | 593.18 | 509.03 | 430.19 | 354.59 | 281.17 | 209.32 | 138.67 | 68.96 |
| 4 | 12 | 95 | 14 | 1210.00 | 1042.19 | 906.03 | 781.47 | 662.91 | 548.01 | 435.58 | 324.93 | 215.63 | 107.39 |
| 5 | 24 | 53 | 7 | 840.00 | 700.19 | 598.11 | 509.87 | 428.78 | 352.05 | 278.27 | 206.61 | 136.56 | 67.77 |
| 6 | 14 | 23 | 13 | 500.00 | 401.39 | 335.64 | 281.95 | 234.48 | 190.82 | 149.72 | 110.47 | 72.62 | 35.86 |
| 7 | 19 | 94 | 20 | 1330.00 | 1126.79 | 971.04 | 832.70 | 703.36 | 579.51 | 459.37 | 341.90 | 226.44 | 112.58 |
| 8 | 6 | 92 | 8 | 1060.00 | 928.79 | 814.63 | 706.71 | 602.03 | 499.31 | 397.93 | 297.50 | 197.80 | 98.67 |
| 9 | 3 | 11 | 4 | 180.00 | 149.40 | 127.31 | 108.36 | 91.01 | 74.66 | 58.96 | 43.75 | 28.90 | 14.34 |
| 10 | 2 | 89 | 12 | 1030.00 | 901.79 | 790.63 | 685.71 | 584.03 | 484.31 | 385.93 | 288.50 | 191.80 | 95.67 |

Pozisyonlara atanan değerler, atama modelinde katsayıları oluşturmaktadır. Problem çözüldüğünde optimal sıralama 9-2-6-13-5-10-8-4-7 ve toplam tamamlanma zamanı değeri $\sum C = 3029.62$ saattir. Örnek 2'nin açık modeli ekte verilmiştir. Model Lindo paket programıyla çözülmüştür. Bulunan sonuçlar Tablo 2'de koyu renk ile gösterilmiştir. Örneğin 1. işin 3. pozisyonundaki değeri;

$$(s_{jk} + p_j + r_{jk})(n - k + 1) = (s_{13} + p_1 + r_{13})(10 - k + 1) = (s_1 3^a + p_1 + r_1 3^a)(10 - 3 + 1) \\ = (1.3^{-0.322} + 38 + 18.3^{-0.322})(10 - 3 + 1) = (51.34)8 = 410.71 \text{ 'dir.}$$

Maksimum Gecikme Minimizasyonu

Tek makineli maksimum gecikme ($1//L_{\max}$) problemi klasik durumda enküçük teslim tarihi (EDD) kuralı ile problem optimal olarak çözülmektedir. İşlem zamanları öğrenme etkili olduğunda ise EDD kuralı optimal sonucu vermeyi garanti etmez (Mosheiov, 2001). Hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğunda ise EDD kuralı yine optimal çözümü garanti etmemektedir.

Örnek 3

4 işli tek makineli çizelgeleme probleminde işlerin hazırlık, işlem, taşıma zamanları ile teslim tarihleri saat olarak Tablo 3'de verilmiştir. İşlerin hazırlık ve taşıma zamanlarında öğrenme etkisi % 80 kabul ederek problemin EDD ve optimal çözümlerini bulalım.

Tablo 3. Örnek 3 verileri

| J | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| s_j | 15 | 18 | 12 | 16 |
| p_j | 45 | 78 | 46 | 62 |
| r_j | 11 | 8 | 14 | 19 |
| d_j | 250 | 300 | 200 | 150 |

Problem EDD kuralı ile çözüldüğünde $L_{\max} = 22.27$ saat ve sıralama 4-3-1-2 olarak bulunmuştur. Halbuki problemin optimal çözümü ise $L_{\max} = 20.52$ saat ve sıralama 3-4-1-2 dir. Görüldüğü gibi hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğunda EDD kuralı optimal çözümü garanti etmemektedir.

Maksimum Erken Bitirme Minimizasyonu

Tek makineli maksimum erken bitirme ($1//E_{\max}$) problemi klasik durumda enküçük gevşek zaman (MST) kuralı ile problem optimal olarak çözülmektedir. İşlem zamanları öğrenme etkili olduğunda ise MST kuralı optimal sonucu vermeyi garanti etmez (Eren ve Güner, 2004). Hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğunda ise MST kuralı yine optimal çözümü garanti etmemektedir.

Örnek 4.

Yine tek makineli 4 işli bir çizelgeleme probleminde işlerin hazırlık, işlem, taşıma zamanları ile teslim tarihleri saat olarak Tablo 4'de verilmiştir. İşlerin hazırlık ve taşıma zamanlarında öğrenme etkisi % 80 kabul ederek problemin MST ve optimal çözümlerini bulalım.

Tablo 4. Örnek 4 verileri

| J | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| s_j | 35 | 18 | 42 | 26 |
| p_j | 90 | 80 | 50 | 60 |
| r_j | 11 | 15 | 14 | 19 |
| d_j | 280 | 410 | 400 | 500 |

Problem MST yöntemiyle çözüldüğünde $E_{\max} = 168.89$ saat ve sıralama 1-3-2-4 olarak bulunmuştur. Halbuki problemin optimal çözümü ise $E_{\max} = 167.42$ saat ve sıralama 1-2-3-4 dir. Görüldüğü gibi hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğunda MST kuralı optimal çözümü garanti etmemektedir.

Sonuç

Bu çalışmada hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu durumda tek makineli çizelgeleme problemleri performans ölçütlerine göre incelenmiştir. Klasik durumda optimal çözümü veren dağıtım kuralları hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğu durumlarda optimal çözümü garanti etmediği örneklerle gösterilmiştir. Maksimum tamamlanma zamanı klasik durumda hangi sırada olursa olsun aynı değeri verirken hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğunda minimum hazırlık ve taşıma toplamı (MTR) kuralı, toplam tamamlanma zamanı klasik durumda SPT kuralı ile çözüldükten, atama problemiyle eniyi çözümü verdiği gösterilmiştir. Ayrıca klasik durumda maksimum gecikme ve maksimum erken bitirmeyi minimize eden EDD ve MST kuralları, hazırlık ve taşıma zamanları öğrenme etkili olduğunda optimal çözüm garanti etmediği yine örneklerle gösterilmiştir.

Bu çalışmada sadece tek makineli çizelgeleme problemleri incelenmiştir. Bundan sonraki çalışmalarda paralel makineli ve akış tipi çizelgeleme problemleri de hazırlık ve taşıma zamanlarının öğrenme etkili olduğu durumda incelenebilir.

Ayrıca optimal çözüm sonucunu garanti etmeyen problemler için polinom zamanda çözebilecek algoritmalar olup olmadığı araştırılabilir. Öğrenme etkili problemlerin klasik duruma göre daha da zorlaştığı görülmektedir. Bu problemlerin karmaşıklığının bulunması da ilgi çekici bir çalışma konusu olacağı düşünülmektedir.

Ek: Örnek 2'nin matematiksel modeli

Min 570 Z0101 + 478.79 Z0102 + 410.71 Z0103 + 351.11 Z0104 + 295.89 Z0105 + 243.35 Z0106 + 192.62 Z0107 + 143.18 Z0108 + 94.73 Z0109 + 47.05 Z0110 + 460 Z0201 + 368.99 Z0202 + 308.41 Z0203 + 258.99 Z0204 + 215.34 Z0205 + 175.20 Z0206 + 137.44 Z0207 + 101.39 Z0208 + 66.64 Z0209 + 32.91 Z0210 + 810 Z0301 + 687.59 Z0302 + 593.18 Z0303 + 509.03 Z0304 + 430.19 Z0305 + 354.59 Z0306 + 281.17 Z0307 + 209.32 Z0308 + 138.67 Z0309 + 68.96 Z0310 + 1210 Z0401 + 1042.19 Z0402 + 906.03 Z0403 + 781.47 Z0404 + 662.91 Z0405 + 548.01 Z0406 + 435.58 Z0407 + 324.93 Z0408 + 215.63 Z0409 + 107.39 Z0410 + 840 Z0501 + 700.19 Z0502 + 598.11 Z0503 + 509.87 Z0504 + 428.78 Z0505 + 352.05 Z0506 + 278.27 Z0507 + 206.61 Z0508 + 136.56 Z0509 + 67.77 Z0510 + 500 Z0601 + 401.39 Z0602 + 335.64 Z0603 + 281.95 Z0604 + 234.48 Z0605 + 190.82 Z0606 + 149.72 Z0607 + 110.47 Z0608 + 72.62 Z0609 + 35.86 Z0610 + 1330 Z0701 + 1126.79 Z0702 + 971.04 Z0703 + 832.70 Z0704 + 703.36 Z0705 + 579.51 Z0706 + 459.37 Z0707 + 341.90 Z0708 + 226.44 Z0709 + 112.58 Z0710 + 1060 Z0801 + 928.79 Z0802 + 814.63 Z0803 + 706.71 Z0804 + 602.03 Z0805 + 499.31 Z0806 + 397.93 Z0807 + 297.50 Z0808 + 197.80 Z0809 + 98.67 Z0810 + 180 Z0901 + 149.40 Z0902 + 127.31 Z0903 + 108.36 Z0904 + 91.01 Z0905 + 74.66 Z0906 + 58.96 Z0907 + 43.75 Z0908 + 28.90 Z0909 + 14.34 Z0910 + 1030 Z1001 + 901.79 Z1002 + 790.63 Z1003 + 685.71 Z1004 + 584.03 Z1005 + 484.31 Z1006 + 385.93 Z1007 + 288.50 Z1008 + 191.80 Z1009 + 95.67 Z1010

st

Z0101 + Z0102 + Z0103 + Z0104 + Z0105 + Z0106 + Z0107 + Z0108 + Z0109 + Z0110 = 1
 Z0201 + Z0202 + Z0203 + Z0204 + Z0205 + Z0206 + Z0207 + Z0208 + Z0209 + Z0210 = 1
 Z0301 + Z0302 + Z0303 + Z0304 + Z0305 + Z0306 + Z0307 + Z0308 + Z0309 + Z0310 = 1
 Z0401 + Z0402 + Z0403 + Z0404 + Z0405 + Z0406 + Z0407 + Z0408 + Z0409 + Z0410 = 1
 Z0501 + Z0502 + Z0503 + Z0504 + Z0505 + Z0506 + Z0507 + Z0508 + Z0509 + Z0510 = 1
 Z0601 + Z0602 + Z0603 + Z0604 + Z0605 + Z0606 + Z0607 + Z0608 + Z0609 + Z0610 = 1
 Z0701 + Z0702 + Z0703 + Z0704 + Z0705 + Z0706 + Z0707 + Z0708 + Z0709 + Z0710 = 1
 Z0801 + Z0802 + Z0803 + Z0804 + Z0805 + Z0806 + Z0807 + Z0808 + Z0809 + Z0810 = 1
 Z0901 + Z0902 + Z0903 + Z0904 + Z0905 + Z0906 + Z0907 + Z0908 + Z0909 + Z0910 = 1
 Z1001 + Z1002 + Z1003 + Z1004 + Z1005 + Z1006 + Z1007 + Z1008 + Z1009 + Z1010 = 1
 Z0101 + Z0201 + Z0301 + Z0401 + Z0501 + Z0601 + Z0701 + Z0801 + Z0901 + Z1001 = 1
 Z0102 + Z0202 + Z0302 + Z0402 + Z0502 + Z0602 + Z0702 + Z0802 + Z0902 + Z1002 = 1
 Z0103 + Z0203 + Z0303 + Z0403 + Z0503 + Z0603 + Z0703 + Z0803 + Z0903 + Z1003 = 1
 Z0104 + Z0204 + Z0304 + Z0404 + Z0504 + Z0604 + Z0704 + Z0804 + Z0904 + Z1004 = 1
 Z0105 + Z0205 + Z0305 + Z0405 + Z0505 + Z0605 + Z0705 + Z0805 + Z0905 + Z1005 = 1
 Z0106 + Z0206 + Z0306 + Z0406 + Z0506 + Z0606 + Z0706 + Z0806 + Z0906 + Z1006 = 1
 Z0107 + Z0207 + Z0307 + Z0407 + Z0507 + Z0607 + Z0707 + Z0807 + Z0907 + Z1007 = 1
 Z0108 + Z0208 + Z0308 + Z0408 + Z0508 + Z0608 + Z0708 + Z0808 + Z0908 + Z1008 = 1
 Z0109 + Z0209 + Z0309 + Z0409 + Z0509 + Z0609 + Z0709 + Z0809 + Z0909 + Z1009 = 1
 Z0110 + Z0210 + Z0310 + Z0410 + Z0510 + Z0610 + Z0710 + Z0810 + Z0910 + Z1010 = 1

END

GIN Z0101
 GIN Z0201
 GIN Z0301
 GIN Z0401
 GIN Z0501
 GIN Z0601
 GIN Z0701
 GIN Z0801
 GIN Z0901
 GIN Z1001
 GIN Z0102
 GIN Z0202
 GIN Z0302
 GIN Z0402
 GIN Z0502
 GIN Z0602
 GIN Z0702
 GIN Z0802
 GIN Z0902
 GIN Z1002
 GIN Z0103
 GIN Z0203
 GIN Z0303

GIN Z0403
GIN Z0503
GIN Z0603
GIN Z0703
GIN Z0803
GIN Z0903
GIN Z1003
GIN Z0104
GIN Z0204
GIN Z0304
GIN Z0404
GIN Z0504
GIN Z0604
GIN Z0704
GIN Z0804
GIN Z0904
GIN Z1004
GIN Z0105
GIN Z0205
GIN Z0305
GIN Z0405
GIN Z0505
GIN Z0605
GIN Z0705
GIN Z0805
GIN Z0905
GIN Z1005
GIN Z0106
GIN Z0206
GIN Z0306
GIN Z0406
GIN Z0506
GIN Z0606
GIN Z0706
GIN Z0806
GIN Z0906
GIN Z0107
GIN Z0207
GIN Z0307
GIN Z0407
GIN Z0507
GIN Z0607
GIN Z0707
GIN Z0807
GIN Z0907
GIN Z1007
GIN Z0108
GIN Z0208
GIN Z0308
GIN Z0408
GIN Z0508
GIN Z0608
GIN Z0708
GIN Z0808
GIN Z0908
GIN Z1008
GIN Z0109
GIN Z0209
GIN Z0309
GIN Z0409
GIN Z0509
GIN Z0609
GIN Z0709
GIN Z0809
GIN Z0909
GIN Z1009
GIN Z0110

GIN Z0210
GIN Z0310
GIN Z0410
GIN Z0510
GIN Z0610
GIN Z0710
GIN Z0810
GIN Z0910
GIN Z1010

KAYNAKLAR

- BACHMAN, A., JANIAK, A. Scheduling jobs with position-dependent, processing times *Journal of the Operational Research Society*, 55, 257-264, 2004.
- BISKUP, D. Single machine scheduling with learning considerations, *European Journal of Operational Research*, 115, 173-178, 1999.
- BISKUP, D., SIMONS D. Common due date scheduling with autonomous and induced learning, *European Journal of Operational Research*, 159, 606-616, 2004.
- CHENG, T.C.E., WANG G. Single machine scheduling with learning effect considerations, *Annals of Operations Research*, 98, 273-290, 2000.
- EREN, T., GÜNER, E. İşe bağımlı öğrenme etkili çizelgeleme problemlerinin çözümü için bir matematiksel model, *Z.K.Ü. Karabük Teknik Eğitim Fakültesi Teknoloji Dergisi*, 3-4, 121-129, 2002.
- EREN, T., GÜNER, E. Öğrenme etkisinin çizelgeleme problemlerine uygulanması, *10. Ergonomi Kongresi*, Bursa, 61, 7-9 Ekim 2004.
- EREN, T., GÜNER, E. Öğrenme etkili çizelgeleme probleminde maksimum gecikmenin enküçüklenmesi için çözüm yaklaşımları”, *4. Üretim Araştırmaları Kongresi*, İstanbul, 26-28 Kasım 2005.
- EREN, T., GÜNER, E. Minimizing total tardiness in a scheduling problem with a learning effect, *Applied Mathematical Modelling*, 2007. (in print)
- FRENCH, S. Sequence and scheduling: an introduction to the mathematics of the job-shop, *John Wiley and Sons*, Toronto, 1982.
- LEE, W.-C. A note on deteriorating jobs and learning in single-machine scheduling problems, *International Journal of Business and Economics*, 3, 83-89, 2004.
- LEE W.-C., WU C.-C., SUNG, H.-J. A bi-criterion single-machine scheduling problem with learning considerations, *Acta Informatica*, 40, 303-315, 2004.
- MOSHEIOV, G., Scheduling problems with learning effect, *European Journal of Operational Research*, 132, 687-693, 2001.
- MOSHEIOV, G., SIDNEY J.B. Scheduling with general job-dependent learning curves, *European Journal of Operational Research*, 147, 665-670, 2003.
- MOSHEIOV, G., SIDNEY J.B. Note on scheduling with general learning curves to minimize the number of tardy jobs”, *Journal of the Operational Research Society*, 56, 110-112, 2005.