

İKİ FARKLI ISITICIYLA ISITILMIŞ DİKDÖRTGEN BİR KAPALI BÖLGE İÇİNDE DOĞAL KONVEKSİYONLA ISI TRANSFERİ

Elif BÜYÜK ÖĞÜT

Kocaeli Üniversitesi, Gebze Meslek Yüksekokulu, Teknik Programlar Bölümü, Kocaeli

e-mail: elif.ogut@kocaeli.edu.tr

Alınış: 11 Şubat 2009

Kabul Ediliş: 10 Nisan 2009

Özet: Bu çalışmada, üniform ısı akısıyla ısıtılmış dikdörtgen kapalı bir bölge içindeki doğal konveksiyonla ısı transferi, nümerik olarak incelenmiştir. Akışın iki boyutlu, daimi, laminar akış olduğu kabul edilmiştir. Nümerik çözüm için diferansiyel quadrature (DQ) yöntemi kullanılmıştır. Kapalı bölgenin iki duvarı eş sıcaklıkta, alt ve sol duvarı sabit ısı akısıyla kısmi olarak ısıtılmış olup, kalan diğer kısımlar ise adyabatik tutulmuştur. Akış alanı ve sıcaklık dağılımı üzerinde Grashof sayısının, kapalı bölgenin boyut oranının etkisi ve ısıtıcı uzunluklarının etkin parametreler olduğu tespit edilmiştir. Ele alınan bu parametrelerden Grashof sayısı 10^4-10^6 ve kapalı bölgenin boyut oranı ise $A=0.5, 1$ ve 2 olarak, boyutsuz ısıtıcı uzunlukları ise $0.2 \leq \varepsilon \leq 1$ aralığında seçilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre ısı transferi, Grashof sayısı arttıkça artmaktadır. Isıtılan alt ve sol duvarlarda ortalama Nusselt sayısının değeri karşılaştırıldığında, alt duvarda daha yüksektir. Isıtıcı uzunlukları arttıkça, sıcaklık artmakta ve ısı transferi düşmektedir. Uzun kaviterlerde ortalama Nusselt sayısının değeri en yüksek değerlere ulaşmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Doğal konveksiyon, dikdörtgen kapalı bölge, ısı akısı, DQ yöntemi.

Natural Convection Heat Transfer in Rectangular Enclosure Heated with Two Different Heaters

Abstract: Heat Transfer of natural convection in an rectangular enclosure heated with a uniform heat flux is investigated numerically in this study. Two-dimensional, steady, laminar flow is considered. Differential Quadrature (DQ) technique was used for numerical solutions. Two walls of enclosure are isothermal and the others are partially heated with constant heat flux. Grashof numbers, length of heaters and aspect ratio of enclosure are significant parameters for fluid flow and distribution of temperature. Considering these parameters, Grashof number is chosen between 10^4-10^6 , aspect ratio is chosen as $A=0.5, 1$ and 2 . and length of heaters are $0.2 \leq \varepsilon \leq 1$. Results show that, quantity of heat transfer increases while Grashof number increases. Considering heated bottom and left walls, value of average Nusselt number is higher in comparison with bottom wall. While length of heaters increases, temperature increases and heat transfer rate decreases. Average Nusselt number value reaches to maximum value for tall cavities.

Keywords: Natural convection, rectangular enclosure, heat flux, DQ method

Giriş

Doğal konveksiyon problemi, nükleer reaktör sitemleri, elektronik aletlerin soğutulması, güneş enerji sistemleri, enerji depolama ve korunumu, yangın kontrolü, kimya, gıda ve metalurji endüstrisini içeren çeşitli mühendislik uygulamalarında karşımıza çıkmaktadır. Doğal konveksiyonun, düşük maliyetli ve basit olması yüzünden elektronik aletlerin soğutulmasını içeren uygulamalarda tercih edilmektedir. Elektronik elemanlar çalıştıkları sürece ısı üretirler. Elektronik elemandan ısıyı transfer edip, soğutma yapılmadığı takdirde cihaz çalışmayacak duruma gelecektir. Dünyada elektronik elemanlarda meydana gelen arızaların büyük bir bölümü, aşırı ısınmadan kaynaklanmaktadır. Elektronik devreler, kartlar üzerine ya cidara bitişik ya da çıkıntılı olarak yerleştirilirler ve genelde sabit ısı akısında ısı üretirler.

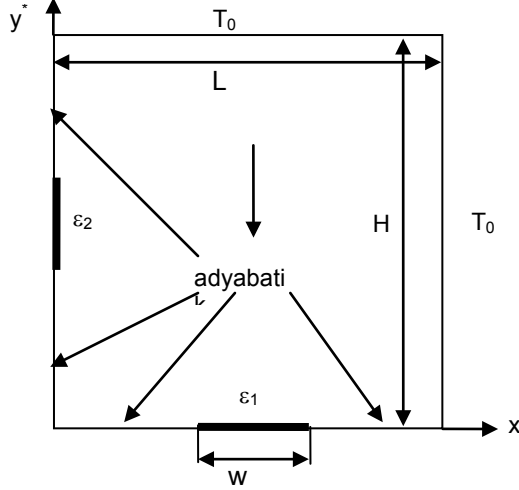
Doğal konveksiyon alanında daha önceden yapılmış pek çok çalışma vardır. Ece ve Büyük (2006), bitişik duvarlarından biri ısıtılmış diğeri soğutulmuş dikdörtgen bir kapalı bölgede içinde magnetik alanın etkisi altında

doğal konveksiyon üzerinde eğim açısının ve boyut oranının etkisini araştırmışlardır. Son yıllarda ise Sarris ve ark. (2004) alttan ısıtılmış bir dikdörtgen tanktaki doğal konveksiyonu nümerik olarak incelemişlerdir. Ayrıca Calcagni ve ark. (2005) ise yan duvarlarından soğutulmuş ve alt duvar üzerinde lokal bir ısıtıcı yerleştirilerek ısıtılan kare bir kavitedeki konvektif ısı transferini hem nümerik hemde deneysel çalışmışlardır. Aydın ve Yang (2000) yan duvarlarından simetrik olarak soğutulan, alt duvarından ise eş sıcaklıklı ısıtıcıyla ısıtılan ve diğer kalan kısımları ise adyabatik tutulan dikey bir kare kavite içindeki havanın doğal konveksiyonunu nümerik olarak araştırmışlar. Sharif ve Mohammad (2005) ise Aydın ve Yang (2000)' in çalışmasına benzer çalışmayı ele almışlar ve alt duvarda yer alan eş sıcaklıklı ısı kaynağı yerine sabit ısı akılı ısıtıcı kaynağını koymuşlardır. Böylece elektronik parçaların soğutulmasında daha gerçekçi bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Ayrıca ısı transfer prosesinde kavitenin eğim açısı ve boyut oranının etkisini araştırmışlardır. Cheikh ve ark. (2007), alt duvarından kısmi olarak ısıtılmış kare bir kapalı bölge içindeki havanın, doğal konveksiyon üzerindeki ısı sınır şartların etkisini nümerik olarak araştırmışlardır. Deng (2008) dikey duvarlar üzerinde iki ve üç kaynak kuyu çiftine sahip kare kapalı bölge içindeki laminar doğal konveksiyon akışını incelemiştir. Akışkan akışı ve ısı transfer karakteristikleri üzerinde, kaynak ve kuyunun boyutlarının ve yerleştirme düzenlerinin etkisini tespit etmiştir.

Literatürdeki çalışmalarda, genelde alt duvardan ısıtılan eş sıcaklık sınır şartı uygulanmış olup, sabit ısı akısının uygulanması durumu çok fazla ele alınmamıştır. Ayrıca boyut oranının etkisi pek fazla dikkate alınmamıştır. Ele alınan bu çalışmayla, hem alt hem de sol duvarda kısmi olarak sabit ısı akısı sınır şartı kullanılarak, kapalı bölgenin boyut oranının ve ısıtıcı uzunluklarının etkisinin akış ve sıcaklık alanlarını nasıl etkilediği araştırılmıştır.

Teorik Model:

Analizlerde incelenen geometri ve koordinat sistemi şematik olarak Şekil 1' de verilmiştir. Dikdörtgen kapalı bölgenin alt ve sol duvarına yerleştirilmiş olan ısıtıcının sıcaklığına göre, üst ve sağ duvarın T_0 sıcaklığı eş sıcaklıklı olarak daha düşük tutulmuş olup kalan diğer kısımlar adyabatiktir.



Şekil 1. Geometri ve koordinat sistemi.

Yönetici Denklemler:

Analizlerde kullanılan boyutsuz değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{H}, \quad A = \frac{H}{L} \quad (1)$$

$$u = \frac{u^*}{\alpha}, \quad v = \frac{v^*}{\alpha}, \quad p = \frac{p^* L^2}{\rho_0 \alpha^2}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad \Delta T = \frac{q'' L}{k} \quad (2)$$

Burada g yerçekimi ivmesi, L kapalı bölgenin boyutlu uzunluğu, H kapalı bölgenin boyutlu yüksekliği, u^* ve v^* sırasıyla x^* ve y^* yönlerindeki boyutlu hız bileşenlerini, p^* boyutlu basıncı ve ρ_0 , T_0 sıcaklığındaki akışkanın

yoğunluğunu, q'' yüzeydeki ısı akısını, k akışkanın ısıl iletkenliğini göstermektedir. Boyutsuz akım fonksiyonu ve girdap fonksiyonu,

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

Boyutsuz değişkenler kullanılarak Boussinesq yaklaşımı altında yönetici denklemler aşağıdaki gibi yazılır.

$$-\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \text{Gr Pr}^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (7)$$

Denklemlerde görülen boyutsuz parametreler, Prandtl ve Grashof sayıları sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\text{Pr} = \frac{\mu}{\rho_0 \alpha}, \quad \text{Gr} = \frac{\rho_0^2 g \beta L^3 \Delta T}{\mu^2}, \quad (8)$$

Burada sırasıyla μ akışkanın mutlak viskozitesini, β ısı genleşme katsayısını ve α ısı yayılım katsayısını göstermektedir.

Bu problem için kullanılan sınır şartları aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\text{Üst duvar;} \quad u = v = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \theta = 0, \quad (9)$$

$$\text{Alt duvar;} \quad u = v = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad (10)$$

$$0 < x < (1 - \varepsilon_1)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0,$$

$$(1 - \varepsilon_1)/2 \leq x \leq (1 + \varepsilon_1)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = -1,$$

$$(1 + \varepsilon_1)/2 < x < 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \quad (11)$$

$$\text{Sol duvar;} \quad u = v = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

$$0 < y < (1 - \varepsilon_2)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

$$(1 - \varepsilon_2)/2 \leq y \leq (1 + \varepsilon_2)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = -1$$

$$(1 + \varepsilon_2)/2 < y < 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

Sağ duvar;

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} = \boldsymbol{\psi} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \mathbf{x}} = \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}, \quad (14)$$

Burada ε ısıtıcının boyutsuz uzunluğudur.

Isıtıcının alt duvardan ve sol yan duvardan olan ısı geçişini gösteren yerel Nusselt sayısı ve ortalama Nusselt sayısı boyutsuz değişkenler cinsinden aşağıdaki gibi yazılmaktadır. Burada h taşınım ısı geçiş katsayısı ve θ_s ısıtılmış yüzeylerdeki boyutsuz yerel sıcaklığı göstermektedir.

Sabit ısı akısı uygulanan duvarlar için lokal Nusselt sayısı ifade edilirse,

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{1}{\theta_s} \quad (15)$$

Alt duvar için ortalama Nusselt sayısı;

$$\overline{Nu}_{alt} = \frac{\overline{h}L}{k} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 \frac{1}{\theta_s(x)} dx \quad (16)$$

Sol duvar için ortalama Nusselt sayısı;

$$\overline{Nu}_{sol} = \frac{\overline{h}L}{k} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 \frac{1}{\theta_s(y)} dy. \quad (17)$$

şeklinde ifade edilir.

Nümerik Çözüm Yöntemi:

Boyutsuz yönetici denklemler akım fonksiyonu, girdap ve sıcaklık için polinoma dayalı diferansiyel kuadratür (PDQ) yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Polinoma dayalı diferansiyel kuadratür (PDQ) yöntemi, denklem veya denklem sistemlerindeki bilinmeyen fonksiyon veya fonksiyonların yüksek derecede bir polinom olarak temsil edildiği DQ yöntemidir. Bu çalışmada aşağıda ifade edildiği gibi Shu, (2000), Belman ve ark. (1972), Shu ve Richards (1992) ve Kahveci (2007) tarafından da kullanılan eşit aralıklı olmayan Chebyshev–Gauss–Lobatto düğüm nokta dağılımları kullanılmaktadır.

$$x_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{i}{n_x} \pi\right) \right], \quad i = 0, 1, 2, \dots, n_x \quad y_j = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{j}{n_y} \pi\right) \right], \quad j = 0, 1, 2, \dots, n_y \quad (18)$$

Akım fonksiyonu, girdap ve sıcaklık için 81x81 sayıda ağ noktası kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Bu ağ nokta dağılımı için duvarlara yakın yerlerde daha çok ağ noktası söz konusu olmaktadır. İteratif bir yaklaşımla sonuçların elde edildiği bu çalışmada akım fonksiyonu, girdap ve sıcaklık oranı için durdurma kriteri olarak 10^{-5} alınmıştır. Hesaplama sonuçları successive over-relaxation (SOR) metodu ile elde edilmiştir.

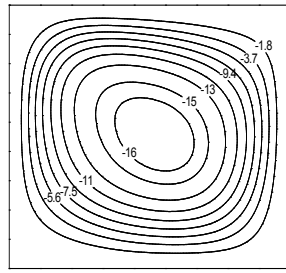
Sonuçlar ve Tartışma:

Nümerik olarak incelenen bu problemde Grashof sayısının değeri $Gr=10^4-10^6$ aralığında alınmış olup, kapalı bölgenin boyut oranı $A=0.5, 1$ ve 2 olarak, boyutsuz ısıtıcı uzunlukları ise $0.2 \leq \varepsilon \leq 1$ aralığında seçilmiştir. Kapalı bölge içerisindeki akışkan hava olarak seçilmiş ve hesaplamalarda Prandtl sayısı $Pr=0.71$ olarak alınmıştır.

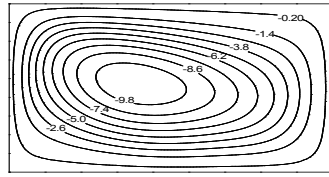
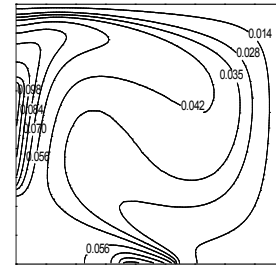
Akış ve sıcaklık alanlarını gözlemlmek için, farklı boyut oranları ve ısıtıcı uzunlukları için Şekil 2' de sol kısımda akım çizgileri, sağ kısımda ise eş sıcaklık eğrileri görülmektedir. Akım çizgileri, kare kavite için, akış alanının merkezine yerleşmiş saat ibresi yönünde dönen hücre görünümündedir. Sığ kavitede akış alanının merkezi, sol kısma daha yakın olup, uzun kavitede ise üst duvara doğru yaklaşarak formu bozulmaktadır. Eş sıcaklık eğrileri, ısıtıcıların kısmi olarak yerleştirilmiş olduğu alt duvar ile sol duvar da yoğunlaşmış biçimde katmanlaşmıştır. Eş sıcaklık eğrileri, diğer kısımlarda ise soğuk duvarlara doğru genişlerken, sıcak duvara yakın kısımlarda sıkışmaktadır. Şekil 3' de kare kavite için, sabit ısı akısının kısmi olarak uygulandığı alt duvar için $\varepsilon_1=0.4$ seçilerek, sol duvar boyunca farklı ısıtıcı uzunlukları için akım çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri görülmektedir. Sol duvardaki ısıtıcı uzunluğu arttıkça, akış alanındaki merkezdeki hücre şekli yuvarlak formdan eliptik hale gelmiştir. Eş sıcaklık eğrileri, sol duvardaki ısıtıcı boyu arttıkça tüm duvar boyunca uzayarak soğuk duvara doğru genişlemektedir. Isıtıcı uzunluğu arttıkça, sıcaklık artmakta ve ısı transferi düşmektedir. Şekil 4' de sol duvardaki ısıtıcı uzunluğu $\varepsilon_2=0.4$ ' de sabit tutularak, yerel Nusselt sayısının farklı ısıtıcı uzunlukları için alt duvar boyunca değişimi farklı boyut oranları için verilmektedir. Yerel Nusselt sayısı alt duvar boyunca sağ kısma yaklaştıkça maksimum değere ulaşmaktadır. Isıtıcı uzunlukları arttıkça yerel Nusselt sayısının değeri de artmaktadır. Ayrıca yerel Nusselt sayısının değeri, uzun kavitede maksimum iken sığ kavitede minimum değer almaktadır. Şekil 5' de sol duvardaki ısıtıcı uzunluğu $\varepsilon_2=0.4$ ' de sabit tutularak, alt

duvardaki farklı ısıtıcı uzunlukları için, yerel Nusselt sayısının sol duvar boyunca değişimi farklı boyut oranları için verilmektedir. Yerel Nusselt sayısı, düşey duvar boyunca yukarı doğru gidildikçe, minimum değere ulaşmaktadır. Çünkü eş sıcaklık eğrileri alt kısma göre birbirinden gittikçe uzaklaşmaktadır. Isıtıcı uzunlukları arttıkça yerel Nusselt sayısının değeri düşmektedir. Yerel Nusselt sayısının değeri, uzun kavitede maksimum iken sığ kavitede minimum değer almaktadır.

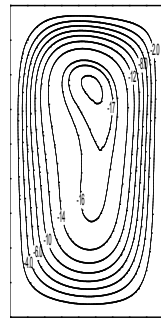
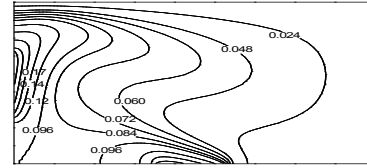
Sabit ısı akısıyla ısıtılmış olan alt ve sol duvarlardaki ortalama Nusselt sayıları Tablo 1’ de farklı Grashof sayıları, boyut oranları ve ısıtıcı uzunlukları için sunulmuştur. Grashof sayısı arttıkça, şiddetlenen sirkülasyona bağlı olarak, doğal konveksiyonla olan ısı transferi artmaktadır. Isıtılan alt ve sol duvarlarda ortalama Nusselt sayısının değerleri karşılaştırıldığında, alt duvarınki daha yüksektir. Isıtıcı uzunlukları arttıkça, sıcaklık artmakta ve ısı transferi düşmektedir. Uzun kaviterlerde ortalama Nusselt sayısının değeri en yüksek değere ulaşmaktadır.



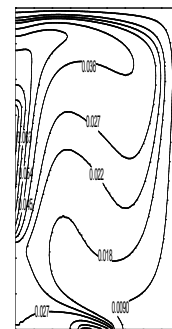
a) A=1.0



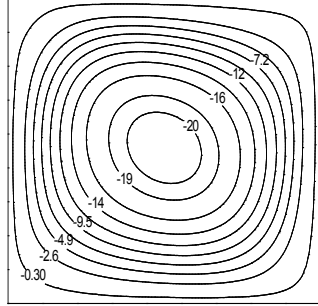
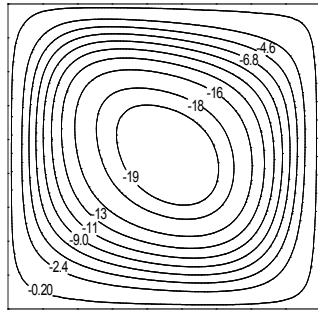
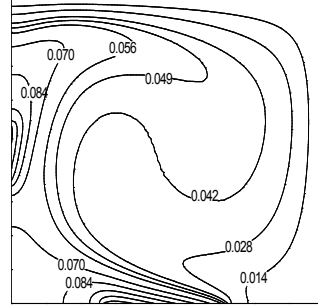
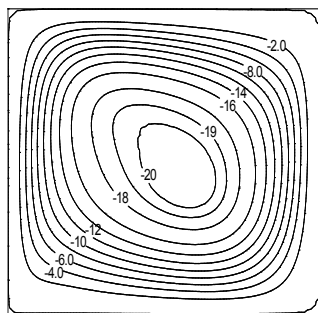
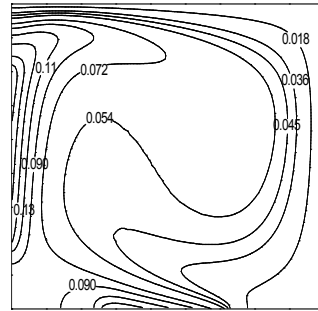
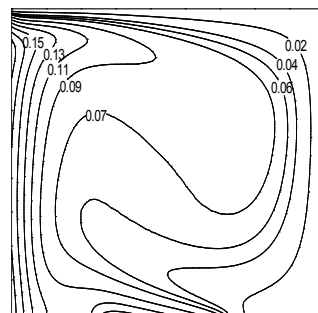
b) A=0.5

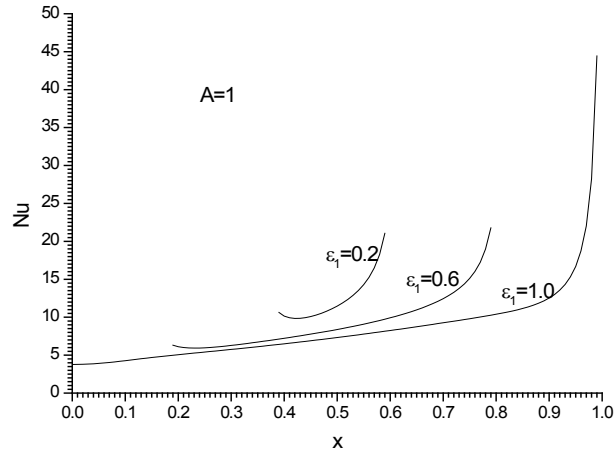


c) A=2.0

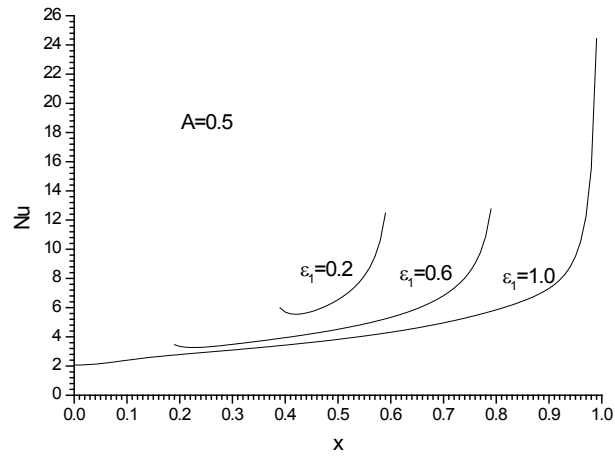


Şekil 2. $\varepsilon_1=0.2$, $\varepsilon_2=0.4$ ve $Gr=10^6$ için akım çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri

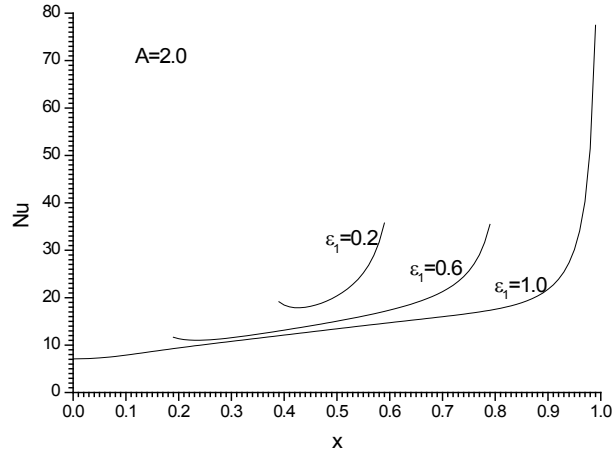
a) $\varepsilon_1=0.4, \varepsilon_2=0.2$ b) $\varepsilon_1=0.4, \varepsilon_2=0.6$ c) $\varepsilon_1=0.4, \varepsilon_2=1.0$ Şekil 3. $A=1$ ve $Gr=10^6$ için akım çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri



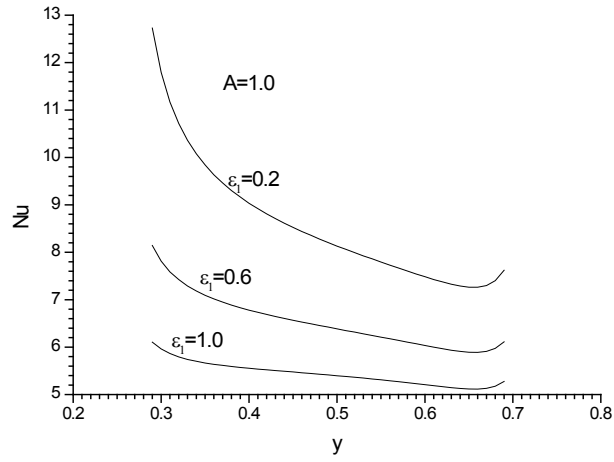
a)



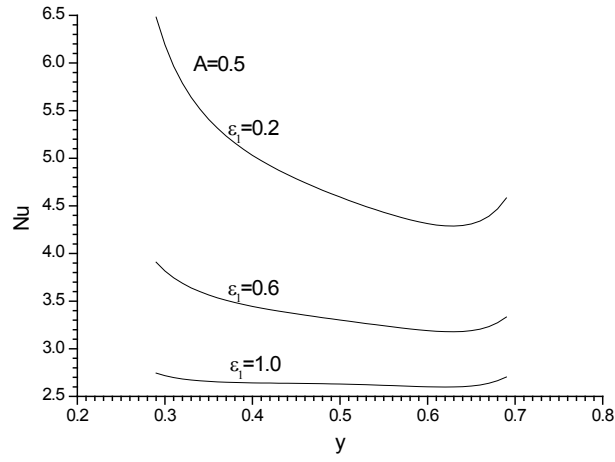
b)



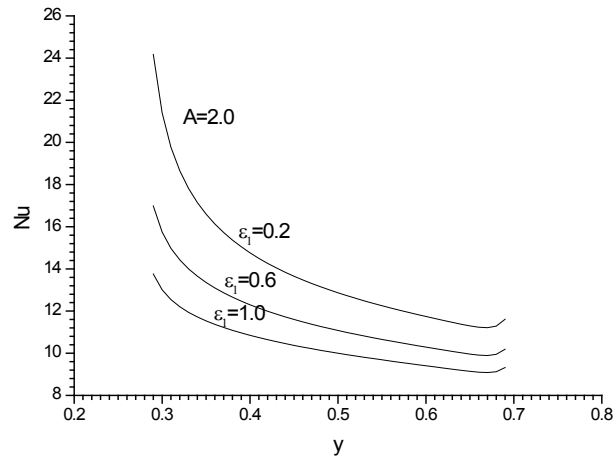
c)

Şekil 4. $\epsilon_2=0.4$ ve $Gr=10^6$ için alt duvar boyunca yerel Nusselt sayısının değişimi

a)



b)



c)

Şekil 5. $\varepsilon_2=0.4$ ve $Gr=10^6$ için sol duvar boyunca yerel Nusselt sayısının değişimi

Tablo 1. Ortalama Nusselt sayısının değişimi

Gr	ε_1	ε_2	A	\overline{Nu}_{alt}	\overline{Nu}_{sol}
10^6	0.2	0.4	1	12.51	8.71
	0.6	0.4	1	9.26	6.62
	1	0.4	1	8.17	5.51
10^6	0.2	0.4	0.5	7.14	4.89
	0.6	0.4	0.5	5.08	3.42
	1	0.4	0.5	4.48	2.67
10^6	0.2	0.4	2	22.22	14.19
	0.6	0.4	2	16.33	11.84
	1	0.4	2	14.62	10.51
10^6	0.4	0.2	1	10.70	8.86
	0.4	0.6	1	10.22	6.67
	0.4	1.0	1	9.91	5.72
10^5	0.4	0.2	1	6.66	5.32
	0.4	0.6	1	6.51	4.09
	0.4	1.0	1	6.40	3.83
10^4	0.4	0.2	1	3.83	3.14
	0.4	0.6	1	3.86	2.40
	0.4	1.0	1	3.80	2.59

Sonuç:

Bu çalışmada, üniform sabit ısı akısıyla ısıtılmış dikdörtgen bir kapalı bölge içindeki havanın, doğal konveksiyonla ısı transferi, diferansiyel quadrature (DQ) yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Elde edilen önemli sonuçlara göre, akış ve ısı transferi üzerindeki en etkin parametreler Grashof sayısı, boyut oranı ve ısıtıcı uzunluklarıdır. Artan Grashof sayısı ile ısı transferi, sirkülasyonun şiddetlenmesine bağlı olarak artmaktadır. Ortalama Nusselt sayısının değeri, ısıtılan sol duvarla karşılaştırıldığında, alt duvarda daha yüksektir. Isıtıcı uzunlukları arttıkça, sıcaklık artmakta ve ısı transferi düşmektedir. Uzun kaviterlerde ortalama Nusselt sayısının değeri, en yüksek değerlere ulaşmaktadır.

Kaynaklar:

- Aydin, O., and Yang, W. J., Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides, *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, 10 (2000) 518-529.
- Belman, R.E., Kashef, B.G., Casti, J., Differential quadrature: a technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations, *Journal of Computational Physics* 10 (1972) 40-52.
- Calgagni, B., Marsili, F., Paroncini, M., Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Appl. Therm. Eng.* 25 (2005) 2522-2531
- Cheikh, N.B., Beya, B.B., Lili, T., Influence of thermal boundary conditions on natural convection in a square enclosure partially heated from below, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 34 (2007) 369-379.
- De Vahl Davis, G. Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 3 (1983) 249-264.
- Deng, Q.H., Fluid flow and heat transfer characteristics of natural convection in square cavities due to discrete source-sink pairs, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2008, 51, (2008), 5949-5957.

Ece, M.C., Büyük, E. Natural-convection flow under a magnetic field in an inclined rectangular enclosure heated and cooled on adjacent walls, *Fluid Dyn. Res.* 38 (2006) 564-590.

Kahveci, K., Natural convection in a partitioned vertical enclosure heated with a uniform heat flux, *ASME Journal of Heat Transfer* 129 (2007) 717-726.

Sarris, I.E., Lekakis, I., Vlachos, N.S., Natural convection in rectangular tanks heated locally from bellow, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 3549-3563.

Sharif, M.A.R. Mohammad, T.R., Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls, *Int. J. Therm. Sci.* 44 (2005) 865-878.

Shu, C. *Differential quadrature and its application in engineering*, Springer and Verlag, 2000.

Shu, C., Richards, B.E. Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier Stokes equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 15 (1992) 791-798.