



ESKİ MEZOPOTAMYA'DA MATEMATİK, GENEL BİR DEĞERLENDİRME

MATHEMATICS IN ANCIENT MESOPOTAMIA, A GENERAL ASSESSMENT

Hakan EROL 

Doç. Dr., Ankara Üniversitesi, Eskiçağ Dilleri ve Kültürleri Bölümü,
Sumeroloji Ana Bilim Dalı, herol@ankara.edu.tr

Makale Bilgisi

Türü: Araştırma makalesi
Gönderildiği tarih: 14 Ocak 2022
Kabul edildiği tarih: 2 Şubat 2022
Yayınlanma tarihi: 25 Haziran 2022

Article Info

Type: Research article
Date submitted: 14 January 2022
Date accepted: 2 February 2022
Date published: 25 June 2022

Anahtar Sözcükler

Mezopotamya; Matematik; Çivi Yazısı; Sayı Sembolleri; Sayı Sistemi

Keywords

Mesopotamia; Mathematics; Cuneiform; Symbols of Numbers; Number System

DOI

10.33171/dtcfjournal.2022.62.1.8

Öz

Günümüzde, gerek günlük hayatta pratik olarak gerekse bilimsel anlamda kuramsal olarak kullanılan matematik ile insanoğlunun ilişkisinin kendi tarihi kadar eski olduğu söylenebilir. İnsanlar en eski çağlardan itibaren, en azından karşılıklılık ilkesine göre, çevresindeki varlıkların nicelik bakımından da değerlendirmiş olmalıdır. İnsanlık tarihinde, matematik ile ilişkilendirilebilecek en eski somut nesnelere, Paleolitik Devirlere tarihlenen, üzerlerine çentikler yapılmış kemik buluntulardır. Bu çentikli kemikler, muhtemelen, ne olduğunu bilemediğimiz “şeylerle” ilgili hesaplama yapıldığını ve/veya kayıt tutulduğunu gösterir ve insanın matematik ile olan en erken ilişkisine işaret eder. Neolitik devirlere gelindiğinde ise, özellikle Mezopotamya ve çevresinde, tam anlamıyla matematiksel hesaplamalar ve kayıt tutma amacına yönelik hesap taşları ya da markalar (token) icat edilmiştir. Bazı araştırmacılar, Neolitik Çağ boyunca Yakın Doğu'nun birçok bölgesinde kullanılan bu token sisteminin Sumerlilerin geliştirdiği çivi yazısının, özellikle de rakamların ve altmışlık sayı sisteminin temelini oluşturduğu ileri sürmektedir. Zaman içerisinde değişim ve gelişim gösteren çivi yazısı ve bu yazı sistemindeki rakam sembolleri sayesinde, diğer birçok konuda olduğu gibi, matematik biliminin de temelleri Mezopotamya'da atılmıştır. Mezopotamya toplumları matematiği gündelik hayatlarında pratik amaçla birçok alanda kullanmanın dışında, bir bilim alanı olarak da okullarda öğrencilere öğretmişlerdir. Özellikle Eski Babil Devri'ne tarihlenen birçok matematiksel okul metni ele geçmiştir. Mezopotamya şehirlerindeki kazılarda bulunmuş çok sayıda matematiksel okul metni, genellikle kabul edildiği gibi, matematik biliminin temelini Yunan uygarlığına değil, açıkça Mezopotamya kültürlerine dayandığını göstermektedir.

Abstract

It can be assumed that the relationship of human beings with mathematics, which is used practically in daily life and theoretically in scientific concept, is as old as its own history. Since the earliest times, human beings must have evaluated the beings around them in terms of quantity, at least according to the principle of reciprocity. In the history of humanity, the oldest concrete objects that can be associated with mathematics are bone finds with notches on them, dated to the Paleolithic Era. These jagged bones probably indicate computation and/or record keeping of "things" of which we do not know what, and point to the earliest relationship of man to mathematics. When it comes to Neolithic Ages, especially in Mesopotamia and its environs, calculation stones (calculus), i.e. tokens, were invented for the purpose of mathematical calculations and record keeping. Some researchers claimed that this token system, used extensively and widely in commercial life from the 8th millennium BC to the end of the 4th millennium BC, was the basis of the writing developed in the oldest cities of Sumer, and especially the numerals and the sexagesimal place number system. Thanks to the cuneiform script, which changed and developed over time, and the numeral symbols in this writing system, the foundations of mathematics were laid in Mesopotamia, as in many other subjects. Mesopotamians did not only use mathematics for practical purposes in their daily lives, but also taught it to students in schools as a field of science. Especially dating from the Old Babylonian Period, lots of mathematical school texts have been unearthed in several cities of Babylonia. Numerous mathematical school texts found during excavations in Mesopotamian cities show that the foundation of modern mathematical science is clearly based on Mesopotamian cultures but not on Greek civilization, as is generally accepted.

Giriş

İnsanoğlunun matematik ile ilişkisini doğru bir şekilde saptayabilmek için öncelikle “matematik” kavramını tanımlamak gereklidir. Türk Dil Kurumu, matematiği “aritmetik, cebir, geometri gibi sayı ve ölçü temeline dayanarak niceliklerin özelliklerini inceleyen bilimlerin ortak adı, riyaziye” olarak tanımlamaktadır.¹ Online ansiklopedi Wikipedia’da ise, Yunanca *máthēma* (*bilgi, çalışma, öğrenme*) teriminden türediği ve *nicelik, yapı, uzam ve değişim gibi konularla ilgili çalışmaları içerdiği* belirtilen matematik terimi için genel olarak kabul edilen bir tanımın bulunmadığı bilgisi verilmektedir.² Matematik teriminin, özellikle kapsamı konusunda genel kabul gören bir tanımı yapılamamaktadır. Dolayısıyla, basit anlamda, sayılarla - yazının icadından sonra sayısal simgelerle- yapılan her türlü işlemin “matematik” olarak kabul edilmesi durumunda, insanoğlunun bilişsel gelişimini tamamladığı dönemlerden itibaren³ matematiği kullandığı söylenebilir. Çünkü en erken dönemlerden itibaren insanların semboller ürettiği ve işaretlerle iletişim kurduğu bilinmektedir (Schmandt-Besserat, 1996, s. 89).

Dolayısıyla insanoğlu, göçebe guruplar halinde, avcı-toplayıcı bir ekonomik sistemde yaşarken bile, muhtemelen konuştukları dillerde soyut kavramlar olan sayma sayıları henüz bulunmasa da, en azından karşılıklılık ilkesine göre, bir tür ilkel matematik kullanmış olmalıdır. Örneğin, bir avcı toplayıcı grubun, en basitinden, gündelik hayatında karşılaştığı rakip bir grup veya av hayvanlarının sayısı; komşu guruplarla yapılan mal takası; grup içinde paylaşılacak besinlerin miktarı, bunların grup bireyleri arasında dağıtımı gibi birçok durumda “hesaplamalar” yaptığı ve işlerini bu hesaplamalara göre organize ettiği söylenebilir.

Tarihöncesi Dönemlerde Matematik

İnsanlar Yakın Doğu’da Neolitik Çağ’ın başlangıcı olarak kabul edilen, yaklaşık MÖ 10 bin yılından itibaren, özellikle “bereketli hilal” olarak adlandırılan bölgelerde yerleşik hayata geçmeye ve tarım ve hayvancılığa dayalı bir ekonomik yaşamı benimsemeye başlamışlardır. Söz konusu devir itibariyle başlayan uzak mesafeli ticaretin varlığına dair işaretler bulunmaktadır. Özellikle dönemin maddi kültür unsuru olan obsidiyenin ve süs eşyası olarak kullanılan deniz kabuklarının

¹ <https://sozluk.gov.tr/>

² <https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics>

³ İnsanoğlunun bilişsel gelişiminin ve bunu takiben düşünme ve iletişim kurma ya da konuşma yeteneğinin günümüzden yaklaşık 70 bin yıl öncesine dayandığı düşünülmektedir (Harari, 2015, s. 3, 23-24; Ayrıca bkz. Barnard, 2013, s. 114-137; Barnard, 2014, s. 93-112).

kaynağından çok uzak bölgelerde bulunması bu durumun açık bir kanıtıdır (Sevin, 2002, s. 41-43; Erol, 2016, s. 226). Bu kadar erken dönemlerde henüz ağırlık birimleri ve tartım teknolojisi icat edilmemiş olsa da bu ticarete takasa konu olan malların nitelik ve nicelik bakımından hesaplandığı, başka bir deyişle, bir tür ilkel matematiğin kullanıldığı şüphesizdir. Nitekim “hesap taşları” ya da “sayma taşları” olarak adlandırılan tokenlerin ticari hayata girmesinden önce, Üst Paleolitik Çağ’a tarihli, kemikler üzerine çentikler şeklinde⁴ çizilmiş çetelelerin ve toplu olarak ortaya çıkarılan çakıl taşlarının, her ne kadar farklı yorumları da olsa, hesaplama/sayma aracı olarak kullanılmış olabileceği tahmin edilmektedir.⁵ Ancak kemik üzerinde yapılmış çeteleler ya da çakıl taşları soyut bilgiler içerdiğinden ve bunun gibi araçlarla hesabı yapılan şeyin ne olduğu sadece bu işlemi yapan kişi tarafından bilindiği için bu sistemler özellikle ticari hayatta gerekli olan ihtiyacı karşılayamamıştır. Dolayısıyla, yerleşik hayata geçen toplulukların tarımsal üretimle zenginleşmesine paralel olarak bölgesel ve uzak mesafeli ticaret de gelişmiş; hesaplama ve kayıt tutma aracı olarak toplumun geneli tarafından bilenen ve kullanılan somut simgelere ihtiyaç duyulmuştur. MÖ 8 binlerde, kil ya da kısmen taşa biçim verilerek yapılmış token (kil markalar) adı verilen sayma taşları icat edilmiştir.⁶ (Ek 1: tokenler) İnsanoğlunun ürettiği ilk kil objelerden olan bu kil markalar iki temel gruba ayrılmaktadır.⁷ MÖ 8000 ile MÖ 3500 arasında “yalın markalar” kullanılmıştır. Bunların boyutlarında ve biçimlerinde tam bir standardizasyon olmasa da her biri belirli bir emtiaya karşılık gelecek şekilde, daha çok koni, küre, disk, silindir, dörtyüzlü, kısmen de oval, dörtgen, üçgen, çokyönlü biçimlerde; kap ve hayvan biçimlerinde olabilmekteydi. MÖ 3500 itibariyle “kompleks markalar” olarak adlandırılan hesap taşları da bu sisteme dahil edilmiş; yalın markaların geometrik şekillerine parabolit, kıvrımlı halka ve paralel kenar gibi yeni geometrik şekiller eklenmiş; üzerleri çeşitli yöndeki çizgiler ve noktalarla donatılarak daha spesifik hale getirilmişlerdir. Ayrıca bu dönemden itibaren

⁴ Kemik üzerine çizilmiş çentiklerin, Sumer kenti Uruk’ta bulunan en eski çivi yazılı tabletlerdeki 1 ve 60 sayılarına karşılık gelen bir dikey işaretin arkaik temelini oluşturduğu söylenebilir.

⁵ İsrail Hayonim’de bulunan kemik üzerine çizilmiş çetelenin tarihi Üst Paleolitik Döneme, MÖ 28 bine kadar uzanmaktadır. Bu tür çetelelere ve gruplar halinde çakıl taşlarına MÖ 10 bine kadar olan süre içinde Levant Bölgesinden Irak’a kadar birçok yerleşimde rastlanmıştır (Schmandt-Besserat, 1996, s. 89-92).

⁶ Bu markalar ya da sayma taşlarına Çatalhöyük’ten İran’daki Susa höyüğüne kadar, Eski Yakın Doğu’daki birçok yerleşim yerinde rastlanmıştır (Crawford, 2010, s. 203; Schmandt-Besserat, 1996, s. 26-33; Bordreuil, Briquel-Chatonnet ve Michel, 2015. s. 291).

⁷ Token sistemi ile ilgili en kapsamlı çalışmaları Schmandt-Besserat (1996) yapmıştır. Ayrıca araştırmacı, çivi yazısının bu token sistemi sayesinde geliştirildiği görüşünün önde gelen savunucularındandır. Türkçe kaynak için bkz. Şeker ve Şeker, 2019.

minyatür alet, eşya, meyve ve insan biçimli yeni formlar da görülmeye başlamıştır. Dolayısıyla kil markalar başlangıçta sınırlı sayıda emtiaya karşılık kullanılırken 3500'lerden sonra temsil ettikleri nesnelere ya da malların sayısı artmış, hatta iş gücüne ya da hizmete karşılık gelen markalar da üretilmiştir (Schmandt-Besserat, 1996, s. 15-17).

Kil markalar ya da jetonların çalışma prensibi çok basittir: işleme alınan mal (ya da hizmet günü) miktarınca o malı temsil eden spesifik biçime ve/veya desene sahip kil markalar kullanılması, yani basit, "bire bir karşılık" sistemi. Bu sistemde, işleme tabi olan belirli bir mal ya da hizmet için, malın sayısı kadar onun sembolü olan delikli markalar bir ipe dizilmekte ve ip, bulla denilen, üzeri mühürlü kil topağının içerisinden geçirilmektedir (Ek 2: ipli bulla). Diğer bir yöntemde ise, yine üzeri mühürlü ancak içi boş bullaların (bazı araştırmacılar tarafından "zarf" olarak da adlandırılmaktadır) içine ilgili markadan gerekli sayıda yerleştirilmesi söz konusudur (Ek 3: küre bulla). Örneğin işleme tabi olan mal beş birim yağ kabı ise bunu temsil eden beş adet oval marka kullanılıyordu.⁸ Böylelikle gerek uzak mesafeli ticarete gönderilen malların içeriği ve sayısı gönderenin mührü ile birlikte garanti altına alınmış oluyordu gerekse de bu gönderilerin mühür altında arşivlenmesi, yani kayıt tutulması sağlanıyordu (Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 12).

Neolitik Çağ insanının, özellikle tahıllar gibi sayılamayacak ürünler için bir kapasite ölçü birimi de geliştirdikleri anlaşılmaktadır. Örneğin, Schmandt-Besserat'a göre konik ve küre markalar tahıl ölçümünde kullanılmıştır; konik bir marka daha küçük birimde tahıla, belki de günümüz litresine, küre bir marka ise daha büyük miktarda, muhtemelen "bir kile" tahıla karşılık gelmektedir (1996, s. 95). Bunun dışında, aynı biçimdeki markalardan büyük olanlarının belirli malların daha büyük birimlerine karşılık geldiği tahmin edilmektedir (De Mierop 2006, s. 50). Bu durum, henüz sayma sayıları için simgelerin kullanılmadığı tarih öncesi dönemlerde bile insanların muhtemelen bölgesel olarak standartlaşmış bazı ölçü birimleri geliştirdiğini göstermektedir.⁹

⁸ Her ne kadar erken dönemlere tarihli delikli kil markalara rastlanmış olsa da markaların ipe dizilerek gruplanması ya da içi boş bullalar içerisine yerleştirilmesi teknikleri özellikle MÖ 4. binyılın başlarından itibaren yaygınlık kazanmıştır (Schmandt-Besserat, 1996, s. 39-43, 115; De Mierop, 2006, s. 49-50).

⁹ Erken Uruk Döneminin önemli maddi kültür unsuru olan, büyük oranda aynı boyuttaki kıvrık ağızlı kâselerin standartlaşmış bir hacim ölçüsü birimine işaret ettiği tahmin edilmektedir (Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 14).

İnsanoğlunun bilinçli şekilde, doğal kil topraklarına biçim vererek ve/veya onları çeşitli çizgi ve noktalamalarla birer simge haline getirerek ürettiği markalar ya da jetonlar, kayıt tutma ve iletişim aracı olma özelliklerinin yanı sıra, ilk somut matematiksel araçlar olarak kabul edilmelidir. Bu marka sisteminin en önemli özelliği, matematiğin bir alanı olan sayma ya da hesaplamaya dair olmasıdır. Dolayısıyla kil markalar, somut sayma adı verilen arkaik bir sayma biçiminin kanıtıdır (Schmandt-Besserat, 1996, s. 124).

İlk Yazılı Belgelerde Matematik

Zaman içinde bu marka sistemi, Sumer kentlerindeki zenginleşmeye paralel olarak gerek ticari hayattaki iletişimde, gerek kayıt tutmaya yönelik, gerekse de matematiksel hesaplamalarla ilgili artan ihtiyaca cevap verememeye başlamıştır.¹⁰ Dolayısıyla, MÖ 4. binyılın ikinci yarısından itibaren, işleme alınan her bir birim ürün için somut olarak marka kullanılmasının yerine, her bir birim ürünün sayısını bildiren soyut rakamlar icat edilmiştir.¹¹ Erken Uruk döneminden itibaren -bu tarih artık MÖ 3500'lere kadar çekilmektedir- ilk yazılı belgelerin ortaya çıkışından hemen önce, sadece rakamlardan oluşan tabletler görülmeye başlar.¹² (Ek 4: rakamlar içeren bir tablet). 3200'lere gelindiğinde ise, ürünler tabletlerde soyut rakamlarla ifade edilmeye başlar, yani belirli bir ürünün simgesi olan tek bir piktografin önünde bu üründen kaç tane olduğu rakamlarla belirtilir, marka sisteminde olduğu gibi, ürün sayısı kadar ürün resmi bulunmaz. (Ek 5: piktografik kayıt). Dolayısıyla, dünya tarihinde ilk kez rakamların yazıya aktarılması (Robson, 2008, s. 28) ve bu gelişme sayesinde soyut sayımın ya da hesaplamaların yapılabilmesi, bugün adına matematik dediğimiz olgunun ilk kez gerçek anlamda insan hayatına girişinin temelini oluşturmuştur.

¹⁰ Bu sistemde her bir ürün bir marka (token) ile temsil ediliyordu, örneğin bir koyun için bir marka, iki koyun için iki marka, üç koyun için üç marka..... gibi. Bu basit hesaplama sisteminde soyut sayılar için simgeler bulunmuyordu. Zaman içerisinde ürünlerin çeşitliliği ve miktarı bakımından ticaret hacminin artmasına paralel olarak çok sayıda ve çok fazla biçim ve şekilde marka kullanımı gerekliliği karmaşıklığa ve zorluklara neden olmuştur. Bu nedenle token sistemi zamanla çökmüştür (Schmandt-Besserat, 1996, s. 96). Ancak token sistemi, düşük yoğunlukta da olsa, yazının icadından 1500 yıl sonra, ikinci binyılın ortalarına kadar kullanımda kalmıştır (Bordreuil, Briquel-Chatonnet ve Michel, 2015, s. 292). Bunun en önemli nedeni, Eski Yakındoğu'da okuma-yazmanın sadece elit bir kesimle sınırlı olması, toplumların okuma yazma bilmeyen kesiminin, özellikle ticari alışverişlerinde, bu eski marka sistemini kullanmaya devam etmesidir.

¹¹ Bu gelişmeye, büyük olasılıkla, kil bullaların ya da zarfların üzerlerine, içerdikleri marka sayısı kadar aynı markanın baskılarının yapılması esin kaynağı olmuştur (Schmandt-Besserat 1996, s. 95).

¹² Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 13. Sadece rakamları içeren bu tabletlerin rastgele oluşturulmadığı; bunları yazan kişilerin, kullanılan rakamsal simgelerin özelliklerine göre, hesabı yapılan şeyin ne olduğunu bildikleri varsayılmaktadır (De Mierop, 2006, s. 50).

Piktografik Uruk tabletlerinde yaklaşık 1200 farklı işaret tespit edilmiş ve bunlardan 60 kadarı sayılar için kullanılan rakamlar olarak tanımlanmıştır (Ek 6: piktografik rakamlar). Bu arkaik tabletlerdeki sayı numaralarını diğer ideogramlardan ayıran en önemli özellik, bunların tablet üzerine çizilerek değil yuvarlak bir stilus (yazı kalemi) ile dairesel, dikey ya da yatay baskılar yapılarak yazılmalarıdır (Schmandt-Besserat, 1996, s. 119; Robson, 2008, s. 11).¹³ Bazı numara işaretlerinin içine ya da üzerine, sivri uçlu bir yazı kalemi ile çizikler çizilerek farklı sayılar için de rakamsal simgeler geliştirilmiştir. Piktografik metinlerdeki bu 60 civarında rakamdan en sık kullanılanları, grafiksel biçimlerini uzun süre korumuşlar, hatta çivi yazısının tamamen anlaşılır hale geldiği 3. Ur Devri metinlerinde bile kullanılmışlardır. Ancak zaman içinde, yuvarlak hatlı piktografik biçimlerinin yerini çivi yazısındaki karşılıkları almıştır (Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 25).

Bu en eski ekonomik belgelerdeki çok sayıda rakamlardan oluşan karmaşık numaralandırma sistemi üzerinde çoğunlukla hatalı sonuçlara ulaşılan çalışmalar yapılmıştır. Ancak Nissen vd. bu arkaik sayı işaretlerinin, hesabı yapılan içeriğe göre farklı değerlere sahip olduklarını ortaya koymuşlardır (1993, s. 27). Buna göre, aritmetik sayı simgelerinin birçoğunun, altmışlı sistem, ikilialtmışlı sistem, ŞE sistem, GÁN sistem ve EN sistem¹⁴ olarak tanımladıkları beş sistemden birine ya da bu sistemlerden türetilmiş alt sistemlere atfedilebileceğini belirtmişlerdir. Örneğin, küçük daire ile ifade edilen rakam işareti adet hesabı yapılan objeler için kullanıldığında 10 sayısına, alan ölçümleri için kullanıldığında 18 sayısına karşılık geliyordu (Robson, 2008, s. 33; De Mierop, 2006, s. 51). Ayrıca bu temel sistemlerin dışında başka rakam sistemleri de vardı. Örneğin, zamansal kayıt tutmada kullanılan; sayısal ve ideografik işaretlerin birleşiminden oluşan sistemler de türetilmiştir (Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 27).

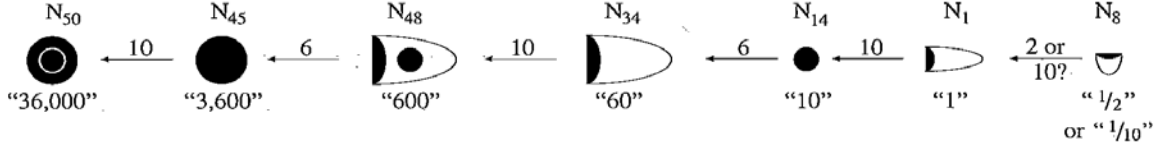
Nissen vd.'ne göre arkaik Uruk tabletlerindeki aritmetik numaralandırma sistemlerinden bazıları şu şekildedir:¹⁵

¹³ Schmandt-Besserat'a göre bu rakamsal işaretlerden bazılarının simgelerinde, marka sisteminde ilgili sayıya karşılık gelen ürün birimlerini temsil eden markalardan esinlenilmiştir (1996, s. 119).

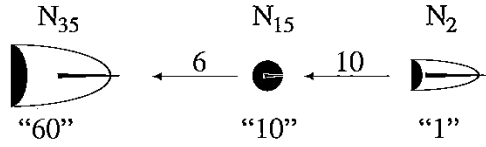
¹⁴ Nissen vd., EN sisteminin fonksiyonunun hala bilinmediğini, fakat ağırlık ölçümlerinde kullanılmış olabileceğini ifade etmişlerdir (Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 27-28).

¹⁵ Şekiller ve yorumları Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 28-29'dan alınmıştır (sistemlerdeki, iki simge arasındaki okların üzerinde bulunan sayılar iki rakam arasında kaç birim olduğunu gösterir). Ayrıca bkz. De Mierop, 2006, s. 52.

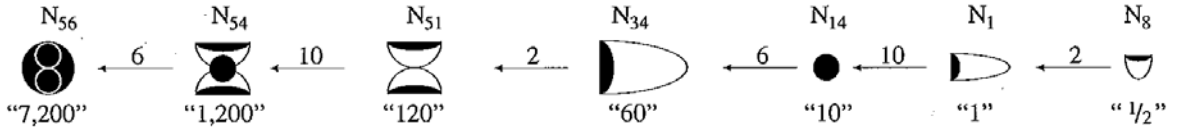
İnsan, hayvan, süt ve tekstil ürünleri, kurutulmuş balık, ağaç ve taş eşyalar, kaplar gibi en ayrıık ya da belirgin objelerin sayımında kullanılan Altmışlık Sistem S (Sexagesimal System):



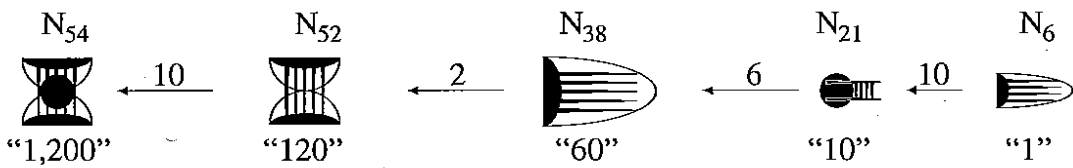
“Altmışlık sistemden türetilmiş bir alt sistem olan; sürülerdeki ölmüş hayvanlar ve belirli tipteki sınırların kapları gibi kesin nesnelere için kullanılan Altmışlık Sistem S’ (Sexagesimal System S’):



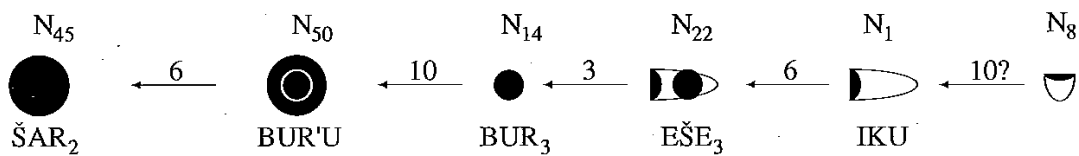
“Ayrıık tahıl ürünleri, peynir ve taze balık hesaplamasında kullanılan (bu sistemde hesaplanan bütün nesnelere bir tayın sistemine ait olduğu görülmektedir) İkili-altmışlık Sistem B (Bisexagesimal System):



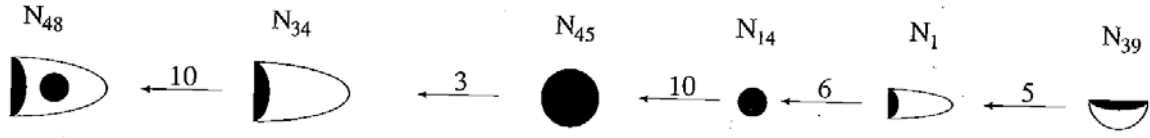
“İkili-altmışlık sistemden türetilmiş bir alt sistem olan; belirsiz bir tayın ürününün (muhtemelen bir balık türü) hesabında kullanılan İkili-altmışlık Sistem B* (Bisexagesimal System B*):



“Alan ölçümlerinde kullanılan GAN₂ Sistemi (GAN₂ System G):



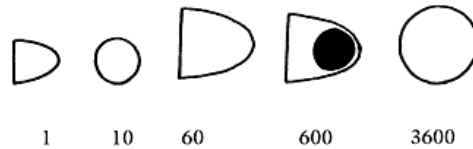
“Başta arpa olmak üzere, tahılların kapasite ölçümünde kullanılan ŞE Sistemi (ŞE System Š):



Çivi Yazılı Belgelerde Matematik

Çivi yazısının biçimde ve içerikte gelişmesiyle ve özellikle bir dilin aktarılabilirdiği işlek bir yazı sistemi haline gelmesiyle birlikte arkaik metinlerdeki bu çok sayıdaki rakamsal işaretlerin çok büyük bir kısmı ya yazıdan çıkarılmış ya da klasik çivi yazısı formlarını kazanmıştır. Aslında, özellikle Uruk ve Erhanedanlar dönemleri dışında, çivi yazısının kullanıldığı diğer bütün dönemlerde sayılar genellikle sadece iki sembolle yazıya aktarılmıştır: 1 sayısı için dikey bir işaret;¹⁶ 10 sayısı için dairesel bir işaret.¹⁷ Yukarıdaki numara sistemlerinde de görüleceği üzere, yazının piktografik evresinde, özellikle sık kullanılan rakam işaretleri farklı boyutlarda ya da birbirlerinin içine yazılarak başka sayılar da yazıya aktarılabilirdi. Örneğin 1 sayısının simgesi olan dikey işaretin daha büyük bir şekilde yazılmasıyla 60, 1 sayısının büyük simgesi olan resmin içine 10 sayısının simgesi olan küçük daire yazılarak 600, 3600 sayısını temsil eden büyük daire piktografının içine 10 sayısının işareti olan küçük daire yazılarak 36000 (ŞÁRxU) sayıları simgeleştirilmiştir.

(Resim 1, Schmandt-Besserat, 1996, s. 119)



Ancak yazının piktografik karakterden arkaik çivi yazısı karakterine geçtiği süreçte işaretlerin paleografik açıdan ölçüleri standartlaşmış ve iç içe yazılmış rakamlar yan yana yazılmaya başlamıştır. Böylelikle, 1 sayısının simgesi olan dikey işaret 60 sayısının da simgesi olmuş ve 600 sayısı bir dikey işaretinin yanında bir köşe çengeli ile yazılmaya başlanmıştır. Bu durum, karakteristik çivi yazısındaki zaten az sayıda olan rakamların çeşitliliğini daha da azaltmış ve farklı sayılar için

¹⁶ Bazı ölçümlerde 1 sayısı için kullanılan dikey işaret yerine, Sumercede yine “bir” anlamına gelen AŞ kelimesinin sembolü olan bir yatay işaret (►) de kullanılmıştır. Örneğin Eski Asurca metinlerde ağırlık birimi olan talent (*biltum*) terimi birim olarak bu yatay işaretle belirtilmiştir.

¹⁷ Dairesel işaret çivi yazısının biçimsel gelişimi sürecinde “köşe çengeli” adını verdiğimiz bir sembole (↷) dönüşmüştür.

aynı işaretlerin kullanılmasına, dolayısıyla numara sisteminin daha da karmaşık bir hale gelmesine neden olmuştur. Örneğin, art arda yazılmış, bir dikey ve bir köşe çengeli işareti hem 70 sayısına hem de 600 sayısına karşılık gelmektedir.

(Resim 2, Caplice, 2002, s. 94)

∟	1. DIŞ; AŞ, DILI	∟	600. GİŞ+U
<	10. U	∟, ∟	3600. ŞAR
∟	60. GİŞ	∟	36000. ŞAR × U

Çivi yazısındaki numara sisteminde 1 ve 10 arasındaki sayılar ve sıfır¹⁸ için ayrı ayrı simgeler olmadığından, sayılar için bire bir prensibi kullanılmaya devam etmiştir. Örneğin 9 sayısı dokuz adet dikey işaretle, 50 sayısı ise beş adet dairesel işaretle temsil edilmiştir. Bu şekilde, aynı gruptaki rakamlar üst üste ya da yan yana yazılarak, 59 sayısı beş adet dairesel (köşe çengeli), dokuz adet dikey işaretle yazıya aktarılmıştır. Üstelik bu sistem, Arap rakamlarının MS birinci binyıldaki icadına kadar, kısmen daha gelişmiş olsa da, başta Yunan ve Roma olmak üzere, bütün numara sistemlerinde kullanılmaya devam etmiştir (Schmandt-Besserat, 1996, s. 120).

Örnekler: (Resim 3, Caplice 2002, s. 94)

∟	= 2 or 120 (also 2/60)	∟ <	= 70
∟∟	= 5 or 300	∟ ∟	= 670
∟∟∟	= 9 or 540	∟ ∟	= 2 ME = 200
∟∟∟∟	= 50	∟ <	= 2 LIM = 2000

Çivi yazısında, temelde sadece iki rakamsal işaretin kullanılmasının yarattığı bu karmaşıklığı az da olsa gideren altmış tabanlı, basamaklı sayı sistemi geliştirilmiştir. Bu sisteme göre, her basamaktaki bir dikey işaret (∟) önündeki basamakta bulunan dikey işareten (∟) altmış kat daha büyüktür. Örneğin ∟ ∟∟

¹⁸ Selevkos Dönemi matematik ve astronomi metinlerinde görülen bir işaretin -bugünkü anlamsal bağlamında değil fakat altmış tabanlı numaralandırmadaki bir değeri olmayan basamağı ifade eden- "sıfır" sayısı için kullanıldığı anlaşılmaktadır. Bazı dönemlerde kelime ayracı olarak kullanılan bu işaretin tarihsel arka planı bilinmemektedir. Ancak çivi yazısı literatürünün büyük bir kısmında "sıfır" rakamını temsil eden bir sembol yoktur. Babilonyalılar aslında matematiksel bağlamda "hiçbir şey" kavramını biliyorlardı ve bazı metinlerde görülen, sayılar arasındaki bir boşluğun "sıfır" yerine kullanıldığı tahmin edilmektedir (Neugebauer ve Sach, 1945, s. 2; Robson, 2008, s. 198; Oates, 2015, s. 196).

şeklindeki bir dizilim ile onluk sayı sistemine göre 63 sayısı; $\text{II} \ll \text{VI}$ dizilimi ile (2x60; 2x10; 4) 144 sayısı yazıya aktarılmıştır (Robson, 2008, s. 1; Bordreuil, Briquel-Chatonnet ve Michel, 2015, s. 382). Çivi yazısında, bu az sayıdaki tam sayıların dışında, özellikle ticari hayatta ve ayrıntılı hesaplamalar yapılan; Eski Asur Ticaret Kolonileri Dönemi Kültepe tabletlerinde sıkça karşılaşılan kesirli sayılar için de simgeler üretilmiştir.

(Resim 4, kesirli sayı işaretleri, Michel, 2020, s. 403)

1/6	1/4	1/3	1/2	2/3	5/6
					

Mezopotamyalılar, bir rakamı olmayan ve rakamlarla ifade edemedikleri sayıları ise (bazen de sadece yazımda kolaylık olması adına) kelimelerle ifade etmişlerdir. Örneğin 100 sayısını Sumerce ME (ya da Akadca *me'atum*); 1000 sayısını Sumerce LİM (ya da Akadca *limum*) kelimeleriyle belirtmişlerdir (bkz. resim 3).¹⁹ Mezopotamya matematiğinde modern matematikte kullanılan semboller bulunmamaktadır. Matematiksel sorular ve problemler daima Sumerce ya da Akadca kelimelerle verilmiştir.

Yukarıda verilen sistemlerde de görüleceği üzere, Nissen vd. çivi yazısında kullanılan altmışlık ve ikilialtmışlık sayı sistemlerinden bahsetmektedir. Schmandt-Besserat ise Sumerlilerin, altmışlık sayı sisteminin yanında onluk sayı sistemi de kullandıklarını; bu çeşitliliğin nedeninin, token sisteminde altmışlık sistemin tahıl hesaplamalarında, onluk sisteminin ise, adet olarak hayvan sayısı hesaplamalarında kullanılmasından kaynaklandığını belirtmiştir (1993, s. 118). Sumerlilerin geliştirdikleri bu altmış tabanlı sayı sistemi günümüzde özellikle çember ve açı ölçülerinde kullanılmaya devam etmektedir. Günümüzde, saat dilimlerinde de altmışlık sayı sistemi kullanılmaktadır (dakika, saniye ve salisenin 60 birimden oluşması). Yeni Babil Dönemi'nde, Babil sürgününden sonra Yahudiler tarafından benimsenen ve onlardan da Yunanlılara ve Romalılara geçen saat dilimleri sisteminde Babilliler bir günü 12 çift saate,²⁰ her bir saati ise 60 çift dakikaya bölüyordu (Oates, 2015, s. 196).

¹⁹ Rakamlarla ilgili bilgiler için ayrıca bkz. R. De Labat, 1976.

²⁰ Akadcada bir "çift saat" *bēru* (Black, George ve Postgate, s. 43a) terimi ile ifade edilmiştir. Bu terim aynı zamanda, Babil hesabına göre, bir insanın iki saat içinde yürüyebileceği mesafe olan 10.8 km'ye karşılık gelmektedir (Oates, 2015, s. 196).

Çivi yazısının piktografik aşamasında soyut sayılar için rakamsal simgelerin icadı ve zaman içinde yazının biçimsel gelişimine paralel olarak bu simgelerin sadeleştirilmesiyle matematik “bilimi” Mezopotamya toplumlarının hayatına girmiştir. Yazının icat edildiği Erken Uruk Dönemi’nden kullanımının sona erdiği milada kadar (çivi yazısı ile yazılan son belge MS 76 yılına tarihlenmektedir) geçen, yaklaşık 3300 yıllık süre içinde oluşturulmuş çivi yazısı külliyatından takip edilebildiği üzere, matematik, gerek pratik olarak günlük hayattaki işlerde gerekse akademik anlamda, eğitim ve bilim alanında Mezopotamya toplumlarının hayatında önemli bir unsur olmuştur. Mezopotamyalılar -elbette toplumun geneli değil, okuma yazma bilen küçük bir elit kesim- her türlü somut şeyleri toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri gibi aritmetik hesaplamaları; özellikle madenlerin tartım hesaplaması; tarla, bahçe gibi arazilerin alan ölçüsü hesaplaması; tahıllar, sıvılar gibi sayılamayan ürünlerin hacim hesaplaması; kredilerin faiz hesaplaması; zaman hesaplaması gibi birçok alanda matematiksel zekâlarını kullanmışlardır (De Mierop, 2006, s. 144).

Yazının ve soyut rakamların mucidi Sumerliler çeşitli kalemlerin hesabını yapmak için standartlaşmış ölçü birimleri de geliştirmiştir (De Mierop, 2006, s. 53-54). Örneğin, bir insanın taşıyabileceği yük miktarı olan 1 talent (yaklaşık 30 kg) 60 *minaya*, 1 *mina* 60 *şeqe* (Sumerce GÍN), 1 *şeqe* 180 tahıl tanesine (Sumerce ŞE) bölünüyordu. Temel uzunluk ölçüsü 30 parmağa (*ubānum*; Sumerce ŞU.Sİ) bölünmüş olan önkoldu (*ammatum*, Sumerce KÜŞ; yaklaşık 50 cm); altı önkol ise bir kamış (*qanūm*, Sumerce Gİ) boyuna (yaklaşık 3 m.), 2 kamış ise yaklaşık 6 m.lik bir “direğe” (Sumerce NİNDAN) denk geliyordu. Alan ölçülerinde, bir “bahçe” (Sumerce SAR) yaklaşık 36 m²’ye, 100 bahçe, yaklaşık 3600 m²’lik bir “tarlaya” (Sumerce İKU), 18 tarla yaklaşık 6.48 hektara (Sumerce BÜR) karşılık geliyordu. Kapasite ölçülerinde ise bir birimi yaklaşık 1 litre olan 10 SİLA (Akadca *qu*) 1 BÂN’a, 6 BÂN 1 BARİGA’ya (kile), 5 BARİGA ise yaklaşık 300 litre olan 1 KÜR’a karşılık geliyordu (Caplice, 2002, s. 96; De Mierop, 2006, s. 55, Michel ve Chemla, 2020, s. 534; Oates, 2015, s. 196-197). Bu ölçüm sistemi gerek terim olarak gerekse karşıladıkları birim değerler bakımından, çivi yazısını kullanan hemen hemen bütün kültürlerde genellikle aynı anlamda kullanılmıştır, ancak dönemseller ve

coğrafi olarak bazı farklılıklar da görülmektedir.²¹

Mezopotamya Eğitiminde Matematik

Matematiğin pratik olarak gündelik hayatta her türlü sayım, ölçüm ve faiz hesaplamalarında; bina yapımı, kanal kazımı, baraj inşası gibi imar faaliyetlerinde yoğun bir şekilde kullanıldığından bahsetmiştik. Ancak farklı dönem ve merkezlerde bulunmuş okul metinleri, Mezopotamya toplumlarının matematiği öğrenilmesi gereken bir “bilim” olarak kabul ettiklerini göstermektedir. Okuma yazma öğrenimine dair ve edebi, dini eğitimle ilgili okul tabletlerinin dışında, “matematik biliminin” detaylı yazılı okul belgelerine de rastlanmaktadır. Gerek Sumerli gerekse Akadlı otoritelerin günlük hayatta pratik olarak kullanılan matematiksel işlemlerin okullarda öğretilmesine büyük önem verdikleri anlaşılmaktadır (De Mierop, 2006, s. 144). Mezopotamya'nın birçok sit alanında o kadar çok sayıda matematiksel okul metni bulunmuştur ki, Mezopotamya matematiği Asuroloji ve Bilim Tarihi alanlarında bir uzmanlaşma sahası olmuştur.²²

Mezopotamya matematiğinin en iyi ve kapsamlı örnekleri Eski Babil Dönemi'nden gelse de dünya tarihindeki ilk matematik alıştırma tabletleri örneklerinin, kesin olmamakla birlikte, Uruk'un 4-a tabakasında, yaklaşık 3300'lere tarihli piktografik belgeler arasında bulunduğu söylenebilir. Arkaik Uruk tabletleri içinde matematiksel egzersizler içerdiği düşünülen 12 belgeden dokuzunun alan ölçüsü hesaplamasıyla, üçünün muhasebe hesabıyla ilgili olduğu tahmin edilmektedir. Ayrıca, aynı döneme tarihli, fakat buluntu yeri bilinmeyen iki tabletin metrolojik (ölçümle ilgili) tablolar içerdiği düşünülmektedir (Robson, 2008, s. 29).

Örneğin bu en erken çivi yazılı belgeler içindeki alan ölçüsünün hesaplandığı bir egzersiz tabletinde yüzey dörde bölünmüştür ve her bir kısımda rakamlarla birlikte, uzunluk ve genişliği ifade ettiği düşünülen, yatay ya da dikey işaretler bulunur. (Ek 7) Ayrıca belgede tam olarak neye karşılık geldiği bilinmeyen

²¹ Örneğin ağılık ölçülerinde, bir Mezopotamya *şeşeli* 8.33 gr iken, bir Suriye *şeşeli* 9.4 gr'a bir Hitit *şeşeli* ise 11.75 gr'a karşılık gelmektedir (Erol 2016, s. 226). Terminolojik karşılık bakımından ise, kapasite ölçüsü olan ve yaklaşık 1 litreye karşılık gelen SİLA (Akadca *qu*) Yeni Babil Dönemi'nde alan ölçüsü olarak, Eski Babil ve Yeni Asur Dönemlerinde ise ağaçların kalınlık ölçüsünde de kullanılmıştır (Black, George ve Postgate, s. 290a).

²² Bu alanda geçen yüzyılın başlarında Th. Danguin, O. Neugebauer ve A. Sachs önemli çalışmalar yapmıştır. Bu araştırmacılar sonra birçoğu bilim tarihçisi ve matematikçi olan bilim insanı Mezopotamya matematiği konusunda kapsamlı çalışmalar ortaya koymuştur. Bunlar arasında J. Friberg, J. Hoyrup, E. Robson en önemlileridir. Eskiçağ matematiği konusunda en kapsamlı Türkçe çalışma ise bilim tarihçisi Aydın Sayılı tarafından yapılmıştır (Sayılı, 1991).

ideografik işaretler de kayıtlıdır. Metre cinsinden, “D” şeklindeki her bir işaret 60 birime “o” şeklindeki yuvarlak işaretler ise 10 birime karşılık gelmektedir: 60+20 yatay, 120+20 yatay ve 120+20 <dikey>, 60 dikey. Bir uzunluk biriminin ise küçük D olarak yazılan yaklaşık 6 m (1 square rod) olduğu tahmin edilmektedir. Belgede problemin sonucu verilmemektedir, ancak Robson’a göre alanın ölçümü; $(80+140)/2 \times (140+60)/2 = 110 \times 100 = 11.000 \text{ rd}^2$ yani yaklaşık 40 hektara tekabül etmektedir (Robson, 2008, s. 30).

Gelişmiş ilk Sumer şehirlerinde, yazının icadından itibaren, özellikle tapınaklarda eğitim gören kâtiplerin okuma yazmanın dışında uygulamalı matematik konularında da eğitildikleri açıktır. Ancak okul tabletleri olarak nitelenen metin türleri daha çok Erhanedanlar III Devri’nden, yaklaşık 2500’den sonrasına tarihlidir (Robson, 2008, s. 31). Görünüşe göre bu dönemden itibaren gelişip olgunlaşan ilk Sumer okullarında (Sumerce É.DUB.BA) okuma yazmanın dışında din, edebiyat, dil (kelime türleri ve gramer), matematiksel hesaplamalar gibi çeşitli konularda eğitim veriliyordu (Kramer, 1990, s. 1). En eski okul tabletlerinin kaynağı olarak Sumer kenti Şuruppag (Fara) öne çıkmaktadır. Güvenli bir şekilde tarihlendirilebilen en eski matematiksel tablo da burada bulunmuştur ve yaklaşık olarak 2600’lere tarihlidir (Robson, 2007, s. 27). Burada ortaya çıkarılan okul tabletlerinden en az beşi kesin bir şekilde matematiksel tablet olarak tanımlanmaktadır. Bunlardan biri metrolojik bir tablo diğer dördü ise cevapları da içeren matematik problemleridir. Örneğin problemlerden birinde belirli bir sayıdaki işçileri beslemek için gereken tahıl miktarı hesaplanmaktadır (Robson, 2008, s. 32).

Mezopotamya matematiğinin altın çağı Eski Babil Dönemi’dir. Mezopotamya’nın birçok kentinde bu döneme tarihli çok sayıda matematik alıştırma tableti içeren okul metinleri bulunmuştur. Mezopotamya toplumlarının özellikle elit sınıfa mensup bireyleri, günlük hayatta bir zorunluluk olarak sıklıkla kullanılan matematiksel hesaplamaları bu okullarda öğreniyorlardı. Birçok merkezde ortaya çıkarılan metrolojik tablo ve çizelgelerin de gösterdiği üzere,²³ okullarda öğrencilere ilk olarak standart ağırlık, hacim, uzunluk, alan ölçü birimleri öğretiliyordu. Bunların yanı sıra okul müfredatında çarpma, bölme, toplama, çıkarma gibi aritmetik hesaplamalar ve çeşitli problem çözümleri de vardı (De Mierop 2006, s. 144-145). Matematik eğitiminin daha ileri safhalarında ise “karekök hesaplamaları, küp ve küp kökleri, evrik değerler, üslü fonksiyonlar, kübik denklem

²³ Mezopotamya kentlerinde ortaya çıkarılan metrolojik (ağırlık ve ölçüm birimleri tabloları) tabletler hakkında detaylı bilgi için bkz. Robson, 2007.

çözümleri, kare ve küp toplamları, karmaşık cebir ve geometri problemleri” gibi daha üst seviyede konuların da öğretildiği görülmektedir (Oates, 2015, 193-196; Bordreuil, Briquel-Chatonnet ve Michel, 2015, s. 379). Hatta Babillilerin Pisagor teoremi olan “dik açılı bir üçgende hipotenüsün karesinin diğer iki kenarın karelerinin toplamına eşit olduğu” bilgisine sahip oldukları iddia edilmektedir (De Mierop 2006, s. 145). Ancak okullarda öğretilen matematiğin, birçok durumda, günlük hayatta uygulanamayacak derecede kuramsal ve sofistike, hatta bazen kurgusal olduğu gözlenmektedir (De Mierop, 2006, s. 144-145; Bordreuil, Briquel-Chatonnet ve Michel, 2015, s. 381). Örneğin özellikle alan ölçümü probleminin aracı olarak kullanılan bir “kırık kamış” probleminde (IM 533965) şu ifadeler kayıtlıdır: “Eğer sana birisi şöyle sorarsa: ‘Bir kamış aldım, onun ölçüsünü bilmiyorum. (Dikdörtgen alanı) 60 (kamış boyu uzunlamasına) gittim. (Kamışın) bir kol boyunu (kubit) kopardım. (Sonra dikdörtgen alanın) önünü (/enlemesine) 30 (kamış boyu) gittim. (Tarlânın) yüzölçümü 4.10’dur.’ (Alanımın) uzun kenarı ve ön (/kısa) kenarı ne kadardır?” (Friberg, 2007a, s. 245-351)

Mezopotamya’da bulunan en önemli matematik belgeleri arasında Plimpton 322 adlı tablet ve 2’nin kareköküne oldukça doğru bir yaklaşımın verildiği YBC7289 numaralı öğrenci tableti vardır. Bunlar dışında, çok sayıda ele geçen problem serilerinden birinde 24 örnek üzerinden ikinci dereceden problemlerin açıklandığı, Eski Babil Dönemi’nin başlarına ait bir problem listesi bulunmaktadır (Bordreuil, Briquel-Chatonnet ve Michel, 2015, s. 380).

Mezopotamya matematiğinin en iyi bilinen ve geniş çapta tartışılan Plimpton 322 adlı tabletin (Ek 8) sayı teorisinden trigonometriye ve astronomiye kadar farklı matematiksel konularda işleve sahip olduğu iddia edilmiştir (Robson, 2008, s. 1). Dört sütun ve 15 satırdan oluşan, her sütunun başında sütunun içeriğine dair bilgi veren başlıklar bulunan tabletin bir öğretmenin parametre tablosu olduğu düşünülmektedir. Tabletın sol baştaki en az bir sütununun kayıp olduğu anlaşılmaktadır. Ortasındaki iki sütunda, azalan keskinlik sırasına göre sıralanmış on beş dik açılı üçgenin genişliklerinin ve köşegenlerinin sıralandığı anlaşılmaktadır. Tabletın korunan ilk sütununda, görünüşe göre, köşegendeki karenin, her üçgenin genişliğindeki kareye oranları listelenmiştir. Son sütunda ise “onun adı” başlığı altında sütunların sıra sayısı verilmiştir. Muhtemelen Larsa şehrinde bulunmuş, 19. yy’ın sonu ve 18. yy’ın başına tarihli bu tablet başlarda, sahanın araştırmacıları tarafından, Pisagor sayılarıyla ya da denklemlerle ilişkilendirilmiş ve Babilonyalıların “Pisagor teoremi” bilgisine sahip oldukları

şeklinde yorumlanmıştır (Neugebauer ve Sachs, 1945, s. 138-141). Ancak yakın tarihli çalışmalarda Plimton 322 adlı tabletin Pisagor teoremiyle ilgisinin olmadığı, “Plimpton 322’nin yazarı tarafından seçilen karşılıklı çiftlerin, modern açılara bu kadar yakın olan bir dizi üçgene yol açmasının tamamen rastlantısal” olduğu (Robson, 2008, s. 356) ve eğitime yardımcı bir katalog olabileceği (Robson, 2001, s. 199-200) de belirtilmektedir.²⁴

Günümüzde Yale Üniversitesi’nde korunan, Eski Babil Dönemi’ne tarihli, bir karenin diyagonallerini içeren YBC7289 numaralı öğrenci alıştırmaya tableti (Ek 9), 2’nin kareköküne mükemmel derecede yakın sayıyı vermesi bakımından Mezopotamya matematiğinin en ünlü tabletlerinden biridir. Yuvarlak biçimli tablette üç farklı numara bulunmaktadır: “karenin kenar uzunluğu olarak 30, 2’nin kareköküne mükemmel yakınlıkta olan 1; 24, 51, 10 ve karenin diyagonalini için 42, 25, 35 sayısı” (Friberg, 2007a, s. 211, Robson, 2008, s. 110, 272). Öğrenci, karenin diyagonalinin uzunluğunu kenarı sabit değerle çarparak bulmuştur: 1; 24 51 10. Diyagramda sabit sayı diyagonalin üzerinde, onun uzunluğu olan 42; 25 35 sayısı ise altında yazılmıştır (Robson, 2008, s. 110).

MÖ 2. binyılın ilk yarısında, Eski Babil Dönemi’nde geliştirilen sofistike ve kuramsal Mezopotamya matematiği 1. binyılın ikinci yarısında, Yeni Babil ve Hellenistik veya Selevkos Dönemi’nde daha da gelişerek kullanılmaya devam etmiştir (Friberg 2007a, s. 444, 453). Özellikle Selevkos Dönemi’nde oluşturulmuş, güneşin, ayın ve görünür beş gezegenin gökyüzündeki devinimlerinin kilit anlardaki konumlarına dair tahminlerin verildiği çok sayıda tablo ve yıldızların hareketlerinin hesaplanması için gerekli talimatlar ve referanslar içeren birçok yardımcı tablo, bu dönemde astronomik gözlemlerde kullanılan matematiğin ne derece sofistike bir hal aldığını göstermektedir (Robson 2008, s. 218).

Sonuç

Teorik olarak, insanoğlunun matematik ile ilişkisinin insanlık tarihi kadar eskiye dayandığı söylenebilir. İnsanlar Paleolitik Çağlardan itibaren en azından karşılıklılık ilkesine göre, günlük yaşamlarında çeşitli matematiksel hesaplamalar yapmış olmalıdır. İnsanın matematik ile ilişkisine dair ilk somut kanıtlara, medeniyetin ve kültürlerin filizlendiği Yakın Doğu’da rastlanmaktadır. Bunlar, Üst Paleolitik Çağ’dan kalma, üzerlerine çizgilerle çentikler yapılmış kemikler ve Neolitik Çağ’da, MÖ 8. binyıldan itibaren, hesap yapma ve kayıt tutma amacıyla, Mezopotamya ve

²⁴ J. Friberg, Babil’de bir “Pisagor Denklemi”nin yerine bir “Eski Babil diyagonal kuralı”nın olduğunu ileri sürmektedir (2007a, s. 200).

çevresindeki birçok bölgede kullanılmaya başlayan “hesap taşları” ya da “markalar”dır (token sistemi). Dünyada “matematik biliminin” temelleri de Yakın Doğu’da, ilk Sumer şehirlerinde atılmıştır. Bazı araştırmacıların ileri sürdüğü üzere Mezopotamya’da kullanılan token (hesap taşları) sisteminden ilk soyut rakamsal işaretler ve sayı sistemleri, buna paralel olarak da tarihi devirleri başlatan yazı geliştirilmiştir. Dolayısıyla başta yazı olmak üzere, medeniyetin beşiği Mezopotamya’da ortaya çıkan birçok kültürel ve bilimsel-teknolojik gelişmelerin temelinde tamamen ekonomik ihtiyaçlar yatmaktadır.

Dünya tarihinde ilk kez soyut rakam sistemlerinin üretilmesiyle birlikte Mezopotamya’da matematik bilimi ortaya çıkmış ve gelişmiştir. Mezopotamya toplumları matematiği sadece günlük hayatlarında, her türlü hesap ve ölçüm işlemlerinde pratik anlamda değil, eğitim alanında akademik olarak da yoğun bir şekilde kullanmışlardır. Mezopotamya’nın farklı merkezlerinde ve dönemlerinde ortaya çıkarılan okul metinleri arasında binlerce matematik alıştırmaya metni ya da matematik problem metinleri bulunmaktadır. Bu belgeler arasında, hayranlık uyandıran ve Mezopotamya toplumlarının ileri seviyedeki matematik bilgisine sahip olduğunu gösteren iki matematik tableti; Pisagor teoremiyle ilişkilendirilen Plimton 322 ile 2’nin kareköküne yakın bir sonucun verildiği YBC7289 numaralı belge örnek gösterilebilir.

Genellikle kabul edildiği üzere, modern matematiğin temeli Antik Yunan düşünürlerine dayandırılmaktadır. Jörah Friberg’in çalışmasında da detaylandığı üzere (2007b), Yunan matematiğinin temellerinin ise Mezopotamya’nın belli başlı kentlerinde ortaya çıkarılan binlerce matematiksel okul metninin okunup çözümlenmesinden sonra, açıkça Mezopotamya kültürlerine dayandığı anlaşılmıştır.

Kaynakça

- Barnard, A. (2014). *Simgesel Düşüncenin Doğuşu* (M. Doğan, çev.). İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi.
- Barnard, A. (2013). *Sosyal Antropoloji ve İnsanın Kökeni* (M. Doğan, çev.). İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi.
- Black, J., George, A. ve Postgate, N. (2002). *A Concise Dictionary of Akkadian*. Wiesbaden: Harrassowitz Verlag (2. Baskı).
- Bordreuil, P., Briquel-Chatonnet, F. ve Michel, C. (2015). *Tarihin Başlangıçları, Eski Yakındoğu Kültür ve Uygarlıkları* (L. Başaran, çev.). İstanbul: Alfa Yayınları.

- Caplice, R. (2002). *Introduction to Akkadian*. Roma: Editrice Pontificio Instituto Biblico.
- Crawford, H. (2010). *Sümer ve Sümerler* (N. Uzan, çev.). Ankara: Arkadaş Yayınevi (2. Baskı).
- De Mierop, M. V. (2006). *Antik Yakındoğu'nun Tarihi, İÖ 3000-323* (S. Gül, çev.). Ankara: Dost Kitabevi Yayınları.
- Erol, H. (2016). in aban Ušša ve in aban Karahna. S. Erkut ve Ö. Sir Gavaz (Yay. haz.). *Antahšumsar "Çiğdem" Studies in Honour of Ahmet Ünal / Ahmet Ünal Armağanı* içinde (s. 225-234). Ankara: Arkeoloji ve Sanat Yayınları.
- Friberg, J. (2007a). *A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts, Manuscripts in the Schøyen Collection Cuneiform Texts I*. New York: Springer.
- Friberg, J. (2007b). *Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics.*, Singapore: World Scientific.
- Harari, Y. N. (2015). *Sapiens, A Brief History of Humankind*. London: Random House.
- Kramer, S. N. (1990). *Tarih Sumerde Başlar* (M. İ. Çığ, çev.). Ankara: Türk Tarih Kurumu Basımevi.
- Labat, R. (1976). *Manuel D'épigraphie Akkadienne*. Paris: Librairie Orientaliste Paul Geuthner.
- Michel, C. (2020). Computation Practices of the Assyrian Merchants During the Nineteenth Century BCE. C. Michel, K. Chemla (Yay. haz.). *Mathematics, Administrative and Economic Activities in Ancient Worlds* içinde (s. 399-433). Cham: Springer.
- Michel, C. ve Chemla, K. (2020). (Yay. haz.). *Mathematics, Administrative and Economic Activities in Ancient Worlds*. Cham: Springer.
- Nissen, H. J., Damerow, P. ve Englund, R. K. (1993). *Archaic Bookkeeping, Early Writing and Techniques of Economic Administration in the Ancient Near East*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Neugebauer, O. ve Sach, A. (1945). *Mathematical Cuneiform Texts*. American Oriental Series 29. New Haven: American Oriental Society.
- Oates, J. (2015). *Babil* (F. Çizmeli, çev.). Ankara: Arkadaş Yayınevi (2. Baskı).

- Robson, E. (2008). *Mathematics in Ancient Iraq, A Social History*. Princeton and Oxford: Princeton University Press.
- Robson, E. (2007). Tables and Tabular Formatting in Sumer, Babylonia, and Assyria, 2500 BDC-50 CE. M. Campell-Kelly, M. Croarken, R. Flood, E. Robson (Yay. haz.). *The History of Mathematical Tables, From Sumer to Spreadsheets* içinde (s. 19-48). New York: Oxford University Press.
- Sayılı, A. (1991) *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, Ankara: Atatürk Kültür Merkezi Yayınları.
- Schmandt-Besserat, D. (1996). *How Writing Came About*. Austin: University of Texas Press.
- Sevin, V. (2002). *Anadolu Arkeolojisi*. İstanbul: Der Yayınları (4. Baskı).
- Şeker, S. ve Şeker, F. (2019). Token'lerden Çivi Yazılı Kil Tabletlere: Yazının İcadında Muhasebenin İzleri. *Accounting and Financial History Research Journal*, 16, 86-110.

İnternet Kaynakları

<https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics> (28.01.2021)

<https://sozluk.gov.tr/> (28.01.2021)

Summary

The relationship of humans with mathematics, which is used practically in daily life and theoretically in scientific concepts, must be as old as its history. After human beings have completed their cognitive development, although it cannot be called mathematics, they must have evaluated the beings around them in terms of quantity, at least according to the principle of reciprocity. Some bone findings from the Paleolithic times, on which there are notches with lines, are probably the earliest concrete objects showing that calculations and/or records were practiced regarding "things" of which we do not know what they were, that is, pointing to the relationship of man with mathematics. When it comes to the Neolithic Age, when people passed from hunter-gatherer lifestyle to settled life and agricultural economy, especially in Mesopotamia and its surroundings, the token system was invented for fully mathematical calculations and record keeping. Some researchers claimed that this token system, used extensively and widely in commercial life from the 8th millennium BC to the end of the 4th millennium BC, was the basis of the writing developed in the oldest cities of Sumer, and especially the numerals and the sexagesimal place number system.

Initially, the tokens, each corresponding to a particular commodity, were not standardized in their size and shape and could be in different geometric shapes or in the form of containers and animals. By 3500 BC, tokens called "complex marks" also began to appear, which were made more specific by adorning with lines and dots in various directions. Therefore, while clay tokens were initially used for a limited number of commodities, after the 3500s, the number of objects or goods they represented increased, and tokens for workforce or service were produced too. However, with the effect of the enrichment of the Sumerian cities and consequently by the increasing need for communication in commercial life for record-keeping and mathematical calculations, this

system became insufficient and left its place to abstract symbols, namely writing, a real record-keeping and calculation tool.

The first numerals or number symbols appeared on the tablets dated just before the pictographic writing, invented approximately in the 3200s in Uruk, the oldest city showing a real urban character. Thanks to both the cuneiform writing system and the numerical symbols in this script, which were changed and developed over time, Mesopotamian societies made very significant developments in mathematics, as in many other subjects. By 3200s, the calculation of the goods began to be expressed in abstract numbers on tablets, that is, in front of a single pictograph, which is the symbol of a particular product, the value of this product was indicated with numbers, not like the token system, where there were as many product images as the number of products. Therefore, the transfer of numbers to writing for the first time in history, and the ability to make abstract counting or calculations thanks to this development, formed the basis of the phenomenon we call mathematics today, and mathematics entered human life in real terms.

There are about 1200 different signs on the pictographic Uruk tablets, of which 60 have been identified as numerals used for numbers. Nissen et al., who worked on the complex numbering system of many number symbols in these earliest economic documents, revealed that these archaic number signs could have different values according to the calculated content. Accordingly, they concluded that most of the arithmetic number symbols can be attributed to one of the five systems, which they defined as “sexagesimal system”, “bisexagesimal system”, “SE system”, “GÂN system”, and “EN system”, or to subsystems derived from these systems.

After the development of cuneiform in form and content, and especially when it became a practical writing system for languages, a large part of these numerical signs in archaic texts were either removed from the script or acquired classical cuneiform forms. In fact, in all other periods of cuneiform, except Uruk in particular, and Elyrdynasty Periods, numbers were usually inscribed with only two symbols: a vertical mark for the number 1; a circular sign for the number 10. As the cuneiform numeral system did not have separate signs for numbers between 1 and 10 and for zero, the one-to-one principle for numbers continued to be in use. For example, the number 9 was represented by nine vertical signs and 50 by five circular signs. Until the invention of Arabic numerals in the first millennium AD, this system was in use in all number systems, especially in Greek and Roman.

In the cuneiform writing system, a sixty-base, place-value system was developed, which slightly eliminated the complexity created by the use of only two numeric signs. According to this system, a vertical mark on each order is sixty times bigger than the vertical mark on the order in front of it.

Mesopotamians not only used mathematics for practical purposes in their daily lives but also taught it to students in schools as a field of science. Thousands of mathematical school texts unearthed in several cities of Babylonia evoke admiration from the experts of Assyriology and the historians of science. The foundation of modern mathematics is generally attributed to Ancient Greek thinkers or scientists. But it is clear that the foundation of Greek mathematics is based on Mesopotamian cultures, as evidenced by thousands of mathematical school texts created in schools of Mesopotamian cities. As the metrological tables and charts unearthed in many centers show, students learned firstly the standard units of weight, volume, length, and surface in schools. In addition to these, the school curriculum also included arithmetic calculations such as multiplication, division, addition, subtraction, and various problem-solving examples. In the later stages of mathematics education, higher-level subjects such as “calculations of square roots, cube and cube roots, inverse values, power functions, solutions of cubic equations, square and cube sums, and complex algebra and geometry problems” were taught. It is even claimed that the Babylonians knew the Pythagorean Theorem that “in a right-angled triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the squares of the other two sides”.

Ekler:

Ek 1: Token örnekleri
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P254152 (erişim 20.01.2021))



Ek 2: İpli bulla
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P333914 (erişim 20.01.2021))



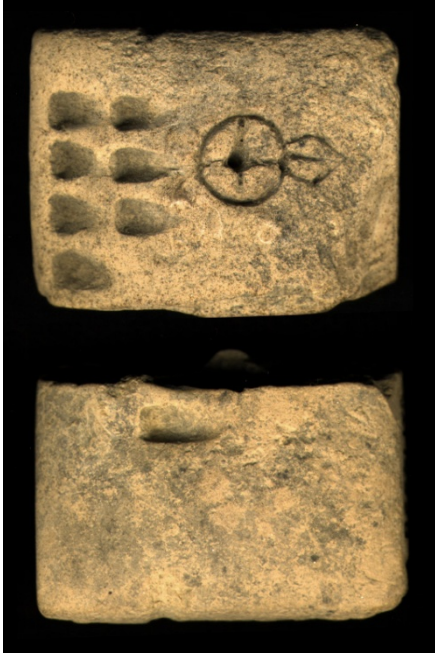
Ek 3: Küre bulla
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P274842 (erişim 20.01.2021))



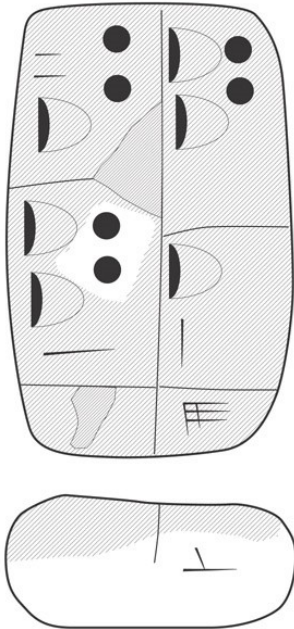
Ek 4: Rakamlar içeren bir tablet
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P000753 (erişim 20.01.2021))



Ek 5: Piktografik kayıt
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P000787 (erişim 20.01.2021))



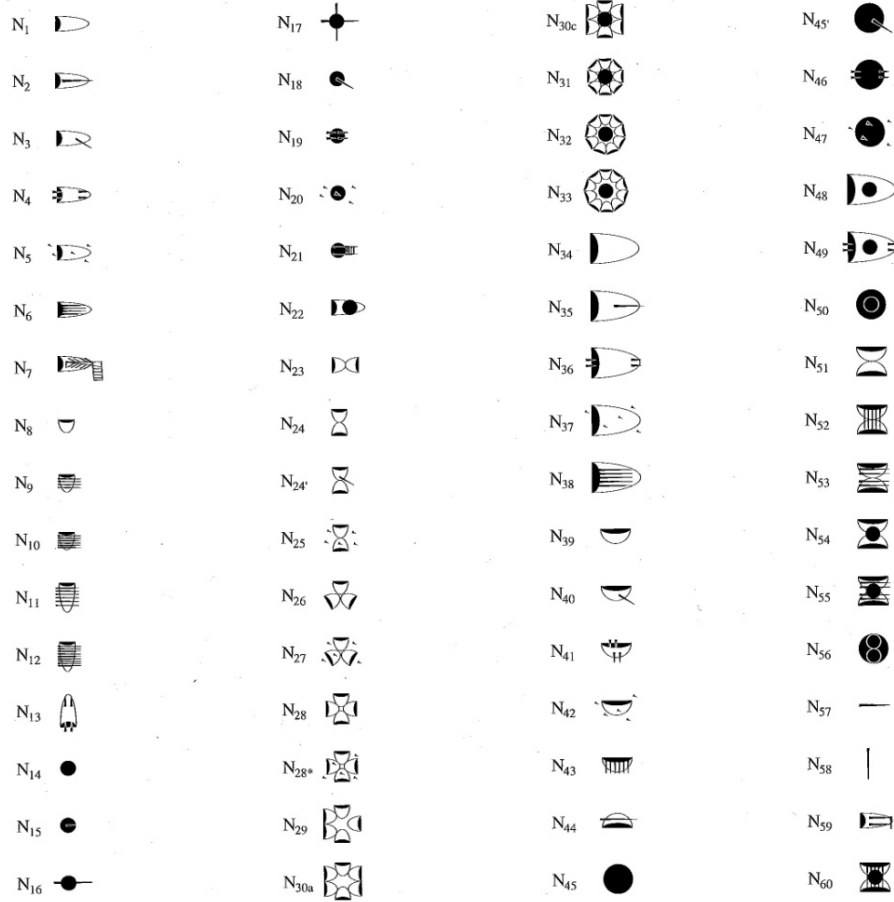
Ek 7: Alıştırma metni
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P003421 (erişim 20.01.2021))



Ek 9: YBC7289
(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P255048 (erişim 20.01.2021))



Ek 6: Piktografik rakamlar (Nissen, Damerow ve Englund, 1993, s. 26, fig. 27)



Ek 8: Plimpton 322

(https://cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P254790 (erişim 20.01.2021))

