S.Ü. Fen-Edebiyat Fakültesi Fen Dergisi Sayı 18 (2001) 45-50, KONYA

Fermi Sıvıları Teorisi ve Nükleer Maddenin Kararsızlık Durumları

Atilla GÜLEÇ[1], Ülfet ATAV[1], Rıza OĞUL[1]

Özet: *Atom çekirdeğinin yapısının ve fiziksel özelliklerinin araştırılması, yani nükleer maddenin değişik sıcaklık ve basınç altındaki davranışının incelenmesi, sıcaklık, basınç ve yoğunluğa bağlı olarak faz dönüşümlerinin araştırılması ve durum denkleminin elde edilmesi, nükleer fiziğin başlıca araştırma konularındandır. Nükleer maddenin fiziksel özelliklerinin incelenmesinde Landau'nun geliştirmiş olduğu Fermi sıvıları teorisi kullanılmış ve elde edilen teorik sonuçların literatürde bulunan deneysel sonuçlarla oldukça iyi uyum sağladığı görülmüştür.*

Anahtar Kelimeler: **Nükleer madde, Fermi sıvıları, Faz dönüşümleri, Etkin kütle**

Fermi Liquid Theory and Instabilities in Nuclear Matter

Abstract: *The investigation of the structure and physical properties of atomic nucleus is a major research field in nuclear physics. This field includes the analysis of the behaviour of nuclear matter under various temperature and pressure conditions, investigation of the phase transitions as a function of temperature, pressure and density, and obtaining an equation of state for nuclear matter. In this study, Fermi liquid theory of Landau is used to investigate the physical properties of the nuclear matter and it has been observed that the theoretical results obtained by this theory are in good agreement with the experimental results found in the literature.*

Key Words: **Nuclear matter, Fermi liquids, Phase transitions, Effective mass**

Giriş

Nükleer madde içerisindeki etkileşen parçacıklar, nükleonlar ve nükleonların uyarılmış durumlarıdır. Çok sayıda parçacıktan oluşmuş ağır iyonların özelliklerinin incelenmesi, matematiksel açıdan güçlüklere yol açtığı için nükleer madde tanımı yapılmıştır. Nükleer madde, sonsuz boyutlu ve tekdüze yoğunluklu bir kütle ortamı olarak göz önüne alınır ve bu ortamda eşit sayıda proton ve nötron olduğu varsayılır. Protonlar arasındaki Coulomb kuvvetleri, çekirdek kuvvetleri ile karşılaştırıldığında çok küçük olduğundan ihmal edilmiştir.

Evrende nükleer madde ile iki ayrı yerde karşılaşılır: Birincisi, atom çekirdekleri, ikincisi ise nötron yıldızlarıdır. Atom çekirdeklerindeki nükleer madde, laboratuarlarda yapılan çekirdek-

[1] Selçuk Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, 42049 KONYA

çekirdek çarpışmaları ile incelenir. Nükleer maddenin makroskobik özellikleri, bir gaz ya da sıvıda olduğu gibi, dengedeki ve dengede olmayan durumdaki özellikleri olmak üzere ikiye ayrılır. Denge özellikleri ($T=0$, $\rho=\rho_0=0{,}16\ fm^{-3}$) , basınç, yoğunluk ve sıcaklık arasındaki bir bağıntıyla verilen durum denklemidir. Dengede olmayan durumdaki özellikleri ($T>0$, $\rho\neq\rho_0$) ise taşıma katsayılarının sıcaklığa bağımlı olmasıyla belirlenir.

Materyal ve Metot

Landau'nun Fermi Sıvıları Teorisi

Landau'nun Fermi sıvıları teorisi, iki temel varsayım üzerine kurulmuştur:

1. Sistemdeki bir parçacığın diğer parçacıklarla etkileşmesi sonucu sistemin enerjisi, parçacık enerjileri toplamı olarak değil dağılım fonksiyonunun fonksiyoneli olarak ifade edilir. Dolayısıyla, parçacıklar yerine, sistemin temel uyarmaları olan sankiparçacıklar göz önüne alınır.

2. Fermi sıvısının enerji düzeyleri, etkileşmeyen parçacıkların enerji düzeylerine karşılık gelir. Bu nedenle, Landau teorisi, ideal Fermi gazı temeline dayandırılmıştır.

Enerjileri ε ile $\varepsilon+d\varepsilon$ aralığında bulunan sankiparçacıkların sayı yoğunluğu,

$$n(\varepsilon)=\{1+\exp[(\varepsilon-\mu)/kT]\}^{-1} \tag{1}$$

Fermi dağılımı ile verilir. μ kimyasal potansiyeli ise

$$(N/V)=\int n d\tau\,, \qquad d\tau=2dp_x dp_y dp_z/(2\pi\hbar)^3 \tag{2}$$

şartından belirlenir [1]. Burada 2 katsayısı, spin dejenerasyonunu hesaba katmak için konulmuştur. Fermi yüzeyine yakın sankiparçacıkların $\varepsilon(p)$ enerji spektrumu, yeteri kadar düşük sıcaklıklarda $\varepsilon\cong\mu$ olacak şekilde $kT<<\mu$ mertebeli enerji bölgesinde bulundukları için

$$\varepsilon(p)=\mu+(\partial\varepsilon/\partial p)_f(p-p_f) \tag{3}$$

eşitliği ile verilebilir. Burada, $(\partial\varepsilon/\partial p)_f$ niceliği Fermi yüzeyinde hesaplanır, m^* etkin kütle ve v_f parçacığın Fermi yüzeyindeki hızı olmak üzere,

$$(\partial\varepsilon/\partial p)_f=p_f/m^*=v_f \tag{4}$$

yazılabilir. Etkin Kütle, $m^*=m(1+F_1/3)$ şeklinde tanımlanabilir. Burada F_1, Landau parametresi olup değerleri Ravenhall [2] 'den alınmıştır.

Etkileşim Fonksiyonu

İzotropik durumda bir düzeyin ε enerjisi

$$(\delta U/V)=\int\varepsilon\,\delta n\,d\tau \tag{5}$$

ifadesinden yararlanarak hesaplanır. Aynı zamanda, diğer düzeydeki sankiparçacıkların dağılımından ileri gelen belirli bir düzeyin enerjisi

$$\varepsilon(p)=\varepsilon_0(p)+\int f(p,p')\delta n'\,d\tau' \tag{6}$$

olarak tanımlanır. Buradaki $f(p,p')$ fonksiyonu

$$f(p,p')=\frac{\partial^2 U}{\partial n(p)\partial n'(p')} \tag{7}$$

ifadesi ile tanımlanır ve etkileşim fonksiyonu adı verilir. Burada $\varepsilon_0(p)$ niceliği, $T=0$ sıcaklığındaki p momentumlu düzeyin sahip olduğu enerjidir. $\varepsilon(p)$ ise, dağılım fonksiyonunun, $T=0$ sıcaklığındaki dağılım fonksiyonundan $\delta n'(p')$ miktarı kadar ayrıldığında aynı düzeyin enerjisini tanımlar. Dolayısıyla, $f(p,p')$ fonksiyonu, bir düzeyin enerjisinin diğer düzeylerin işgal edilmesi sonucu nasıl değiştiğini belirler.

Boltzmann ve Landau Kinetik Denklemleri

Boltzmann kinetik denklemi

$$(\partial f_j/\partial t)+\bar{v}_j\cdot\bar{\nabla}_r f_j+(\bar{X}_j/m_j)\cdot\bar{\nabla}_{v_j} f_j=2\pi\sum_i\int\int(f_i'f_j'-f_if_j)g_{ij}\,b\,db\,dv_i \qquad (8)$$

ifadesi ile verilir. Burada f_j dağılım fonksiyonu, $\bar{v}_j$ parçacığın hızı, $\bar{X}_j$ dış kuvvetler, m_j parçacığın kütlesi, b çarpışma parametresi olup g_{ij} bağıl hızdır.

Boltzmann kinetik denklemine dayalı olarak geliştirilen Landau kinetik denklemi

$$(\partial n_p(\bar{r},t)/\partial t)-[\varepsilon_p(\bar{r},t),n_p(\bar{r},t)]=I(n_{p'}) \qquad (9)$$

şeklinde verilir [3]. Burada $[\,,\,]$ Poisson parantezini, $n_p(\bar{r},t)$ sankiparçacık dağılım fonksiyonunu, $\varepsilon_p(\bar{r},t)$ sankiparçacıkların enerjisini ve $I(n_{p'})$ çarpışma integralini temsil etmektedir.

Sankiparçacık kinetik teorisinin temel varsayımı,

$$\bar{v}_p(\bar{r},t)=\bar{\nabla}_p\varepsilon_p(\bar{r},t) \qquad (10a)$$

$$\bar{f}_p(\bar{r},t)=-\bar{\nabla}_r\varepsilon_p(\bar{r},t) \qquad (10b)$$

olacak şekilde $\varepsilon_p(\bar{r},t)$ niceliğinin sankiparçacığın Hamiltoniyeni rolünü oynamasıdır. Landau kinetik denklemi, Boltzmann kinetik denkleminden daha geniştir. Bu denklemde fazladan iki fiziksel özellik vardır:

1. $\bar{\nabla}_p\varepsilon_p(\bar{r},t)$ ile verilen sankiparçacık hızı, konum ve zamana bağlı olabilir.
2. $-\bar{\nabla}_r\varepsilon_p(\bar{r},t)$ kuvvet terimi, etkin alan katkılarını kapsar.

Nükleer Maddenin Kararsızlık Durumları ve Faz Diyagramları

Nükleer madde için spinodal eğri, Landau kinetik denklemi kullanılarak hesaplanabilir. Lineer hale getirilmiş Landau kinetik denklemi, çarpışmalar ihmal edilirse,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{v}_p\cdot\bar{\nabla}_r\right)\delta n_p(\bar{r},t)-\left(\frac{\partial n_p^0}{\partial\varepsilon_p}\right)\bar{v}_p\cdot\bar{\nabla}_r\,\delta\varepsilon_p(\bar{r},t)=0 \qquad (11)$$

şeklindedir [3]. Burada $\delta n_p(\bar{r},t)=n_p(\bar{r},t)-n_p^0(\bar{r},t)$ eşitliği, n_p^0 denge durumundan ayrılma miktarını, $\delta\varepsilon_p(\bar{r},t)$ sankiparçacık enerjisindeki değişimi, $\bar{v}_p=\bar{\nabla}_p\varepsilon_p$ niceliği ise sankiparçacıkların hızlarını gösterir.

İki ağır iyonun çarpışması sonucu oluşan bileşik çekirdekte bir nükleonun enerjisi, $U(\bar{r},t)$ dış alan, $f_{pp'}$ sankiparçacıklar arasındaki etkileşme fonksiyonu olmak üzere,

$$\varepsilon_p(\bar{r},t)=U(\bar{r},t)+\sum_{p'}f_{pp'}\,n_{p'}(\bar{r},t) \qquad (12a)$$

olup $\delta\varepsilon_p(\bar{r},t)$ terimi,

$$\delta\varepsilon_p(\bar{r},t)=\delta U(\bar{r},t)+\sum_{p'}f_{pp'}\,\delta n_{p'}(\bar{r},t) \qquad (12b)$$

olarak verilir.

$$\delta U(\bar{r},t)=\delta U(\bar{q},\omega)e^{i(\bar{q}\cdot\bar{r}-\omega t)} \qquad (13a)$$

$$\delta n_p(\bar{r},t)=\delta n_p(\bar{q},\omega)e^{i(\bar{q}\cdot\bar{r}-\omega t)} \qquad (13b)$$

dönüşümleri, (11) denkleminde kullanılarak

$$\delta n_p(\vec{q},\omega)=\left(\vec{q}\cdot\vec{v}_p/\omega-\vec{q}\cdot\vec{v}_p\right)\left(-\frac{\partial n_p^0}{\partial\varepsilon_p}\right)\left[\delta U(\vec{q},\omega)+\sum_{p'}f_{pp'}\delta n_{p'}\right] \tag{14}$$

sonucu bulunur. Burada, q dalga sayısı, ω ise açısal frekanstır. $f_{pp'}$ etkileşme fonksiyonu için Skyrme [4] tarafından geliştirilen, spin etkileri ihmal edilerek Fermi yüzeyi üzerinde yazılabilen,

$$f_{pp'}=t_0+\tilde{t}(\vec{p}-\vec{p}')^2 \tag{15}$$

etkin nükleon-nükleon etkileşme fonksiyonu kullanılacaktır. Burada, t_0 ve $\tilde{t}$ Skyrme parametreleri çoğunlukla yoğunluğa bağlıdır. (15) ifadesi (14) denkleminde kullanılırsa

$$\delta n_p(\vec{q},\omega)=\left(\vec{q}\cdot\vec{v}_p/\omega-\vec{q}\cdot\vec{v}_p\right)\left(-\frac{\partial n_p^0}{\partial\varepsilon_p}\right)\left\{\delta U+\sum_{p'}\left[t_0+\tilde{t}(\vec{p}-\vec{p}')^2\right]\delta n_{p'}\right\} \tag{16}$$

denklemi bulunur. Statik durumda $(\omega=0)$, (16) denkleminden

$$\delta n_p(\vec{q},\omega)=-\left(-\frac{\partial n_p^0}{\partial\varepsilon_p}\right)\left\{\delta U+\sum_{p'}\left[t_0+\tilde{t}(\vec{p}-\vec{p}')^2\right]\delta n_{p'}\right\} \tag{17}$$

yazılır. Bu ifadenin p üzerinden ortalaması alınırsa

$$\langle\delta n_p\rangle=\chi_0\left[\delta U+t_0\langle\delta n_{p'}\rangle\right]+\tilde{t}\tilde{\chi}\langle\delta n_{p'}\rangle+\tilde{t}\,\chi_0\langle p'^2\,\delta n_{p'}\rangle \tag{18a}$$

ve p^2 ile çarpılarak p üzerinden ortalaması alınırsa,

$$\langle p^2\,\delta n_p\rangle=\tilde{\chi}\left[\delta U+t_0\langle\delta n_{p'}\rangle\right]+\tilde{t}\bar{\chi}\langle\delta n_{p'}\rangle+\tilde{t}\,\tilde{\chi}\langle p'^2\,\delta n_{p'}\rangle \tag{18b}$$

denklemi elde edilir. Burada χ_0, $\tilde{\chi}$ ve $\bar{\chi}$, sistemin tepki fonksiyonlarıdır. Fermi yüzeyi yakınında $p\cong p'$ olduğundan, (18a) ve (18b) denklemlerinden yararlanarak,

$$-\frac{\langle\partial n_p\rangle}{\partial U}=\frac{\chi_0}{\left(1-\tilde{t}\tilde{\chi}\right)^2-\chi_0\left(t_0+\tilde{t}^2\bar{\chi}\right)} \tag{19}$$

eşitliği elde edilir. Sistemin bulk modülü,

$$\left(-\frac{\partial n}{\partial U}\right)^{-1}=\left[-\sum_p\frac{\partial n_p}{\partial U}\right]^{-1} \tag{20}$$

şeklinde tanımlandığından (19) denklemi, p momentumuna bağlı bulk modülünün tersini ifade eder. Bulk modülünü sıfır yapan noktalar spinodal eğrisi üzerinde kalır. Dolayısıyla, (19) denklemini sonsuz yapan noktalar,

$$\left(1-\tilde{t}\tilde{\chi}\right)^2-\chi_0\left(t_0+\tilde{t}^2\bar{\chi}\right)=0 \tag{21}$$

eşitliğinin sağlandığı yoğunluk ve sıcaklık değerleridir. (21) denklemi,

$$1+F_0-\left(\pi^2/12\right)\left(T/T_f\right)^2\left\{F_0+F_1+(F_1^2/32)\,[52-5\pi^2\left(T/T_f\right)^2]\right\}=0 \tag{22}$$

şeklinde de yazılabilir. Burada,

$$\begin{aligned} &d^3p=4\pi p^2dp\ ; \qquad \varepsilon_p=p^2/2m^* \\ &x=\left(\varepsilon_p-\mu\right)/T \\ &y=p/p_f=\sqrt{\mu/T_f}\sqrt{1+x} \end{aligned} \tag{23}$$

ve

$$I_n^m(T/T_f)=\int_{-\mu/T}^{\infty}\left(-T\frac{\partial n_p^0}{\partial\varepsilon_p}\right)y^n\,x^m\,dx \tag{24}$$

Fermi integralleri dikkate alınmıştır. Ayrıca, f_0 ve f_1 Landau parametreleri cinsinden,

$$F_0(T) = f_0 N(0) I_1^0 (T/T_f) = f_0 N(T) = F_0(0) I_1^0 (T/T_f) \quad (25a)$$

$$F_1 = f_1 N(0) p_f^2 \quad (25b)$$

ifadeleri kullanılmıştır. $N(0)$ niceliği, $T \to 0$ durumundaki yüzey yoğunluğudur. Bu çalışmada yapılan hesaplarda, Ravenhall'un [2], Friedman ve Phandaripande'nin [5] kullandığı Skyrme tipi etkileşmeden elde edilen Landau parametreleri kullanılmıştır.

Sonuçlar ve Tartışma

Spinodal eğriler, düşük sıcaklıklarda $(T \ll T_f)$ çakışık durumdadır. Ancak (T/T_f)' in ve daha yüksek mertebelerinin ihmal edilemediği sıcaklıklarda, sıcaklığa ve momentuma bağlı etkileşme terimleri hesaba katılarak daha gerçekçi bir spinodal eğri elde edilmiştir. Buna göre, kritik sıcaklık $T_c = 18{,}05\ MeV$ bulunmuştur. Sonuçlar, Tablo 1'de karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Bu çalışmada elde edilen spinodal eğri, Pethick ve Ravenhall'ın [6] bulduğu eğriye çok benzemektedir. Ancak Pethick ve Ravenhall [6] çalışmalarında kullandıkları proton oranı 0,4 iken bizim çalışmamızda bu oran 0,5 dir. Ayrıca Kupper ve Wegmann [7], Van der Waals tipi bir etkileşme için yaptıkları hesaplamalarda $T_c = 17{,}3\ MeV$ olarak bulmuşlardır.

Tablo1. **Bu ve Daha Önceki Çalışmalarda Hesaplanmış Olan Kritik Sıcaklık Değerleri**

Model	T_c (MeV)
Bu Çalışma	
$(T \ll T_f)$	16,34
$(T \cong T_f)$	18,05
Skyrme I [8]	20,10
Skyrme II [9]	17,00
Skyrme III [9]	18,30
[7]	17,40
[10]	15,50

Kaynaklar

1-**Wilks, J.,** An introduction to liquid helium. **Clarendon Press, Oxford, 1970.**

2-**Pethick, J. C. and Ravenhall, D. G.,** Growth of Instabilities in a Normal Fermi Liquid. **Ann. Phys. 183 (1988) 131.**

3-**Baym, G. and Pethick, J. C.,** The Physics of liquid and solid helium. **(K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, Eds.), Part II, P. 1, Wiley, New York, 1978.**

4-**Wautherin, D. and Brink, D. M.,** Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. **Phys. Rev. C 5 (1972) 626.**

5-**Friedman, B. and Pandharipande, V. R.,** Hot and Cold Nuclear and Neutron Matter. **Nucl. Phys. A 361 (1981) 502.**

6-**Pethick, C. J. and Ravenhall, D. G.,** Instabilities in Hot Matter and The Fragmentation Process. **Nucl. Phys. A 471(1987) 19.**

7-**Kupper, W. A., Wegmann, G. and Hilf, E. R.,** Thermostatic Properties of Symmetric Nuclear Matter. **Ann. Phys.** **88 (1974) 454.**

8-**Lattimer, J. M. and Ravehall, D. G.,** Neutron Star Matter at High Temperatures and Densities. **Astrophys. Journal 223 (1978) 314.**

9-**Oğul, R.,** On The Stabilities at Subnuclear Densities. **Int. J. Mod. Phys.** E 7 **(1988) 419.**

10-**Buchler, J. R. and Barranco, M.,** Thermodynamic Properties of Hot Nucleonic Matter. **J. Phys. 41** (1980) c2-31.