Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü DergisiYıl: 2013/1, Sayı:17
Journal of Süleyman Demirel University Institute of Social SciencesYear: 2013/1, Number:17

YENİ BİR BORÇ ÖDEME MODELİ

Abdullah EROĞLU*

ÖZET

Bankalar tarafından en çok kullanılan borç ödeme modeli, sabit taksitli modeldir. Bunun yanı sıra finans matematiği kitaplarında yer alan geometrik ve aritmetik değişimli taksitlerle borç ödeme modelleri mevcuttur. Kredi alımından belli bir süre sonra müşterinin ödeme kabiliyetinin değişkenlik göstermesi (artması veya azalması durumu) söz konusu olabilir. Bu durumda müşteri, ilk aylarda belli bir sayıdaki taksitin miktarını kendisi belirleyebilir. Müşterinin ödeme kabiliyeti ileriki aylarda artacaksa ilk aylarda düşük miktarlı taksitler, ödeme kabiliyeti ileriki aylarda düşecekse ilk aylarda yüksek miktarlı taksitler belirleyebilir.

Bu çalışmada; başlangıçta belli sayıda taksit miktarını müşterinin belirlediği, daha sonraki taksit miktarlarının eşit olduğu bir borç ödeme modeli geliştirilmiş ve genel formülleri türetilmiştir. Geliştirilen model güncel bir örnekle açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Borç Ödeme, Anüite*

A NEW LOAN AMORTIZATION MODEL

ABSTRACT

The most commonly used debt payment model by banks is the fixed payment model. In addition, the geometric and linear gradient loan payment models which are explained in financial mathematics books are available. After the credit purchase, the customer's payment capability may vary in some circumstances. In this case, customer may determine a certain number of payment amount in the first few months. In the coming months, if the customer's payment ability will increase, it is determined the low amount of payments. In contrast, if the customer's payment ability will decrease, the customer may determine the high amount of payments.

In this study, general formulae are derived for a loan payment model which is, a certain number of payment amount determined by customer at the beginning of payment period and the other payment amounts are equal. The developed model is explained with a current example.

Keywords: *Loan Payment, Annuity*

* Prof. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, 32260, Isparta, Türkiye, abdullaheroglu@sdu.edu.tr

1. GİRİŞ

Bir borcun taksitlerle geri ödenmesi problemi; borcun şimdiki değeri ile geri ödemelerin şimdiki değerleri toplamının birbirine eşit olması esasına dayanır (İşçil, 1997). Finans matematiği kitaplarında, geri ödemelerin oluşturduğu serinin (taksitler serisi), sabit, geometrik değişimli ve aritmetik değişimli olması durumunda genel formüller mevcuttur.

Sabit taksitler serisine sahip borç ödeme modeli için,

$$d = \frac{pr}{1-R^{-n}} \tag{1}$$

Geometrik değişimli taksitler serisine sahip borç ödeme modeli için,

$$d_k = aG^{k-1}, \quad k = 1,\cdots,n \tag{2}$$

$$a = \begin{cases} \dfrac{p(r-g)}{1-i^n} & , \quad g \neq r \\ \dfrac{pR}{n} & , \quad g = r \end{cases} \tag{3}$$

Aritmetik değişimli taksitler serisine sahip borç ödeme modeli için,

$$d_k = c + (k-1)v \quad , \quad k = 1,\cdots,n \tag{4}$$

$$c = \frac{pr^2R^n + v\left[1+nr-R^n\right]}{r\left(R^n-1\right)} \tag{5}$$

formülleri yazılabilir (Eroğlu, 2000). Burada,

d :taksit miktarı,

a :geometrik değişimli taksitlerin ilk taksitinin miktarı

c :aritmetik değişimli taksitlerin ilk taksitinin miktarı

d_k : k. devre sonundaki taksit miktarı,

n :taksit sayısı

p : borç miktarı veya alınan kredi miktarı

r : devrelik faiz oranı, $R = 1 + r$

g : taksit miktarlarındaki oransal değişim (geometrik değişim), G=1+g, i=GR^{-1}

v : taksit miktarlarındaki miktarsal değişim (aritmetik değişim).

Parçalı aritmetik ve geometrik değişimli taksitlere sahip borç ödeme modelleri Eroğlu (2000) tarafından önerilerek genel formülleri türetildi.

Yukarıda sözü edilen borç ödeme modellerinde, geri ödemelerin her devre sonunda yapıldığı varsayımı mevcuttur. Formato; bazı hallerde müşterilerin kendisinin belirleyebileceği devrelerde taksit ödememeyi (örneğin tatil masrafları yüzünden) istemeleri durumu için bir borç ödeme modeli geliştirdi (Formato, 1992). Formato'nun atlamalı taksitli modeli, Moon tarafından geometrik değişimli atlamalı taksitli modele (Moon, 1994) ve Eroğlu ve Karaöz tarafından aritmetik değişimli atlamalı taksitli modele genişletildi (Eroğlu ve Karaöz, 2002). Diğer yandan Eroglu tarafından, rastgele atlamalı parçalı geometrik ve aritmetik değişimli taksitlere sahip modeller ele alınarak genel formülleri türetildi (Eroğlu, 2001). Yukarıda sözü edilen dört çalışma için de taksitlerin hangi devrelerde ödenmeyeceği (atlanacağı) rastgele seçilmektedir.

Diğer yandan; rastgele atlamalı borç ödeme modellerinin yanı sıra ritmik atlamalı borç ödeme modelleri Eroğlu ve Özdemir (2012), Eroğlu vd. (2011) tarafından ele alınarak genel formülleri türetilmiştir.

Bu çalışmada; ilk aylardaki belli sayıda taksit miktarını müşterinin belirlediği yeni bir borç ödeme modeli ele alınıp genel formülleri türetilmiş ve güncel bir örnekle model açıklanmaktadır.

2. İKİ FARKLI TAKSİT MİKTARLI BİR BORÇ ÖDEME MODELİ

Kredi kurumları, verdiği kredinin geri ödemesinde sıkça kullandığı borç ödeme modeli, sabit taksitli modeldir. Bir başka ifade ile taksit miktarları birbirine eşittir. Kredi alımından belli bir süre sonra müşterinin ödeme kabiliyetinin değişkenlik göstermesi (artması veya azalması durumu) söz konusu olabilir. Bu durumda müşteri, ilk aylarda belli bir sayıdaki taksitin miktarını kendisi belirleyebilir. Müşterinin ödeme kabiliyeti ileriki aylarda artacaksa ilk aylarda düşük miktarlı taksitler, ödeme kabiliyeti ileriki aylarda düşecekse ilk aylarda yüksek miktarlı taksitler belirleyebilir.

Bu modelde herhangi bir kredi kurumundan alınan kredinin (borcun) geri ödemeleri (taksitleri) devreler (örneğin aylık, üç aylık v.b) itibariyle n taksitte yapılmaktadır. Modelin temel varsayımı n taksitin ilk u adet taksiti (ki bu taksitlerin birbirine eşit olduğu varsayılmaktadır) borçlu tarafından kendi ödeme kabiliyetine göre belirlenmekte ve kalan n-u adet taksit miktarı (ki bu taksitlerin de birbirine eşit olduğu varsayılmaktadır) ise modelin elde edilen genel formülünden belirlenmektedir.

Daha önce tanımlanan simgelere ilave olarak aşağıdaki simgeleri tanımlayalım.

b : Müşteri tarafından belirlenen taksit miktarı (model parametresi)

u : Miktarı müşteri tarafından belirlenen taksitin sayısı (model parametresi).

i.devrede ödenen b miktar bir taksitin devrelik faiz oranı r üzerinden şimdiki değeri,

$$\frac{b}{(1+r)^{i}} = bR^{-i} \tag{6}$$

olarak yazılabilir.

Bankalar tarafından verilen bir kredinin taksitler halinde geri ödenmesi; önceden belirlenen bir devrelik faiz oranı üzerinden, kredinin şimdiki değeri ile ödenen taksitlerin şimdiki değerleri toplamının birbirine eşit olması esasına dayanır.

$$p = \left[\sum_{i=1}^{u}\left(\frac{b}{(1+r)^{i}}\right)\right] + \left[\sum_{i=u+1}^{n}\left(\frac{d}{(1+r)^{i}}\right)\right]$$

$$= -\frac{b\left(R^{-u}-1\right)}{r} - \frac{d\left(R^{-n}-R^{-u}\right)}{r} \qquad \text{(7) (bkz. Ek)}$$

Buradan sonraki taksit miktarları;

$$d = \frac{b\left(R^{-u}-1\right)+rp}{\left(R^{-u}-R^{-n}\right)} \tag{8}$$

olarak elde edilir.

2.1 Modelin Geçerli Olma Şartı

Taksit miktarı d pozitif olmalıdır,

$$d = \frac{b(R^{-u}-1)+rp}{(R^{-u}-R^{-n})} > 0 \tag{9}$$

$n > u$ ve $R > 1$ olduğundan $R^{-u} - R^{-n} > 0$ olur. Buradan (9) denklemi dikkate alınırsa $b\left(R^{-u}-1\right)+rp > 0$ (10)

elde edilir. (10) eşitsizliğinden,

$$b < \frac{rp}{1 - R^{-u}} \tag{11}$$

elde edilir. Sonuç olarak taksit miktarının (d) pozitif olabilmesi için

$b < \dfrac{rp}{1 - R^{-u}}$ şartı sağlanmalıdır.

2.2. Örnek 1

Bir kredi kurumundan alınan 24000 TL ihtiyaç kredisi ilk 5 ay için 700 TL aylık taksitle (borçlu tarafından belirlendi) geri ödenmek şartıyla 16 taksitte geri ödenecektir. Aylık vade farkı % 1 olduğunda son 11 taksitin aylık taksit miktarlarını bulalım.

Problemin verileri:

$$p = 24000, u = 5, b = 700, n = 16, r = 0{,}01, R = 1 + r = 1{,}01 \text{'dir.}$$

Eşitlik (8) kullanılarak son onbir taksitin miktarları d=2088.57 TL olarak elde edilir. İlgili ödeme planı Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1: Geliştirilen Model İçin Ödeme Planı

Aylar	**Taksit miktarları**	**Kalan borç miktarı (TL)**
0		24000
1	700	24000*1.01 - 700= 23540
2	700	23540*1.01 - 700= 23075.4
3	700	23075.4*1.01 - 700= 22606.154
4	700	22606.154*1.01 - 700 = 22132.216
5	700	22132.216*1.01 - 700=21653.538
6	2088.57	21653.538*1.01 -
7	2088.57	2088.57=19781.503
8	2088.57	19781.503*1.01 - 208857=17890.748
9	2088.57	17890.748*1.01 -
10	2088.57	2088.57=15981.086
11	2088.57	15981.086*1.01 -
12	2088.57	2088.57=14052.326
13	2088.57	14052.326*1.01 - 2088.57=12104.28
14	2088.57	12104.28*1.01 - 2088.57=10136.753
15	2088.57	10136.753*1.01 - 2088.57=8149.55
16	2088.57	8149.55*1.01 - 2088.57=6142.476
		6142.476*1.01 - 2088.57=4115.33
		4115.33*1.01 - 2088.57=2067.914
		2067.914*1.01 - 2088.57= 0

Müşteri aldığı krediyi sabit taksitlerle ödemek istemesi durumunda, (1) eşitliği kullanılarak taksit miktarları d=1630.67 olarak belirlenir.

Tablo 2: Sabit Taksitli Model İçin Ödeme Planı

Aylar	Taksit miktarları	Kalan borç miktarı (TL)
0		24000
1	1630.67	24000*1.01 - 1630.67= 22609.33
2	1630.67	22609.33*1.01 - 1630.67= 21204.75
3	1630.67	21204.75*1.01 - 1630.67= 19786.13
4	1630.67	19786.13*1.01 - 1630.67 = 18353.32
5	1630.67	18353.32*1.01 - 1630.67=16906.19
6	1630.67	16906.19*1.01 - 1630.67=15444.58
7	1630.67	15444.58*1.01 - 1630.67=13968.35
8	1630.67	13968.35*1.01 - 1630.67=12477.37
9	1630.67	12477.37*1.01 - 1630.67=10971.47
10	1630.67	10971.47*1.01+1630.67=9450.51
11	1630.67	9450.51*1.01 - 1630.67=7914.35
12	1630.67	7914.35*1.01 - 1630.67=6362.82
13	1630.67	6362.82*1.01 - 1630.67=4795.78
14	1630.67	4795.78*1.01 - 1630.67=3213.07
15	1630.67	3213.07*1.01 - 1630.67=1614.53
16	1630.67	1614.53*1.01 - 1630.67= 0

3. SONUÇ

Bir borcun taksitlerle ödenmesi problemleri, borcun şimdiki değeri ile taksitlerin şimdiki değerleri toplamının birbirine eşit olması esasına dayanır. Borç ödeme modellerinin birinin diğerinden farkı taksit miktarlarının dağılımındaki değişmeden ileri gelmektedir. En fazla bilinen ve kullanılan borç ödeme modelleri, sabit, geometrik değişimli ve aritmetik değişimli taksitler serisine sahip modellerdir. Müşterilerin gelirlerinin zaman içinde değişkenlik göstermesi durumunda, bazı devrelerde geri ödeme yapılmaması müşteriler açısından olumlu olabilir. Bu düşünceden hareketle, rasgele atlamalı taksitli modeller Formato (1992), Moon (1994), Eroğlu (2001) ve Eroğlu ve Karaöz (2002) tarafından ele alındı. Diğer yandan; rastgele atlamalı borç ödeme modellerinin yanı sıra ritmik atlamalı borç ödeme modelleri Eroğlu ve Özdemir (2012), Eroğlu vd (2011) tarafından ele alınarak genel formülleri türetilmiştir.

Borç ödeme modellerinin sayısının artması, daha fazla müşteriye ulaşma anlamında bankalar açısından önemli olmaktadır.

Bu çalışmada; ilk aylardaki belli sayıda taksit miktarını müşterinin belirlediği bir borç ödeme modeli ele alınıp genel formülleri türetilmiş ve güncel bir örnekle model izah edilmektedir.

KAYNAKÇA

EROĞLU, A. (2000), "Bir borcun taksitlerle geri ödenmesi problemlerine çözüm önerileri", SDÜ İİBF Dergisi, 5(1): 87-102.

EROĞLU, A. (2001), "Atlamalı taksitli bir borcun parçalı geometrik ve aritmetik değişimli taksitlerle ödenmesi problemlerine çözüm önerileri", Dumlupınar Üniv. Sosyal Bilimler Dergisi, 5: 297-307.

EROĞLU, A. ve Karaöz, M. (2002), "Generalized formula for the periodic linear gradient series payment in a skip payment loan with arbitrary skips", The Engineering Economist, 47(1): 75-83.

EROĞLU A and G Özdemir, "A Loan Payment Model with Rhythmic Skips" 3rd International Symposium on Sustainable Development, May 31 – June 01, 2012

EROĞLU A., vd., " Bir Borcun Düzenli Atlamalı Taksitlerle Ödenmesi Problemleri", 31. Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği Ulusal Kongresi, YAEM 2011, 4-7 Temmuz 2011, Sakarya Üniversitesi, Sakarya, Türkiye.

FORMATO, R.A. (1992), "Generalized formula for the periodic payment in a skip payment loan with arbitrary skips", The Engineering Economist, 37(4): 355-359.

İŞÇİL, N. (1997), Ticaret Aritmetiği ve Mali Cebir. Ankara: Armağan Yayınevi.

MOON, I. (1994), "Generalized formula for the periodic geometric gradient series payment in a skip payment loan with arbitrary skips", The Engineering Economist, 39(2): 177-185.

EK

$$P = \left[\sum_{i=1}^{u}\left(\frac{b}{(1+r)^{i}}\right)\right] + \left[\sum_{i=u+1}^{n}\left(\frac{d}{(1+r)^{i}}\right)\right]$$

$$= b\left[\sum_{i=1}^{u}(1+r)^{-i}\right] + d\left[\sum_{i=u+1}^{n}(1+r)^{-i}\right]$$

$$= bR^{-1}\left(\frac{R^{-u}-1}{R^{-1}-1}\right) + dR^{-(u+1)}\left(\frac{R^{-(n-u)}-1}{R^{-1}-1}\right)$$

$$= b\left(\frac{R^{-u}-1}{1-R}\right) + d\left(\frac{R^{-u}\left(R^{-n}R^{-u}-1\right)}{1-R}\right)$$

$$= \frac{b\left(R^{-u}-1\right)}{-r} + \frac{d\left(R^{-n}-R^{-u}\right)}{-r}$$

$$= -\frac{b\left(R^{-u}-1\right)}{r} - \frac{d\left(R^{-n}-R^{-u}\right)}{r}$$