

8. Sınıf Öğrencilerinin Karenin Tanımıyla İlişkili Algıları*

Emine Gaye ÇONTAY 

Asuman DUATEPE PAKSU 

Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin karenin tanımıyla ilişkili algılarını ortaya çıkarmaktır. Nitel yöntemle incelenen ve durum çalışması olarak tasarlanan bu çalışmanın uygulaması, Ege Bölgesinde bir il merkezinde bulunan üç farklı ortaokulda yapılmıştır. Çalışma, 55'i erkek, 36'sı kız olmak üzere 91 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada Ahuja'dan (1996) uyarlanan bir veri toplama aracı kullanılmıştır. Araştırmanın verileri içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerin karenin tanımıyla ilgili algıları, karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımları belirli temalar (örnek gösterme, şekil çizme, görsel anlatımlarda bulunma, sadece matematiksel dil kullanma, özellikleri listeleme, tanım cümlesi kurma, üst sınıfla ilişkilendirme) ve yeterli ve gerekli koşulları içerme durumları başlıkları altında toplanmıştır. Elde edilen bulgular bu çalışmaya katılan ortaokul öğrencilerinin çoğunun kareyi tanımlamada sorunlar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bazı öğrencilerin karenin birçok özelliğini bilmelerine rağmen beklenen düzeyde tanım yapamadıkları görülmüştür. Çoğu öğrencinin karenin belirli özelliklerinin birbirleriyle olan ilişkilerini fark edemedikleri, bununla ilgili olarak da gerek ve yeter şartı sağlayan doğru bir tanımı ifade etmekte sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir. Katılımcı öğrencilerin hemen hemen hepsi kareyi üst sınıfla ilişkilendirmede ve yeterli ve gerekli koşullarda tanımlamada başarılı olamamışlardır. Bu bulgular çerçevesinde sonuç olarak öğrencilerin Van Hiele'in 3. düzeyinde beklenen bir tanımı oluşturamadıkları belirlenmiştir. Çalışmanın sonunda araştırmanın sonuçlarından yola çıkarak sonraki araştırmacılar için öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Ortaokul öğrencileri, Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri, kare tanımı, hiyerarşik sınıflandırma, dörtgenler



Erciyes Üniversitesi, Eğitim
Fakültesi, Kayseri/TÜRKİYE
*Erciyes Journal of
Education (EJE)*
DOI: 10.32433/eje.1053357

SCREENED BY



Tür: Araştırma

Makale Geçmişi

Gönderim : 10.01.2022

Kabul : 25.10.2022

Yayınlanma : 31.10.2022

Önerilen Atıf

Çontay, E. G. & Duatepe Paksu, A. (2022). 8. Sınıf öğrencilerinin karenin tanımıyla ilişkili algıları. *Erciyes Journal of Education*, 6(2), 166-190. <https://doi.org/10.32433/eje.1053357>

*Bu çalışma X.UFBMEK (27-30.06.2012) kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

1. Dr. ögr. Üyesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, germec@pau.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0002-6446-9217>

2. Prof. Dr, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, aduatepe@pau.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-2504-6294>

8th Grade Students' Perceptions of the Definition of Square*

Emine Gaye ÇONTAY 

Asuman DUATEPE PAKSU 

Pamukkale University, Faculty of Education

ABSTRACT

The aim of this qualitative study is to reveal the 8th grade students' perceptions of the definition of square. For this purpose, students' approaches to the definition of the square and whether their definitions contain necessary and sufficient conditions were examined and interpreted according to Van Hiele thinking levels. Participants were 91 eighth grade students (55 male and 36 female) from three middle schools in the Aegean Region and the measurement tool adapted from Ahuja (1996). The data were analyzed by content analysis method. Students' perceptions of the definition of the square; the approaches related to the definition of the square were gathered under the headings of certain themes (showing examples, drawing figures, making visual representations, using only mathematical language, listing the features, making a definition sentence, associating with the upper class) and including sufficient and necessary conditions. It was determined that most of the 8th grade students participating in this study had problems in defining the square. Although some students know many features of the square, they cannot define it at the expected level. Most of the students could not realize the relations of certain features of the square and they had difficulty in expressing an accurate definition that met the necessary and sufficient conditions. Almost all the students were not successful in associating square with the upper class and defining it with sufficient and necessary conditions. As a result, it was determined that the students could not form an expected definition at the 3rd level of Van Hiele.

Keywords: Middle school students, Van Hiele geometric thinking levels, definition of square, hierarchical classification, quadrilaterals.



Erciyes University,
Faculty of Education,
Kayseri/TURKEY

*Erciyes Journal of
Education (EJE)*

DOI: 10.32433/eje.1053357

SCREENED BY



Type: Research

Article History

Received : 10.01.2022

Accepted : 25.10.2022

Published : 31.10.2022

Suggested Citation

Çontay, E. G. & Duatepe Paksu, A. (2022). 8th grade students' perceptions of the definition of square, *Erciyes Journal of Education*, 6(2), 166-190. <https://doi.org/10.32433/eje.1053357>

*This study was presented as oral declaration in X. UFBMEK Conference (27-30.06.2012).

1. Ass. Prof. Dr., Department of Mathematics and Science Education, germec@pau.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0002-6446-9217>

2. Prof. Dr., Department of Mathematics and Science Education, duatepe@pau.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-2504-6294>

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Structuring of concept definitions is described as the key to perfect geometry teaching (Freudenthal, 1973). In identifying new mathematical objects, the role of concept definitions is very significant (Fujita & Jones, 2007). According to Zaslavsky and Shir (2005) definitions have important roles in introducing the objectives and determining the properties of a theory, creating the components necessary to shape the concept, shaping proofs and problem solutions, and structuring similarities between concepts. The properties of mathematical objects are determined by definitions (Freudenthal, 1973; Fujita & Jones, 2007), and thus clarity is provided in the use of words describing objects (Herbst, Gonzalez and Macke, 2005). Mathematical definitions are seen as the key to geometric understanding (Sfard, 2008). Students' definitions for a geometric concept gives information about how much they know about the subject and which level of Van Hiele (1986) they are at. According to de Villiers (1998), students make visual definitions at Van Hiele Level 1, non-economic definitions at Van Hiele level 2, and makes correct and economic definitions at Van Hiele level 3.

Purpose

The aim of this study is to reveal 8th grade students' the perceptions of definition of square. For this purpose, the students' approaches related defining the square and the situations including necessary and sufficient conditions were examined and interpreted according to their Van Hiele thinking levels. Since square offers many different definition options by using different kinds of quadrilaterals, has been an important factor in choosing the concept of square in the study. For all these reasons, the problem of this research is, "What are the perceptions of middle school students related to the definition of the square?"

Method

This study was carried out in three different middle schools in the Aegean Region. The study, which examined these perceptions with a qualitative method and was designed as a case study was conducted with 91 eighth grade students, including 55 male and 36 female. The measurement tool adapted from Ahuja (1996) was used in the study. The purpose of the questions is to determine how and at which Van Hiele level students define the square. While determining this, it was examined whether the students noticed the inclusive class relations in defining the square, the equivalent forms of the definitions of the square, and the necessary and sufficient attributes in a definition. The data was analyzed by using content analysis method by the two researchers. The collected data were analyzed by using the necessary and sufficient conditions framework of Zazkis and Leikin (2008).

Results & Discussions

Students' perceptions of the definition of square were gathered under the titles of specific themes (showing examples, drawing shapes, making visual expressions, using only mathematical language, listing figures, forming sentences of definitions, association with upper class) and

situations including necessary and sufficient conditions (expressions including not sufficient; not necessary and not sufficient; sufficient but not necessary; necessary and sufficient conditions). It was determined that most of the middle school students participating in this study has problems in defining the square. Although some students knew many of the characteristics of the square, it was seen that they could not define at the expected level. It was determined that most students didn't realize the relations of certain properties of square, had difficulties in expressing an accurate definition providing necessary and sufficient conditions. Almost all the students didn't succeed in associating the square with the upper class and defining it with necessary and sufficient conditions. As a result, it was determined that the students couldn't create an expected definition at the Van Hiele level 3. When asked to give the mathematical definition of the square, approximately 63% of the students (57 of 91 students) listed the characteristics of the square instead of using the definition phrase. The number of students using the definition phrase when making the mathematical definition of the square is 19. Based on these findings, it can be said that very few students use the definition statement when making mathematical definitions about the square. When asked to write the mathematical definition of the square, it was determined that the students mostly listed the features related to the square, rather than writing a definition sentence, or they used only mathematical language. It is concluded that most students could give description at Van Hiele level 1 (drawing only, using only mathematical language) and level 2 (listing features) (Currie & Pegg, 1998). It was determined that only 19 students referred to upper classes (quadrilateral, polygon, smooth polygon, parallelogram, smooth quadrilateral) while explaining the square to their friends who didn't not know what the square was. It has been determined that approximately 20% of students could make explanations at Van Hiele thinking level 2. Most students were unable to define the square using the rectangular and parallelogram.

GİRİŞ

Öğrencilerin "Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecek" olmaları, matematik dersi öğretim programının başlıca amaçları arasında yer almaktadır (MEB, 2018, s. 11). Matematikğin etkili kullanılması açısından önem arz eden problem çözme ve akıl yürütme becerilerinin (MEB, 2018) kazandırılmasında geometri öğretimi büyük rol oynamaktadır çünkü geometri öğretimi öğrencilerin uzamsal düşünce, çıkarımsal akıl yürütme ve ispat becerilerini geliştiren önemli bir matematiksel alandır (Battista, 2007).

Herbst, Gonzalez ve Macke'ye (2005) göre matematiksel bir tanım, bir objenin ifadelerle etiketlendiği gerekli ve yeterli koşullardır. Diğer bir ifadeyle bir matematiksel tanımın o kavramı anlayabilmeyi garantileyen gerekli minimum koşulları içermesi gerekir (Kazak ve Duatepe Paksu, 2019). Tall ve Vinner'a (1981) göre ise tanımlar, kavramı belirtmede kullanılan kelimelerin bir formudur. Matematik ve onun bir dalı olan geometride, kavramların doğru bir şekilde tanımlanması, teorilere sağlam bir temel oluşturma açısından önemlidir (Vinner ve Dreyfus, 1989). Buna ek olarak NCTM (National Council of Mathematics Teachers) (2000); geometrik şekillerin sınıflandırılması ve özelliklerinin anlaşılmasının, gerçek yaşam ve matematikğin diğer alanlarıyla (ölçme, cebir ve rasyonel sayılar) ilgili problemlerin çözümüne de katkı sağladığını belirtmektedir.

Kavramların doğru tanımlanması teori geliştirme, ispatlama becerisi, çıkarımsal akıl yürütme gibi bazı matematiksel süreçler açısından önemli görülmektedir. Fakat günümüzde geometri öğretimi çoğunlukla kavram tanımlarının yapılandırılması üzerine değil, ezbere dayandırılmaktadır (Berkün, 2011). de Villiers (1998) matematik öğretiminde problem çözme, varsayımında bulunma, ispat yapma gibi aktivitelere daha fazla önem verilirken kavram tanımlarının yapılandırılmasına önem verilmediğini ve bunun çoğunlukla ihmal edildiğini ifade etmektedir. Geometri öğretiminin ihmal edilen bir yönü olan kavram tanımlarının yapılandırılması, mükemmel bir geometri öğretiminin anahtarı olarak nitelendirilmektedir (Freudenthal, 1973). Kavram tanımlarının yeni matematiksel objeleri belirlemedeki sahip olduğu rol (Fujita ve Jones, 2007), anahtar bir matematiksel etkinlik olarak nitelendirilmesinde etkili olmaktadır.

Zaslavsky ve Shir'e (2005) göre tanımlar; bir teorinin amaçlarının tanıtılmasında ve özelliklerinin belirlenmesinde, kavramı biçimlendirmek için gerekli olan bileşenlerin oluşturulmasında, ispatların ve problem çözümlerinin şekillendirilmesinde, kavramlar arasındaki benzerliklerin yapılandırılmasında önemli rollere sahiptir. Tanımlar yoluyla matematiksel objelerin özellikleri belirlenir (Freudenthal, 1973; Fujita ve Jones, 2007) ve bu sayede objeleri niteleyen sözcüklerin kullanımında netlik ve açıklık sağlanır (Herbst vd., 2005). Matematiksel tanımlar geometrik anlayışın anahtarı olarak görülmektedir (Sfard, 2008).

Öğrencilerin bir geometrik kavram için yaptıkları tanım, ilgili konuyu ne kadar bildiklerine ve hangi Van Hiele (1986) düşünme düzeyinde bulduklarına ilişkin bilgi verir. Geometrik düşüncedeki farklılıklar ve bu farklılıkların nedenlerine yönelik içgörü sağlayan bu düzeyler, Pierre van Hiele ve Dina van Hiele Geldolf tarafından ortaya atılmıştır ve öğrencilerin uzamsal fikirleri kavrama yollarını hiyerarşik yapı ile açıklamaktadır (van de Walle, Karp ve Williams, 2014). de Villiers'a (1998) göre öğrenciler Van Hiele 1. düzeyde görsel tanımlar; Van Hiele 2. düzeyde ekonomik olmayan tanımlar; Van Hiele 3. düzeyde ise doğru ve ekonomik tanımlar yaparlar. Üçüncü düzeydeki tanım, kareyi dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenarın bir alt sınıfı olarak ifade etmeye olanak verir. Öğrencilerin dikdörtgen için yaptıkları tanımların niteliğinin Van Hiele düzeylerine göre örneklendirmek gerekirse 1. düzeyde görsel biçimde şöyle bir tanım yapılabilir: "Dikdörtgen iki uzun, iki kısa kenarı olan şekildir". Bu nedenle 1. düzeydeki tanımlar yetersiz bilgiler içermektedir. 2. düzeyde tanımlar ekonomik olmayan şekilde yapılmaktadır. Başka bir deyişle, geometrik şeklin tanımlanmasında kritik olmayan özelliklere yer verilmektedir. Örneğin, "Dikdörtgen karşılıklı kenarları paralel ve eş; tüm açıları dik açı olan; iki uzun iki kısa kenarı olan bir dörtgendir" şeklindeki tanımlama, dikdörtgen şekli için kritik olmayan özellikler içerdiğinden ekonomik olmayan bir tanımdır. Van Hiele 3. düzeyindeki öğrenciler, doğru ve ekonomik tanımlar yapmaktadırlar. "Dikdörtgen, bir açısı dik açı olan paralelkenardır" biçimindeki bir tanım, doğru ve ekonomik olmasının yanında dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki hiyerarşik ilişkiyi de içermektedir (de Villiers, 1998). Van de Walle vd. (2014) göre 1. Düzey Görselleştirme Düzeyi'dir ve bu düzeyde üzerine düşünülen nesnelere şekillerin neye benzediğidir. 2. Düzey Analiz Düzeyi olarak adlandırılmıştır. Bu düzeyde üzerinde düşünülen nesnelere, şekillerin bizzat kendisi değil şekil sınıflarıdır. İnformel Çıkarım düzeyi olarak adlandırılan 3. Düzey ise üzerinde düşünülen nesnelere ve şekillerin özellikleridir.

Kazak ve Duatepe Paksu (2019) ekonomik tanımları belirli koşullardan çıkarsama yapılarak elde edilen bilgileri vermeden gerekli ve yeterli koşulları içeren tanımlar olarak tanımlamıştır. İlgili hiyerarşik sınıf ilişkilerine yer verilen tanım ifadelerinin oluşturulması, bir kavrama ilişkin ifadeler arasında mantıksal ilişkilerin incelenmesi yoluyla olabilmektedir (Zazkis ve Leikin,

2008). Özellikle dörtgenlerin tanımlanması, hiyerarşik sınıf ilişkilerinin anlaşılması ve bu ilişkilerin yapılan tanımlara yansıtılması öğrencilerin sıklıkla zorlandığı konulardan birisidir (Currie ve Pegg, 1998; Monaghan, 2000; Pickreign, 2007).

Alanyazın

Bu çalışmada öğrencilerin karenin tanımları ile ilgili algılarının ortaya çıkarılması için geometrik düşünme düzeyleri incelenmiş, bu düzeyler Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre sınıflandırılmıştır. İlgili alanyazın incelendiğinde bu çalışma konusuyla ilişkili olarak ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerini inceleyen çalışmalar mevcuttur. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri, çokgenleri sınıflandırma becerileri ve bunlar arasındaki ilişkileri inceleyen bir çalışmada (Karakarçayıldız, 2016), 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri genellikle 1. düzeyde çıkmıştır. 2. Düzey (analiz düzeyi) ve 3. Düzey (informel çıkarım düzeyi)'de bulunan öğrencilerin toplamı örneklem grubunun yaklaşık yarısını oluşturmuştur. Benzer olarak öğrencilerin dörtgenlere ilişkin tanımlara ve kapsayıcı ilişkilere ilişkin düşünme düzeyine yoğunlaşan başka bir çalışma Currie ve Pegg (1998) tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışmada öğrencilerin Van Hiele 1. ve 2. düzeyde parçalı tanımlar yaptıkları, Van Hiele 3. düzeyde ekonomik tanımlar yapmada başarısız oldukları ortaya konmuştur. Bu çalışmada öğrencilerin karenin tanımları ile ilgili algıları, dörtgenlerin özelliklerine ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilere dayalı olarak tanım yaparken yeterli ve geçerli koşulları içermelerine göre incelenmiştir.

Çalışmanın konusuyla ilişkili olarak Monaghan (2000), ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri kavramsallaştırmalarına ve onları ayırt etme girişimlerine odaklandıkları çalışmalarında; kare ile dikdörtgen, dikdörtgen ile paralelkenar, kare ile eşkenar dörtgen, paralelkenar ile deltoid, yamuk ile paralelkenar arasındaki farklılıklar sorularak öğrencilerin şekilleri hangi temelde tanımladıklarının ortaya çıkacağı varsayılmıştır. Bulgular, şekilleri tanımlamada ve ayırt etmede şekillerin standart temsillerine güvendiklerini göstermiştir. Vygotsky'nin önermiş olduğu bilişsel çatışmalara yönlendirilmeyen öğrencilerin, sınıf içermelerini kavramsallaştıramadığı ifade edilmiştir. Bir başka çalışma ise öğrencilerin dörtgenleri sınıflandırmalarına ilişkin bir öğretim deneyine odaklanmıştır. Bernabeu, Moreno, Llinares (2018) 9 yaş grubundaki üçüncü sınıfta okuyan 29 ilköğretim okulu öğrencisiyle gerçekleştirdiği çalışmada, öğrencilerin yarısına yakını dörtgenleri yanlış sınıflandırmışlardır.

Öğrencilerin yaptıkları tanımlara ve kapsayıcı sınıf ilişkilerine odaklanan çalışmalar incelendiğinde en güncel çalışmanın Yavuzsoy Köse, Yılmaz, Yeşil ve Yıldırım'ın (2019) çalışması olduğu görülmüştür. Sekizinci sınıf öğrencilerine paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve karenin kapsayıcı tanımları ile hariç tutan tanımları yapıldıktan sonra öğrencilerden klinik görüşme sırasında bu tanımları yorumlamaları istenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin büyük çoğunluğu paralelkenarın "İki çift paralel kenarı olan dörtgen" tanımını doğru olarak tespit ederken sadece bir öğrenci "İki çift paralel kenar" ifadesini anlamakta zorluk çekmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu bu tanımın kapsayıcı olduğunu, aynı zamanda dikdörtgeni, eşkenar dörtgeni ve kareyi kapsadığını fark etmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin kare tanımlarındaki yanlışlarının düşünme süreçlerindeki prototip dörtgen imajlarından kaynaklandığı belirlenmiştir. Dörtgenlerin içeren ve hariç tutan tanımlarına odaklanan bir diğer çalışma Balgalmış ve Işık Ceyhan'ın (2019) çalışmasıdır. Dörtgenlerin içeren tanımlarına odaklanılarak yapılan öğretim etkinliklerinin öğrenci başarısı üzerinde olumlu etkileri olduğu saptanmıştır.

Alanyazında dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri inceleyen iki çalışmada (Herbst vd., 2005; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017) öğrencilerin tanımları yeterlik ve gereklilik ölçütlerine göre değerlendirilmiştir. Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimlerini ve bu süreçte yaşadıkları yanlışları ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin paralelkenar ile ilgili örnek uzayları üzerinde hiyerarşik olmayan veya kısmi hiyerarşik özellikte olan prototip örneklerin önemli etkileri olduğu belirlenmiştir. Öğrenciler paralelkenar örneği olan durumların örnek teşkil etmediğini düşünmüşler, paralelkenar örneği olmayan şekilleri paralelkenar olarak kabul etmişler ve bu nedenle aşırı genelleme hataları sergilemişlerdir. Sadece iki öğrencinin paralelkenar ayırt etme adına yaptıkları seçimlerde dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilere odaklandıkları belirlenmiştir. Dörtgenlerin yeterli ve gerekli koşullarla tanımlanmasına odaklanan bir başka çalışma (Herbst vd., 2005) ise lise öğrencilerinin bir şekli tanımlamayı nasıl anladıklarına ilişkin olarak tasarlanmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgene ilişkin çok az bilgiye sahip oldukları saptanmıştır. Öğrencilerin dikdörtgen tanımları incelendiğinde %88'inin fazla ve gereksiz bilgi ya da yetersiz bilgi verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin yalnızca %12'sinin gerekli ve yeterli tanımlar yaptıkları görülmüştür.

Aktaş ve Aktaş (2012) 8. sınıf öğrencilerinin köşegenleri farklı durumlarda kesişen dörtgenleri tanıma ve dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlama becerilerini incelediği bir araştırma yapmıştır. Öğrencilerin köşegen özelliklerini kullanarak ve uygun çizimler yaparak özel dörtgenleri tanıyabildikleri ancak aralarındaki hiyerarşik ilişkileri kendiliğinden göremedikleri belirlenmiştir. Örneğin öğrenciler köşegenleri birbirine eş ve birbirini dik ortaltayan dörtgenin kare olduğunu belirlerken bir karenin aynı zamanda özel bir dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olduğu sonucuna öğretmenin rehberliği ile ulaşmışlardır. Bu çalışmaya benzer olarak Ergün (2010) çalışmasında, 7. sınıfta okuyan ortaokul öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimlerini araştırmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre öğrencilerin sıklıkla prototip figürler kullandıkları ve bunları; genel şekil olarak algıladıkları, dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlamakta sorun yaşadıkları, ekonomik olmayan ve gerekli ve yeterli koşulları sağlamayan tanımlar yaptıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yarısından fazlası eşkenar dörtgeni tüm açıları eşit olan dörtgen olarak tanımlamışlardır. Buradan öğrencilerin eşkenar dörtgen algılarının kare ile aynı olduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan görüşmelerde 25 öğrenciden sadece bir tanesinin karenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu belirttiği raporlanmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerin yarısından fazlası eşkenar dörtgenin genel şekli yerine kare şekli çizmiştir. Öğrencilerin eşkenar dörtgen yerine kare çizmiş olmalarının da öğrencilerin eşkenar dörtgen-kare arasındaki ayrımın farkına varmadıklarını ve eşkenar dörtgen ile kareyi birbiriyle aynı şekil olarak algıladıklarını göstermiştir. Kare ile eşkenar dörtgen birbiriyle ilişkili iki dörtgen çeşidi olmasına rağmen sadece bir öğrenci kareyi tanımlamak için bu ilişkiyi kullanmıştır. Öğrencilerden dokuzu ise kare ile eşkenar dörtgen arasındaki hiyerarşik ilişki yerine, bu iki dörtgenin birbiri ile aynı dörtgen olduğunu belirttikleri belirlenmiştir.

Okazaki ve Fujita (2007) ise Japonya ve İskoçya öğrencilerinin dörtgenler arasındaki kapsayıcı sınıf ilişkilerine ilişkin anlayışlarını prototip fenomenler ve ortak bilişsel yollar aracılığıyla ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Çalışma Japonya'dan 9. sınıf ve 15-18 yaş arası İskoç öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre Japon ve İskoç öğrencilerinin %74'ü eşkenar dörtgenin aynı zamanda paralelkenar olduğunu fark ederken öğrencilerin birçoğu dikdörtgenlerin paralelkenarın özel bir biçimi olduğunu ve karenin dikdörtgenin ve eşkenar

dörtgenin özel biçimi olduğunu görememişlerdir. Japon öğrencilerin daha çok karenin özel bir dikdörtgen olduğunu, İskoç öğrencilerin ise karenin özel bir eşkenar dörtgen olduğunu görmekte zorlandıkları belirtilmiştir. Çalışmanın başka bir sonucu olarak eşkenar dörtgen/paralelkenar ilişkisinin öğrenciler tarafından kare/eşkenar dörtgen ilişkisine göre daha rahat anlaşıldığı ifade edilmiştir. Japon öğrencilerde prototip fenomenlerin yüksek oranda kare ve dikdörtgende ortaya çıktığı, bu prototip imajların ve örtük özelliklerin dikdörtgen/paralelkenar ve kare/dikdörtgen ilişkilerinin doğru anlayışı için engel teşkil ettiği ifade edilmiştir. İskoç öğrencilerde paralelkenarın nispeten daha esnek imajları olmasının yanında en güçlü prototip fenomenin karede ortaya çıktığı belirtilmiştir.

Araştırmanın Önemi

Yapılan çalışmalar, dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırmaya yönelik öğrenci zorluklarına dikkat çekmektedir. Bu durum ülkemizdeki öğrencilerin ne durumda oldukları sorusunu akla getirmektedir. Alanyazın incelendiğinde ortaokul öğrencilerinin hiyerarşik sınıf ilişkilerine odaklanan çalışmalar olmakla beraber bu çalışmalardan sadece ikisinin (Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017, Herbst vd., 2005) öğrencilerin tanım ve yaklaşımlarını yeterlik ve geçerlik ölçütlerine göre ele aldığı görülmüştür. Bunlardan sadece biri (Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017) ortaokul öğrencileriyle yürütülmüştür. Alanyazındaki bazı çalışmaların (Currie ve Pegg, 1998; Karakarçayıldız, 2016; Monaghan, 2000) ise bu çalışmadaki gibi öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini ele aldığı görülmüştür. Konu ile ilgili yapılan birçok çalışmada da (Aktaş ve Aktaş, 2012; Balgalmış ve Işık Ceyhan, 2019; Bernabeu vd., 2018; Okazaki ve Fujita, 2007; Yavuzsoy vd., 2019) incelemelerin kare odaklı olmadığı belirlenmiştir. Ortaokul öğrencilerinin kare kavramına ilişkin yaklaşımlarının incelendiği bu çalışma hem öğrencilerin kapsayıcı sınıf ilişkilerine ilişkin yaklaşımlarını kare odaklı inceleme bakımından, hem de bu incelemeyi geometrik düşünme düzeyleri ile yeterlik ve gereklilik ölçütlerine odaklanarak gerçekleştirilmesi bakımından diğerlerinden ayrılmakta olup alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin kare kavramı hakkında yaptıkları tanımlama yaklaşımlarının incelenmesinin onların kare tanımı, karenin diğer dörtgenlerle olan hiyerarşik ilişkileri, Van Hiele düşünme düzeyleri, yeterli ve gerekli koşullar hakkındaki anlayışları bakımından bilgi sağlayacağı; kısaca geometrik algılarının ortaya çıkarılmasına hizmet edeceği düşünülmektedir.

Araştırmanın Amacı ve Araştırma Problemi

Bu çalışmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin karenin tanımları ile ilgili algılarını incelemektir. Bu amaçla öğrencilerin kareyi tanımlarken kapsayıcı sınıf ilişkilerini, karenin tanımlarının eşdeğer biçimlerini, bir tanımda gerekli ve yeterli nitelikleri fark edip etmedikleri incelenmiştir ve bu konudaki yaklaşımları Van Hiele düşünme düzeylerine göre yorumlanmıştır. Kare kavramının farklı tipte dörtgen çeşitlerini kullanarak çok sayıda farklı tanım seçeneği sunması, çalışmada kare kavramının seçilmesi için önemli bir etken olmuştur. Güncel öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde, şekillerin kapsayıcı sınıf ilişkilerine dair kazanım ve açıklamalar ve 5. sınıfta karenin, dikdörtgenin özel bir durumu olarak ele alınmasıyla başlamakta olup 7. sınıfta da karenin, dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel bir durumu olarak ele alınmasıyla devam etmektedir. Dolayısıyla, öğrencilerin daha önceden kapsayıcı sınıf ilişkilerine dair bilgi sahibi olmaları durumu dikkate alınmıştır. Bu nedenle, 8. sınıf öğrencileri ile çalışılmıştır. Tüm bu gerekçelerle söz konusu bu araştırmanın problemi, "8. sınıf öğrencilerinin karenin tanımıyla ilgili algıları nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

YÖNTEM

Bu çalışma, 8. sınıf öğrencilerinin karenin tanımıyla ilişkili algılarını nitel yöntemle inceleyen durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Yin'e (2003) göre "Durum çalışması, olgular ve bağlamların arasındaki sınırların açıkça belli olmadığı durumlarda güncel bir olguyu kendi gerçek hayat durumları içerisinde inceleyen bir araştırma"dır (s. 13). Bu çalışmada durum çalışması deseninin seçilmesinin sebebi, öğrencilerin kareyi tanımlama algılarının ve bu algılarının belirli bir çerçeve ve yeterlik düzeyinde kendi hayat durumları içerisinde ortaya konmak istenmesidir. Çalışmada bu algılar öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri çerçevesinde belirlenmek istenmektedir. Çalışmanın analiz birimi ise 8. sınıf öğrencilerinin karenin tanımıyla ilgili algılarıdır.

Katılımcılar

Çalışmada belirli bir örneklemden evrene genellemeye gidilmemiştir. Dolayısıyla nitel araştırmalarda kullanılan olasılıksız amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Bu örnekleme yönteminde, araştırmacı tarafından önceden belirlenen bir dizi ölçütü karşılayan tüm durumlar çalışılır (Patton, 1987). Katılımcıların seçiminde tercih edilen ölçütler: 1. Öğrencilerin sekizinci sınıfa devam ediyor olması, 2. Öğrencilerin dörtgenlerin özelliklerini ve bu özellikler arasındaki hiyerarşik ilişkileri biliyor olmaları, 3. Katılımcı gönüllülüğü olarak belirlenmiştir. Bu çalışmanın katılımcıları gönüllü olan öğrenciler arasından seçilmiştir. Çalışma, 2011-2012 3ğitim-öğretim yılında, Denizli Merkez ilçesinde bulunan üç farklı devlet ilköğretim okulunda, 55'i erkek, 36'sı kız olmak üzere 91 8. sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Aracı

Öğrencilere Ahuja'dan (1996) uyarlanan ve 6 adet açık uçlu sorudan oluşan ölçme aracı yöneltilmiştir. Ahuja (1996) çalışmasında, öğrencilere paralelkenarın tanımını telefonda bir arkadaşına yapmalarını (1), minimum sayıda özelliği kullanarak paralelkenarın tanımını yapmalarını (2) ve paralelkenar kelimesini kullanarak karenin tanımını yapmalarını (3) istediği üç açık uçlu soruyu yöneltilmiştir. Bu çalışmada hazırlanan ölçme aracındaki sorular Ahuja'nın (1996) çalışmasındaki soruların birebir aynısı değildir ancak sözü edilen çalışmanın sorularından model alınarak oluşturulmuştur. Soruların amacı öğrencilerin kareyi nasıl ve hangi Van Hiele düzeyinde tanımladıklarını belirlemektir. Bunu belirlerken öğrencilerin kareyi tanımlamada sınıf ilişkilendirmelerini ve kareye ait tanımların denk biçimlerini fark edip etmedikleri incelenmiş; yaptıkları tanımların gereklilik ve yeterlilik düzeyleri belirlenmiştir. Ölçme aracının pilot çalışması ana çalışmadan önce 15 sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın amacı, ölçme aracının öğrencilerin karenin tanımına ilişkin algılarını ortaya çıkarmak için uygun olup olmadığının belirlenmesidir. İç geçerlik için matematik eğitiminde uzman beş öğretim üyesinden ve iki matematik öğretmeninden uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşünde; soruların açık, sade, anlaşılır ve öğrencilerin tanımlarına ilişkin algılarını ortaya çıkarma potansiyeline sahip olup olmadığına ilişkin görüş alınmıştır. Uygulama sonucunda soruların hepsinin araştırmanın amacına uygun, sade, açık anlaşılır olduğu tespit edilmiştir. Pilot uygulama sonrasında soru sayısında bir değişiklik olmadan uygulamaya geçilmiştir. Ana çalışmada uygulanan ölçme aracının soruları aşağıdaki gibidir:

- 1) Karenin ne olduğunu bilmeyen bir arkadaşınız var. Bu arkadaşınıza çizim yapmadan kareyi anlatmak için yapacağınızı açıklamaları yazınız.
- 2) Kareyi tarif etmemiz için hangi özelliklerini söylememiz yeterli olur?
- 3) Yukarıdaki anlatımlarınızdan yola çıkarak, karenin matematiksel tanımını yazınız.
- 4) Kareyi anlatmak için farklı bir tanım kullanılabilir mi? Farklı bir tanım olabileceğini düşünüyorsanız bu tanımı da yazınız.
- 5) Kareyi, dikdörtgenin özelliklerini kullanarak tanımlayabilir misiniz? Cevabınız evet ise kareyi, dikdörtgenin özelliklerini kullanarak tanımlayınız.
- 6) Kareyi, paralelkenarın özelliklerini kullanarak tanımlayabilir misiniz? Cevabınız evet ise kareyi, paralelkenarın özelliklerini kullanarak tanımlayınız.

İşlem

Veri toplama aracı öğrencilere bir matematik dersi süresinde kendi sınıf ortamlarında uygulanmıştır. Çalışma, araştırmaya katılmaya gönüllü olan öğrencilerle yürütülmüştür. Öğrencilere, istedikleri zaman çalışmadan ayrılacakları belirtilmiştir. Öğrencilerden düşündükleri her şeyi yazmaları istenmiştir.

Verilerin Analizi

Verilerin analizi içerik analizi yöntemiyle araştırmacılar tarafından yapılmıştır. Analiz sınıflama listeleri öncelikle öğrencilerin sorulara verdikleri tepki biçimlerine göre oluşturulmuştur (örnek gösterme gibi). Öncelikle araştırmacılar bireysel olarak tema listeleri oluşturmuşlar, sonrasında bir araya gelerek temaların her birini ortak tema listesine dönüştürmüşlerdir. Her iki araştırmacı taslak temalarını paylaşmış; ortak olarak belirledikleri “Örnek Gösterme” temasında karar kılmışlardır. Devamında her bir araştırmacı bireysel olarak bu temalar altındaki kodları araştırmışlardır. Oluşturulan kodlamalar bir araya getirilerek Örnek Gösterme teması altındaki “Doğru Örnek” kodu gibi gruplandırılmış kodlara son şekli verilmiştir. Kodlamalarda tamamıyla fikir birliğine varılmıştır. Öğrencilerin karenin tanımıyla ilişkili alguları “Karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar” ve “Yeterli ve gerekli koşulları içerme durumları” olmak üzere iki ana başlık altında incelenmiştir. İçerik analizi sonucunda, karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar “Örnek Gösterme”, “Şekil Çizme”, “Görsel Anlatımlarda Bulunma”, “Sadece Matematiksel Dil Kullanma”, “Özellikleri listeleme”, “Tanım Cümlesi Kurma” ve “Üst Sınıfla İlişkilendirme” temaları altında toplanmıştır. Kodların tamamı ise bu temalar altında Tablo 1’de gösterilmiştir. Yeterli ve gerekli koşulları içerme durumları Zazkis ve Leikin’in (2008) çalışmasından yararlanılarak bu çalışmadaki çerçeveye göre düzenlenmiştir.

Tablo 1. Tanımların yeterli ve gerekli koşulları içerme durumları

Açıklama	
Yetersiz	Verilen tanım kareyi anlatmak için yeterli özelliklere sahip değildir.
Yetersiz ve Gereksiz	Verilen tanım kareyi anlatmak için yeterli özellikleri içermemekte bunun yanı sıra gerekli olmayan özellikleri içermektedir.
Yeterli ve Gereksiz	Verilen tanım kareyi anlatmak için yeterli özellikleri içermekte ancak gerekli olmayan özellikleri de ifade etmektedir.
Yeterli ve Gerekli	Verilen tanım kareyi anlatmak için yeterli ve gerekli koşulları içermektedir.

Buna göre, karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar; “Yetersiz”, “Yetersiz ve gereksiz”, “Yeterli ve gereksiz” ve “Yeterli ve gerekli” koşulları içerme durumlarına göre dört alt başlıkta incelenmiştir. Örneğin, “Kare dört kenarlı bir şekildir” gibi bir ifade, yetersiz koşulları içeren bir ifadedir çünkü kareyi tanımlamak için yeterli özelliklere sahip değildir (4 kenarının ve açısının eşit olması gibi). “4 kenarlı ve kenarları 10 cm olan dörtgendir” gibi bir ifade ise kareyi tanımlamak için hem yetersiz hem de gereksiz koşulları içermektedir. Çünkü bu ifade kareyi tanımlamaya yeterli özellikleri içermemekle birlikte gerekli olmayan durumları da içermektedir. Bir dörtgenin kare olabilmesi için kenar uzunluklarının mutlaka 10 cm olmasına gerek yoktur. Diğer bir başka ifadeyle bu koşul sağlanmadan da kareyi tanımlamak mümkündür. “Kare dört kenarı eşit uzunlukta, dört dik açısı ve köşegen uzunlukları eşit olan dörtgendir” ifadesinde kare tanımlanabilir fakat burada diğer bilgiler varken şeklin dört dik açısı sahip olduğunun söylenmesi gerekli değildir çünkü dört eş kenar bilgisi verildikten sonra açılardan birinin dik olduğunun söylenmesi bile kareyi anlamak için yeterli olmaktadır. Bunun yanında köşegenlerinin eşit olmasından bahsedilmiştir. Bu özellik söylenmeden de “Kare dört kenarı eşit uzunlukta ve bir dik açısı olan dörtgendir” biçiminde kare tanımlanabilmektedir. “Köşegenleri eşit uzunlukta olan ve birbirini dik ortaltayan dörtgendir” denildiğinde kare yeterli koşullar sağlanarak tanımlanmış olur. Öğrencilerin karenin tanımıyla ilişkili algıları Van Hiele düşünme düzeylerine göre de yorumlanmıştır.

Tablo 1’de özetlenen ve açıklanan yeterli ve gerekli koşulları içerme durumları örneklendirilecek olursa öğrencilere kare için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda bazı öğrenciler bu çalışmadaki yaklaşımların alt temalarından biri olan örnek gösterme yaklaşımı ile hareket ederek zarın bir yüzü, kare masa, sıraların üstü, bilgisayar monitörü gibi ifadeler kullanmışlardır. Bu da tanımlarını objelerin görselliğiyle destekleyerek Van Hiele 1. düzeyde gözlemlenen yaklaşımlar sergilediklerini göstermiştir. Başka bir örnek verilecek olursa öğrencilerden karenin matematiksel tanımını yapmalarını istendiğinde, tanım cümlesi kurmak yerine karenin özelliklerini listeledikleri görülmüştür. Karenin özelliklerini listeleme yaklaşımı “Özellikleri Listeleme” teması altında toplanmıştır. Buradan Van Hiele 2. düzeyde yanıtlar verdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin karenin tanımlarına ilişkin algıları hem “Karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar” ve “Yeterli ve gerekli koşulları içerme durumları” olmak üzere iki ana başlık altında incelenmiştir. Her iki örnekteki “Karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar” (örnek gösterme yaklaşımı ve özellikleri listeleme yaklaşımı) Van Hiele düzeylerine göre incelenmiştir. Tablo 1’de belirtilen çerçeve temel alınarak yapılan veri analizi sonuçları ise Tablo 2’de sunulmuştur.

BULGULAR

Bu çalışmada elde edilen veriler; karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar ile Zazkis ve Leikin'in (2008) yeterlik ve geçerlik ölçütlerine göre sınıflandırılmıştır. Karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar altında öğrencilerin ikinci soru hariç tüm sorulara verdikleri yanıtlara ilişkin ifadeleri temalara göre incelenmiştir. Yeterlik ve geçerlik ölçütleri altında ise öğrencilerin ilk dört soruya verdikleri yanıtlara ilişkin ifadeleri incelenmiştir.

Karenin Tanımlanmasıyla İlişkili Yaklaşımlar

Öğrenciler karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken; karenin matematiksel tanımını yazmaları istendiğinde ve kareyi anlatmak için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda farklı yaklaşımlarda bulunmuşlardır. Öğrencilerin ifadeleri Tablo 2'de görülmektedir. (Öğrencilerin kareyi, dikdörtgenin ve paralelkenarın özelliklerini kullanarak tanımlama yaklaşımları sadece bir öğrencide ortaya çıkmıştır, tabloya alınmadan üst sınıfla ilişkilendirme teması altında sunulmuştur.)

Tablo 2. Karenin tanımlanmasıyla ilişkili yaklaşımlar

		Soru 1	Soru 2	Soru 3	Soru 4
Örnek Gösterme	Doğru örnek	4			
	Doğru olmayan örnek	10			
	Belirsiz örnek	1			
	Verilen örnekte "kare" sözcüğünü kullanma	2			
	Açıklama yapmadan sadece örnek verme	10		21	
Şekil Çizme	Şekil çizme	3			
	Sadece çizim yapma		4		
	Şekille gösterip anlatma			3	
Görsel Anlatımlarda Bulunma	Çizim yapmadan görsel olarak anlatma	8			
	Karenin nasıl oluşturulacağını şekille göstererek anlatma			4	
Sadece Matematiksel Dil Kullanma			1		
Özellikleri Listeleme	Sözel ifadeler ile listeleme yapma		23		
	Sözel ifadeler ile listeleme yapmanın yanında çizim yapma		12		
	Özellikleri listelerken sembolik ifadeler kullanma		2		
	Özellikleri listelerken çizim yapma ve sembolik dil kullanma		20		
	Daha önceki tanımına özellik ekleme				6

Tanım	Önceki tanımdaki kelimelerin yerlerini			
Cümlesi	değiştirme		2	
Kurma	Yeni ve farklı bir tanım yazma	19	3	
Üst Sınıf ile İlişkilendirme	Dörtgen ve eşkenar dörtgen	2		
	Dörtgen	12		
	Paralelkenar	2		
	Çokgen	1	7	16
	Düzensiz çokgen	1		
	Düzensiz dörtgen	1		

Öğrencilerin 1. soruda çizim yapmadan kareyi anlatırken verdikleri yanıtlar; örnek gösterme, şekil çizme, görsel anlatımlarda bulunma ve üst sınıfla ilişkilendirme ana tema başlıkları altında toplanmıştır. Öğrencilerden 3. soruda karenin matematiksel tanımını yapmaları istendiğinde yanıtları şekil çizme, sadece matematiksel dil kullanma, özellikleri listeleme ve tanım cümlesi kurma olarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerden 4. soruda karenin farklı bir tanımını yapmaları istendiğinde) verdikleri yanıtlar ise öncelikle “Hayır” yanıtını vererek başka bir tanım yapmayanlar; yanıtları belirsiz olarak kabul edilenler, boş bırakanlar, “Belki” yanıtını verenler ve “Evet” diyerek alternatif bir tanım yapabileceğini söyleyenler olmak üzere sınıflandırılmıştır. Evet diyen öğrencilerin yanıtları ise tanım/açıklama yapmama, örnek gösterme, daha önceki tanımına özellik ekleme, üst sınıf ile ilişkilendirme yapanlar, görsel anlatımlarda bulunma, tanım cümlesi kurma ve şekil çizme ana temaları altında sınıflandırılmıştır. Öğrencilerden kareyi yeterli özellikleri ile tarif etmeleri istendiğinde verdikleri yanıtlar üst sınıfla ilişkilendirme ana teması altında açıklanmıştır.

Bu yanıtlar “Tepki” ifadeleri olarak aşağıda temalar altında açıklanmıştır. Örneğin, Örnek Gösterme teması altında verilen tepkiler incelendiğinde, öğrenciler 1. soruya ilişkin ve 4. soruya ilişkin yanıtlarında bu tema altında tepkiler ortaya koymuşlardır. Aynı öğrenciler başka bir tema altında aynı soruya ya da başka bir soruya ilişkin tepkiler de ortaya koyabilmişlerdir ya da koymamışlardır. Bu yüzden açıklama ve tablolarda frekans değerlerine ilişkin oranlara yer verilmemiştir. Dolayısıyla öğrenci yanıtlarını herhangi bir oranlama yapmadan yorumlama yoluna gidilmiştir. Aşağıdaki temaların altındaki Van Hiele düzeyine ilişkin açıklamalarda da aynı nedenden dolayı belirli bir oran bazında açıklama yapılmamıştır. Örneğin bir öğrenci “Örnek Gösterme” teması altında verdiği tepkiyle hareket ettiğinde Van Hiele 1. düzeyinde iken, başka bir soruya ilişkin açıklamasında farklı bir düzeyde tepki verebilmiştir. Ya da her soru bazında öğrenci yanıtları her tema altında oranlı olarak dağılmamıştır. Bazı temalar altında bir bazılarının altında birkaç Van Hiele düzeyinde tepki bulunmaktadır. Dolayısıyla tema bazında Van Hiele düzeyi oranlamasına gidilmemiş, fakat öğrencilerin yanıtları tema altında açıklamalarıyla yorumlanmış ve bu tür açıklamaların hangi Van Hiele düzeyine tekabül ettiği belirtilmiştir. Ayrıca, hangi soruya ilişkin hangi yanıtların daha çok olduğu ve bu yanıtlara karşılık gelen Van Hiele düzeylerinin ne olduğu açıklanmıştır.

Örnek Gösterme

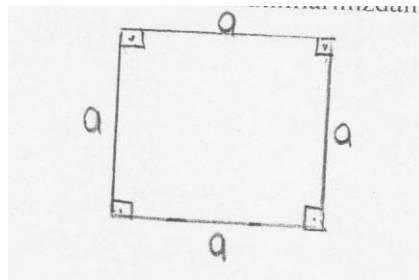
Bazı öğrenciler karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken ve kareyi anlatmak için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda (1. ve 4. soruya ilişkin yanıtlarında) örnek vermişlerdir.

Çizim yapmadan kareyi anlatmaya çalışırken, öğrencilerin 27'si açıklamalarında örneklere yer vermiştir. Bunların 10'u sadece örnek vermekle yetinmiş, başka açıklama yapmamıştır. 17 öğrencinin verdiği örneklerden sadece dördü kare için doğru örnek olarak kabul edilmiştir. Doğru örnek olarak kabul edilen bir öğrencinin (Ö90) verdiği yanıt şu şekildedir: "Tavla zarını düşün. Bu zarın sadece bir yüzünü görüyorsun ve bu tam bir kareye örnek". Öte yandan öğrencilerden 10'unun verdiği örnek ise doğru olmayan örnek olarak nitelendirilmiştir. Bu öğrenciler açıklamalarında televizyon, bilgisayar monitörü gibi belli bir yüzü kare olsa bile üç boyutlu olan nesnelere ilişkin örnekler vermişlerdir. Örneğin Ö33; "Kare mesela bir bilgisayarın monitörüne benzer" biçiminde açıklamada bulunmuştur. Başka bir öğrenci Ö85: "Yanları uzun eni kısa olur ve dolaba benzer" ifadesini kullanmıştır. Bu türden yanıtlar "Doğru olmayan örnek" olarak kabul edilmiştir. Örnek veren öğrencilerden birinin verdiği örneğin kare olup olmadığı anlaşılammıştır. Öğrenci kareyi "Sıraların üst tahtasına benzer" olarak nitelendirmiştir. Bahsedilen sıraların geometrik şekli bilinmediğinden bu ifade belirsiz örnek olarak nitelendirilmiştir. İki öğrenci (Ö65 ve Ö80) ise kareyi, "Kare saat", "Kare masa" gibi örneklerle açıklamıştır. Ö80: "Arkadaşımız eğer kareyi bilmiyorsa ona anlatırız kare masaları gösteririz". Kareyi çizim yapmadan örnek göstererek anlatma yolunu tercih eden öğrencilerin çoğunluğunun (17 öğrencinin 10'u) doğru olmayan örnek verdikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilere kare için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda evet diyenler arasında 21 öğrenci örnek göstermiştir.

Elde edilen veriler bazı öğrencilerin örnek gösterme yaklaşımlarını görsel özellikleri ön plana çıkaran açıklamalara dayandırdıklarını ortaya koymaktadır. Zarın bir yüzü, kare masa, sıraların üstü, bilgisayar monitörü gibi ifadeler öğrencilerin tanımlarını objelerin görselliğiyle desteklediklerini, dolayısıyla örnek gösterme teması altında toplanan ifadelerin Van Hiele 1. düzeyde gözlemlenen yaklaşımlar olduğu belirlenmiştir. Başka deyişle, karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken 27 öğrenci; kareyi anlatmak için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda ise 20 öğrenci Van Hiele 1. düzeyde yanıtlar vermişlerdir. O halde, 91 öğrenciden 27'si bir arkadaşına çizim yapmadan kareyi anlatırken; 20'si ise daha öncekinden farklı bir tanım kullanmaya çalışırken Van Hiele birinci düzeyde yanıtlar vermişlerdir.

Şekil Çizme

Öğrencilerden çizim yapmadan kareyi anlatmaları istendiğinde üç öğrenci soru kökünde "Çizim yapmadan" ifadesi yer almasına rağmen şekil çizerek açıklama yapma yoluna gitmiştir. Öğrencilerden matematiksel tanım yapmaları istendiğinde dört öğrenci sadece çizim yapmıştır. Sadece çizim yapan öğrencilerden biri olan Ö41 kodlu öğrencinin yanıtı Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Ö41 kodlu öğrencinin üçüncü soruya vermiş olduğu yanıt

Şekilde de görüldüğü üzere öğrenci çiziminde açılar dik olduğunu sembolle belirtmiştir ve kenar uzunluklarının eşit olduğunu her kenara a yazarak göstermiştir.

Alternatif bir tanım yapıp yapamayacakları sorulduğunda “Evet” yanıtını veren öğrenciler (Ö31, Ö48, Ö57) kareye ilişkin farklı bir tanım oluşturmaya çalışırken açıklamalarının yanında benzer şekilde kareyi şekille gösterip anlatma yoluna gitmişlerdir.

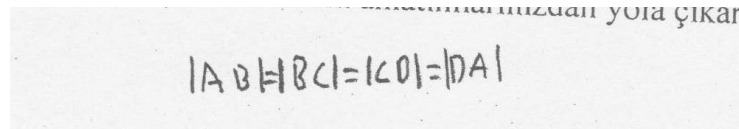
Görsel Anlatımlarda Bulunma

Öğrencilerden çizim yapmadan kareyi anlatmaları istendiğinde sekiz öğrenci, kareyi anlatırken karenin görüntüsünü hayallerinde canlandırdıkları şekliyle anlatma yoluna gitmiştir. Bu durum çalışmada “Çizim yapmadan görsel olarak anlatma” şeklinde ifade edilmiştir. Örneğin Ö19: “Kare, dikdörtgeni boyundan ortaya böldüğümüz bir şekildir” ve Ö43: “Bütün kenarları eş olan ortadan kıvrıdığımızda çakışan üçgen olabilen” gibi ifadeler kullanmışlardır. Öğrencilerden karenin farklı tanımını yapmaları istendiğinde dört öğrencinin karenin nasıl oluşturulacağını görsel anlatımlarla anlattığı görülmüştür. Bu öğrencilerin yanıtları “Karenin nasıl oluşturulacağını şekille göstererek anlatma” alt teması altında toplanmıştır.

Öğrencilerden çizim yapmadan kareyi anlatmaları ve karenin farklı bir tanımını yapmaları istendiğinde öğrencilerin Van Hiele 1. düzeyde gözlemlenen görsel tanımlar yaptıkları belirlenmiştir. 91 öğrenciden sekizi 1. soruya ilişkin yanıt verirken çizim yapmadan görsel olarak anlatma yoluna giderken ve farklı tanım düşünürken dördü şekille göstererek anlatım yoluna giderken Van Hiele 1. düzeyde yaklaşımlar sergilemişlerdir. Öğrencilerin yaklaşımları kare için gerekli ve yeterli koşulları sağlayan özellikleri ifade etmek yerine bir örnek üzerinden karenin tanımını oluşturma eylemlerine dayanmaktadır. Sonuç olarak, çalışmada ortaya konan ilk üç ana temaya ilişkin yaklaşımlar incelendiğinde; öğrencilerin azımsanamayacak bir kısmının Van Hiele 1. düzeyde yanıtlar verdikleri söylenebilir.

Sadece Matematiksel Dil Kullanma

Karenin matematiksel tanımını yapmaları istendiğinde, bir öğrenci sadece matematiksel dil kullanmıştır. Ö14 kodlu öğrencinin yanıtı ise Şekil 2’de gösterilmiştir.

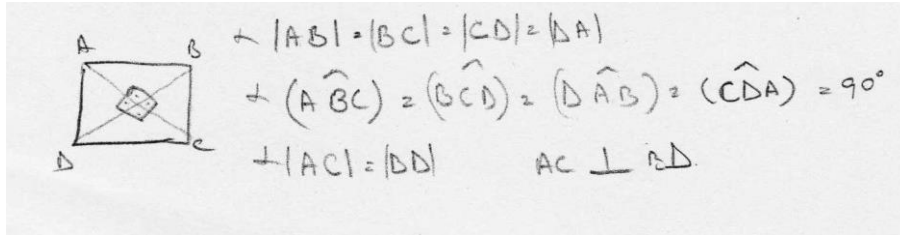


Şekil 2. Ö14 kodlu öğrencinin üçüncü soruya vermiş olduğu yanıt

Öğrencinin matematiksel tanımı matematiksel sembollerle ilişkilendirdiği söylenebilir. Öğrenci yukarıdaki eşitliği yazması dışında başka hiçbir ifade açıklama yapma ya da şekil çizme yoluna gitmemiştir. Buradan öğrencinin matematiksel tanım yapma durumunu belli sembolik ifadeler kullanma ile eşleştirdiği söylenebilir. Öğrenci karenin tanımını yapmaya çalışırken kare kavramının parçalarının farkında değildir. Daha çok zihnindeki görüntünün yani karenin özelliklerini göstermek yerine sadece kenar uzunluklarının eş olma durumunu matematiksel dil ile gösterme yoluna gitmiştir. Buradan bu öğrencinin karenin matematiksel tanımını yapmaya çalışırken Van Hiele 1. düzeyde olduğu söylenebilir.

Özellikleri Listeleme

Karenin matematiksel tanımını yapmaları istendiğinde, öğrencilerin yaklaşık % 63'ü (91 öğrenciden 57'si) tanım cümlesi kullanmak yerine karenin özelliklerini listelemiştir. Bu 57 öğrenciden 23'ü, matematiksel tanım oluştururlarken yalnızca sözel ifadelerle karenin özelliklerini listelerken diğerleri sözel olarak özellik listelemenin yanı sıra sözel ifadelerini çizimler ve sembolik ifadelerle desteklemiştir. Yalnızca sözel olarak listeleme yapan Ö65 kodlu öğrencinin ifadesi şu şekilde olmuştur: "4 kenarlıdır. 4 kenarı da birbirine eşittir. Bütün iç açıları 90° 'dir". Ö60 kodlu öğrencinin ifadesi "Tüm kenarları birbirine eşittir. Tüm açıları birbirine eşitir. 4 kenar vardır." biçiminde olmuştur. Kareye ilişkin özellikleri sözel biçimde listeleyen diğer 12 öğrenci, ifadelerini çizimlerle desteklemiştir. Bunların yanında 2 öğrenci de özellikleri listelerken sembolik ifadeler kullanmıştır. Örneğin Ö31 kodlu öğrencinin "4 köşesi vardır. Tüm açıları diktir. Tüm açıları 360° 'dir. ($90 \times 4 = 360^\circ$). $a = a = a = a$ diye ifade edilir." biçimindeki yanıt sembolik ifadeler içermektedir. 57 öğrencinin geriye kalan 20'si ise kareye ilişkin özellikleri listelerken, ifadelerini çizimlerle desteklemiş ve matematiksel dil kullanmışlardır. Bu türde bir yanıt veren Ö6 kodlu öğrencinin yanıtına aşağıda Şekil 3'te yer verilmiştir.



Şekil 3. Ö6 kodlu öğrencinin üçüncü soruya vermiş olduğu yanıt

"Alternatif bir tanım yapılabilir mi?" sorusuna "Evet" yanıtı veren 50 öğrenciden altısı, daha önce yapmış olduğu kare tanımlarına özellik ekleyerek yeni bir tanım oluşturmuştur. Örneğin Ö13 kodlu öğrenci daha önce yapmış olduğu "Dört kenarı, dört köşesi, bütün kenarları birbirine eş, bütün açıları birbirine eş ve 90° olan bir dörtgendir" biçimindeki tanımına "Ardışık açıları bütünlerdir" ifadesinin eklenebileceğini belirtmiştir.

Öğrencilerin büyük bir kısmının tanım cümlesi kurmak yerine özellikleri listeledikleri saptandığından, çoğunluğunun (91 öğrenciden 57'sinin) tanım yaparken Van Hiele 2. düzeyde yanıtlar verdikleri sonucuna ulaşılabilir.

Tanım cümlesi kurma. Karenin matematiksel tanımını yaparken tanım cümlesi kullanan öğrenci sayısı 19'dur. Bu bulgulardan hareketle çok az öğrencinin kareye ilişkin matematiksel tanımlama yaparken tanım cümlesi kullandığı söylenebilir. Karenin matematiksel tanımını yazan 19 öğrencinin ifadeleri, yeterli ve gerekli koşulları sağlamaları açısından incelenmiştir ve aşağıdaki bölümlerde sunulmaktadır. Karenin matematiksel tanımını yazmaları istendiğinde öğrencilerin tanım cümlesi yazmak yerine çoğunlukla kareye ilişkin özellikleri listeledikleri, sadece çizim yapma yoluna gittikleri ya da sadece matematiksel dil kullandıkları belirlenmiştir. Bunun yanında öğrencilerin yalnızca yaklaşık %20'sinin tanım cümlesi yazma yoluna gittiği görülmüştür. Buradan, öğrencilerin karenin matematiksel tanımının doğası hakkında fikir sahibi olmadıkları ve büyük çoğunluğunun şeklin parçaları arasındaki ilişkilerin farkında olmadıkları, diğer deyişle tanım cümlesi kurma için gerekli olan Van Hiele 3. düzeyde bulunmadıkları

söylenbilir. Öğrencilerin, karşılıklı kenarların paralel olmasının karşılıklı kenar uzunluklarının eşit olmasını gerektirmesi; dört kenar uzunluğunun eşit olması durumunda açılardan birinin dik açısının olması ile diğer üç açının da dik olmasını gerektirmesi gibi özelliklerin farkına varamadıkları, şeklin parçaları arasındaki ilişkileri göremedikleri söylenebilir.

Üst sınıfla ilişkilendirme: Karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken (1. soruya ilişkin yanıtlarında) 19 öğrencinin karenin üst sınıfı olan dörtgenlere atıflarda buldukları belirlenmiştir. İki öğrenci (Ö37, Ö38) karenin hem eşkenar dörtgen hem de dörtgen olduğunu ifade etmiştir. Ö37: “Bütün kenarları eşit bir dörtgen. Bütün açıları 90° olan bir eşkenar dörtgen”. Bunların dışında kareyi 12 öğrenci dörtgen, bir öğrenci çokgen, 1 öğrenci düzgün çokgen, iki öğrenci paralelkenar, bir öğrenci ise düzgün dörtgen ile ilişkilendirmiştir. Üst sınıfla ilişkilendirmelerin Van Hiele 2. düşünme düzeyine karşılık geldiği göz önüne alınırsa, öğrencilerin sadece yaklaşık %20’sinin 2. düşünme düzeyinde açıklamalar yapabildiği söylenebilir.

Kareyi yeterli özellikleri ile tarif etmenin istendiği 4. soruda yeterli özelliklerle tarif edebilen 16 öğrencinin tamamı (tüm öğrencilerin % 18’i) kareyi üst sınıflarıyla ilişkilendirmiştir. Örneğin Ö13 kodlu öğrenci “Kare dört kenarı, dört köşesi, bütün kenarları birbirine eş, bütün açıları birbirine eş ve 90° olan bir dörtgendir” ifadesini kullanırken, Ö37 kodlu öğrenci “Bütün açıları 90° olan bir eşkenar dörtgen” ifadesini kullanmıştır. Üst sınıf içermelerine değinen bu 16 öğrenciden iki tanesi, (Ö60 ve Ö93 kodlu öğrenciler) sadece üst sınıfla ilişkilendirmeler içeren ifadeler kullanmışlardır. Ö60 kodlu öğrencinin “Kareyi tarif etmemiz için bir dörtgen çeşidi olduğu ve bir geometrik cisim olduğunu söylememiz yeterlidir” biçimindeki açıklaması, bu ifadelere örnek olarak gösterilebilir. Üst sınıf içermeye açıklamalarının sekiz tanesi dörtgene, bir tanesi eşkenar dörtgene, bir tanesi düzgün çokgene, bir tanesi paralelkenara, iki tanesi düzgün dörtgene, iki tanesi küpe, bir tanesi ise geometrik cisme dair açıklamalar içermektedir.

Öğrencilerden, önceki tanımlarına ek olarak alternatif tanım yapmaları istendiğinde, üst sınıf ile ilişkilendirilmiş açıklamalarda bulunan yedi öğrenci bulunmaktadır. Ö41 kodlu öğrencinin; “Bir paralelkenar kareye dönüştürülebilir. 4 kenarı ve 4 köşesi vardır. Bütün kenarları birbirine eşittir.” yanıtındaki gibi söz konusu bu yedi öğrenci bir tanım formatında cümle kurmaktan çok, üst sınıfa ait bir şeklin hangi özellikleri taşıması durumunda kare olabileceğini içeren açıklamalara yer vermişlerdir.

Öğrencilerden kareyi, dikdörtgenin ve paralelkenarın özelliklerini kullanarak tanımlamaları istendiğinde sadece bir öğrencinin (Ö37) kareyi, dikdörtgen ve/veya paralelkenar şekillerinin özelliklerini kullanarak açıklayabildiği görülmüştür. Diğer öğrencilerden hiçbiri dikdörtgeni ya da paralelkenarı ya da her ikisini birden kullanarak kareyi tanımlamayı başaramamıştır.

Tüm bu bulgulardan yola çıkarak öğrencilerin üst sınıfla ilişkilendirme becerilerinin düşük olduğu ve genelde Van Hiele 2. düzeyde yanıtlar verdikleri söylenebilir.

Yeterli ve Gerekli Olma Ölçütlerine Göre İnceleme

Öğrencilerin çizim yapmadan karenin ne olduğunu anlatırken (1. soruya ilişkin), karenin tanımı için hangi özelliklerin yeterli olduğunu belirlerken (2. soruya ilişkin), karenin matematiksel tanımını yaparken (3. soruya ilişkin) ve alternatif tanımlarını üretirken (4. soruya ilişkin) (öğrencilere yöneltilen ilk 4 soru için) ifadeleri yeterli ve geçerli ölçütlerine göre

değerlendirilmiştir (Tablo 3). Öğrencilerin alternatif tanım yapmalarına yönelik yanıtları Tablo 2’de yer almaktadır; bu soruda yeterlik ve gereklilik ölçütlerine uyacak az sayıda yaklaşıma sahip oldukları için Tablo 3’te yer verilmemiş, aşağıdaki bölümlerde açıklanmıştır.

Tablo 3. Öğrencilerin ifadelerinin yeterli ve gerekli olma ölçütlerine göre değerlendirilmesi

	Çizim Yapmadan Kareyi Anlatmaya İlişkin Açıklamalar (n)	Yeterli Özellikleri ile Karenin Tarifine İlişkin Açıklamalar (N)	Karenin Matematiksel Tanımına İlişkin Açıklamalar (N)
Yeterli koşulu sağlamayan ifadeler	42	37	8
Yeterli koşulu sağlamayan ve gerekli olmayan koşullara sahip ifadeler	15	27	2
Yeterli koşulu sağlayan fakat gerekli olmayan koşullara sahip ifadeler	34	23	9
Yeterli ve gerekli koşulu sağlayan ifadeler	0	3	0

Tablo 3’ten de anlaşılacağı üzere, çizim yapmadan kareyi anlatmaya ilişkin açıklamalarda öğrencilerin çoğunlukla yeterli olmayan koşulları sağlayan ifadelerle anlatımlarda buldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin 42’si kareyi anlatmak için yeterli olmayan koşulları sağlayan ifadeler, 34’ü yeterli ve gereksiz, 15’i yetersiz ve gereksiz koşullara sahip ifadeler kullanmıştır. Yeterli özellikleri ile karenin tarifine ilişkin soruya ait açıklamalarda öğrencilerin başvurduğu anlatımların yeterli olmayan koşulları sağlayan ifadelerle dolu olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin 37’si yeterli olmayan koşulları sağlayan ifadelerle açıklamalar yaparken; 23’ü yeterli koşulları sağlayan ve gerekli olmayan koşullara, 27’si ise hem yeterli hem gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler taşıyan açıklamalar yapmıştır. Öğrencilerden bir tanesi 2. soruyu “Bilmiyorum” biçiminde yanıtlamıştır.

Çizim yapmadan kareyi anlatmaya ilişkin açıklamalarda öğrencilerden hiçbiri yeterli ifadeler taşıyan bir tanım oluşturamazken yeterli özellikleri ile karenin tarifine ilişkin soruya ait açıklamalarda sadece üç öğrenci yeterli koşulları sağlayan ifadelerle bir tanım kullanmıştır. Fakat bunu yaparken de bu öğrencilerden ikisi doğru olmayan diğeri de kısmi doğru sayılabilecek matematiksel dil kullanmıştır. Başka bir deyişle yeterli koşulları sağlayan ifadelerle tanımı oluşturabilen üç öğrencinin hiçbirisi doğru matematiksel dil kullanmamıştır.

Genel olarak bakıldığında her iki soruda da öğrencilerin yaptıkları açıklamalar yetersiz ifadeler içermektedir. Bunun yanında öğrencilerin kareyi yeterli özellikleri ile tarif etmede kullandıkları ifadeleri, karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatmada kullandıkları ifadeler ile karşılaştırıldığında yeterli koşulu sağlayan ve gerekli olmayan ifadeler ile anlatımı azalırken, kareye ilişkin tanım yaklaşımlarında yeterli olmayan ve gerekli olmayan koşulları içeren ifadeler ile anlatımlarının arttığı görülmüştür.

Tablo 3’te görüldüğü üzere karenin yeterli özellikleri ile tarifine ilişkin soruya ait açıklamalarında 37 öğrenci kareyi anlatmak için yeterli olmayan koşulları sağlayan ifadelerle, 27 öğrenci kareyi

anlatmak için yeterli olmayan aynı zamanda kareyi anlatmak için mutlaka gerekli olmayan ifadelerle açıklamaya çalışmıştır. 23 öğrenci ise kareyi tarif etmek için yeterli olan ifadeler kullanmıştır. Ancak bu öğrencilerin açıklamaları gerekli olmayan ifadeler de içermektedir. Örneğin Ö18 kodlu öğrencinin “Bütün kenarlarının birbirine eşit olduğunu söylememiz yeterli olur.”; Ö35 kodlu öğrencinin “Bütün kenarları eşittir. İç açıları birbirine eşittir.”; Ö60 kodlu öğrencinin “Kareyi tarif etmemiz için bir dörtgen çeşidi olduğu ve bir geometrik cisim olduğunu söylememiz yeterlidir.” biçimindeki açıklamaları yeterli koşulları içeren ifadelerle örnek olarak gösterilebilir. Yeterli olmayan ve gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler kullanan öğrenciler; Ö49 kodlu öğrencinin “Karenin 4 tane köşesi vardır. Eni ve boyu birbirinin aynıdır. Kenarları birbirine eşittir.” ve Ö80 kodlu öğrencinin “Karenin 4 kenarı vardır. Karenin 4 açısı vardır. Karenin 4 köşesi vardır.” biçiminde açıklamalarda bulunmuşlardır. Ö42 kodlu öğrencinin “Dört kenarlıdır. Tüm kenarları 90°’dir. 2 köşegeni vardır. Tüm kenarları eşittir.” ve Ö52 kodlu öğrencinin “Dört kenarlıdır kenarlarının uzunluğu hepsi aynıdır bir köşesi 90°’dir. Toplamda 360°’dir.” biçimindeki açıklamaları ise öğrencilerin kareyi yeterli fakat gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadelerle açıklama çabalarına örnektir.

Öğrencilerin yalnızca üçünün kareyi tarif etmede yeterli ve gerekli koşulları sağlayan ifadelerle açıklama yoluna gittiği belirlenmiştir. Bu öğrencilerin ifadelerine aşağıda yer verilmiştir.

Ö26: “Tüm kenarları birbirine eşit. 4 kenar var. Hepsini birbirine dik.”

Ö59: “Dört kenarı, köşesi, 90° açısı vardır. Dikdörtgene benzer. Birbirine eşittir.”

Ö76: “Bütün kenarları birbirine eşit dik açılı bir dörtgendir.”

Bir öğrenci (Ö63), bu soruya “bilmiyorum” diyerek yanıt vermiştir. Bundan dolayı Ö63 kodlu öğrencinin yanıtı yeterlik ve geçerlik ölçütlerine göre değerlendirilmemiştir. Bu bulgulardan yola çıkarak kareyi yeterli koşulları sağlayan özellikleriyle tarif etmeye çalışan öğrencilerin çoğunun (64 öğrenci) kareye ait özellikleri anlatırken yeterli olmayan koşulları içeren ifadelerle başvurduğu söylenebilir.

Karenin matematiksel tanımını yaparken tanım cümlesi kullanan öğrenci sayısı 19’dur. Karenin matematiksel tanımını yazan 19 öğrencinin ifadeleri, yeterlik ve gerekli özelliklerine göre incelenmiştir. Bu öğrencilere ait bulgular Tablo 3’te gösterilmiştir.

Tablo 3’ten de görülebileceği gibi tanım cümlesi kullanan 19 öğrenci içerisinde yeterli ve gerekli koşulları sağlayan kare tanımı yapabilen yoktur. sekiz öğrenci; Ö52 kodlu öğrencinin “Dört kenarı olan uzunlukları birbirine eşit olan bir şekildir.” ve Ö75 kodlu öğrencinin “Tüm kenarları birbirine eşit olanlara kare denir.” ifadelerindeki gibi yeterli olmayan koşulları içeren kare tanımları yapmışlardır. Bunun yanında iki öğrencinin kare tanımları hem yeterli olmayan hem de gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler içermektedir. Ö45 kodlu öğrencinin “Kare 4 cm’den oluşan her kenarı birbirine eşit bir şekildir.” biçimindeki ifadesi yeterli koşulu sağlamayan aynı zamanda mutlaka gerekli olmayan koşulları içeren tanımlara örnek olarak gösterilebilir. Öte yandan dokuz öğrencinin kare tanımı, yeterli koşullar yanında gerekli olmayan koşullar da sağlayan ifadeleri içermektedir. Söz konusu bu dokuz öğrenci, “Tüm kenar uzunlukları eşit olan ve her bir açısının ölçüsü 90° olan düzgün dörtgene kare denir.” (Ö3), “4 kenar, 4 köşe, her bir açısı 90° olan bütün kenarları birbirine eş, 2 köşegen çizdiğinde 4 eşit üçgen oluşan bir düzgün çokgendir.” (Ö27) gibi ifadeler kullanarak kareyi tanımlamaya çalışmıştır. Ö3 kodlu öğrencinin yanıtında “düzgün dörtgen” ifadesi kareyi tanımlamak için yeterlidir. Bunun

yanında “kenar uzunlukları eşit ve her bir açısının ölçüsü 90° .” ifadelerini kullanmaya gerek yoktur. Bu ifadeler, gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler olarak nitelendirilebilir.

Öğrencilerden karenin alternatif bir tanımını yapmaları istendiğinde Tablo 2’den de görüleceği üzere kareye ilişkin farklı bir tanım olup olmayacağı sorusuna 27 kişi “Hayır” yanıtını vererek farklı bir tanım yapmamıştır. Sekiz öğrencinin yanıtı belirsiz olarak kabul edilmiştir. 5 öğrenci bu soruyu yanıtlamayarak boş bırakmıştır. Bir öğrenci ise “Belki” yanıtını vermiş ve farklı bir tanım seçeneği sunamamıştır. Örneğin; Ö28 kodlu öğrenci bu soruya “Belki olabilir.” yanıtını vermiştir. Kareye ilişkin farklı bir tanımın olabileceğini düşünen 50 öğrenci ise “Evet” yanıtını vermiştir. Bu soruyu olumlu yanıtlayan öğrencilerden yeni tanımlarını yazmaları istenmiştir. Yeni bir tanım olabileceğini düşünen 50 öğrenciden beşi yanıtları “Evet” olmasına rağmen hiçbir alternatif tanım ya da açıklama yapmamıştır. 21 öğrenci ise örnek göstererek yanıt vermiştir. “Evet” yanıtını veren 50 öğrenciden altısı, daha önce yapmış olduğu kare tanımlarına özellik ekleyerek yeni bir tanım oluşturmuştur.

Farklı bir tanım olabileceğini düşünen üç öğrenci (Ö12, Ö19, Ö38), Ö12 kodlu öğrencinin “İki dik üçgenden küçük kare ve dikdörtgenlerden oluşmuş olabilir.” yanıtındaki gibi daha çok karenin nasıl elde edilebileceğini açıklayan ifadelerle yer vermiştir. “Evet” yanıtını veren diğer bir üç öğrenci (Ö31, Ö48, Ö57) ise kareye ilişkin farklı bir tanım oluşturmaya çalışırken kareyi şekille gösterip anlatma yoluna gitmiştir. Öte yandan yalnızca beş öğrencinin yanıtı daha çok tanım formatına uygun cümleler şeklindedir. Bunlardan ikisi, daha önceki kare tanımlarında bulunan kelimelerin yerlerini değiştirmek suretiyle alternatif bir tanım oluşturmaya çalışmıştır. Örneğin Ö2 kodlu öğrenci kareye ilişkin matematiksel tanımı “Dört kenarlı olup bütün açıları ve kenar uzunlukları eşit olan ve tüm kenarları birbirini dik kesen şekillere kare denir.” biçiminde yaparken, alternatif tanımı “Bütün kenarları ve açıları eşit olup kenarları birbirini dik kesen dört kenarlı şekillere denir” biçiminde yaparak söz konusu yaklaşımı göstermiştir. Tanım cümlesi kullanan beş öğrenciden geriye kalan üçü (Ö29, Ö37, Ö39) ise önceki tanımlarından farklı olarak yeni bir kare tanımı yapmıştır. Örneğin Ö37 kodlu öğrenci kareyi önce “Bütün açıları 90° olan bir eşkenar dörtgen.” biçiminde tanımlarken, karenin alternatif tanımını “Bütün kenarları eşit bir dikdörtgen” biçiminde yapmıştır. Ö37 kodlu öğrencinin yapmış olduğu bu tanım cümlesi kareyi anlatmak için yeterli koşulları sağlayan olan ama mutlaka gerekli koşulları sağlamayan ifadeler içermektedir. Ö37 kodlu öğrenci, yeni tanımını “Ardışık iki kenar uzunluğu birbirine eşit olan dikdörtgen.” biçiminde yapmış olsaydı yeterli ifadeler taşıyan olarak nitelendirilecekti. Yeni bir tanım ortaya koyan Ö29 kodlu öğrenci ise alternatif tanımını “Tüm kenarları eşit bir dörtgen.” biçiminde yapmıştır. Ö29 kodlu öğrencinin bu yanıtı yetersiz olarak nitelendirilmiştir. Çünkü bu tanım cümlesi yalnızca kare için değil, eşkenar dörtgen için de kullanılabilir. Ö38 kodlu öğrencinin alternatif kare tanımı ise “Açıları 90° olan bir eşkenar dörtgen yani özel bir eşkenar dörtgen.” biçimindedir. Ö38 kodlu öğrencinin bu ifadesi yeterli ama gerekli olmayan koşulları da sağlayan yanıt olarak nitelendirilmiştir. Ö38 kodlu öğrenci söz konusu tanımını “Bir açısının ölçüsü 90° olan eşkenar dörtgen.” biçiminde yapmış olsaydı yeterli koşulları sağlayan bir tanım olarak nitelendirilecekti. Eşkenar dörtgenin ardışık iki iç açısı bütünler açılar olduğundan, bir açının dik açı olması diğerlerinin de dik açı olmasını gerektirecektir. Sonuç olarak uygun formatta alternatif tanım kuran bu beş öğrencinin tanım cümleleri, yeterli olmayan ya da yeterli olan ama gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler içermektedir.

Öğrencilerden kareyi, dikdörtgenin ve paralelkenarın özelliklerini kullanarak tanımlamaları istendiğinde bu tanımı yapan tek öğrencinin (Ö37) yaptığı açıklamaların yeterli ve gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler içeren anlatım biçiminde olduğu görülmüştür. Kareyi, dikdörtgenin özelliklerini kullanarak tanımlayan öğrencinin ifadesi; “Bütün kenarları eşit özel

bir dikdörtgen, iç açılarının toplamı 90° , özel bir paralelkenar." şeklinde olup aynı öğrencinin kareyi, paralelkenarın özelliklerini kullanarak tanımlayan ifadesi ise "Çok özel bir paralelkenar, karşılıklı kenarları paralel, iç açılarının toplamı 360° ." biçimindedir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Öğrenciler karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken; karenin matematiksel tanımını yazmaları istendiğinde ve kareyi anlatmak için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda kareyi farklı yanıtlar örnek gösterme, şekil çizme, görsel anlatımlarda bulunma, sadece matematiksel dil kullanma, özellikleri listeleme şeklinde tanımlama yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin tanımlama yoluna gitmeden bu tür tepkileri incelendiğinde, önemli bir bölümünün Van Hiele 1. düzeyde yanıtlar verdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Karakaçayıldız (2016) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri sınıflama becerilerinin geometrik düşünme düzeylerinin ağırlıklı olarak düzey 1'de (görsel düzey) olduğunu belirtmiştir. Benzer şekilde Currie ve Pegg (1998) ortaöğretim öğrencilerin Van Hiele 1. ve 2. düzeyde parçalı tanımlar yaptıklarını ve 3. düzeyde ekonomik tanımlar yapmada başarısız olduklarını ortaya koymuştur. Çalışmanın bulguları bu çalışmanın bulguları ile tutarlık göstermektedir.

Karenin matematiksel tanımını yapmaları istendiğinde ise öğrencilerin % 63'ü tanım cümlesi kullanmak yerine karenin özelliklerini listelemiştir. Karenin matematiksel tanımını yazmaları istendiğinde öğrencilerin tanım cümlesi yazmak yerine çoğunlukla kareye ilişkin özellikleri listeledikleri, sadece çizim yapma yoluna gittikleri, ya da sadece matematiksel dil kullandıkları belirlenmiştir. Buradan öğrencilerin büyük çoğunluğunun Van Hiele 1. düzeyde (sadece çizim yapma, sadece matematiksel dil kullanma) ve 2. düzeyde tanımlar (özellikleri listeleme) yapabildikleri (Currie ve Pegg, 1998) sonucuna ulaşılmıştır. Kapsayıcı sınıf ilişkileri dikkate alan tanım yapabilme Van Hiele 3. düzeyde gözlenebilecek bir durumdur (Currie ve Pegg, 1998; Karakaçayıldız, 2016) öğrencilerin büyük çoğunluğunun yazdığı tanımlar bu şekilde olmadığından Van Hiele 3. düzeyde olmadıkları söylenebilir. Buradan hareketle öğrencilerin kareyi tanımlamaya ilişkin zorluklar yaşadıkları söylenebilir. Herbst vd. (2005) çalışmalarında lise öğrencilerinin kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgene ilişkin çok az bilgiye sahip olduklarından dolayı zorluklar yaşadıkları ifade edilmiştir. Ergün (2010) çalışmasında yer alan 7. sınıf öğrencilerinin yarısından fazlasının eşkenar dörtgen algılarının kare ile aynı olduğunu belirtmiştir. Bu sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde öğrencilerin dörtgenleri tanımlama yaklaşımlarında gerek sahip oldukları bilgilerin yetersizliği gerekse şeklin parçaları arasındaki ilişkilerin farkında olmamalarından dolayı Van Hiele 3. düzeyinde bir tanım ortaya koymada zorlandıklarını göstermektedir. Bunun yanında öğrenciler üst sınıfla ilişkilendirme yapmışlar ve tanım cümlesi kurmuşlardır. Bu yanıtlar gerekli yeterlik ölçütlerine göre değerlendirilmiş ve sonrasında geometrik düşünme düzeyleri hakkında çıkarım yapılmıştır.

Karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken öğrencilerin sadece beşte birinin Van Hiele 2. düşünme düzeyinde açıklamalar yapabildiği belirlenmiştir. Çoğu öğrenci kareyi, dikdörtgen ve paralelkenarı kullanarak tanımlayamamıştır. Dolayısıyla kare, dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki kapsayıcı sınıf ilişkilerini kavrayamadıkları belirlenmiştir. Tüm bunlardan yola çıkarak öğrencilerin Van Hiele'in 3. düzeyinde beklenen bir tanım oluşturamadıkları saptanmıştır. Buradan hareketle öğrencilerin büyük çoğunluğunun kareyi tanımlamalarına ilişkin yaklaşımlarında Van Hiele 2. düzeyi altında oldukları söylenebilir.

Karakarçayıldız (2016) çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri sınıflama becerilerinin geometrik düşünme düzeylerinin ağırlıklı olarak 1. düzeyde (görsel düzey) olduğunu belirtmiştir. Currie ve Pegg (1998) ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflarken Van Hiele 1. ve 2. düzeyde parçalı tanımlar yaptıkları, Van Hiele 3. düzeyde ekonomik tanımlar yapmada başarısız olduklarını ortaya koymuştur. Monaghan (2000) ortaokul öğrencilerinin sınıf içermelerini kavramsallaştıramadıklarını belirtmiştir. Bu çalışmanın bulguları, alanyazında rapor edildiği gibi öğrencilerin Van Hiele 3. düzeyine erişmede yaşadıkları sorunlarla benzerlik göstermektedir.

Genel olarak bakıldığında, bu çalışmaya katılan ortaokul öğrencilerinin kareyi tanımlamalarına ilişkin yaklaşımlarının büyük çoğunluğunun yeterli olmayan koşulları sağlayan veya yeterli koşulları sağlayan fakat ve gerekli olmayan koşulları da sağlayan ifadeler içerdiği belirlenmiştir. Tüm bulgular incelendiğinde öğrencilerin kareyi tanımlamalarına ilişkin yaklaşımlarının çoğunlukla yeterli olmayan ya da yeterli olan fakat gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler içerdiği saptanmıştır. Ulusoy ve Çakıroğlu (2017) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt ederken her ne kadar gerek koşullara dikkat etseler de yeter koşulları sağlamayan şekilleri de paralelkenar olarak değerlendirdiklerini ve aşırı genelleme hataları yaptıklarını belirtmişlerdir. Herbst vd. (2005) dörtgenleri sınıflandırırken % 88'inin fazla ve gereksiz bilgi ya da yetersiz bilgi verdiğini, yalnızca %12'sinin, gerekli ve yeterli tanımlar yaptığını belirtilmişlerdir. Ergün (2010) öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri anlamakta sorun yaşadıklarını, ekonomik olmayan ve gerekli ve yeterli koşulları sağlamayan tanımlar yaptıklarını tespit etmiştir. Öğrencilerin yeterli olmayan koşulları sağlayan ya da yeterli koşullarla birlikte gerekli olmayan koşulları da sağlayan ifadelerle dayalı açıklamalar yaptıklarına ilişkin bulgular, Ulusoy ve Çakıroğlu (2017), Herbst vd.(2005) ve Ergün'ün (2010) çalışmalarında rastlanan bulgularla birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin dörtgen tanımlarında şekiller arasındaki ilişkiyi göremedikleri ve buna bağlı olarak parçalı tanımlamalar yaptıkları, dörtgenleri yeterli ve gerekli özellikleri ile de değerlendiremedikleri söylenebilir.

Bir öğrenci hariç öğrencilerin hiçbirinin kareyi, dikdörtgen ve paralelkenarı kullanarak tanımlayamadığı görülmüştür. Dolayısıyla bu çalışmadaki öğrencilerin kare, dikdörtgen ve paralelkenar arasındaki sınıf içermelerini ve hiyerarşik ilişkileri kavrayamadıkları belirlenmiştir. Bu bulgu alanyazındaki öğrencilerin kapsayıcı sınıf ilişkilerini kavrayamadığı sonucuna ulaşan çalışmalarla (Aktaş ve Aktaş, 2017; Balgalmış ve Işık Ceyhan, 2019; Ergün, 2010; Herbst vd., 2005; Monaghan, 2000; Okazaki ve Fujita, 2007; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017; Yavuzsoy, vd., 2019) tutarlıdır. Bu anlamda bazı çalışmalar ortaokul öğrencilerinin şekilleri sınıflamada ve tanımda şekillerin standart temsillerine (prototip imajlara) güvenerek sınıflandırdıklarını (Balgalmış, Işık ve Ceyhan, 2019; Monaghan, 2000; Yavuzsoy ve diğerleri, 2019) ve aşırı genelleme (Monaghan, 2000) veya aşırı özelleme hataları yaptıklarını (Monaghan, 2000; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2017) belirtmişlerdir. Bu çalışmada öğrencilerin hiyerarşik ilişkileri anlayışlarındaki sorunun ortaokul öğrencilerin dörtgenlerle ilgili kavrayışlarında sık rastlanan bir durum olduğu söylenebilir.

Bu çalışmaya katılan ortaokul öğrencilerinin çoğunun kareyi tanımlamalarına ilişkin yaklaşımlarında ve sınıflama yaklaşımlarında sorunlar yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin hemen hemen hepsi kareyi üst sınıfla ilişkilendirmedi başarısız olurken, kareyi yeterli ve gerekli koşulları sağlama durumlarıyla tanımlayamamışlardır. İlgili alanyazında her ne kadar kare odaklı bir çalışmaya rastlanmasa da bazı çalışmaların içeriğinde kare ile ilgili bulgular mevcuttur. Balgalmış Işık ve Ceyhan (2019) çalışmalarına katılan ortaokul öğrencilerinin eşkenar dörtgeni bir paralelkenar örneği olarak görürken dikdörtgen ve kareyi bir paralelkenar örneği olarak

kabul etmediklerini belirtmişlerdir. Herbst vd. (2005) öğrencilerin kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgene ilişkin çok az bilgiye sahip olduklarını belirtmişlerdir. Aktaş ve Aktaş (2012) bir karenin aynı zamanda özel bir dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olduğu sonucuna ancak öğretmenin rehberliği ile ulaşabilmişlerdir. Ergün (2010) çalışmada bulunan 25 öğrenciden sadece bir tanesinin karenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu belirttiğini, öğrencilerin büyük çoğunluğunun eşkenar dörtgen ile kareyi aynı şekil olarak algıladıklarını belirtmiştir. Okazaki ve Fujita (2007) çalışmalarında Japon ve İskoç öğrencilerinin birçoğunun karenin dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel biçimi olduğunu göremediklerini belirtmişlerdir. Çalışmada Japon öğrenciler daha çok karenin özel bir dikdörtgen olduğunu görmekte zorlanmış, İskoç öğrenciler karenin özel bir eşkenar dörtgen olduğunu görmekte zorlanmışlardır. Bu bulgulardan hareketle, ortaokul öğrencilerinin kareyi tanımlamalarına ve sınıflandırmalarına ilişkin yaklaşımlarının ilgili alanyazında rastlanan bir durum olduğu söylenebilir. Bu çalışmada öğrenciler hem kareyi yeterli koşulları sağlayan özellikleri ile anlatırken hem tanımlarken hem de hiyerarşik sınıf ilişkileri kurarken hatalı yaklaşımlarda bulunmuşlardır. Bu hatalı yaklaşımların öğrencilerin büyük çoğunluğunda olması, onların dörtgenler ve daha özel olarak kare konusunda kavram yanlışlarına sahip olduklarının bir göstergesi olabilir. Nitekim anılan çalışmalarda da benzer bulgulara rastlanmıştır. Ortaokul öğretiminin ilgili alanyazındaki çalışmalarda genel hatlarıyla benzer şekilde yürütüldüğü düşünüldüğünde, öğrencilerin kavram yanlışlarının sebeplerinin ortak olduğu söylenebilir. Bu anlamda eğitimcilere sınıflama ve dörtgen tanımlarıyla ilgili kavram yanlışlarının ortadan kalkması için öğretim faaliyetlerinin materyal destekli ve kavramsal anlamaya yönelik olarak yapılması önerilebilir.

Bu çalışmada öğrencilerin kareyi tanımlamalarına ilişkin yaklaşımlarının çoğunlukla yeterli olmayan ya da yeterli olan fakat gerekli olmayan koşulları sağlayan ifadeler içerdiği saptanmıştır. Bu durumun kaynağı, öğrencilerin herhangi bir şeklin tanımını yapmaya alışkın olmaması olabilir. Öğrencilerin tanım yapma becerilerinin geliştirilmesi için derslerde geometrik kavramlara yönelik tanım yapma ve özellikleri oluşturma etkinlikleri yaptırılabilir, geometrik kavramların daha kalıcı ve doğru biçimde öğretilmesi için öğretme sürecinde tanımlama ve çizim yapma etkinliklerinin bir arada yürütülmesi (Bayram ve Duatepe Paksu, 2018) önerilebilir. Öğrenciler karenin ne olduğunu bilmeyen arkadaşlarına çizim yapmadan kareyi anlatırken karenin matematiksel tanımını yazmaları istendiğinde ve kareyi anlatmak için daha önce yaptıklarından farklı bir tanım kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda kareyi örnek gösterme, şekil çizme, görsel anlatımlarda bulunma, sadece matematiksel dil kullanma, özellikleri listeleme şeklinde tanımlama yoluna gitmişlerdir. Bu durum öğrencilerin önemli bölümünün Van Hiele 1. düzeyde yanıtlar verdiğinin bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Oysaki 8. sınıf öğrencilerinin Van Hiele 3. düzeyde tanımlar yapmaları, şekil sınıflarının özellikleri arasındaki ilişkileri kurabilmeleri beklenmektedir. Bu düzeyler gelişimsel olduğundan öğrencilerin 3. düzeye çıkabilmesi için kapsayıcı ilişkileri içine alan konuları deneyimlemeleri önerilmektedir. Öğrencilerin bu tür ilişkileri daha iyi görmeleri için görselliğin ön planda olduğu somut modellenmiş öğretim etkinliklerinin kullanılması faydalı olacaktır (Aktaş ve Aktaş, 2012).

Bu çalışmada öğrenciler sadece kareyi tanımlarken değil, üst sınıfla ilişkilendirme yaparken de sorunlar yaşamışlardır. Çoğu öğrenci kareyi, dikdörtgen ve paralelkenarı kullanarak tanımlamamıştır. Güncel öğretim programına bakıldığında (MEB, 2018) kapsayıcı sınıf ilişkilerine bir iki yer dışında çok fazla değinilmediği görülmüştür. Bu konuların öğretim programlarına dahil edilmesinin öğrencilerin kavramsal anlamalarına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Böylelikle kapsayıcı sınıf ilişkileri matematik sınıflarında daha çok

kullanılabilir ve bu durum öğrencilerin bu konudaki kavram yanlışlarının azalmasına ve becerilerinin artmasına sebep olabilir.

Etik Kurul Onayı: Çalışmanın verileri 2011-2012 yılında toplandığından ve yazarlar çalışmanın özetini bir konferansta sunduklarını belgelendirdiklerinden dolayı etik kurul raporu alınmamıştır.

Yazar Katkı Oranı Beyanı: Bu çalışmada yazarlar araştırmaya eşit oranda katkı sağlamışlardır. İlgili alanyazın taranmasında, yöntemin belirlenmesinde ve verilerin toplanmasında yazarlar beraber çalışmışlardır. Verilerin analizi kısmında analizi ayrı ayrı yaptıktan sonra bir araya gelerek fikirlerini tartışmışlar, bu fikirlerle tartışma bölümünü beraber oluşturmuşlardır.

Yazar Katkı Oranı Beyanı: Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması bildirmemişlerdir.

KAYNAKÇA

- Ahuja, O. P. (1996, 25-29, November.). *An investigation in the geometric understanding among elementary preservice teachers* [Paper Presentation] ERA-AARE Conference, Singapore. <https://www.aare.edu.au/data/publications/1996/ahujo96485.pdf>
- Aktaş D. Y. ve Aktaş M. C. (2012). 8.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları *İlköğretim Online*, 11(3), 714-728: <http://ilkogretim-online.org.tr>.
- Bayram, G. ve Duatepe Paksu, A. (18-22 Nisan, 2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin oluşturdukları örnekler bağlamında kavram imajları ve yaptıkları tanımlar*, [Sözlü Bildiri]. 27th International Conference on Educational Sciences, Antalya, Türkiye.
- Balgalmış , E., ve Işık Ceyhan, E. (2019). Dörtgenlerin ilişkilendirme becerisinin gelişimine yönelik öğretiminin 7. Sınıf öğrencilerinin erişti düzeylerine etkisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 130-156.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester, (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). NCTM.
- Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5. ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi. <https://acikerisim.deu.edu.tr/xmlui/handle/20.500.12397/7185>
- Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2018). Primary school children's (9 year olds') understanding of quadrilaterals. In Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, and L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 155-162). PME.
- Currie, P., & Pegg, J. (1998) Investigating students understanding of the relationships among quadrilaterals. In C. Kanes, M. Goos, and E. Warren (Eds.), *Teaching Mathematics in New Times, Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education*(pp.177-184). International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- de Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 248-255. International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi. <https://acikerisim.deu.edu.tr/xmlui/handle/20.500.12397/7082>.

- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1-2), 3-20.
- Herbst, P., Gonzalez, G., & Macke, M. (2005). How can Geometry Students Understand What it Means to Define in Mathematics? *The Mathematics Educator*, 15(2), 17-24.
- Karakarçayıldız, R. Ü. (2016). 7. Sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflama becerileri arasındaki ilişki. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Osmangazi Üniversitesi
- Kazak, S., ve Duatepe Paksu, A. (2019). Dörtgenleri simetri perspektifinden incelemenin geometrik düşünmeye etkisi: Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen tanımı. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(3), 1421-1451.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). T.C. Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı (1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar). Milli Eğitim Bakanlığı.
- Monaghan, F. (2000). What Difference Does It Make? Children's Views Of The Differences Between Some Quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2),179-196.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*, reston. NCTM.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.
- Pickreign, J. (2007). 1- *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1,1-7. [http:// www.k-12prep.math.ttu.edu](http://www.k-12prep.math.ttu.edu).
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation* (No. 4). Sage
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Ulusoy, F. ve Çakıroğlu, E. (2017). Ortaokul öğrencilerinin paralelkenarı ayırt etme biçimleri: Aşırı özelleme ve aşırı genelleme. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 457-475.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: a theory of mathematics education*. Academic Press.
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356- 366.
- van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Nobel Akademi
- Yavuzsoy Köse, N., Yılmaz, T.Y., Yesil, D. ve Yıldırım, D. (2019). Middle school students' interpretation of definitions of the parallelogram family: Which definition for which parallelogram? *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 5(1), 157-175.
- Zaslavski, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition, *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 131-148.