

MEVSİMLİK KAR ERİMESİNİN YAPAY SİNİR AĞLARI YÖNTEMİ İLE TAHMİN EDİLMESİ

Cahit YERDELEN

Atatürk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü 25240 Erzurum
yerdelen@atauni.edu.tr

ÖZET: Kış ayları boyunca devam eden katı yağışların oluşturduğu kar kütleleri durağan bir halde bekler. Bahar aylarının gelmesi ile birlikte başlayan erime sonucu statik haldeki su dinamik bir kuvvet olarak hareketlenir. Su ve çevre bilimi uzmanlarının amacı bahar ayları ile hareketlenen bu büyük miktardaki sudan maksimum faydayı elde etmek ve kontrolsüz durumda oluşturacağı zararı minimize etmektir. Bu optimum faydanın elde edilmesi ise yağışın ve erimenin doğru tahminine bağlıdır. Kar erimesinin tahmin edilmesi taşkınların önlenmesi, barajların ve diğer su kaynaklarının planlanması bakımından önemlidir. Kar erimesinin tahmini için geliştirilen birçok model bulunmaktadır. Bu modeller genel olarak derece-gün yöntemi ve enerji-kütle denge yöntemleri başlıklarında toplanabilir. Bu çalışmada ise birçok alanda başarı ile uygulanan yapay sinir ağları yöntemini kullanmıştır. Ülkemizde önemli miktarda ve uzun süreli periyotta kar yağışı Doğu Anadolu Bölgesinde meydana gelmektedir. Çalışma için geliştirilen yapay sinir ağları modeli, 1987-1995 yıllarında, erime dönemi olarak kabul edilen Mart-Mayıs aylarında Doğu Anadolu'daki Karasu-Kırkgöze havzasına uygulanmıştır.

Anahtar kelimeler: Hidroloji, Kar erimesi, Enerji Dengesi, Kütle Dengesi, Yapay sinir ağları

Estimation of Seasonal Snowmelt using Artificial Neural Networks

ABSTRACT: The great amount of snowpack still all through the winter time starts melting with the coming of spring and all that static water becomes a huge dynamic force. The fundamental aim of hydraulic and environmental engineers is to minimize the disaster due to its uncontrolled flow while benefiting from it the greatest. Evaluation of this optimum benefit is closely related with the correct estimation of snow precipitation and snowmelting which is very important for the counterbalance of overflow and the planning of dams and water resources in the area. There are several models for the estimation of snowmelt which may be classified in two groups as degree-day method and the energy-mass equilibrium method. Neural network method is used in this study, which has a wide area of application in engineering problems. In Turkey, the maximum amount and long period of snow is encountered in Eastern Anatolia region. Due to this fact, the model used in this study, is applied on the Karasu - Kırkgöze basin for March and May time span which is the snowmelt time for 1987-1995.

Keywords: Hydrology, Snowmelt, Energy Balance, Mass Balance, Artificial Neural Network

GİRİŞ

Tarih boyunca medeniyetlerin güçlü ve devamlı olmak adına öncelikle sahip olmak istedikleri su, günümüzde gelişen hayat standartları ile daha da önemli bir hal almıştır.

Su bilinen en temiz enerji kaynağıdır. Ülkemizin de içerisinde yer aldığı yarımkürede suyun en önemli formlarından biri karıdır. Kar kütesinin eriyerek yüzeysel akışa geçmesi ve kar yağışları kuzey yarı kürenin hidrolojik döngüsünün en önemli süreçlerinde birini oluşturmaktadır. Bu

gerekçe ile gerek su yönetimi bakımından gerekse oluşturacağı zararlar bakımından, kar erimesinin doğruya yakın öngörülmesi önemlidir. Doğu Anadolu bölgesinde yağışın önemli kısmı kar şeklinde olduğundan (Anonim, 1990), eriyen karın başlangıçta zeminin içinde ve üzerinde ve içinde depolanması ve sonrasında yüzey akışına geçmesi, toprak ve suyun korunması bakımından, dikkat edilmesi gereken noktalardan biridir. Karın erime periyodu için gerekli öngörüler doğru belirlenemezse, verimli toprakların kaybıyla beraber, oluşacak taşkınlarla can ve mal kaybına neden olacaktır. Ayrıca su kaynaklarından optimum şekilde faydalanılacaksa havzanın su potansiyelinin de gerçekçi tahmin edilmesi gerekir. Taşkın kontrolü, sulama ve enerji amaçlı planlanan barajlar ve su yapıları içinde kar erimesinin tahmini çok önemlidir.

Kar erimesinin tahmininde temel olarak iki ana yol takip edilmiştir. Bunlardan birincisi matematiksel yöntemdir. Bu yöntem gözlemler sonucu elde edilen verilerin istatistiksel olarak değerlendirilmesi mantığına dayanmaktadır. İkinci yöntem ise fiziksel yöntemdir. Bu yöntemde karın yapısı ve erime olayı fiziksel olarak modellenmeye çalışılmaktadır.

Kar erimesinin yüzey akışlarına etkisi 1940 yılların ortalarında dikkati çekmiştir (U.S. Army, 1956). Bu konuda birçok bilim adamı eş zamanlı olarak farklı çalışmalar yürütmüşlerdir. Kar ile ilgili ilk kapsamlı çalışmalardan biri 1956 yılında A.B.D. ordusu tarafından yayınlanan "Kar Hidrolojisi" adlı eserdir (U.S. Army, 1956). Bu eserde karın fiziksel yapısı, oluşumu, depolanması ve erimesi üzerine deneysel olarak yapılan çalışmalarla birlikte ilk model çalışmalarında da bahsedilmektedir. Kısa vadeli taşkın tahminlerine ek olarak kar birikimi ve mevsimlik akış arasındaki ilişkiler modellenmeye çalışılmıştır.

İlerleyen yıllarda, bazı bilim adamları günümüzde bazı bölgelerde hala kullanılan derece-gün yöntemini geliştirmiştir (Martinec, 1960). Bu yöntemde kullanılan derece-gün faktörünün belirlenmesi havzadaki kot-alan ilişkisine, kar örtüsü dağılımına, yağış türüne ve ortalama sıcaklığın yüksekliğe göre değişimine bağlıdır. Yoğun kar yağışı alan yüksek bölgelerde erime dönemindeki fiziksel

değişimlerin belirlenmesi oldukça zor bir iştir. Kar erimesi hızının sıcaklığın doğrusal bir fonksiyonu olduğu düşünülerek, sıcaklığın yükseklikle değişimi kullanarak erimeyi belirleyen bu yöntem zaman içinde birçok defa geliştirilmiştir. En genel hali ile derece gün yöntemi 1' nolu eşitliğe dayanmaktadır.

$$S_m = k(T_m - T_e) \quad (1)$$

Bu eşitlikte; S_m (mm/gün), kar erimesini; k (mm/°C-gün), derece-gün faktörünü; T_m (°C), ortalama günlük hava sıcaklığını ve T_e (°C), eşik sıcaklık derecesini ifade etmektedir.

Daha sonraki yıllarda kar erimesi için fiziksel modeller elde edilmeye çalışılmıştır. Böylece enerji dengesi ve kütle dengesi modelleri geliştirilmiş ve kullanılmaya başlanmıştır (Anderson, 1968). Bu yöntemler başlangıçta bağımsız olarak ele alınsa da daha sonraki yıllarda birlikte kullanılmıştır.

Kar kütlelerinin enerji dengesi veya ısı bütçesi karın erime hızını belirler. Enerji dengesi yöntemi önceden belirlenen süre içerisinde, kar kütlelerine giren enerjiyi, çıkan enerjiyi ve kar kütlelerinin bu enerji transferi aşamasında depoladığı enerjiyi dikkate alarak erime miktarını belirlemeye çalışır (Tarboton, 1996). Enerji dengesi aşağıdaki eşitlikle verilebilir.

$$\frac{dU}{dt} = Q_{sn} + Q_{li} - Q_{le} + Q_p + Q_g + Q_h + Q_e - Q_m \quad (2)$$

Bu eşitlikte: U (kJ.m⁻²) enerji içeriği; Q_{sn} , net kısa dalga radyasyon; Q_{li} , giren uzun dalga radyasyon; Q_{le} , çıkan uzun dalga radyasyon; Q_p , yağışın getirdiği ısı; Q_g , zeminden gelen ısı; Q_h , duyulur ısı; Q_e , süblümleşmeye veya yoğuşmadan kaynaklanan gizli ısı ve Q_m , erimeyle açığa çıkan ve erimeye neden olan ısı. Eşitliğin sağındaki ifadelerin birimi (kJ m⁻² hr⁻¹)'dir.

Kütle dengesi ise var olan enerjilerin etkisi altında kar kütlelerindeki değişimi inceler bu da aşağıdaki eşitlik yardımı ile belirlenir.

$$\frac{dW}{dt} = P - M_r - E \quad (3)$$

Kar kütlesi üç durum değişkeni ile ifade edilir; kar su içeriği (W), yağış hızı (P) ve buharlaşma (E).

2 ve 3 nolu bağıyı difenrasiyel eşitlikler birçok farklı matematiksel yöntemle çözülebilir (Yerdelen ve Acar 2005).

ÇALIŞMA ALANI ve VERİLER

Yapılan model çalışması için yıllık ortalama 2 m kar yüksekliğine sahip Doğu Anadolu Kırkgöze havzası uygulama alanı olarak belirlendi (Şekil 1). Havzanın yüzey alanı 233,2 km² ve yüksekliği 1830m ile 2854 m arasında değişmektedir. Yükseklik-alan grafiği kullanılarak havzanın ortalama yüksekliği 2160m olarak tespit edildi. Havza karakteristik olarak ağaçsız ve dağlık bir alan olarak tanımlanabilir. Havzanın genel bitki örtüsü çayır ve meralardan oluşmaktadır. Havza üzerindeki irili ufaklı yedi küçük çayın oluşturduğu Kırkgöze deresi Karasu nehrinin ana kollarından biridir. Mart ortasından haziran başına kadar

olan kar erimesi Karasu havzasındaki akışın %65-70'ini oluşturmaktadır (Yerdelen, 2003).

Bölge genelinde olduğu gibi Kırkgöze havzasında da karasal iklim hakimdir. Yıl boyunca gün içinde oluşan sıcaklık farkları yüksektir. Bu güneş ışığı varken erime ile oluşan suyun güneş battıktan sonra tekrar donmasına neden olmaktadır. Bölgedeki günlük ortalama sıcaklık 6°C en soğuk ay ortalama -8,6°C ile Ocak en sıcak ay 19,6°C ile Ağustostur.

Model parametresi olarak kullanılan sıcaklık, rüzgar hızı, nispi nem ve radyasyon 1869m yükseklikte ve 39°57' enlem 41°10' boylamlarındaki Erzurum meteoroloji istasyonundan sağlanmıştır. Diğer model parametresi yağış ise 2160m yükseklikte ve 40°11' enlem, 41°29' boylamındaki Şenyurt meteoroloji istasyonundan sağlanmıştır. Çalışma alanı ile ilişkili kar ölçümleri ise 2070 m yükseklikte ve 40°12' enlem 41°29' boylamdaki Güzelyayla kar gözlem istasyonundan elde edilmiştir.

Çalışma 1987–1995 yılları arasında erime dönemi olarak kabul edilen mart-mayıs dönemi için gerçekleştirilmiştir.



Şekil 1. Türkiye ve Karasu-Kırkgöze havzası haritası.

YAPAY SİNİR AĞI MODELİ

Yapay Sinir Ağları

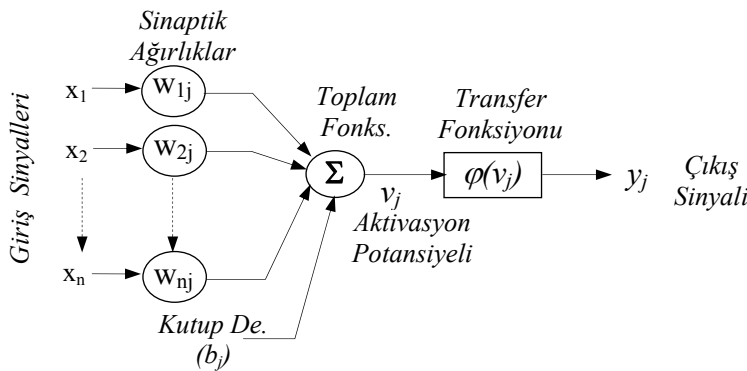
İnsan beynindeki öğrenme işlemini gerçekleştiren paralel ağ yapısını taklit eden "akıllı" programlar tasarlamayı hedefleyen yapay zeka dalına Yapay sinir ağları (YSA) adı verilmektedir. Geri yayılım algoritması, YSA öğrenmesi için geliştirilmiş ilk "etkin" yöntemdir ve temelde *delta öğrenme yöntemini* kullanmaktadır. Geri yayılım öğrenme algoritmasının ortaya atılmasından sonra, bir çok araştırmacı daha etkin ve hızlı öğrenme algoritmaları geliştirmek için çaba harcamışlardır (Jacobs, 1988; Reidmiller and Braun, 1993; Hagan vd., 1996). Geliştirilen yeni öğrenme yöntemleri ve ağ tipleri yardımı ile, YSA yöntemi günümüzde, modelleme, benzetim, öğrenme, tanımlama ve tahmin yapma gibi bir çok uygulama alanında başarı ile kullanılmaktadır.

Temel olarak, yapay bir nöron, ağırlıklar, toplama fonksiyonu ve transfer fonksiyonundan oluşmaktadır. Yapay nöron, diğer nöronlardan gelen iletileri (ağırlıklar ile giriş sinyallerinin çarpımı) toplar, bir eşik değeri ile karşılaştırarak aktivasyon potansiyelini hesaplar ve bu potansiyeli transfer fonksiyonundan geçirerek çıkış sinyali üretir. Bu anlatım matematiksel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y_k = F(v_j) = F\left(\sum_{i=1}^n x_i w_{ij} - b_j\right) \quad (4)$$

burada, y_k çıkış sinyalini, v_j aktivasyon potansiyelini, x_i giriş sinyalini, w_{ij} sinaptik ağırlığı, b_j kutuplama değerini (eşik değerinin negatif işaretlisi), n önceki katmandaki nöron sayısını ve k ise işlem yapılan nöronun kaçınıcı nöron olduğunu belirtmektedir (Şekil 2). Transfer fonksiyonu, aktivasyon potansiyelini istenilen aralığa göre düzenlemektedir (Haykin, 1999).

Yapay sinir ağları, çok sayıda nöronun birbirleri ile paralel olarak bağlı olduğu yapılardır ve sinyallerin iletim yönüne bağlı olarak ikiye ayrılır: *ileri beslemeli* ve *geri beslemeli*. İleri beslemeli ağlarda, sinyal iletimi, bir katmandaki nöronlardan, bir sonraki katmandaki nöronlara doğru yapılır ve aynı katmandaki nöronlar arası bağlantı bulunmaz. Geri beslemeli ağlarda ise, sinyal iletimi iki yönlü (ileri ve geri) olarak da mümkündür ve bir çıkış sinyali, giriş ve çıkış değerlerini dinamik bir şekilde kontrol edebilmektedir. Diğer yandan, *Çok Katmanlı Perseptronlar (MLP)*, yapay sinir ağlarının en çok kullanılan türüdür ve yapı olarak ileri beslemeli (sinyal akışı ileri yönlüdür) ağ tipini dahildirler. MLP'lerde giriş ve çıkış sinyallerini ifade eden giriş ve çıkış katmanları ile birlikte bir veya daha çok ara katman mevcuttur. Katmanlarda, en az bir nöron vardır ve her katmandaki nöronlar, diğer katmandaki nöronlara paralel olarak bağlıdır.



Şekil 2. Yapay nöron modeli.

Algoritmik olarak, MLP'deki ileri yönlü olarak ilerleyen sinyal çıkış katmanına ulaşınca hedeflenen çıkış değerleri ile karşılaştırılır ve arasındaki farklılık hesaplanır. Bu farklılık, hesap yapılan adımdaki bir çıkış katmanı nöronuna ait hata miktarını göstermektedir. Çıkış katmanındaki tüm nöronlara ait genel bir hata değeri ise *hata enerjisi* ile ifade edilir ve genellikle hataların en küçük karelerinin toplamının bir fonksiyonudur. Daha sonra, bulunan hata miktarı geri yayılarak ağırlıkların ve kutuplanma değerlerinin değiştirilmesi için kullanılır (Haykin, 1999; Demuth ve Beale, 2000)

YSA öğrenme algoritmaları içerisinde en çok kullanılan standart geri-yayılım algoritmasının geliştirilmiş bir şekli olan *mometum terimli azalan gradyan algoritmasıdır*. Bununla birlikte, bu amaç için geliştirilmiş olan bir çok öğrenme algoritması mevcuttur. Bunlar, kullandıkları optimizasyon yöntemleri ve modifikasyon tipleri ile anılmaktadırlar. Genel olarak öğrenme algoritmalarını, *sezgisel yöntemler, kısmi Newton yöntemleri, eşleştirmeli gradyan yöntemleri ve Lavenberg-Marquardt yöntemi* olarak gruplandırılabilir. Bu çalışmada, yüksek modelleme yeteneğinden ve etkin yakınsama tekniğinden dolayı, Lavenberg-Marquardt öğrenme yöntemi tercih edilmiştir (Hagan vd., 1996; Haykin, 1999; Demuth ve Beale, 2000). Temel olarak, Lavenberg-Marquardt algoritması *doğrusal olmayan en küçük kareler yaklaşımından ve maksimum komşuluk prensibinden* yararlanılmaktadır. Bu algortmada, Lavenberg-Marquardt tarafından geliştirilen ikinci-derece sayısal optimizasyon tekniği kullanılmaktadır ve bu teknikte Hessian matrisinin (amaç fonksiyonunun ikinci türevlerini içeren hesap

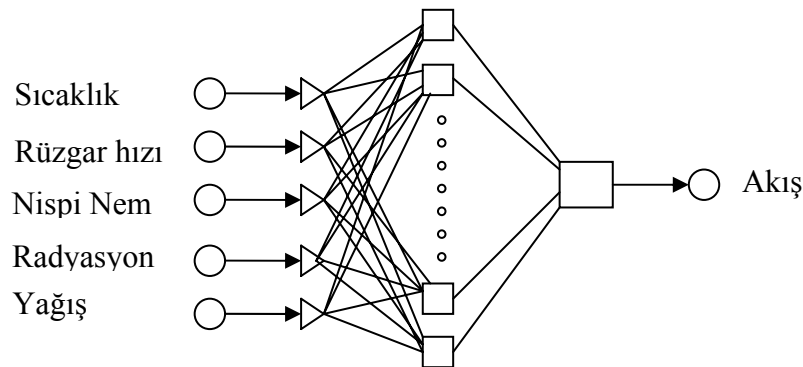
matrisi) hesaplanmasına gerek olmamaktadır. Basit bir ifade ile bu yöntem, *Gauss-Newton ve azalan gradyan yöntemlerinin birleştirilmesi ile geliştirilmiştir* (Hagan and Menhaj, 1994).

Diğer yandan, YSA performansını etkileyen önemli bir parametre de ağ mimarisidir. Bu çalışmada kurulan YSA modellerinde tek ara katmanlı MLP'ler kullanılmıştır ve ara katmandaki nöron sayısı değişimlerinin YSA performansı üzerindeki etkisini gözlemlemek için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Sonuç olarak, bu parametrik çalışma neticesinde, ara katmandaki nöron sayısının 70 olmasına karar verilmiştir.

MODEL SONUÇLARI

Bu çalışmada, Doğu Anadolu Bölgesi Karasu Kırkgöze Havzasının kar erimesinin modellenmesi amacı YSA yöntemi kullanılmıştır. Kurulan modelde, giriş parametreleri olarak hava sıcaklığı, rüzgar hızı, radyasyon, nem ve yağış, çıkış parametresi olarak ise akış miktarı seçilmiştir. YSA tipi olarak, tek ara katmanlı MLP, öğrenme algoritması olarak da Lavenberg-Marquardt yöntemi tercih edilmiştir. Yapılan parametrik çalışma sonucunda 5 x 70 x 1' lik bir YSA' nın uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Bu parametrik çalışmada, 5; girdi veri sayısını, 70; gizli tabakadaki nöron sayısını ve 1; çıktı sayılarını temsil etmektedir.

Eğitim verileri olarak, 9 yıllık 5 değişkene ait toplam 828 adet meteorolojik veri değeri kullanılmıştır. Ayrıca, yapılan YSA eğitiminde 1000'lik bir epok büyüklüğü yeterli bulunmuştur.



Şekil 3. Model YSA mimarisi.

Tablo 1. Model İstatistikleri.

Ortalama	4.799	Sta. Sapma Oranı	0.540
Sta. Sapma	5.040	Hata Ortalaması	0.000
Korelasyon (R)	0.841	Hata Sta. Sapma	2.724

Tablo 2. Duyarlılık Analizi Sonuçları.

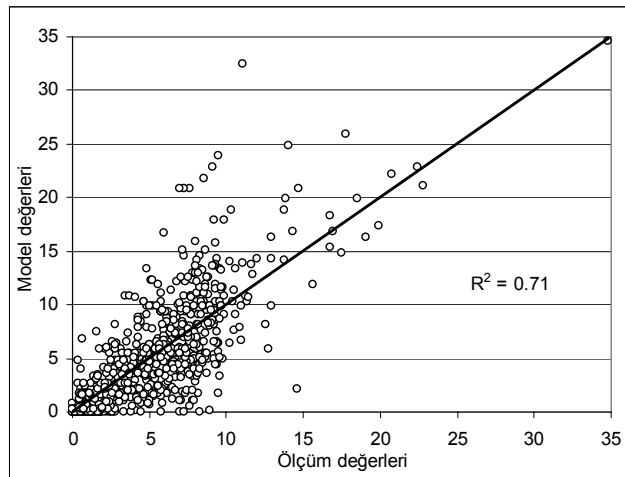
	Sıcaklık	Rüzgar Hızı	Nem	Radyasyon	Yağış
Sıralama	1	4	2	3	5
Hata	5.277	3.343	3.861	3.790	3.253

YSA eğitimi sonucunda bulunan hataların standart sapması denenen bütün mimariler içerisinde en düşük olan 2.724 değeri ile belirlenmiştir. Model istatistiklerine bakıldığında (Tablo-1), Özellikle korelasyon katsayısının (R), 0,84 lük değeri, kurulan YSA modelin çıktı parametresi olan erime ile, girdi parametreleri olan sıcaklık, rüzgar hızı, nem, radyasyon ve yağış arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermektedir. Belirleme katsayısının (R^2), 0,71 olması, kurulan YSA modelinin havzadaki kar erimesinin %71'ini açıklayabildiğini gösterir. Bunun sebebi, YSA modeli yardımı ile hesaplanan değerlerin akış değerleri ile karşılaştırılmasıdır yani ölçülen akışların sadece erimeden kaynaklandığı kabulüdür. Eğer erime miktarları ölçülüp modelle karşılaştırılabilirse, regresyon katsayısı daha büyük bulunacaktır. İstatiki olarak sonuçlar, YSA'nın eldeki verileri başarılı bir şekilde modellediğini göstermektedir.

Duyarlılık analizi incelendiğinde ise, kar erimesini tahmin etmek için kurulan YSA

modelinde, öncelikli ve ağırlıklı parametrenin sıcaklık olduğu daha sonra bunu sırası ile nispi nemin, radyasyonun, rüzgar hızının ve yağışın takip ettiği görülmektedir (Tablo – 2). Bu sonuç, fiziki ve matematiksel olarak hazırlanan erime modelleri tarafından da doğrulanmaktadır (Yerdelen, 2003) . Tablo – 2 deki hata satırı, ilgili parametrelerin modelde bulunmaması durumunda oluşacak hatayı göstermektedir. Bu nedenle sıcaklık modele etki eden en önemli parametre olmuştur.

İlave olarak, YSA simülasyonu sonucunda elde edilen ve ölçülen akış değerleri arasındaki ilişkinin görülmesi amacı ile saçılma diyagramı çizilmiştir. Şekil 4, erime değerlerine ait saçılma grafiğini göstermektedir. Bu diyagramlarda, hem ölçülen akış değerlerinin değişim aralıkları, hem de YSA modelinin performansı görülmektedir. Grafikten de görülebileceği gibi YSA modeli, akış miktarı erime miktarı olarak kabul edilmesine rağmen başarılı olmuştur. Erime-akış ilişkisinin küçük değerleri için eşitlik doğrusundan bir miktar sapma tespit edilmiştir.

**Şekil 4.** Erime değerlerine ait saçılma grafiği.

SONUÇLAR

Kar erimesi tahmini için günümüze dek bir çok fiziki ve istatistiki model geliştirilmiştir. Geliştirilen bu çözümler, son derece karmaşık ve çok sayıda parametrenin modelin içine dahil edilmesi dolayısıyla çok başarılı sonuçlar veremeyebilmektedir. Son yıllarda birçok fiziksel ve matematiksel problemin çözümünde başarı ile kullanılan yapay sinir ağları, kar erimesinin

tahmininde de başarılı bir sonuç elde ettiği yapılan bu çalışma sonucunda görülmüştür. Bunun nedeni de yapay sinir ağları metodunun bu tür karmaşık problemlerin çözümünde daha iyi sonuç vermesidir. YSA modeli ile elde edilen erime değerlerinin ölçülen akış değerleri ile karşılaştırılması sonucunda elde edilen %71'lik başarı, karşılaştırmanın ölçülen erime değerleri ile hesaplanan değerler arasında yapılması durumunda daha da yüksek olacaktır.

KAYNAKLAR

- Anderson, E.A., 1968. Development and testing of snow pack energy balance equations. *Water Resources Research*, 4, 19-37.
- Anonim, 1990. Devlet Meteoroloji İşleri Genel Müdürlüğü Bülteni
- Demuth, H. and Beale, M., 2000. *Neural network toolbox for use with MATLAB, User's Guide*, Math Works Inc., California
- Hagan, M.T. and Menhaj, M., 1994, Training feed forward networks with the Marquardt algorithm, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 5, pp. 989-93
- Haykin, S. (1999), *Neural Networks*, Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Jacobs, R.A., 1988, Increased rates of convergence through learning rate adaptation, *Neural Networks*, vol. 1, pp. 295-307
- Martinec , J., 1960. The degree-day factor for snowmelt-runoff forecasting, *IASH Gen. Assembly of Helsinki, Comm. On surface waters*, 468.
- Tarboton, D.G., Luce, C.H., 1996. Utah energy balance snow accumulation and melt model, *Utah Water Research Laboratory, Utah State University, Usda Forest Service, Intermountain Research Station*.
- Reidmiller, M. and Braun, H., 1993, A direct adaptive method for faster backpropagation learning: the RPROP algorithm, *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, New York, May 10-15, p.586-591
- U.S. Army, 1956. *Snow Hydrology: Summary report of snow investigations*, Department of Army U.S. Army corps of engineers, 437 s, Washington DC.
- Yerdelen, C., Acar, R., 2005, Study on prediction of snowmelt using energy balance equations and comparing with regression method in the Eastern part of Turkey, *Journal of Scientific and Industrial Research*, 64(7), 520-528.
- Yerdelen, C., 2003, *Dağlık Havzalarda Kar Erime Modeli ve Erzurum - Kırkgöze Havzasına Uygulaması*, Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Türkiye.

