



Cooperative Learning Model Supported with Dynamic Mathematics Software Geogebra¹

Yilmaz ZENGİN², Enver TATAR³

Received: 01 October 2015, Accepted: 24 December 2015

ABSTRACT

The aim of this study is to explain the cooperative learning model supported with dynamic mathematics software which can be used in the teaching and learning of numbers and algebra learning area. For that purpose, the fundamentals of cooperative learning model and dynamic mathematics software were examined within the framework of relevant literature. The model was considered and evaluated within the framework of high school mathematics curriculum. In the model, GeoGebra, one of the dynamic mathematics software, was used as information and communication technology and student teams-achievement divisions was utilised as cooperative learning model. Considering the evaluations carried out, it was believed that using cooperative learning model supported with dynamic mathematics software in the teaching of numbers and algebra learning area would provide an active learning environment for students where conceptual learning is at the forefront, offer opportunities for students to study the multiple representations of algebraic concepts, and make contributions to students' affective development.

Keywords: Dynamic Mathematics Software, Cooperative Learning, GeoGebra, Student Teams Achievement Divisions.

EXTENDED ABSTRACT

In particular, mathematics teaching and learning processes, attitudes towards mathematics, expectations from mathematics, and the way mathematics used have been examined in this period when rapid social changes are experienced and information and communication technologies affect every aspect of our life. The curriculum was redesigned within the learning domains of "Numbers and Algebra", "Geometry", and "Data, Numeration and Probability" (Ministry of National Education [MEB], 2013).

GeoGebra, one of the information and communication technologies used in mathematics education, draws attention with its user-friendliness because of including the characteristics of dynamic geometry software and computer algebra systems (Hohenwarter, Hohenwarter, & Lavicza, 2009). The software has been translated into more than 50 languages and GeoGebra becomes more popular every day in the teaching and learning of mathematics (Hohenwarter, 2013).

Thanks to computer technologies, designing learning environments where students can do research and construct their own knowledge in place of transferring knowledge directly has brought along considerable changes in mathematics education (Baki, 2002). Constructivist approach is one of the approaches which form the basis of these changes. Moreover, cooperative learning is one of the practical and abstract methods to embed this approach into the classroom environment (De Lisi & Golbeck, 1999).

When literature is examined considering GeoGebra, one of the information and computer technologies and cooperative learning, it is regarded that the learning environment where DMS is used and each cooperative learning model have made positive contributions to students. This research study put emphasis on integration of suggested dynamic mathematics software and cooperative learning model in the teaching and learning of numbers and algebra learning area. It is anticipated that using them together can make more contributions to students in academic, social, and affective domains when compared to their single use. Considering the difficulties students encounter about

¹This study was part of the first author's doctoral dissertation.

²Res. Asst. Dr., Dicle University, Ziya Gökalp Education Faculty, yilmazzengin@outlook.com

³Assoc. Prof. Dr., Atatürk University, Kazım Karabekir Education Faculty, entatar@gmail.com

algebra topics and their lack of interest in the major, it is thought that this model can make positive contributions to students and teachers.

When high school mathematics curriculum is examined regarding teaching and learning of numbers and algebra learning area, an approach in which a student is active becomes important. It is emphasized in the curriculum that students must gain positive qualities such as discussion of concepts, collaboration and cooperation and environments intended to develop their social skills must be designed. It is suggested that information and communication technologies should be utilised while designing learning environments according to a student-centred learning approach. Moreover, it was stressed in the curriculum that students' affective developments related to mathematics must be considered as well as their mathematical content and it was considered important that students must have positive attitudes and self-confidence towards mathematics.

Cooperative learning model supported with dynamic mathematics software can provide an active environment and promote conceptual learning. Dynamic mathematics software used in the model plays an important role in designing worksheets effectively and developing materials. Cooperative learning model supported with dynamic mathematics software in teaching and learning of numbers and algebra learning area provides an environment in which students can share and discuss and thus ensuring cooperation away from competition. Therefore, a student can be in the centre in the learning environment and conceptual learning can be actualized. In addition to this, using information and communication technologies with cooperative learning in the learning environment can make contributions to students' affective development.

Dinamik Matematik Yazılımı Geogebra Destekli İşbirlikli Öğrenme Modeli¹

Yılmaz ZENGİN², Enver TATAR³

Başvuru Tarihi: 01 Ekim 2015, **Kabul Tarihi:** 24 Aralık 2015

ÖZET

Bu çalışmanın amacı sayılar ve cebir öğrenme alanının öğrenimi ve öğretiminde kullanılacak olan dinamik matematik yazılımı destekli işbirlikli öğrenme modelini açıklamaktır. Bu amaçla araştırmada birleştirilen dinamik matematik yazılımı ve işbirlikli öğrenme modelinin temelleri ile ilgili literatür çerçevesinde incelenmiştir. Ortaöğretim matematik öğretim programı çerçevesinde dinamik matematik yazılımı destekli işbirlikli öğrenme modeli ele alınmış ve değerlendirilmiştir. Modelde bilgi ve iletişim teknolojisi olarak dinamik matematik yazılımlarından biri olan GeoGebra, işbirlikli öğrenme modellerinden ise öğrenci takımları başarı bölümleri kullanılmıştır. Yapılan değerlendirmeler ışığında sayılar ve cebir öğrenme alanının öğrenimi ve öğretiminde dinamik matematik yazılımı destekli işbirlikli öğrenme modelinin öğrencilere kavramsal öğrenmenin ön planda olduğu aktif bir öğrenme ortamı, cebir kavramlarının çoklu temsilleri üzerinde çalışma imkanı ve öğrencilerin duyuşsal gelişimlerine olumlu katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Anahtar Sözcükler: Dinamik Matematik Yazılımı, İşbirlikli Öğrenme, GeoGebra, Öğrenci Takımları Başarı Bölümleri.

1. Giriş

Toplumsal değişimlerin hızlı olduğu, bilgi ve iletişim teknolojilerinin hayatın her anını etkilediği bu dönemde, özellikle matematik öğrenme ve öğretme süreçleri başta olmak üzere matematiğe bakış açısı, matematikten beklentiler, matematiği kullanma biçimi gözden geçirilmiş ve ortaöğretim matematik öğretim programı "Sayılar ve Cebir", "Geometri" ve "Veri, Sayma ve Olasılık" öğrenme alanları çerçevesinde yeniden tasarlanmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Bu çerçevede, öğretim programında bilgi ve iletişim teknolojilerinin öğrenme ortamında aktif bir şekilde kullanılması vurgulanmıştır. Matematik öğretiminde kullanılabilir uygun bilgi ve iletişim teknolojilerinden bazıları 2013 yılındaki öğretim programında şu şekilde ele alınmıştır: (dinamik) geometri yazılımları, bilgisayar cebir sistemleri, (grafik) hesap makineleri, grafik çizim yazılımları, (dinamik) istatistik yazılım ve simülasyonları, elektronik tablo yazılımları, akıllı tahta ve tabletler. Öğretim programında yer alan bilgi ve iletişim teknolojilerine dinamik matematik yazılımları (DMY) da eklenebilir. Son yıllarda öğrenme ortamında sıklıkla kullanılan ve araştırmacıların üzerinde yoğunlaştığı GeoGebra DMY'leri temsil eden programlardan biridir.

Matematik öğretiminde kullanılan bilgi ve iletişim teknolojilerinden biri olan GeoGebra dinamik geometri yazılımları ve bilgisayar cebiri sistemlerinin özelliklerini bir arada bulundurarak kullanım kolaylığıyla dikkat çekmektedir (Hohenwarter, Hohenwarter, & Lavicza, 2009). 50'den fazla dile çevrilmiş olan yazılımın, matematik öğrenme ve öğretme sürecinde kullanımı her geçen gün yaygınlaşmaktadır (Hohenwarter, 2013). Matematik kavramlarının görselleştirilmesine katkı sağlayarak daha iyi bir öğrenme ve öğrenilen bilgilerin daha kalıcı olmasını sağlamasından dolayı (Kutluca & Zengin, 2011; Zengin & Tatar, 2015) öğrenci ve öğretmene iyi fırsatlar sunmaktadır.

Bilgisayar teknolojisinin sağladıklarıyla bilginin doğrudan aktarılması yerine öğrencinin araştırma yapabileceği ve kendi bilgisini inşa edebileceği ortamların oluşturulması matematik eğitiminde önemli değişiklikleri beraberinde getirmiştir (Baki, 2002). Bu değişikliklerle birlikte öğretmenin sınıftaki sorumluluğu daha da artmıştır. Öğretmenin teknolojiyi öğrenme ve öğretme sürecinde etkin bir şekilde kullanabilmesi için teknolojiyi iyi tanıması gerekmektedir (Demir & Özmantar, 2013). Ancak bununla beraber öğretmenlerin bunu öğretim ortamına nasıl daha etkili bir biçimde yansıtabilecekleri de önemlidir (Kabaca, Aktümen, Aksoy, & Bulut, 2010).

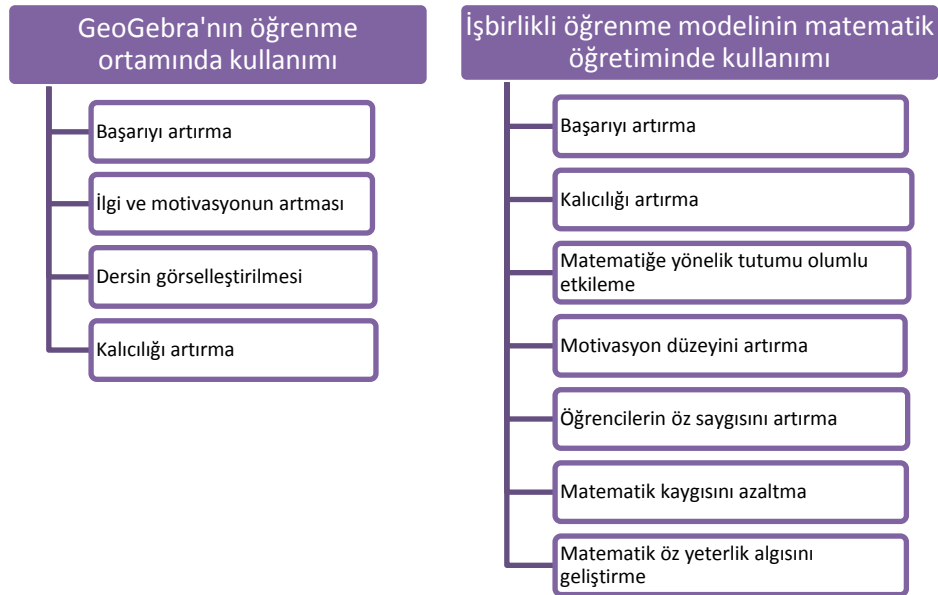
¹Bu çalışma birinci yazarın doktora tezinin bir bölümünden üretilmiştir.

² Arş. Gör. Dr., Dicle Üniversitesi, Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi, yilmazzengin@outlook.com

³ Doç. Dr., Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, entatar@gmail.com

Sosyal yapılandırmacılığın öncülerinden Vygotsky, öğrenmenin bireyin sosyal çevresinde yaşadığı etkileşimlerle gerçekleştiğini belirtmiştir. Buna göre öğrencilerin sosyal etkileşimlerinin ön planda olduğu grup çalışması, sınıf tartışması gibi yöntemlerin kullanılması gerekmektedir (Olkun & Toluk-Uçar, 2007). Yapılandırmacılık bir yaklaşım olarak değerlendirildiğinde bunun sınıf ortamına yansımada pratik ve somut yöntemler öğrenci ve öğretmenlere katkı sağlayabilir. Bu bağlamda işbirlikli öğrenme yöntemleri yapılandırmacı öğrenme yaklaşımlarının, sınıf ortamına taşınmasını sağlayan araçlardan biridir (De Lisi & Golbeck, 1999).

Matematiğin değerini bilen, matematiksel olarak düşünme gücüne sahip ve problem çözme kabiliyeti taşıyan birey ihtiyacının vurgulandığı öğretim programında yer alan öğrenme alanlarından "Sayılar ve Cebir" (MEB, 2013) günümüz dünyasında öğrenciler için çok önemli bir yer teşkil etmektedir. Sayılar ve cebir, matematiğin önemli alanlarından biri olmakla beraber soyutlama yapabilmeyi gerektirmektedir. Bu açıdan ele alındığında, matematiğin soyutlama yapabilmeyi içeren bir bilim olmasını destekleyen anlamını cebirsel ifadelerde bulmaktadır (Altun, 2005). Cebir, gerçek yaşamın her anında kendisini hissettirmekte ve cebirin öğrenilmesinin bir ihtiyaç olduğu düşünülmektedir (Williams & Molina, 1997). Ancak öğrencilerin cebir kavramlarını anlamada sıkıntılarının olduğu da bilinmektedir (Herscovics & Linchevski, 1994; Kar, Çiltaş, & Işık, 2011; Macgregor & Stacey, 1997; Yenilmez & Teke, 2008). Böylece öğrencilerin büyük bir çoğunluğu matematiği zor bir ders olarak görmekte ve bundan dolayı öğrenciler matematikten uzaklaşmaktadır (Dursun & Dede, 2004). Matematiğin genelinde de yaşanan bu sorunlara çözüm bulmak için bilgi ve iletişim teknolojilerinden DMY (Hohenwarter & Jones, 2007; Dikovic, 2009; Green & Robinson, 2009; Fahlberg-Stojanovska & Stojanovski, 2009; Saha, Ayub, & Tarmizi, 2010; Choi, 2010; García-López, 2011; Gunčaga, 2011; Kutluca & Zengin, 2011; Doğan & İçel, 2011; Selçik & Bilgici, 2011; Furner & Marinas, 2013; Tatar, 2013; Hall & Chamblee, 2013; Thambi & Eu, 2013; Zengin & Tatar, 2015) ve işbirlikli öğrenmeyle (Slavin, 1991; Reid, 1992; Spuler, 1993; Nichols & Miller, 1994; Stevens & Slavin, 1995; Nichols, 1996; Springer, Stanne, & Donovan, 1999; Leikin & Zaslavsky, 1999; Bernero, 2000; Panitz, 2000; Vaughan, 2002; Bilgin, 2004; Pınar, 2007; Ural, 2007; Tarım & Akdeniz, 2008; Slavin & Lake, 2008; Krause, Stark, & Mandl, 2009; Zakaria, Chin, & Daud, 2010; Zakaria, Chin, & Daud, 2010; Arısoy, 2011; Özdemirli, 2011; Efe, 2011; Lavasani & Khandan, 2011; Yıldırım Doğru, 2012; Gülsar, 2014) ilgili literatür incelenmiştir. Bu literatür ile ilgili değerlendirme Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. DMY GeoGebra ve işbirlikli öğrenmeyle ilgili değerlendirme

Şekil 1'de verilen literatür değerlendirmesi hem GeoGebra hem de işbirlikli öğrenme ortamının öğrencilerin başarı, edindikleri bilgilerinin kalıcılığını ve motivasyonlarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Ayrıca GeoGebra'nın dersi görselleştirdiği, işbirlikli öğrenmenin de matematiğe yönelik tutumu olumlu etkilediği, matematik kaygısını azalttığı Şekil 1'de görülmektedir. Bu değerlendirme ışığında DMY ve işbirlikli öğrenme modelleri arasında yer alan öğrenci takımları başarı bölümleri (ÖTBB) birbirine entegre edilmiştir. Bu bağlamda, araştırmada sayılar ve cebir öğrenme alanının öğrenimi ve öğretimine ilişkin önerilen DMY destekli işbirlikli öğrenme modelinin açıklanması ve modelle ilgili örnek

bir materyalin verilmesi üzerinde durulmuştur. DMY ve ÖTBB'nin birlikte kullanımının öğrencilere akademik, sosyal ve duyuşsal alanlarda her birinin ayrı kullanımına göre daha fazla katkı sağlayabileceği ön görülmektedir.

Bu çalışmanın amacı sayılar ve cebir öğrenme alanının öğrenimi ve öğretiminde DMY destekli işbirlikli öğrenme modelinin kullanımını açıklamaktır. Araştırmada birleştirilen DMY destekli işbirlikli öğrenme modelinin temellerini oluşturan DMY ve işbirlikli öğrenme modelinin kuramsal alt yapıları, mevcut literatür ışığında ele alınmıştır.

2. Matematik Eğitiminde Kullanılabilen Bazı Bilgi ve İletişim Teknolojileri

Matematik eğitiminde kullanılabilen bilgi ve iletişim teknolojileri farklı sınıflamalar yapılarak değerlendirilebilmektedir. Ülkemizde 2013 yılında yeniden tasarlanan ortaöğretim matematik dersi öğretim programında bilgi ve iletişim teknolojileri güncel ve kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır.

Öğrencilerden beklenen kazanımlar ve öğretim programında belirtilen bilgi ve iletişim teknolojileri dikkate alındığında bu teknolojilerden biri olan DMY, araştırmada işbirlikli öğrenme modeliyle kullanılmıştır. Bu nedenle matematik öğretiminde kullanılan bilgi ve iletişim teknolojilerine ait kuramsal çerçeve DMY kapsamında ele alınarak açıklanmaya çalışılmıştır. DMY'ler arasında GeoGebra yazılımı araştırmada tercih edilmiştir. GeoGebra temel düzeyde de olsa bilgisayar cebiri sistemlerini, dinamik geometri ve elektronik tablo yazılımlarını tek bir ara yüzde taşıdığından kuramsal çerçevede bu yazılım gruplarına da yer verilmiştir.

2.1. Dinamik geometri yazılımları

Dinamik geometri iki temel özelliğe yüklediği anlamla dikkat çekmektedir. Bu özelliklerden biri olan çizim (drawing), geometrik nesnelerin bir görüntüsü veya izini temsil ederken, diğer özellik olan geometrik şekil veya geometrik yapı (figure) ise şeklin veya yapının teorik kavramsal bütünlüğünü temsil etmektedir (Laborde, 1993). Dinamik geometri yazılımları, çizim ve geometrik yapıya farklı anlamlar yüklemektedir. Yani çizim, geometrik yapıyla yan yana konulduğunda bir benzeri veya resmi gibi dururken; geometrik yapı, geometrik nesnenin matematiksel tüm ilişkilerini sağlayan kavramsal yapı olarak değerlendirilmektedir (Jones, 2000).

Dinamik geometri yazılımı sürekli değişen çeşitli varyasyonlar üzerinde araştırma yapmaya imkân sağlayan temel bir araçtır (Cuoco & Goldenberg, 1997). Geometri öğretiminde bu yazılım aracılığıyla kâğıt, kalem, cetvel ve pergelle oluşturulan sabit şekiller üzerindeki sınırlı çalışmalara son verilmektedir. Yazılım, öğrenme ortamında öğrencilere sabit nesnelere yapılan sınırlı çalışmalar yerine geometrik yapılar üzerinde değişiklikler yapma, değişiklikler yapıldığında değişmeyen ilişkileri gözleme, keşfetme sürecinde genellemelere varma fırsatı sunmaktadır (Güven, 2002). Dinamik geometri yazılımları öğrencilerin "niçin?", "... olursa ne olur?", "... olmazsa ne olur?" gibi sorular üzerinde düşünebilmesini sağlamaktadır (Hoyles & Jones, 1998). Böylece öğrencilerin geometrik kurallar, teoremler ve ifadeler üzerinde kavramsal sorgulamaları daha kolay yapabilmelerinin önü açılmaktadır. Dinamik geometri yazılımlarına verilebilecek örneklerin başında Geometer's Sketchpad ve Cabri Geometry gelmektedir (Ruthven, Hennessy, & Deane, 2008). Cinderella (Richter-Gebert & Kortenkamp, 1999), Geometry Expert (Chou, Gao ve Zhang, 1996), Wingeom, CaR, GeoNET, vb. (Christou, Jones, Mousoulides, & Pittalis, 2006) yazılımlar dinamik geometri yazılımlarına örnektir.

2.2. Bilgisayar cebiri sistemleri

Her çağda matematik işlemlerini kolayca hesaplamak için çeşitli araçlar yapılmıştır. Bunlardan birisi de üniversitelerde genel matematik olarak okutulan konulara isim kaynağı olan Kalkulus "Calculus", Latince çakıl taşı anlamına gelen araçtır. İlk çağlarda hesaplamalar için kullanılan çakıl taşları hâlâ ilkokullarda abaküs olarak kullanılmaktadır. İlk çağlardan bu yana matematik ve teknolojinin gelişmesiyle beraber matematik işlemlerini hem daha hızlı hem de hata olmadan yapabilen birçok araç geliştirilmiştir. Bunlardan biri olan bilgisayar cebiri sistemleri hem sembolik hesaplama işlemlerini gerçekleştirmekte hem de sayısal hesaplamaları yapabilmektedir (Kabaca, 2006). 1990 yılından bu yana bilgisayar cebiri sistemleri sembolik hesaplama, grafik ve sayısal değerler arasında bağlantılar kurarak

öğrencilere ve öğretmenlere teknolojiyle zenginleştirilmiş öğrenme ortamında kavramların her türlü temsiline imkân sağlamaktadır (Heid & Edwards, 2001).

Bilgisayar cebiri sistemleri, genel ve özel amaç sistemleri olarak iki kategoride değerlendirilmektedir. Genel amaç sistemleri büyük veri yapılarını içermesiyle, geniş kapasiteli kütüphanesiyle farklı alanlardaki problemleri çözebilmektedir. Axiom, Derive, Macssyma, Maple, Mathematica ve Reduce genel amaç sistemlerine örnek olarak verilebilir. Özel amaç sistemleri ise sınırlı bir alanda problem çözme kabiliyetine sahiptir. Bu nedenle veri yapıları genelde bu sınırlı alandaki işlevleri içermektedir. Matematik özelinde bakıldığında; Grup Teori, Geçişli (olmayan) Cebir ve Cebirsel Geometri, Sayılar Teorisi, Tensör Analizi, Yüksek Enerji Fiziği, Diferansiyel Denklemler gibi alanlarda kullanılmaktadır. Cayley ve Delia ise özel amaç sistemleri için örnek olarak verilebilir (Aksoy, 2007).

2.3. Elektronik tablo yazılımları

Elektronik tablo yazılımları sayısal hesaplama ve grafiksel gösterimler için büyük kolaylıklar sağlayan kâğıt, kalem, silgi ve hesap makinesinin işlevlerini taşıyan bilgisayar programları olarak tanımlanabilir (Baki, 2002). Dan Bricklin ve Bob Frankston tarafından geliştirilen VisiCalc, ilk elektronik tablo yazılımı olarak 1979 yılında ortaya çıkmıştır (Nardi & Miller, 1990). Daha sonraları Lotus, Microsoft Excel, SuperCalc, Multiplan, PlanPerfect, Quattro Pro, VP-PLANNER ve AsEasyAs gibi yazılımlar geliştirilmiştir. Ancak bunlar arasında satır-sütun işlemlerinde kolaylık sağlama, matematik ve istatistiksel fonksiyonları kütüphanesinde barındırma, çok yönlü grafik ve diyagramlara elverişli olması gibi özelliklerinden dolayı Microsoft Excel öne çıkmaktadır (Baker & Sugden, 2003).

2.4. Dinamik matematik yazılımı

Matematik öğretiminde her geçen gün dinamik yazılımların kullanımı artmakta ve araştırmacılar da dinamik yazılımların matematik öğretiminde kullanımı üzerinde çalışmaktadır. DMY'lere örnek olarak SimCalc MathWorlds (Hegedus & Moreno-Armella, 2009), GEONExT (Bauch & Miller, 2003) ve GeoGebra (Hohenwarter, 2006) verilebilir.

DMY'ler matematik kavramlarının geometrik temsillerini incelemeye imkan sağlayan en önemli araçlardan biridir (Kabaca, Çontay & İymen, 2011). Kavramların farklı temsilleri üzerinde çalışmaya fırsat sunan DMY'lerden GeoGebra, kullanım kolaylığı ile dikkat çekmektedir (Kutluca & Zengin, 2011). Bu çalışmada dinamik bir matematik yazılımı olarak GeoGebra kullanıldığından DMY'nin kuramsal kısmı GeoGebra yazılımı üzerinden anlatılmıştır.

GeoGebra yazılımı 2001 yılında Avusturya Salzburg Üniversitesinde Markus Hohenwarter tarafından yürütülen bir yüksek lisans tez projesi olarak hazırlanmıştır (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Hohenwarter & Lavicza, 2007). Yazılım bilgisayar cebiri sistemleri, dinamik geometri yazılımlarını (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Hohenwarter & Jones, 2007) ve elektronik tablo (Hohenwarter & Lavicza, 2009) özelliklerini bir arada bulundurmaktadır. Böylece matematik kavramlarının farklı temsilleri tek bir yazılımda incelenebilmektedir. Yazılımın açık kaynak kodlu olması (Hohenwarter, Hohenwarter, & Lavicza, 2009; Hohenwarter & Preiner, 2007) ve Türkçe olması öğrencilere, öğretmenlere ve araştırmacılara programı kullanma noktasında kolaylık sağlamaktadır (Zengin & Tatar, 2014). Yazılımın ara yüzü, araçları, menü ve komutlarıyla kullanıcı dostu bir program olarak değerlendirilebilir (Dikovic, 2009). Ayrıca 80 ülkede 140 yerel GeoGebra enstitüsü bulunmaktadır. Enstitü bünyesinde gönüllü matematik eğitimcilerinin yaptığı farklı çalışmalarla öğrenenlere katkı sağlamaktadır (Hohenwarter, 2013).

Öğrenciler yazılım sayesinde özel dinamik inşalar oluşturabilir ve üzerinde kendilerine özgün grafik, renk, boyut, stil ve benzeri birçok özellik ekleyebilir (Dikovic, 2009). Yazılım sayesinde bağımsız nesnelere veya sürgüyü kolaylıkla değiştirip bağımlı nesne üzerindeki etkisini kolaylıkla incelenebilirler (Dikovic, 2009). Böylece matematik kavramlarının görselleştirilmesi sağlanmakta, sınıf ortamında derse olan ilgi artmakta ve ilgi çekici-etkileşimli bir öğrenme ortamı oluşmaktadır (Zengin & Tatar, 2015). Bununla birlikte Dikovic (2009) yazılımın işbirlikli öğrenme modellerinin sınıfta uygulanmasına yönelik iyi fırsatlar sunduğunu belirtmiştir. Bu değerlendirmeler ışığında DMY'lerden GeoGebra'nın işbirlikli öğrenme modeliyle kullanılmasının öğrenci ve öğretmenlere katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

3. İşbirlikli Öğrenme Modeli

Yapılandırmacılığın ana gelişimini bir felsefe olarak Jean Piaget (1896-1980) ortaya koymuştur (Crowther, 1997). Ona göre öğrenmenin temeli keşfetmektir. Jean Piaget'in ortaya koyduğu felsefe ile yapılandırmacılık bir öğrenme kuramı veya teorisi olarak değerlendirilmiştir. Yapılandırmacılığın bir öğrenme teorisi olarak ele alanlar bireyin edinmiş olduğu deneyimleri kullanarak, dünyanın anlamını kendince oluşturduğunu ortaya koymuşlardır. Her birey, kendi öğrenmesi ile ilgili kuralları ve zihinsel modelleri kendisi oluşturmaktadır. Bu bağlamda öğrenme yeni deneyimlerin var olan zihinsel modeller ile bütünleştirildiği bir uyarılma sürecinde ortaya çıkmaktadır (Brooks & Brooks, 1999).

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımları literatürde çeşitli başlıklar altında ele alınmaktadır. Bu başlıklar şunlardır: Bilişsel, radikal, sosyal, kültürel ve eleştirel yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı. Sosyal yapılandırmacılık anlayışı Vygotsky'in görüşlerine dayalı olarak geliştirilmiştir. Öğrenmenin bireyin sosyal çevresinde yaşadığı çeşitli sosyal etkileşimlerle gerçekleştiği belirtilmektedir. Bireyin öğrenmesi, dil ve sosyal etkileşime dayalı olarak gerçekleşmektedir. Vygotsky'e göre dilin anlam oluşturmada önemli bir yeri bulunmaktadır. Öğrenmenin sosyal bir süreç olduğunu vurgulayan bu yaklaşımda etkileşimi sağlayan kültürel araçlar önemli bir yere sahiptir (Olkun & Toluk-Uçar, 2007). Vygotsky'nin sosyal yapılandırmacı yaklaşımı bireylerin iletişimine ve etkileşim içerisinde bulunmasına, sosyal çevre ve kültürün önemine dikkat çekmektedir. Yapılandırmacılık bir çatı öğrenme yaklaşımı olarak düşünüldüğünde bunun sınıf ortamında uygulanmasına yönelik modeller öğrenciler ve öğretmenler için önem arz etmektedir. De Lisi ve Golbeck (1999) yapılandırmacı öğrenme yaklaşımlarının, sınıf ortamına yansımaları sağlayan önemli araçlardan birinin işbirlikli öğrenme modelinin olduğunu belirtmişlerdir. Slavin (1988) işbirlikli öğrenmeyi, genellikle biri düşük başarı düzeyinde, biri yüksek başarı düzeyinde iki kişinin de orta başarı düzeyindeki dört öğrencinin oluşturduğu karma grubun kendi öğrenmeleriyle birlikte grup arkadaşlarının öğrenmelerinden sorumlu olduğu ve yeterlik düzeylerinin farklı şekillerde ödüllendirildiği yöntemleri kapsayan model olarak tanımlamıştır.

İşbirlikli öğrenme modelinin öğrenme ortamında olması gereken temel özellikleri şunlardır (Bayrakçeken, Doymuş ve Doğan, 2013); olumlu bağımlılık, ödüller, ferdi sorumluluk, grupların ve grup ruhunun oluşturulması, öğretmenin rolü, sosyal becerilerin kullanılması ve yüz yüze etkileşim. Örneğin bu özelliklerden biri olan olumlu bağımlılığın oluşması için grup üyelerinin birbirlerinin öğrenmeleri için sorumluluklarını yerine getirmeleri ve grup üyelerinin başarılı olması grubun başarısına bağlı olduğunu bilmeleri gerekmektedir. Olumlu bağımlılığın oluşması için tek bir materyal ya da tek bir kaynak verilebilir. Olumlu bağımlılığı geliştirmek için kullanılan ödüller, grubun konusunda başarılı olduğunda veya belli bir ölçüte ulaştığında kazanılır. Ödüller konunun iyi bir şekilde kavranmasına, ortak amaca ulaşmak için grup elemanlarını teşvik etmektedir. Böylece ders sürecinde öğrencilerin motivasyonu artmakta, konuyu daha iyi öğrenmekte, kendisinin ve grup arkadaşlarının aldıkları konularını daha iyi bir şekilde öğrenmek için birbirleriyle yardımlaşmaktadır (Bayrakçeken, Doymuş ve Doğan, 2013).

İşbirlikli öğrenme modelinin temel özelliklerini taşıyıp sınıf ortamında kullanımına yönelik pratik uygulamalarla ilgili birçok araştırmacı çalışmaktadır. Modelde kullanılan en yaygın bazı yöntemler şunlardır (Slavin, 1995); ÖTBB, takım oyun turnuva, takım destekli bireyselleştirme, jigsaw, birlikte öğrenme, birleştirilmiş işbirlikli okuma ve kompozisyon.

3.1. Öğrenci takımları başarı bölümleri

İşbirlikli öğrenme modelinde birçok uygulanan yöntem bulunmaktadır. Bunlardan bazıları yukarıdaki derlemede sunulmuştur. Bu çalışmada DMY ile ÖTBB'nin birlikte kullanımı üzerinde durulmuştur. ÖTBB matematik, fen, sosyal bilimler, ingilizce, endüstriyel sanatlar gibi birçok alanda ve birçok konuda ilköğretimden yükseköğretime kadar her seviyede uygulanabilmektedir (Slavin, 1994). ÖTBB öğrencileri motive etmekte ve birbirlerine yardım etmeyi öğretmektedir (Slavin, 1987). Ayrıca işbirlikli öğrenme modelleri arasındaki en basit olanı ve işbirlikli öğrenmeyi sınıf ortamına yansıtmada yeni olan öğretmenler için iyi bir yöntemdir (Slavin, 1995). ÖTBB çalışma yapıları ve materyallerin kullanılmasına elverişli olmakla beraber bunlardan faydalanılarak öğrencilerin problemleri tartışması, cevapları karşılaştırmaları ve grup arkadaşlarının yanlışlarını düzeltmeleri mümkündür (Bayrakçeken & diğerleri, 2013). Bu değerlendirmeler ışığında ÖTBB'nin matematik derslerinde öğretmenler tarafından kolaylıkla uygulanabilmesi, her seviyedeki öğrenciye uygun olması, materyal ve çalışma yaprağını desteklemesinden dolayı bu çalışma kapsamında işbirlikli öğrenme modelleri arasından ÖTBB tercih edilmiştir.

ÖTBB'nin beş temel bileşeni Slavin (1994) ve Slavin (1995) çalışmalarında şu başlıklar altında ele alınmış ve açıklanmıştır:

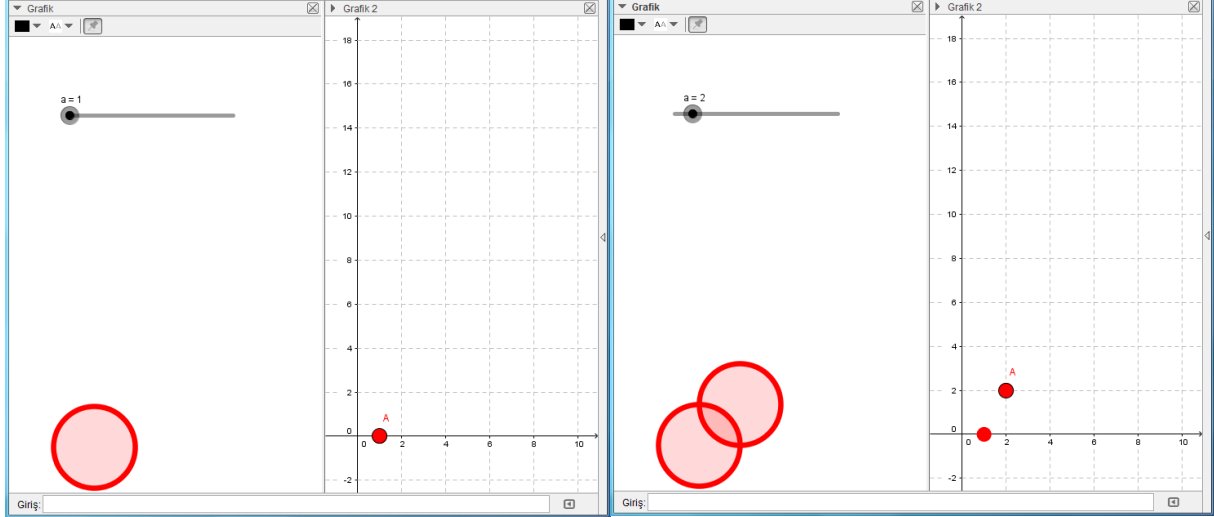
- Ders sunumları: Hazırlanan başlangıç materyalleri öğretmen tarafından sunulmakta ve sunumlar genellikle düz anlatım - tartışma biçiminde yapılmaktadır. Ancak sunumlarda görsel-ışitsel içerikler kullanılabilir. Sunum aşamasında öğrencilerin dikkatlerini toplamaları gerektiği belirtilmektedir.
- Takımlar: Öğrenciler akademik başarı, cinsiyet vb. yönlerden sınıfın bir kesitini yansıtacak biçimde dörder kişilik gruplara ayrılmaktadır. Gruplar genelde dörder kişilik olarak tasarlanmasına rağmen beşer kişilik gruplar şeklinde de oluşturulabilir. Takımın temel işlevi, grup üyelerini yapılan sınavlarda başarılı olmaları için hazırlamaktır. Öğretmen sunumundan sonra takımlar, çalışma yaprakları veya diğer materyaller üzerinde çalışmaktadır. Çalışma yaprakları ya da materyaller çeşitli internet kaynaklarından veya öğretmenin hazırladıklarından elde edilebilir. Sürecin önemli bir kısmında öğrencilerin problemleri birlikte tartışması, cevapları karşılaştırması ve eğer takım arkadaşlarının kavram yanlışları varsa bunu düzeltmeleri gibi çalışmalar yer almaktadır. ÖTBB'nin en önemli özelliği takımlardır. Her yerde vurgulandığı gibi üyelerin takımları için en iyisini yapmaları gerekmektedir. Böylece akademik başarı, grup içi ilişkiler, özgüven gibi olumlu özellikler gelişmektedir.
- Sınavlar: Öğretmenin bir veya iki sunumdan sonra ve takımların bir veya iki uygulamalı çalışmalarından sonra, öğrenciler bireysel sınavlara alınmaktadır. Sınav boyunca birbirlerine yardım etmemeleri gerekmektedir. Her öğrenci bireysel olarak kendinden sorumludur.
- Bireysel gelişim puanları: Bireysel gelişim puanlarının altında yatan temel fikir her öğrenci için ulaşabileceği bir amacın olmasıdır. Öğrenciler önceki değerlendirmelere göre daha iyi başarı gösterirlerse puan alabilir. Geçmiş değerlendirmelere göre aldıkları puanlar grubu katkı sağlamaktadır. Her öğrenci geçmiş ortalamasından daha iyi puanlar aldıkça grubuna katkıda bulunmaktadır. Her öğrencinin benzer sınavlardan aldığı ortalamalardan elde ettiği temel bir puanı vardır. Bu puanı aştığında belli ölçütler çerçevesinde takımına puan kazandırmaktadır.
- Takımların tanınması: Takımlar belli kriterlere göre ortalama puanlarını aştıklarında çeşitli ödüller ve sertifikalar kazanmaktadır.

4. Modelin sınıfta uygulanması

Öğrencilerin önceki yazılı sınavından aldıkları notların ortalamaları alınarak her öğrenci için temel bir puan oluşturulmaktadır. Bu temel puanlar ve Slavin (1994)'ün geliştirdiği çizelgeden (Ek 1) yararlanılarak takımlar belirlenmektedir. Her dört öğrenci bir bilgisayar ve iki çalışma yaprağı kullanabilir. İlk olarak, genellikle öğretmen konuya giriş yapmakta ve düz anlatım-tartışma şeklinde konunun genel hatlarını açıklamaktadır. Konunun önemiyle de ilgili açıklamalar yaparak öğrencilerin motivasyonunu artırabilir. Öğrenciler takımlara ayrıldıktan sonra, takım ismi ve amblemi oluşturmaktadır. Sınavlarda takım başarısını artıracak şekilde çalışmaları için öğrenciler bilgilendirilebilir. Takımlar, dinamik materyaller ve çalışma yapraklarını kullanarak çalışmaktadır. Uygulama öğretmeni öğrencilerin problemleri kendi aralarında tartışması için rehber rolünü üstlenmektedir. Öğrenciler bu aşamada konuyu çalışma yaprakları ve dinamik materyaller ile derinlemesine tartışma ve öğrenme fırsatı yakalamaktadır. Takımlarda çalışan öğrenciler arkadaşlarının eksikliklerini gidermede birbirlerine yardımcı olmakta ve zorlandıkları yerlerde öğretmenden yardım isteyebilmektedir. Çalışma tamamlandıktan sonra öğretmen öğrencilerin sorularını not ederek tüm takımların problemlerini ve anlamakta zorluk yaşadıkları yerleri takımların tümüyle tartışma ortamı içerisinde ele almaktadır. Öğrenciler, konu tamamlandıktan sonra bireysel olarak izleme testlerine tabi tutulmaktadır. Öğrencilerin izleme testinden aldıkları puanlar, daha önce oluşturulan temel puanlarıyla Slavin (1994)'ün belirttiği ölçütler göz önüne alınarak gelişim puanları şu şekilde hesaplanmaktadır: Takımdaki üyelerin izleme testi puanı temel puandan 10 puanın üstünde düşük ise 0, 1-10 puan arası düşük ise 10, 1-10 puan arası fazla ise 20, 10 puan üstü fazla ise 30 puan almaktadır. Bu puanlar gelişim puanı olarak Slavin (1994)'ün geliştirdiği çizelgeye (Ek 2) yansıtılmakta ve takımların gelişim puan ortalamalarına göre ödüller verilmektedir. Takımdaki her bir bireyin gelişim puanları toplanarak ve takım ortalamaları hesaplanabilmektedir. Ortalama puanları 18-22 arası olan gruplar iyi takım, 23 ve üzeri olanlar da süper takım olarak değerlendirilebilir (Slavin, 1994). Takımların ödüllendirilmesinde Slavin (1994) tarafından geliştirilen çizelgelerden de yararlanılabilir (Ek 2, Ek 3).

Model sınıfta uygulanırken DMY ile geliştirilen dinamik materyal ve çalışma yaprağının modelle birlikte kullanımına ilişkin örnek şu şekildedir:

Sayılar ve cebir öğrenme alanında yer alan fonksiyonlar ünitesiyle ilgili DMY destekli işbirlikli öğrenme modelinin uygulanması esnasında kullanılan dinamik materyalden örnek bir görüntü Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Sırasıyla $a=1$ ve $a=2$ iken materyalin görüntüleri

Grup üyelerinden Şekil 2’de görüntüleri verilen materyali kullanarak çalışma yaprağındaki ilgili yerleri tartışarak fikir birliğine varıp istenilen yerleri doldurmaları beklenmiştir. Aşağıda örnek çalışma yaprağının (Ek 4) bir kısmı verilmiştir.

a sürgüsü 1 değerinde iken çember kaç yerde kesişmektedir.

a sürgüsü 1 değerinde iken kesişme sayısı (kesişme sayısını boşluğa yazınız).

Öğrencilerden sürgüyü 2 değerine getirerek materyalde elde ettikleri kesişim sayısını çalışma yaprağındaki ilgili yere yazmaları istenmiştir.

a sürgüsü 2 değerinde iken çember kaç yerde kesişmektedir.

a sürgüsü 2 değerinde iken kesişme sayısı (kesişme sayısını boşluğa yazınız).

Böylece ilk iki adımı verilmiş materyaldeki kesişim sayısının düzenli bir şekilde değiştiğini görmeleri ve materyal yardımıyla çalışma yaprağının ilgili kısımlarını doldurmaları beklenmektedir:

Sürgü 1 ve 2 değerlerinde iken gördüğünüz noktalar arasındaki farkı bulunuz.

Gördüğünüz noktalar arasındaki fark (farkı boşluğa yazınız).

Sürgüyü 3 değerine getirip kaç yerde kesiştiğini sayınız. Sürgü 1 ve 2 değerine göre nokta sayısı nasıl değişmekte.

Açıklama:.....

Sürgüyü 3 değerinden değiştirmeksizin sizce sürgü 4 değerini aldığı anda çemberler kaç yerde kesişmektedir, tahmin etmeye çalışın.

Açıklama:.....

Sürgü değerini 4’e getirin ve tahmininizle karşılaştırıp kontrol edin.

Açıklama:.....

Sürgü değeri 12’de iken sizce çemberlerin kesiştiği yer sayısı kaç olmalıdır?

Açıklama:.....

Takım arkadaşlarınızla tartışarak çember sayısı ile çemberlerin kesiştiği yer sayısı arasındaki değişim kuralını nasıl açıklarsınız?

Açıklama:.....

Takım arkadaşlarınızla beraber bulduğunuz kuralın sürgü 13, 27 ve 33 değerlerini aldığında nokta sayılarını doğru şekilde bulup bulamadığını kontrol ediniz.

Bu kuralı bir fonksiyon olarak yazabilir misiniz?

Açıklama:.....

Bu kuralı bir fonksiyon olarak yazabilir misiniz?

Açıklama:.....

Takımdaki öğrenciler materyalle birlikte çalışma yaprağı üzerinde ilgili yerleri kendi aralarında tartışırken öğretmen rehberlik rolünü üstlenmektedir. Takımları gözlemleyip yazılımla ilgili teknik sorunların çözümünde yardımcı olabilir. Öğrenciler materyalle çalıştıktan sonra çalışma yaprağında yer alan soruları kendi aralarında çözmekte ve birbirleriyle tartışarak bilgilerini yapılandırmaktadır.

5. Sonuç

Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı incelendiğinde öğrenciyi merkeze alan yaklaşım göze çarpmaktadır. Programda öğrencinin kendi faaliyet ve çabalarıyla matematik çalışmalarına bir problem durumu ile başlaması gerektiği vurgulanmıştır. Aynı şekilde bilgi ve iletişim teknolojilerinin de yerinde ve etkin kullanımı üzerinde durulmuştur. Öğretmenin, sınıfa iyi yapılandırılmış etkinlikler planlayarak gelmesi önerilmiştir. Ayrıca öğrenme ve öğretme sürecinde, öğrenciler arasında rekabet ve yarışma hırsı yerine işbirliği içerisinde olma ve birbirleriyle dayanışmaları gibi olumlu yaklaşımların benimsenmesi, kendilerini ifade edebilmeleri için sosyal becerilerinin gelişebileceği öğrenme ortamlarının oluşturulması beklenmektedir (MEB, 2013). DMY destekli işbirlikli öğrenme modelinin, öğrenciyi aktif öğrenme ortamı sunabileceği, bilgi ve iletişim teknolojilerinin dersin işbirliği çerçevesinde yürütülmesi için öğrenciyi ve öğretmene katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı "Tanım → Teorem → İspat → Uygulamalar → Test" yaklaşımı gibi daha çok ezbere dayalı uygulamalar yerine öğrenciyi kendi matematik bilgisini oluşturabileceği "Problem → Keşfetme → Hipotez Kurma → Doğrulama → Genelleme → İlişkilendirme → Çıkarım" bu öğrenme döngüsü ön plandadır (MEB, 2013). Ortaöğretim matematik dersi öğretim programının yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının temel ilkelerini savunduğu göz önüne alındığında, özellikle DMY ve işbirlikli öğrenme modelinin birleştirilmesiyle yaklaşımın sınıf ortamında gerçekleştirilmesinde önemli bir araç olabileceği düşünülmektedir.

Ortaöğretim matematik dersi öğretim programında, öğrenme süreci boyunca öğrenciyi sunulacak desteğin doğrudan hazır bilgi değil, ipuçları verme veya öğrencinin düşünmeye yönlendirilmesi gerektiği şeklinde olduğu vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Matematik düşünme gücüne sahip ve problem çözme konusunda gelişmiş bireyler yetiştirmeyi amaçlayan öğretim programı, matematik kavramlarının içerisinde yer alan ilişkileri ve içerdiği anlamları ön plana çıkarmaktadır. Öğrenme süreci, işlemlerin ön planda olduğu bir süreç yerine, matematik kavramlarının sınıf ortamında tartışılarak öğrenildiği aktif bir süreç olarak düşünülmelidir. Buna göre öğrencilere matematiksel ilişkileri çoklu temsillerden yararlanarak keşfetme, problem çözme ve yaptıklarını sınıf ortamında paylaşma imkanı verilmelidir. Ayrıca öğrencilerle tartışma ortamı oluşturulmalıdır. Öğretim programı bu değerlendirmeler ışığında ele alındığında DMY destekli işbirlikli öğrenme modeli GeoGebra yazılımı sayesinde öğrencilere kavramlar arasındaki ilişkileri çoklu temsillerden yararlanarak tartışma imkanı sağlamaktadır. Ayrıca modelin işbirlikli öğrenmeyi barındırmasından dolayı model öğrencilere rekabet hırsı olmaksızın paylaşma olanağı sunmaktadır. Böylece öğretim programının savunduğu temel ilkeler sınıf ortamına kolaylıkla taşınabilir.

Teknolojinin sunduğu imkanlar matematik kavramlarının analiz edilmesine, yorumlanmasına ve keşfedilmesine katkı sağlayarak yapılandırmacı öğrenmeyi desteklemekte ve öğrenciler arasında etkileşimi artırarak işbirlikli bir öğrenme ortamı oluşmasına yardımcı olmaktadır (Murphy, 1999). Matematik öğretim programı genel olarak öğrenciyi merkeze almakta ve ezbere dayalı bilgi yerine kavramsal anlamayı öne çıkarmaktadır. Teknolojinin gelişmesiyle anlamlı matematik öğrenimi için farklı

bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılması istenmektedir (MEB, 2013). Özellikle de teknolojinin sunduğu önemli imkanlardan biri olan yazılımlar öğrencilerin kavramların çoklu temsilleri (sayısal, cebirsel, grafik) üzerinde düşünmelerini ve farklı deneyimlerde bulunmasını desteklemektedir. Bu bağlamda öğretim programında, öğrenme sürecinde bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanılması vurgulanmaktadır. Ortaöğretim matematik eğitiminde kullanılması tavsiyesinde bulunan bilgi ve iletişim teknolojilerinden biri de DMY'lerdir. Öğretim programındaki bilgi ve iletişim teknolojilerinin kullanımıyla ilgili vurgular dikkate alındığında DMY destekli işbirlikli öğrenme modeli öğrenciyi merkeze alarak öğrenciye kendi matematik bilgisini oluşturmaya yardımcı olmaktadır. Özellikle öğrencilerin takım halinde dinamik materyal ve çalışma yaprakları üzerinde çalışmaları, izleme testleriyle gruba olan bireysel katkıları ve bu süreçte takım arkadaşlarıyla kavramları kolaylıkla tartışabilme imkanına sahip olmaları öğrencilere kendi bilgilerini oluşturma aşamalarını pozitif etkileyebilir. Ayrıca modelin yazılımı barındırması yönüyle de öğrenciler GeoGebra ile hazırlanan dinamik materyaller sayesinde matematiksel yapıları dinamik bir ortamda inceleyebilir, yapılar üzerinde çalışarak farklı deneyimler edinebilir. Öğrenciler takım halinde materyal ve çalışma yaprağını kullanırken yardımlaşma, birbirlerini dinleme, eleştirebilme gibi sosyal becerilerini de geliştirebilir.

Sayılar ve cebir öğrenme alanının öğrenimi ve öğretiminde DMY destekli işbirlikli öğrenme modeli öğrencilere paylaşım ve tartışma olanağı sunarak, rekabet hırısından uzak işbirliği ve dayanışmayı sağlayabilir. Böylece öğrenci öğrenme ortamında merkezde yer alabilir, dinamik materyaller ve çalışma yaprağı sayesinde ezberle bilgi yerine kendi matematik bilgisini oluşturarak kavramsal öğrenme gerçekleşebilir. Bununla beraber bilgi ve iletişim teknolojilerinin öğrenme ortamında işbirlikli öğrenmeyle birlikte kullanılması öğrencilerin matematik dersini bir laboratuvar ortamında somut bir şekilde öğrenmesine yardımcı olabilir. Böylelikle öğrencilerin matematik dersine yönelik yaşadıkları kaygı azalabilir ve öğrenciler matematiğe yönelik olumlu yönde tutum geliştirebilir.

Kaynakça

- Aksoy, Y. (2007). *Türev kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel.
- Arısoy, B. (2011). *İşbirlikli öğrenme yönteminin ÖTBB ve TOT tekniklerinin 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersi "istatistik ve olasılık" konusunda akademik başarı, kalıcılık ve sosyal beceri düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Baker, J., & Sugden, S. J. (2003). Spreadsheets in education—The first 25 years. *Spreadsheets in Education (eJSiE)*, 1(1), 18-43.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretenler için bilgisayar destekli matematik* (1. Basım). İstanbul: BİTAV-Ceren Yayın Dağıtım.
- Bauch, M. J., & Miller, C. (2003). GEONExT dynamic mathematics software. Department of Mathematics Report Series, 11, 1-6. (<http://did.mat.uni-bayreuth.de/~manfred/lv/Artikel%20ceskebudejovice.pdf> 14.12.2014)
- Bayrakçeken, S., Doymuş, K., & Doğan, A. (2013). İşbirlikli öğrenme modeli ve uygulanması (1.bs). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Berner, J. (2000). *Motivating students in math using cooperative learning*. Unpublished master's thesis, Saint Xavier University Chicago, Illinois.
- Bilgin, T. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersinde (çokgenler konusunda) öğrenci takımları başarı bölümleri tekniğinin kullanımı ve uygulama sonuçları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 19-28.
- Brooks, J. G., & Brooks, M. G. (1999). In search of understanding: The case for constructivist classrooms. Association for Supervision and Curriculum Development. Alexandria, Virginia, USA. (http://ocw.metu.edu.tr/pluginfile.php/9173/mod_resource/content/1/In%20Search%20of%20Understanding.pdf 16.12.2014).
- Choi, K. S. (2010). Motivating students in learning mathematics with GeoGebra. *Annals. Computer Science Series*, 8(2), 65-76
- Chou, S. C., Gao, X. S., & Zhang, J. Z. (1996). *An introduction to geometry expert*. In Automated Deduction—CADE-13 (pp. 235-239). Springer Berlin Heidelberg.
- Christou, C., Jones, K., Mousoulides, N., & Pittalis, M. (2006). Developing the 3DMath Dynamic Geometry Software: theoretical perspectives on design. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(4), 168-17.
- Crowther, D.T. (1997). The Constructivist Zone. *Electronic Journal of Science Education*, 2 (2). (<http://wolfweb.unr.edu/homepage/jcannon/ejse/ejsev2n2ed.html> 16.12.2014).
- Cuoco, A. A., & Goldenberg, E. P. (1997). Dynamic geometry as a bridge from euclidean geometry to analysis. In James Richard King and Doris Schattschneider (Eds.), *Geometry Turned On: Dynamic Software in Learning, Teaching, and Research* (pp. 33-44). The Mathematical Association of America (MAA) Notes. Washington, DC.

- De Lisi, R., & Golbeck, S. L. (1999). Implications of Piagetian theory for peer learning. In A. M. O'Donnell and A. King (Eds.), *Cognitive perspectives on peer learning* (p.3-37) New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Demir, S., & Özantar, M.F. (2013). Teknoloji destekli matematik öğretiminde pedagojik prensipler. Mustafa DOĞAN ve Erol KARAKIRIK (Ed.). *Matematik eğitiminde teknoloji kullanımı (birinci baskı) içinde* (s.1-26). Ankara. Nobel-Atlas Yayıncılık.
- Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191-203.
- Doğan, M., & İçel, R. (2011). The role of dynamic geometry software in the process of learning: GeoGebra example about triangles. *International Journal of Human Sciences*, 8(1), 1441-1458.
- Dursun, Ş., & Dede, Y. (2004). Öğrencilerin matematikte başarısını etkileyen faktörler: Matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-230.
- Efe, M. (2011). *İşbirlikli öğrenme yönteminin, öğrenci takımları başarı bölümleri ve küme destekli bireyselleştirme tekniklerinin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematik dersi "istatistik ve olasılık" ünitesindeki başarılarına, tutumlarına ve motivasyonlarına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Hatay.
- Fahlberg-Stojanovska, L., & Stojanovski, V. (2009). GeoGebra—freedom to explore and learn. *Teaching Mathematics and its Applications*, 28(2), 69-76.
- Furner, J. M., & Marinas, C. A. (2013). Learning math concepts in your environment using photography and GeoGebra. Electronic Proceedings of the Twenty-fifth Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics Boston, Massachusetts, March 21-24, 2013.
- García-López, M. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula*. Unpublished doctoral dissertation. Universidad de Almería, Almería.
- Green, D. R., & Robinson, C. L. (2009). Introducing GeoGebra to foundation year students. *MSOR Connections*, 9(2), 6-10.
- Gunčaga, J. (2011). GeoGebra as a motivational tool for teaching according new curriculum in Slovakia. *GGIJRO-GeoGebra International Journal of Romania*, 2(1), 277-282.
- Gülsar, A. (2014). *İşbirlikli öğrenmenin matematik başarısına etkisi ve bu yönetime ilişkin öğrenci görüşleri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile keşfederek geometri öğrenme*. Yayımlanmamış yüksek lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Hall, J., & Chamblee, G. (2013). Teaching algebra and geometry with GeoGebra: Preparing pre-service teachers for middle grades/secondary mathematics classrooms. *Computers in the Schools*, 30(1-2), 12-29.
- Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2009). Intersecting representation and communication infrastructures. *ZDM*, 41(4), 399-412.
- Heid, M. K., & Edwards, M. T. (2001). Computer algebra systems: revolution or retrofit for today's mathematics classrooms?. *Theory into practice*, 40(2), 128-136.
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 59 - 78.
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2009). Introducing dynamic mathematics software to secondary school teachers: The case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146.
- Hohenwarter, M. (2006). Dynamic investigation of functions using GeoGebra. In Proceedings of Dresden International Symposium on Technology and its Integration into Mathematics Education, Dresden, Germany. (<http://archive.geogebra.org/static/publications/2006-DES-TIME.pdf>).
- Hohenwarter, M. (2013). GeoGebra 4.4—From desktops to tablets. *Indagatio Didactica*, 5(1).
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra*. In Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference. Pecs, Hungary. http://archive.geogebra.org/static/publications/pecs_2004.pdf adresinden 14.12.2014'de alınmıştır.
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27(3), 49-54.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2009). The strength of the community: How GeoGebra can inspire technology integration in mathematics teaching. *MSOR Connections*, 9(2), 3-5.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Creating mathlets with open source tools. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7, 1-29.
- Hoyle, C., & Jones, K. (1998). *Proof in dynamic geometry contexts*. In C. Mammana and V. Villani (eds.), Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century, Kluwer, Dordrecht, pp. 121-128.
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: students' interpretations when using Dynamic Geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 55-85.

- Kabaca, T. (2006). *Limit kavramının öğretiminde bilgisayar cebiri sistemlerinin etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y., & Bulut, M. (2010). Matematik öğretmenlerinin avrasya geogebra toplantısı kapsamında dinamik matematik yazılımı geogebra ile tanıştırılması ve geogebra hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 1(2), 148-165.
- Kabaca, T., Çontay, E. G., & İymen, E. (2011). Dinamik Matematik Yazılımı ile Geometrik Temsilden Cebirsel Temsile: Parabol Kavramı. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30, 101-110.
- Kar, T. Çiltaş, A., & Işık, A. (2011). Cebirdeki kavramlara yönelik öğrenme güçlükleri üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 939-952.
- Krause, U. M., Stark, R., & Mandl, H. (2009). The effects of cooperative learning and feedback on e-learning in statistics. *Learning and Instruction*, 19(2), 158-170.
- Kutluca, T., & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 160-172.
- Laborde, C. (1993). *The computer as part of the learning environment: the case of geometry*. In Learning from computers: Mathematics education and technology (pp. 48-67). Springer Berlin Heidelberg.
- Lavasani, M. G., & Khandan, F. (2011). The effect of cooperative learning on mathematics anxiety and help seeking behavior. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 15, 271-276.
- Leikin, R. & Zaslavsky, O. (1999). Cooperative Learning in Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 92(3), 240-246.
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational studies in mathematics*, 33(1), 1-19.
- MEB, (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Murphy, L. D. (1999). Computer algebra systems in calculus reform. <http://mste.illinois.edu/murphy/Papers/CalcReformPaper.html> adresinden 17.01.2014'de alınmıştır.
- Nardi, B. A., & Miller, J. R. (1990). *An ethnographic study of distributed problem solving in spreadsheet development*. In Proceedings of the 1990 ACM conference on Computer-supported cooperative work (pp. 197-208). ACM.
- Nichols, J. D. (1996). The effects of cooperative learning on student achievement and motivation in a high school geometry class. *Contemporary Educational Psychology*, 21(4), 467-476.
- Nichols, J. D., & Miller, R. B. (1994). Cooperative learning and student motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 19(2), 167-178.
- Olkun, S., & Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. (3. Basım). Ankara: Maya Akademi Yayıncılık.
- Özdemirli, G. (2011). *İşbirlikli öğrenme yönteminin öğrencinin matematik başarısı ve matematiğe ilişkin tutumu üzerindeki etkililiği: Bir meta-analiz çalışması*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Panitz, T. (2000). Using Cooperative Learning 100% of the Time in Mathematics Classes Establishes a Student-Centered Interactive Learning Environment. <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED448063.pdf> adresinden 13.08.2014'de alınmıştır.
- Pınar, S. (2007). *"Ölçüler" konusunun eğitim teknolojileri ve işbirlikli öğrenme yöntemleriyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Reid, J. (1992). The effects of cooperative learning with intergroup competition on the math achievement of seventh grade students. <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED355106.pdf> adresinden 11.08.2014'de alınmıştır.
- Richter-Gebert, J., & Kortenkamp, U. H. (1999). *The interactive geometry software Cinderella*. Berlin: Springer.
- Ruthven, K., Hennessy, S., & Deane, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education*, 51(1), 297-317.
- Saha, R. A., Ayub, A. F. M., & Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 686-693.
- Selçik, N., & Bilgici, G. (2011). GeoGebra yazılımının öğrenci başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 913-924
- Slavin, R. E. (1987). *Cooperative learning: Student teams. What research says to the teacher* (2nd ed.). NEA Professional Library, West Haven, CT 06516.
- Slavin, R. E. (1988). Cooperative Learning and the Cooperative School. *Educational Leadership*, 45, 7-13.
- Slavin, R. E. (1991). Cooperative learning and group contingencies. *Journal of Behavioral Education*, 1(1), 105-115.
- Slavin, R. E. (1994). Student teams-achievement divisions. In Shlomo Sharan (Ed.), *Handbook of cooperative learning methods* (pp 3-19). Westport, CT 06881.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning theory, research, and practice* (2.ed.). Needham Heights, Massachusetts 02194: Allyn and Bacon .
- Slavin, R. E., & Lake, C. (2008). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 78(3), 427-515.
- Springer, L., Stanne, M. E., & Donovan, S. S. (1999). Effects of small-group learning on undergraduates in science, mathematics, engineering, and technology: A meta-analysis. *Review of educational research*, 69(1), 21-51.

- Spuler, F. B. (1993). *A meta-analysis of the relative effectiveness of two cooperative learning models in increasing mathematics achievement*. Unpublished Doctoral dissertation. Old Dominion University.
- Stevens, R. J., & Slavin, R. E. (1995). The cooperative elementary school: Effects on students' achievement, attitudes, and social relations. *American Educational Research Journal*, 32(2), 321-351.
- Tarım, K., & Akdeniz, F. (2008). The effects of cooperative learning on Turkish elementary students' mathematics achievement and attitude towards mathematics using TAI and STAD methods. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 77-91.
- Tatar, E. (2013). The Effect of Dynamic Software on Prospective Mathematics Teachers' Perceptions Regarding Information and Communication Technology. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(12), 1.
- Thambi, N., & Eu, L. K. (2013). Effect of students' achievement in fractions using GeoGebra. *SAINSAB*, 16, 97-106.
- Ural, A. (2007). İşbirlikli öğrenmenin matematikteki akademik başarıya, kalıcılığa, matematik özyeterlilik algısına ve matematiğe karşı tutuma etkisi. Yayımlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Vaughan, W. (2002). Effects of cooperative learning on achievement and attitude among students of color. *The Journal of Educational Research*, 95(6), 359-364.
- Williams, S., & Molina, D. (1997). *Algebra: what all students can learn. The nature and role of algebra in the K-14 curriculum*. Proceedings of a National Symposium, 41-44, May 27-28, Washington.
- Yenilmez, K., & Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yıldırım Doğru, E. (2012). *Matematik Öğretiminde Kullanılan Ayrılıp Birleşme Tekniğinin Öğrencilerin Özyeterlilik, Kaygı ve Kalıcılık Düzeylerine Etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Akdeniz Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Antalya.
- Zakaria, E., Chin, L. C., & Daud, M. Y. (2010). The effects of cooperative learning on students' mathematics achievement and attitude towards mathematics. *Journal of social sciences*, 6(2), 272.
- Zengin, Y., & Tatar, E. (2014). Türev uygulamaları konusunun öğretiminde GeoGebra yazılımının kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 1209-1228.
- Zengin, Y., & Tatar, E. (2015). The teaching of polar coordinates with dynamic mathematics software. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46:1, 127-139, DOI: 10.1080/0020739X.2014.904529.

Ek 1. Öğrencilerin Takımlara Atanması

| | Başarı sıraları | Takım adları |
|--|-----------------|--------------|
| Yüksek dereceli başarı gösteren öğrenciler | 1 | A |
| | 2 | B |
| | 3 | C |
| | 4 | D |
| | 5 | E |
| | 6 | F |
| | 7 | G |
| Orta dereceli başarı gösteren öğrenciler | 8 | G |
| | 9 | F |
| | 10 | E |
| | 11 | D |
| | 12 | C |
| | 13 | B |
| | 14 | A |
| | 15 | |
| | 16 | A |
| | 17 | B |
| | 18 | C |
| | 19 | D |
| Diğer öğrenciler | 20 | E |
| | 21 | F |
| | 22 | G |
| | 23 | G |
| | 24 | F |
| | 25 | E |
| | 26 | D |
| | 27 | C |
| | 28 | B |
| 29 | A | |

M1 materyalini açalım.

- a sürgüsü 1 değerinde iken çember kaç yerde kesişmektedir.

a sürgüsü 1 değerinde iken kesişme sayısı (kesişme sayısını boşluğa yazınız).

- a sürgüsü 2 değerinde iken çember kaç yerde kesişmektedir.

a sürgüsü 2 değerinde iken kesişme sayısı (kesişme sayısını boşluğa yazınız).

İlk iki adımı verilmiş materyaldeki şekil düzenli bir şekilde değişmektedir.

- Sürgü 1 ve 2 değerlerinde iken gördüğünüz noktalar arasındaki farkı bulunuz.

gördüğünüz noktalar arasındaki fark (farkı boşluğa yazınız).

- Sürgüyü 3 değerine getirip kaç yerde kesiştiğini sayınız. Sürgü 1 ve 2 değerine göre nokta sayısı nasıl değişmekte.

Açıklama:.....

- Sürgüyü 3 değerinden değiştirmeksizin sizce sürgü 4 değerini aldığında çemberler kaç yerde kesişmektedir, tahmin etmeye çalışın.

Açıklama:.....

- Sürgü değerini 4'e getirin ve tahmininizle karşılaştırıp kontrol edin.

Açıklama:.....

- Sürgü değeri 12'de iken sizce çemberlerin kesiştiği yer sayısı kaç olmalıdır?

Açıklama:.....

- Takım arkadaşlarınızla tartışarak çember sayısı ile çemberlerin kesiştiği yer sayısı arasındaki değişim kuralını nasıl açıklarsınız?

Açıklama:.....

- Takım arkadaşlarınızla beraber bulduğunuz kuralın sürgü 13, 27 ve 33 değerlerini aldığında nokta sayılarını doğru şekilde bulup bulamadığını kontrol ediniz.

- Bu kuralı bir fonksiyon olarak yazabilir misiniz?

Açıklama:.....

M2 materyalini açalım sürgüye sağ tıklayıp canlandırılalım. Oluşan izleri özel fonksiyon tipleriyle ilişkilendirebilir misiniz? Hangi iz hangi özel tip fonksiyonla ilişkilendirilebilir?

Açıklama:.....

Ör. f gerçekte sayılarda tanımlı doğrusal bir fonksiyondur. $f(2) = 3$ ve $f(1) = 4$ ise $f(x)$ kuralını bulunuz. $f(3x - 9)$ 'u bulunuz.

Ör. $f(x) = (a + 3)x^2 + (b - 4)x + c + 2$ fonksiyonun birim fonksiyon olduğuna göre $a + b + c$ değerlerini bulunuz.

Ör. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (6 - 3m)x + m + 1$ fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre $f(37)$ değerini bulunuz.

Örnek çalışma yaprağında kullanılan M1 ve M2 materyallerine ait örnek görüntüler sırasıyla verilmiştir:

