

Bilgi Köşesi / Knowledge Corner

Alındı/Received: 23.02.2022

Kabul edildi/Accepted: 25.01.2023

Bu bölümde yer alan çalışmalar hakem denetimine tabi tutulmaz. Amacı, okuyucularımıza güncel konularda gereksinim duyacakları bilgilerin sunulmasıdır. Verilen bilgilerin doğruluğundan yazar(lar) sorumludur./The studies in this section are not subject to peer review. The aim is to provide our readers with the information they will need on current issues. The author(s) are responsible for the accuracy of the given information.

İKİ-YÖNLÜ OLUMSALLIK ÇİZELGELERİNDE GÖZENEK ARTIK TESTİ: Kİ-KARE ANALİZİ İÇİN POST-HOC TESTLERİ

Cennet Terzi¹, Muhittin Şahin², Halil Yurdugül³

Öz

Araştırmalarda değişkenler arasındaki istatistiksel olarak anlamlı ilişkinin/bağıntının keşfedilmesi kadar kaynağının tespit edilmesi ve raporlanması önemlidir. İki yönlü olumsuzluk/çapraz çizelgeleri üzerinde gerçekleştirilen Ki-kare bağımsızlık testinin anlamlılık ile sonuçlanması durumunda post-hoc testlerinin işe koşulması gerekmektedir. Bu çalışmada post-hoc yaklaşımları kapsamında olumsuzluk çizelgelerinde yer alan gözeneğin artık (residual) testlerine odaklanılmıştır. Gözenek artık testleri standartlaştırılmış ve düzeltilmiş artıklar olmak üzere iki yaklaşımı içermektedir. Bu çalışma kapsamında olumsuzluk çizelgeleri, Ki-kare ve artık analizlerine değinilmiş, post-hoc yaklaşımlarından standartlaştırılmış ve düzeltilmiş artık yaklaşımı tanıtılmıştır.

Anahtar Kelimeler: ki-kare analizi; iki yönlü olumsuzluk çizelgesi; post-hoc yaklaşımı; gözeneğin artık analizi; düzeltilmiş artık

¹ Uzman, T.C. Cumhurbaşkanlığı İnsan Kaynakları Ofisi, cennet.terzi@gmail.com, orcid.org/0000-0002-0875-4806

² Doç.Dr, T.C. Cumhurbaşkanlığı İnsan Kaynakları Ofisi, sahinmuhittin@gmail.com, orcid.org/0000-0002-9462-1953

³ Prof.Dr, Hacettepe Üniversitesi, yurdugul@hacettepe.edu.tr, orcid.org/0000-0001-7856-4664

CELLWISE RESIDUAL TESTING IN TWO-WAY CONTINGENCY TABLES: POST-HOC TESTS FOR CHISQUARE ANALYSIS

Abstract

Discovering the statistically significant relationship between the variables is as important as determining and reporting the source of this significance while conducting studies. In the event that the Chi-square test of independence performed on the two-way contingency tables yields significant results, post-hoc tests must be set on. In this study, cell residual test, which is one of the post-hoc approaches, was focused on. These tests enable the evaluation of the cells' contribution to the significance. Cell residual tests include two approaches as standardized residuals and adjusted residuals. As part of this study, contingency tables, Chi-square, and residual analyses were discussed and the adjusted residual approach, which is one of the post-hoc approaches, was introduced.

Keywords: chi-square analysis; two-way contingency table; post-hoc approach; cellwise residual analysis; adjusted residual

Summary

Learning data found within the online learning environments are usually based on time or count. Considering the natures of these data, it is observed that they are either continuous, artificially made discrete while they were continuous (ordinal categorical data), or naturally discrete (nominal categorical data). It is perceived that Chi-square analyses cannot go beyond hypothesis testing in the studies although Chi-square is commonly preferred in the analysis of patterns based on categorical data in particular. Hypothesis testing, on the other hand, usually remains incapable in multiple hypotheses while releasing general information. Post-hoc tests must be set on following the analysis giving significant results since Chi-square is a multi-way test. The aim of completing the reality constitutes the essential starting point of this study since statistical results have a scientific realism value. In this study, post-hoc processes used in the Chi-square analyses were discussed.

Sharpe (2015) states that primary statistical sources remain insufficient/limited regarding the Chi-square and post-hoc processes and the Chi-square test is not finalized in compliance with its multi-way nature in the majority of the articles published. It is observed that either the post-hoc approaches are not mentioned at all or the adjusted residual approach is not included in the Chi-square analyses in the existing statistical sources. It is recommended that post-hoc tests must be used on the values beyond the superficial evaluation with expressions such as "it is observed that the cell values were higher or lower than the intended value as the contingency table got more complicated/extended." As part of this study, information was provided first on the Pearson's Chi-square test, and its features, used in order to investigate the effects of variables on each other or the effect between the variables in cases where both dependent and independent variables have the nature of qualitative data. In addition, information was provided on the post-hoc tests that may be conducted following the Chi-square analysis performed to find where the effect or the relationship is resulted from in cases where the contingency tables are not 2x2 but the number of categories is higher than two. In the final step, these analyses were conducted step by step

and the findings obtained were interpreted in order for these to act as a guide for the researchers.

Today, instructional technologies is a field incorporating the highest amount of data compared to the other training units. These data are also intended to be used in the most effective way in improving and facilitating learning. Analyzing and using these data within the context of design and implementation stand out within the scope of learning analytics. It is relevant to use qualitative data in these kinds of approaches as well as quantitative data. The Chi-square analysis is one of the most frequently used approaches in analyzing the qualitative (categorical) data. Testing the correlations or patterns between the variables and, at the same time, predicting the strength of these correlations are mostly directed at the theoretical findings. However, the contribution of these results may be limited in terms of design or implementation. In this case, additional analyses in the types of post-hoc are required in order to reveal the group features regarding the individuals constituting the sample or population and the behavior profiles of these individuals beyond the hypothesis tests and model predictions. In the context of this study, the Chi-square analysis regarding the categorical data and post-hoc processes based on the residual values in the contingency tables through which the observed frequencies are reported were discussed over a sample dataset. Accordingly, it was revealed that post-hoc processes based on the residual values in the Chi-square analyses include significant information and, furthermore, analyses based on the adjusted residuals include more comprehensive information compared to the standardized residual analyses.

Both statistical hypothesis tests and effect ranges are ultimately towards revealing the correlation between the variables. However, these kinds of correlations do not present a profile. As is known, profile analyses try to identify the phenomena that are subject to the research through the features of groups participating in the research. In brief, as in this example; scrutinization of the correlations between the variables remains weak in revealing the findings directed at the implementation or design while contributing to the theoretical studies. In categorical data analysis such as Chi-square, on the other hand, post-hoc processes are required in order to reach the findings regarding the profile analysis. In the context of this study, cell residual tests, which are among the post-hoc approaches, were analyzed and introduced.

MacDonald and Gardner (2000) recommend the use of an adjusted residual approach instead of standardized residual approaches since they are more capable of corresponding the normal distribution assumptions in the evaluation of cell contribution towards significance. MacDonald and Gardner (2000) used the statistics of mean, variance, skewness, and kurtosis in order to evaluate these two approaches through the normal distribution assumption. In the study, they stated that these statistics must be 0, 1, 0, 3 respectively in order to ensure the normal distribution assumption. MacDonald and Gardner (2000) concluded that the variance value of the standardized residuals is lower than 1, the variance value of the adjusted residuals is quite close to 1, and other statistics for both approaches are within the projected values. According to MacDonald and Gardner (2000), standardized residuals do not demonstrate a normal distribution. Therefore, the use of an adjusted residual approach, which is more appropriate for the researchers, is recommended since the Type 1 error rate will increase.

Giriş

Teknoloji tabanlı öğrenme ortamlarının önemli bir avantajı, çok çeşitli öğrenme verilerinin tutulması ve bu verilerin eş-zamanlı çözümlenmesiyle elde edilen bilgilerin öğrenmelerin iyileştirilmesinde işe koşulmasıdır. Dijital ortamlardaki öğrenme verileri genellikle süre ya da sayıma (countable) dayalıdır. Bu verilerin doğasına bakıldığında ise; sürekli, sürekli iken yapay şekilde kesikli hale getirilmiş (ordinal categorical data) ya da doğal kesikli (nominal categorical data) olduğu görülmektedir. Özellikle kategorik verilere dayalı örüntülerin çözümlenmesinde yaygın olarak Ki-kare tercih edilmesine rağmen araştırmalarda Ki-kare çözümlenmelerinin bir hipotez sınavının ötesine geçmediği görülmektedir. Bununla birlikte hipotez sınavları genel bir bilgi verirken çoklu hipotezlerde yetersiz kalmaktadır. Çalışmalarda Ki-kare hipotez sınavlarında eğer iki değişken arasındaki ilişki anlamlı ise ilişki miktarını veren ölçüler (measurement of association) ile ek bilgi sağlanmaya çalışıldığı görülmektedir. Diğer taraftan ilişki ölçüleri birer etki genişliği sunmakta ve değişkenler arasındaki bağıntının gücünü ortaya koymaktadır. İki değişken arasındaki anlamlılığın kaynağını araştırmada daha ileri analizlere yani post-hoc testlerine ihtiyaç duyulmaktadır. İstatistiksel sonuçlar bilimsel bir gerçeklik niteliği taşıdığından; gerçekliği tamamlama amacı bu araştırmanın temel çıkış noktasını oluşturmaktadır. Bu çalışmada Ki-kare analizlerinde kullanılan post-hoc süreçleri ele alınıp tartışılmıştır.

İstatistikte anlamlı ilişkiyi keşfetmek kadar anlamlılığının kaynağının belirlenmesi ve araştırmalarda rapor edilmesi de önemlidir. Ki-kare testi çok yönlü bir test olduğundan anlamlı çıkan analiz sonucunun devamında post-hoc testlerinin işe koşulması gerekmektedir (Franke, Ho ve Christie; 2012). Sharpe (2015) temel istatistik kaynaklarının Ki-kare ve post-hoc süreçleri konusunda yetersiz/sınırlı kaldığını ve yayınlanan makalelerin büyük bir çoğunluğunda Ki-kare testinin çok yönlü doğasına uygun olarak sonlandırılmadığını belirtmektedir. Güncel istatistik kaynaklarında Ki-kare analizlerinde post-hoc yaklaşımlarına ya hiç değinilmemiş (Howell, 2012) ya da düzeltilmiş artık yaklaşımına yer verilmediği görülmüştür (Bknz., Field, 2018).

MacDonald ve Gardner'a (2000) göre istatistiksel olarak anlamlı bir Ki-kare test sonucu ile karşılaşıldığında anlamlılığa ilişkin bireysel hücre katkılarının değerlendirilmesi gerekmektedir. 2x2 olumsuzluk çizelgelerinde anlamlı bir ilişkinin kaynağına yönelik çıkarımlar hücre sayılarından ve yüzdelerinden basitçe yapılabilmektedir (Field, 2018; Sharpe, 2015). Olumsuzluk çizelgesi karmaşıklıkça/büyüdükçe görsel olarak yorumlanması zorlaşmakta (Everitt, 1977) ve bu yol araştırmacıların tabloyu yanlış yorumlamasına neden olabilmektedir. Bu nedenle hücre değerlerinin beklenen değerden yüksek veya düşük gibi yüzeysel veya sadece görsel olarak değerlendirilmesinin ötesinde bu değerler üzerinde post-hoc testlerinin işe koşulması önerilmektedir (Naioti ve Mudrak, 2018; MacDonald ve Gardner, 2000; Everitt, 1977; Haberman, 1973). Bu görüşün tam aksini savunan Ludbrook (2011) olumsuzluk çizelgelerinin istatistiksel olarak daha ayrıntılı analiz edilmesini yani bireysel hücre katkılarının değerlendirilmesini zaman kaybı olarak görmekte ve tablonun görsel olarak incelenmesi ile de aynı sonuçlara ulaşılacağını savunmaktadır. Ludbrook (2011)'un aksine; anlamlı Ki-kare analiz sonucunun kaynağına yönelik bireysel hücre katkılarının değerlendirilmesi gerekliliğine Haberman tarafından 1973 yılında değinilmesi ve bu konunun günümüzde hala güncelliğini koruyan bir konu olması nedeniyle olumsuzluk çizelgeleri üzerinden görsel ve yüzeysel olarak yapılacak yorumlamaların nesnellik konusunda yetersiz ve hatalara açık olacağı görülmektedir (Sharpe, 2015). Bu nedenle olumsuzluk çizelgelerinin daha ayrıntılı bir şekilde incelenmesi gerekmektedir (Naioti ve Mudrak, 2018). Bu araştırma kapsamında öncelikle hem bağımlı hem de bağımsız değişkenin nitel veri türünde olduğu durumlarda değişkenlerin birbirine etkisini

ya da değişkenler arasındaki etkiyi incelemek için kullanılan Pearson Ki-kare bağımsızlık testi ve özelliklerine yönelik bilgiler sunulmuştur. Buna ek olarak olumsuzluk çizelgelerinin 2x2 değil de 2x3, 3x4, 4x4 vb. olduğu durumlarda (yani değişkenlerdeki kategori sayısının ikiden fazla olduğu durumlarda) etkinin ya da ilişkinin nereden kaynaklandığını bulmaya yönelik Ki-kare analizi devamında yapılabilecek post-hoc testleri hakkında bilgi verilmiştir. Son olarak da araştırmacılara rehber olması açısından bu analizler adım adım yapılarak elde edilen bulgular yorumlanmıştır.

Hipotez Sınamaları ve Post-Hoc

Nicel verilere dayalı bilimsel araştırma yöntemlerinin başında ilişkisel (correlational) ya da nedensel (causative) analizler gelmektedir. Özellikle nedensel bağıntıların çözümlenmesinde doğrusal istatistiksel (regresyon analizi ve varyans analiz vb.) modellerden yararlanılmaktadır. Örneğin tek yönlü ANOVA analizinin doğrusal modeli şu şekildedir:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$$

y_{ij} = i. gruptaki j. gözlem değerini,

μ = genel ortalama

τ_i = i. gruptaki tüm bireylerin ortalaması

ϵ_{ij} = belirli bir gözlemlerle ilişkili hatayı (j), yani gözlemin grubun ortalamasından ne kadar saptığını göstermektedir.

Bu modelin çözümlenmesinde test edilecek H_0 hipotezi

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$ ya da

$H_0: \tau_i = 0 \quad i=1,2,\dots,k$ şeklindedir.

Bu çoklu hipotezin reddedilmesi doğrusal modeldeki τ_i katsayısının evrende y değişkeni üzerinde anlamlı bir etki sağladığı şeklinde yorumlanır. Benzer şekilde H_0 hipotezi bağlamında yorum yapılırken de bağımlı değişken (y) bazında “k adet grubun en az birisinin farklı olduğu” sonucuna varılır. Bu analiz, gruplar arasında anlamlı farklılığı yakalamasına rağmen farklılığın hangi gruptan kaynaklandığı hakkında bilgi vermemektedir. Bu durumda post-hoc (follow-up olarak da adlandırılan) testlere ihtiyaç duyulmaktadır. Post-Hoc terim olarak “bundan sonra” anlamına gelir. Post-hoc terimin tam olarak genel kabul görmüş Türkçe karşılığı bulunmamakla birlikte “çoklu karşılaştırma testleri” olarak kullanıldığı görülmektedir. Tek yönlü ANOVA’nın hipotez sınamalarının devamında eğer hipotez reddedilmiş ise farklılık yaratan grup ya da grupları bulmak için post-hoc analizi olarak genellikle Bonferroni, Tukey, Neumann-Kells gibi çeşitli testler kullanılır.

Kategorik verilerin sunumunda ya da raporlaştırılmasında olumsuzluk çizelgelerinden (contingency tables) yararlanılmaktadır. Bu çizelgelerde yer alan sayıya dayalı kategorik verilerin dağılımının çözümlenmesinde ise yaygın kullanılan analizlerin başında Ki-kare analizi gelmektedir. Olumsuzluk çizelgelerine dayalı Ki-kare analizi; iki kategorik değişken arasındaki ilişki ve/veya bağımsızlık analizidir ve bu analize dayalı H_0 hipotezi ise “iki değişken arasında ilişki yoktur” ya da “iki değişken bağımsızdır” şeklinde yapılandırılır. Eğer bu hipotez reddedilirse bu durumda ANOVA analizinde olduğu gibi hipotezin reddedilmesine yol açan kategorilerin ortaya çıkartılması için ek analizlere (post-hoc ya da follow-up testlere) ihtiyaç

duyulmaktadır. Bu testler ise olumsuzluk çizelgelerindeki gözeneklerde yer alan artık (residual) değerleri üzerine kuruludur (Everitt, 1977).

Olumsuzluk Çizelgeleri, Ki-kare ve Artık Analizleri

Kategorik değişkenler sınıflayıcı (nominal) ya da sıralayıcı (ordinal) kategorik verilerden oluşmaktadır. Tek yönlü olumsuzluk çizelgesi tek bir değişkenin kategorilerine ilişkin dağılımları yansıtmaktadır. Buna göre farklılık yaratan kategori araştırmasına dayalı Ki-kare analizi aynı zamanda uyum analizi (homogeneity) olarak da nitelendirilmektedir. Uyum analizleri, verilerin (gözlenen sıklıkların) kuramsal bir dağılıma (örneğin normal dağılım) uyum gösterip göstermediğinin belirlenmesinde kullanılabileceği gibi, aşağıda verilen örnekte de görüldüğü üzere tek yönlü olumsuzluk çizelgelerinin çözümlenmesinde de kullanılabilir. Örnek olarak Tablo 1’de öğrencilerin tercih ettikleri öğrenme ortamları (yüz-yüze, karma, ters-yüz ve çevrimiçi öğrenme ortamları) verilmiştir. Bu örnek üzerinden bazı temel kavramlar verilmeye çalışılacaktır.

Tablo 1. Öğrencilerin öğrenme ortamları tercihlerinin kategorik düzeyde dağılımları

Öğrenme Ortamı	Yüz-Yüze	Karma	Ters-Yüz	Çevrim-içi	Toplam
Gözlenen Sıklık	20	70	30	80	200

Tablo 1’de 200 kişilik bir öğrenci grubunun öğrenme ortamları tercihleri sıklık (frekans) olarak verilmiştir. Bu verilere dayalı olarak öğrencilerin baskın tercihi bulunmak isteniyor, yani H_0 : “Öğrencilerin tercihleri eşit düzeydedir.” hipotezi test edilmek isteniyor olsun. Bu durumda gözlenenler ile beklenen arasındaki farkın bulunması gerekmektedir.

Beklenen sıklık;

$BS = P_i N$ eşitliği ile bulunur.

Burada P_i ; i. kategorideki gözlenen sıklığının toplam gözlem sayısına bölümü ile elde edilir.

Tablo 2’de verilen hatalara (gözlenen - beklenen) dayalı olarak Ki-kare test istatistiği H_0 hipotezini sınamak için hesaplanır.

Tablo 2. Öğrencilerin öğrenme ortamları tercihlerine ilişkin Ki-kare bulgular

Öğrenme Ortamı	Yüz-Yüze	Karma	Ters-Yüz	Çevrim-içi	Toplam
Gözlenen Sıklık	20	70	30	80	200
Beklenen Sıklık	50	50	50	50	200
Hata (fark)	-30	20	-20	30	0
Ki-kare Katkı	18	8	8	18	52

Buna göre, 200 öğrencinin öğrenme ortamı tercihine ilişkin Ki-kare istatistiği 52 olarak elde edilir ve bu değer 3 serbestlik derecesine (kategori sayısı - 1) karşılık gelen kritik bölge değeri olan 7.81 değeri karşılaştırıldığında H_0 hipotezinin ret edildiği kararı ortaya çıkmaktadır. Ancak hipotezin reddedilmesi, homojenliği bozan öğrenme ortamları tercihinin hangisi ya da hangilerinden kaynaklandığı hakkında bilgi vermemektedir. Buna ilişkin olarak farklı yaklaşımlar ile bu belirsizliğin giderilmesi söz konusudur. Bunlardan ilki her bir gözenekteki

hata teriminin standartlaştırılmasıdır. Bunun nedeni ise Ki-kare dağılımı ile Z dağılımının ilişkisinden gelmektedir. Bu yaklaşımda Standartlaştırılmış artıklar her bir gözenek için aşağıdaki formül ile hesaplanır:

$$\text{Standartlaştırılmış Artık} = \frac{\text{Gözlenen}_i - \text{Beklenen}_i}{\sqrt{\text{Beklenen}_i}}$$

Burada elde edilecek değerlerin her biri Z test istatistiğine karşılık gelmektedir ve 0.05 yanılma düzeyinde -1.96 ile 1.96 değerleri ile karşılaştırılmaktadır:

- 1.96 değerini aşan artık değerleri gözlenen değerlerin beklenen değerlerden anlamlı bir şekilde yüksek olduğu;
- 1.96 değerinden küçük olan artık değerleri ise beklenen değerlerin gözlenen değerlerden anlamlı bir şekilde düşük olduğu şeklinde yorumlanmaktadır.

Tablo 3'te görüldüğü gibi, "karma" ve "çevrimiçi" öğrenme ortamlarını tercih eden öğrencilerin standartlaştırılmış artık değerleri 1.96 değerinden büyük olduğu için öğrencilerin baskın tercihlerinin bu iki öğrenme ortamı olduğu ifade edilebilir. Öğrencilerin yüz-yüze ve ters-yüz öğrenme ortamlarını tercihlerinde ise şans ya da tesadüf ile açıklanmayacak şekilde düşük değerler elde edilmiştir (<-1.96). Bu değerler etki genişliği olarak ele alınırsa; öğrencilerin baskın öğrenme ortamları tercihinin çevrim-içi öğrenme ortamı olduğu (z=4.24), bunu karma öğrenme ortamının takip ettiği (z=2.83) söylenebilir.

Tablo 3. Öğrencilerin öğrenme ortamları tercihlerinin artık değerleri

Öğrenme Ortamı	Yüz-Yüze	Karma	Ters-Yüz	Çevrim-içi	Toplam
Gözlenen Sıklık	20	70	30	80	200
Beklenen Sıklık	50	50	50	50	200
Artık (fark)	-30	20	-20	30	0
Std. Artıklar	-4,24	2,83	-2,83	4,24	0

Bu açıklayıcı örnek biraz genişletilsin. Şöyle ki; öğrencilerin herhangi bir özelliği örneğin öğrenme stillerinin bir boyutu olan öğrenme biçemlerinin (görsel, işitsel ve kinestetik) öğrencilerin öğrenme ortamları tercihlerine etkisinin araştırıldığı bir araştırma ele alındığı varsayalım. Bu araştırmada iki kategorik değişken söz konusudur ve bu durumda iki yönlü olumsuzluk çizelgesi ortaya çıkmaktadır.

Tablo 4. Öğrencilerin öğrenme ortamları tercihleri ve öğrenme biçemlerine ilişkin sıklıklar

Öğrenme Biçemi	Öğrenme Ortamı				
	Yüz-Yüze	Karma	Ters-Yüz	Çevrim-içi	Toplam
Görsel	3	43	7	40	93
İşitsel	3	13	12	24	52
Kinestetik	14	14	11	16	55
Toplam	20	70	30	80	200

İki kategorik değişken söz konusu olduğunda ise bu iki kategorik değişkenlerin birlikte dağılımları olumsuzluk çizelgelerinde ya da çapraz çizelge (cross table) adı verilen çizelgelerde raporlanır. Bu tür çizelgeler satır (row) ve sütun (column) değişkenleri şeklinde verilir (Bknz. Tablo 5).

Tablo 5. RxC olumsallık çizelgesi

Satır Değişkeni	Sütun Değişkeni				Toplam
	A ₁	A ₂	...	A _C	
B ₁	f ₁₁	f ₁₂	...	f _{1C}	f ₁₊
B ₂	f ₂₁	f ₂₂	...	f _{2C}	f ₂₊
:					
B _R	f _{R1}	f _{R2}	...	f _{RC}	f _{R+}
Toplam	f ₊₁	f ₊₂	...	f _{+C}	N

Tablo 5'teki olumsallık çizelgesinde her bir gözenekte yer alan f_{ij} değerleri gözlenen sıklıkları göstermektedir. Bu sıklıklar yüzdeler veya oranlar şeklinde de ifade edilebilir. Yine de veriler sürekli ölçümlerden değil sıklıklardan veya sayımlardan gelmektedir (Everitt, 1977). Ek olarak sürekli değişkenler ölçek değiştirilerek (yani ölçümün doğasını bozmadan sadece cetveli değiştirilerek) veriler sınıflandırılmış bir biçime dönüştürülebilir. Örnek olarak yaş sürekli bir değişken olmasına rağmen yaş aralıkları oluşturularak her bir gözlem bu kategorilere atanabilir. Burada önemli olan nokta her bir gözlemin tek bir hücreye karşılık gelmesi gerekliliğidir.

Bilindiği gibi istatistiksel yaklaşımlar gözlenen ile beklenen değerler arasındaki farkın modellenmesini temel almaktadır. Buna göre f_{ij} değerinin beklenen değeri ise;

$$e_{ij} = \frac{(f_{i+})(f_{+j})}{N}$$

eşitliği ile elde edilir.

Tablo 5'te verilen olumsallık çizelgesinde yer alan sıklıklardan yola çıkarak iki olayın birlikte gerçekleşme oranları (proportion) da elde edilebilir (Bknz. Tablo 6). Bu oran aynı zamanda iki olayın birlikte gerçekleştirme olasılığının en çok olabilirlik kestirimini de (maximum likelihood estimation) vermektedir.

Tablo 6. RxC olumsallık çizelgesindeki oranlar

Satır Değişkeni	Sütun Değişkeni				Toplam
	A ₁	A ₂	...	A _C	
B ₁	π_{11}	π_{12}	...	π_{1C}	π_{1+}
B ₂	π_{21}	π_{22}	...	π_{2C}	π_{2+}
:					
B _R	π_{R1}	π_{R2}	...	π_{RC}	π_{R+}
Toplam	π_{+1}	π_{+2}	...	π_{+C}	1.00

Literatürde Ki-kare testi olarak Pearson, Yates Düzeltmeli ya da Fisher'in Ki-kare testinin kullanıldığını görmek mümkündür (Alpar, 2010). Pearson Ki-kare testi, kategorik değişkenler arasındaki ilişkinin varlığını sorgulamaya yönelik yüzyılı aşkın süredir kullanılmaktadır (Field, 2018). Ki-kare istatistiği değişkenler arasında bir ilişkinin bulunmadığına yönelik kurulan bir sıfır hipotezinin reddedilmesinde ya da kabul edilmesinde gerekli bilgiyi araştırmacılara sağlamaktadır.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^R \sum_{j=1}^C \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Burada f_{ij} , i. satır ve j. sütundaki gözlem değerini (sıklık), e_{ij} ise o gözenekteki beklenen değeri ifade etmektedir. Gözeneklerdeki gözlenen sıklıklar ile beklenen sıklıklar arasındaki farklılıklar iki değişken arasındaki ilişkinin eğimini gösterir. Örneğin bir olumsuzluk çizelgesindeki tüm gözeneklerdeki sıklıklar eşit ise bu durumda Ki-kare değeri 0 olacaktır ve bu sonuç iki değişken tam bağımsızdır şeklinde yorumlanabilir.

Ki-kare Dağılımı ve Test İstatistiği

Ki-kare terimi istatistikte iki farklı anlama sahiptir. İlk anlamı olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak sürekli bir rastlantı değişkeninin dağılımını ifade ederken; ikinci anlamı Ki-kare dağılımı gösteren test istatistiğini ifade etmektedir (Howell, 2012). Ki-kare dağılımı (χ^2) tıpkı t (student t) ve F dağılımı gibi sürekli dağılımdır. Testin kendisi Karl Pearson tarafından 1900 yılında geliştirilmiştir ve Ki-kare istatistiğine sahip diğer testlerden ayırt edilmesi için Pearson Ki-kare testi olarak adlandırılmaktadır. Ki-kare dağılımı aşağıda verilen fonksiyon ile tanımlanmaktadır. Ki-kare dağılımı, Pearson Ki-kare testi ve Ki-kare istatistiği üreten diğer testlerinin birbirinden farklı kavramlar olduğunun anlaşılması ve olası kavram karmaşasının önüne geçmek amacıyla çok fazla cebirsel detaya girilmeden fonksiyon tanıtılmıştır. Paydada yer alan $\Gamma(k/2)$ terimi gama fonksiyonu olarak adlandırılır ve Ki-kare dağılımı bu fonksiyondan elde edilmektedir (Howell, 2012). Fonksiyonu oluşturan parametreler dağılımın kimliğini oluşturmaktadır. Bu nedenle parametrelerin ne anlama geldiğinin açıklanması gerekmektedir. Normal dağılım olasılık yoğunluk fonksiyonu μ ve σ olmak üzere iki parametre ile tanımlanırken; Ki-kare sadece tek parametrelidir bir fonksiyondur. Denklemdeki diğer değerler sabit (e) ya da fonksiyona ulaşmak için kullanacağımız χ^2 değeridir. Ki-kare dağılımı serbestlik derecesini temsil eden k parametresine (v harfi ile de gösterilebilir) göre tanımlanmaktadır. a serbestlik derecesi olmak üzere χ^2_a veya $\chi^2(a)$ şeklinde raporlanmaktadır (Howell, 2012).

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma(k/2)} \chi^{2[(k/2)-1]} e^{-(\chi^2)/2}$$

Pearson Ki-kare bağımsızlık testi iki kategorik değişken arasındaki ilişkiyi iki yönlü bir olumsuzluk çizelgesi üzerinden araştırmaktadır (Field, 2018). Olumsuzluk çizelgesi gözlem sonuçlarının sınıflandırılmış ya da gruplandırılmış bileşik seriler halinde gösterimidir. Birleşik seriler gözlem sonuçlarını iki veya daha fazla özelliğe göre düzenleyen seriler olarak tanımlanabilir. Bu sayede değişkenler arasında bir ilişkinin var olup olmadığı yorumlanabilmektedir.

Burada değinilmesi gereken bir başka konu ise; standart değişken olan Z değişkenin karesi alındığında 1 serbestlik dereceli Ki-kare dağılımının elde edildiği ve serbestlik derecesi arttıkça (sd.>8) Ki-kare dağılımının normal dağılıma yakınlaştığıdır. Buradan hareketle aslında serbestlik derecesi Ki-kare dağılımının ortalamasını ifade etmektedir. Bağımsızlık testi olarak Ki-kare ise yine Z test istatistiğindeki bağıntıları kullanmaktadır. Z istatistiği gözlenen (x ortalama) ile beklenen (evren ortalaması) arasındaki farkın standart hataya bölümünden elde edilmektedir. Ki-kare ise standart hata/beklenen sıklık sayısının kareköküdür. Ki-kare dağılımı ile Z dağılımı arasındaki bağıntı aşağıda verilmiştir:

$$Z = \frac{(\text{gözlenen} - \text{beklenen})}{\text{Std. Hata}} \rightarrow Z^2 = \frac{(\text{gözlenen} - \text{beklenen})}{\text{Std. Hata}^2} \sim \chi^2_{(1)}$$

$$\chi = \frac{(\text{gözlenen} - \text{beklenen})}{\sqrt{\text{beklenen}}} \rightarrow \chi^2 = \frac{(\text{gözlenen} - \text{beklenen})^2}{\text{beklenen}} \sim \chi^2_{(1)}$$

Buradaki 1 serbestlik dereceli χ^2 değeri tek bir gözenek içindir, tüm gözenekler üzerinden (iki yönlü olumsuzluk çizelgelerinde) elde edilecek Ki-kare değerinin serbestlik derecesi (R-1)(C-1) şeklinde bulunur ve bu değerlerin artması ki-karenin Z dağılımına hızla yaklaşması anlamına gelir. Daha önce öğrencilerin öğrenme ortamları tercihi ve öğrenme biçimleri arasındaki bağıntıya ilişkin gözlenen sıklık dağılımı Tablo 4'te verilmişti. Bu gözlenen sıklıklara ilişkin çizelge ise Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Öğrenme ortamları tercihleri ve öğrenme biçemlerine ilişkin beklenen sıklıklar

Öğrenme Biçemi	Öğrenme Ortamı				
	Yüz-Yüze	Karma	Ters-Yüz	Çevrim-içi	Toplam
Görsel	9.30	32.55	13.95	37.20	93
İşitsel	5.20	18.20	7.80	20.80	52
Kinestetik	5.50	19.25	8.25	22.00	55
Toplam	20	70	30	80	200

Burada yüz-yüze öğrenme ortamı tercihinin yapanların gözlenen değeri 20 iken (Bkz: Tablo 4), beklenen değeri ise $(20) \times (93) / (200) = 9.30$ olarak bulunur ve χ^2 değeri $(20 - 9.30)^2 / (9.30) = 12.31$ olarak elde edilir. Bu değer ise 1 serbestlik dereceli Ki-kare değeridir. Tüm gözeneklerin Ki-kare değerlerinin toplamı ise $(3-1)(4-1) = 6$ serbestlik dereceli Ki-kare değerine karşılık gelir. Elde edilecek olan bu ki-kare=33.587 değeri 6 serbestlik derecesine karşılık gelen 12.59 değeriyle karşılaştırılarak H_0 : "Öğrencilerin öğrenme ortamları tercihi ile öğrenme biçimleri bağımsızdır" yokluk hipotezi 0.05 yanılma düzeyinde reddedilir. Ancak bu bilgi çok da ayrıntılı değildir ve hangi öğrenme biçimine sahip öğrenciler için hangi öğrenme ortamlarının baskın olduğu konusunda yüzeysel bilgi sağlamaktadır. Bunun için bu makalenin konusu olan ileri analizlere yani post-hoc analizlerine ihtiyaç vardır. Öncesinde Ki-kare hakkında bazı önemli bilgiler verildikten sonra Ki-kare için post-hoc analizlerine geçilecektir.

Ki-kare testinin gerçekleştirilmesinde araştırmacıların birtakım gerekliliklerin sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmesi gerekmektedir. Field (2018)'e göre kategorik değişkenler ile ilgili analizlerde (1) bağımsızlık ve (2) beklenen sıklıklar ile ilgili olmak üzere iki önemli varsayımın sağlanması gerekmektedir. Genel doğrusal modeller artıkların bağımsız olması gerektiği varsayımına dayalıdır (Field, 2018). Doğrusal bir model olan Ki-kare testlerinde de bu varsayıma dikkat edilmektedir. Ki-kare testinde değişkenlerin bağımsızlığını test ederken her bir gözlem olumsuzluk çizelgesinde tek bir hücreye katkı sağlamalı yani gözlemler birbirinden bağımsız olmalıdır (Howell, 2012; Field, 2018). Beklenen frekanslar varsayımında ise, 2x2 olumsuzluk çizelgesinde beklenen değer 5'ten küçük olmamalıdır. Üç ve daha fazla kategorik değişkenler arasındaki ilişkinin incelendiği araştırmalarda beklenen değer 1'den büyük ve hücrelerin en az %80'inde beklenen değer 5 ya da 5'ten büyük olmalıdır (Field, 2018). Howell (2012)'a göre bu varsayım sağlanmaması testin gücü kayda değer bir şekilde azaltmakta; hatta testin yapılmasını gereksiz kılmaktadır.

Buraya kadar olumsuzluk çizelgeleri, artıklar ve Ki-kare test istatistiğini tanımlamaya yönelik teorik bilgiler verilmiştir. Ancak bu makale de asıl verilmek istenen mesaj Ki-kare testlerinde post-hoc analizinin nasıl gerçekleştirileceği ile ilgilidir. Beasley ve Schumacher

(1995) Ki-kare testinin sadece bir Ki-kare istatistiğinden ibaret olmadığını ve araştırmaların bu değerin raporlanması ile bırakılmaması gerektiğini savunmaktadır. Analizleri bir adım daha ileri taşıyarak tıpkı varyans analizinde olduğu gibi farklılığın nelerden kaynaklandığını belirlemeye yönelik olarak post-hoc analizlerinin yapılması önerilmektedir. Bu bağlamda da Ki-kare testi için yapılabilecek analizler nelerdir ve bu analizler nasıl yapılmaktadır sorularına yönelik bilgiler bir sonraki başlık altında detaylandırılmıştır. Bu sayede değişkenler arasındaki örüntünün tam anlamıyla yakalanarak ortaya koyulabileceği düşünülmektedir.

Ki-kare Analizi ve Post-hoc Testleri

Anlamli Ki-kare test sonucunun kaynağını tespit etmede farklı yaklaşımlar önerilmektedir. Sharpe (2015); (1) Artıkları hesaplama, (2) Hücreleri karşılaştırma, (3) İrdeleme (4) Bölümlendirme olmak üzere dört yaklaşım önermiştir. Sharpe (2015) anlamlılığın kaynağını belirlemede en kolay yaklaşımın artıkların incelenmesi olduğunu belirtmektedir. MacDonald ve Gardner (2000)'a göre iki temel post-hoc yaklaşımı bulunmaktadır. İlk yaklaşım, bireysel hücre katkısını değerlendirmede artık yaklaşımlarını (standartlaştırılmış ve düzeltilmiş artık); ikinci yaklaşım ise ikili karşılaştırma testlerinin uygulanmasını içermektedir. Bu makalede düzeltilmiş artık yaklaşımı tartışılmıştır. Aynı zamanda standartlaştırılmış artık yaklaşımına da değinilerek iki yaklaşım arasındaki fark gösterilmek istenmiştir.

Ki-kare testinde gözenek katkılarının düzeltilmiş artık yaklaşımı üzerinden istatistiksel olarak değerlendirilmesi

Standartlaştırılmış Artık Yaklaşımı

Standartlaştırılmış artık metodu Haberman (1973) tarafından yapılan çalışma ile ortaya çıkmıştır. Bu yöntem olumsuzluk çizelgesindeki frekans değerlerinin her bir hücrenin standartlaştırılmış artıklarını hesaplamada kullanılabileceği görüşüne dayanmaktadır (MacDonald ve Gardner, 2000).

$$R_{ij} = \frac{(Gözlenen - Beklenen)}{\sqrt{Beklenen}} = \frac{(f_{ij} - e_{ij})}{\sqrt{e_{ij}}}$$

Standartlaştırılmış artıklar özünde bir Z istatistiğine karşılık gelmektedir. Gözlenen hücre sıklıkları (f_{ij}) ve beklenen sıklıkların (e_{ij}) farkı ham artıkları ($f_{ij} - e_{ij}$) verdiğinden dolayı ham artıkların standart hataya bölümü standartlaştırılmış artık değerini vermektedir. Diğer taraftan; büyük ham (standartlaştırılmamış) artık değerine sahip hücrelerin Ki-kare değerine daha fazla katkı sağladığı belirtilmektedir (Sharpe, 2015). Ek olarak beklenen değeri (e_{ij}) yüksek olan hücrelerin ham artık değerleri de yüksektir. Ham artık değerindeki fazlalığın azaltılması amacıyla bu artıklar $\sqrt{e_{ij}}$ 'e bölünerek standartlaştırılmaktadır (Sharpe, 2015). Bu sayede artıklar daha karşılaştırılabilir hale gelmektedir. Standartlaştırılmış artıklar R_{ij} sembolü kullanılarak gösterilmekte ve aynı zamanda Pearson artıkları olarak adlandırılmaktadır (Naioti ve Mudrak, 2018). Ki-kare istatistiği aynı zamanda Pearson artıklarının kareleri toplamına eşittir.

Düzeltilmiş Artık Yaklaşımı

İlk örneklerini Haberman (1973)'in araştırmasında gördüğümüz düzeltilmiş artıklar, Agresti (2002) tarafından düzeltilmiş Pearson artıkları olarak da adlandırılmaktadır. Everitt'e göre (1977) düzeltilmiş artıklar 0 ortalama ve 1 standart sapma ile normal dağılımı takip

etmektedir. Bunun sonucunda hücreleri karşılaştırmak için daha uygun bir yol elde edilmiş olur, düzeltilmiş artıklar şöyle hesaplanabilir (Naioti ve Mudrak, 2018):

$$R_{ij}^{düz} = \frac{(f_{ij} - e_{ij})}{\sqrt{e_{ij} \left(1 - \frac{f_{i+}}{N}\right) \left(1 - \frac{f_{+j}}{N}\right)}}$$

Formülünde f_{i+} satır toplamına, f_{+j} ise sütun toplamına ve N tüm gözlemlerin sayısına eşittir. Konuyu biraz daha derinleştirmek istersek; düzeltilmiş artıklar, standartlaştırılmış artık değerinin, bu değer varyansının kareköküne bölünmesi ile elde edilen artıklardır (Everitt, 1977). Düzeltilmiş artıklar (d_{ij}) şeklinde de gösterilebilir.

Ölçüt Belirleme Yaklaşımları

Araştırmacılar tarafından artıkların değerlendirilmesinde bir ölçüt belirlenmesi gerekmektedir. Bu gereklilik sonucunda, her bir hücrenin anlamlı Ki-kare test sonucuna olan katkısını değerlendirmek için pratik kurallar kullanılmıştır. Haberman (1973) tarafından önerilen yaklaşıma göre 2'den büyük standartlaştırılmış artık değerine sahip olan hücreler sıfır hipotezinin reddedilmesinde katkı sağlamaktadır. Bu kural, $\alpha = 0,05$ anlamlılık seviyesinde iki kuyruklu z kritik değerine göre yapılandırılmıştır ($z=1.96 \cong 2.00$; $\alpha=0.05$). Bu kolay uygulanabilir kural olmakla birlikte günümüze nasıl uygulandığına bakacak olursak; Field (2018) standartlaştırılmış artık değeri $p<0.05$ için ± 1.96 ; $p<0.01$ için ± 2.58 ; $p<0.001$ için ± 3.29 'dan büyük olan hücrelerin anlamlılığın kaynağı olduğunu belirtmektedir. Benzer şekilde Naioti ve Mudrak (2018) düzeltilmiş artıklar normal dağılım gösterdiğinden dolayı mutlak değeri 1.96 kritik değerinden daha büyük olan hücrelerin 0,05'ten düşük p değerlerine sahip olacağını ve bunun sonucunda bu hücrelerin anlamlılığa katkı sağlayacağını belirtmiştir ($\alpha=0.05$). Bu yaklaşımlarda ortak olan nokta belirli bir anlamlılık düzeyinde iki yönlü kritik z değeri üzerinden hücre artıklarının değerlendirilmesidir. Anlamlılık değerinin test edilecek gözenek sayısına göre belirlendiği (1) Bonferroni düzeltmesi ve (2) Sidak yaklaşımı olmak üzere iki yaklaşım daha bulunmaktadır. Bonferroni düzeltmesinde α değeri tablodaki gözenek sayısına bölünerek yeni bir α değeri elde edilir ve bu değer iki yönlü kritik z değerindeki karşılığı hesaplanmaktadır. Düzeltilmiş artık değerinin mutlak değeri, yeni elde edilen kritik z değerinden büyük olan hücreler anlamlılığa katkı sağladığı şeklinde yorumlanmaktadır.

$$\alpha_{Bonferroni} = \frac{\alpha}{RC}$$

Bu eşitlikte ifade edilen RXC çizelgedeki hücre sayısına eşittir. Beasley ve Schumacker (1995), Sidak (1967) tarafından geliştirilen ve aşağıda verilen eşitlik kullanılarak yeni bir alfa değerinin belirlenmesini önermiştir. Bu değer iki yönlü kritik Z değerindeki karşılığı hesaplanmaktadır. Düzeltilmiş/standartlaştırılmış artık değerinin mutlak değeri, yeni elde edilen kritik z değerinden büyük olan gözenekler, anlamlılığa katkı sağladığı şeklinde yorumlanmaktadır.

$$\alpha_{düz.} = 1 - (1 - \alpha)^{1/RC}$$

Buradaki düzeltilmiş artıklara ilişkin hesaplamalar örnek bir veri seti üzerinden gerçekleştirilmiştir. Grup değişkeni iki değerden oluşmaktadır ve ilk değer öğrenme biçimini (1: Görsel, 2: İşitsel, 3: Kinestetik) gösterirken; ikinci değer ise öğrenme ortamı tercihini (1: Yüz yüze, 2: Karma, 3: Ters-yüz, 4: Çevrim-içi) göstermektedir. Buna göre, Grup 23 değeri işitsel

öğrencilerin ters-yüz öğrenme ortamı tercihini göstermektedir. Çözümleme sonuçları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8’de verilen standartlaştırılmış artıklar için 1,96 değerinin yanı sıra düzeltilmiş artıklar için $\alpha=0,05$ yanılma düzeyinde Bonferroni düzeltmesi yapılırsa yeni ölçüt;

$$\alpha_{Bonferroni} = \frac{0,05}{12} = 0,00417$$

$$N(0,1)_{1-\alpha_{Bonferroni}/2} = 2,865$$

olarak elde edilir. Buna göre düzeltilmiş artık değerleri 2,865 değerini aşması, o gözledeki sapmanın (gözlenen değerlerin beklenen değerlerden büyük olması) şansa açıklanmayacak kadar önemli olduğunu ifade eder. Benzer şekilde; herhangi bir gözledeki düzeltilmiş artıkların -2.865 değerinden küçük olması, gözlenen değerlerin beklenenden istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde küçük olduğu şeklinde yorumlanır. Diğer taraftan, araştırmalarda genellikle gözlenenlerin beklenenlerden anlamlı olarak büyük olduğu gözlemler yorumlanır.

Tablo 8. Öğrenme ortamları tercihleri ve öğrenme biçemlerine ilişkin artık değerleri

Gruplar	Gözlenen Sıklık	Beklenen Sıklık	Ham Artıklar	Std. Artıklar	Düzeltilmiş Artıklar
11	3.00	9.30	-6.30	-2.07	-2.98
12	43.00	32.55	10.45	1.83	3.11
13	7.00	13.95	-6.95	-1.86	-2.76
14	40.00	37.20	2.80	0.46	0.81
21	3.00	5.20	-2.20	-0.96	-1.18
22	13.00	18.20	-5.20	-1.22	-1.76
23	12.00	7.80	4.20	1.50	1.90
24	24.00	20.80	3.20	0.70	1.05
31	14.00	5.50	8.50	3.62	4.49
32	14.00	19.25	-5.25	-1.20	-1.74
33	11.00	8.25	2.75	0.96	1.22
34	16.00	22.00	-6.00	-1.28	-1.94
Toplam	200.00	200.00			

Eğer Tablo 8’de sunulan değerler bir hipotez sınaması şeklinde ele alınsaydı; daha önce H_0 : “öğrencilerin öğrenme biçemleri ile öğrenme ortamları tercihleri birbirinden bağımsızdır” hipotezi Ki-kare ile test edilmiş ve $\chi^2=33,587$ ($p=0,00$) elde edilerek hipotez reddedilmiştir. Bu sonuca göre iki değişkenin ilişkili değişken olduğu söylenebilir. Bu ilişkinin gücünü (etki genişliği) belirlemek için de ilişki ölçülerinden yararlanılabilir. Örneğin, her iki değişkende sınıflandırılmış kategorik değişkenler (nominal categorical variables) olduğu için ilişkinin gücünü gösteren katsayılardan (measures of association) Pearson olumsuzluk katsayısı (contingency coefficient):

$$OK = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} = 0,379$$

ya da Cramer katsayısı:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N \cdot [\text{Min}(R,C)-1]}} = 0,290$$

olarak elde edilir. Yorum kolaylığı açısından önerilen Cramer katsayısına ve olumsuzluk katsayısına göre her iki değişken arasında orta düzeyde (Cohen, 1988) bir ilişki söz konusudur. Ama bu tür bağıntılar bir profil ortaya koymamaktadır. Ki-kare gibi kategorik veri analizinde profil analizine ilişkin bulgulara ulaşabilmek için post-hoc süreçlerine ihtiyaç vardır.

Bu araştırmada örnek olarak öğrencilerin öğrenme biçimleri ve tercih ettiği öğrenme ortamları arasındaki bağıntıyı incelemede post-hoc olarak artıklar işe koşulmuştur. Elde edilen sonuçlar Tablo 8'de yorumlanmıştır. Tablo 8'e göre standartlaştırılmış artık değerleri ele alınırsa; H_0 hipotezinin istatistiksel olarak anlamlı çıkmasına neden olan iki farklı profil ortaya çıkmaktadır. Bunlar sırasıyla; a) görsel öğrenme biçimine sahip öğrencilerin anlamlı bir şekilde yüz-yüze öğrenme ortamlarını tercih etmedikleri ve diğeri ise b) kinestetik öğrenme biçimine sahip öğrencilerin anlamlı bir şekilde yüz-yüze öğrenme ortamlarını tercih ettikleri ortaya çıkmıştır. Diğer taraftan düzeltilmiş artık değerlerine göre ise üç farklı profil ortaya çıkmıştır: standartlaştırılmış artık sonuçlarına paralel olarak; a) görsel öğrenme biçimine sahip öğrencilerin anlamlı bir şekilde yüz-yüze öğrenme ortamlarını tercih etmedikleri (kaçınma durumları), aksine b) bu öğrencilerin karma öğrenme ortamlarını baskın bir şekilde tercih ettikleri (eğilim durumları) ve aynı zamanda c) kinestetik öğrenme biçimine sahip öğrencilerin yüz-yüze öğrenme biçimini baskın olarak tercih ettikleri (eğilim durumları) ortaya çıkmıştır. Standartlaştırılmış artık analizinde iki adet belirgin profil ortaya çıkarken, düzeltilmiş artık analizinde ise üç farklı profil ortaya çıkmıştır. Bu durum ise benzer çalışmalarda düzeltilmiş artık analizinin tercih edilmesi gerektiğini ortaya koymuştur.

Örnek Uygulama: Öğrencilerin Öğrenme Yönetim Sistemine Erişim Teknolojisi ve Etkileşim Tercihlerinin İncelenmesi

Araştırmada yapay veri seti ve kurgu bir hipotez yapılandırılmıştır. Buna göre; öğrencilerin öğrenme yönetim sistemlerine erişim amaçlı kullandığı teknolojiler ile öğrenme yönetim sisteminde baskın olarak tercih ettikleri etkileşim arasındaki ilişkinin incelenmesi temel alınmıştır. Veri setinde yer alan toplam 592 öğrencinin öğrenme yönetim sisteminde en fazla zaman geçirdiği etkileşim türü öğrencinin tercih ettiği etkileşim olduğu varsayılmıştır.

Tablo 9. Öğrencilerin etkileşim türü ve erişim teknolojisi tercihlerine ilişkin gözlenen sıklıklar

Erişim Teknolojisi	Etkileşim Türü				Toplam
	İçerik	Tartışma	Öğretici	Değerlendirme	
Masaüstü	68	20	15	5	108
Diz Üstü	119	84	54	29	286
Tablet	26	17	14	14	71
Akıllı Telefon	7	94	10	16	127
Toplam	220	215	93	64	592

Tablo 9'da görüldüğü gibi veri setinde toplam 592 öğrenci bulunmaktadır. Örnek uygulama için test edilecek hipotezler ise şu şekildedir.

H₀: Erişim teknolojisi ve etkileşim türü arasında anlamlı bir ilişki yoktur. / Erişim teknolojisi ve etkileşim türü birbirinden bağımsız değişkenlerdir.

H_A: Erişim teknolojisi ve etkileşim türü arasında anlamlı bir ilişki vardır. / Erişim teknolojisi ve etkileşim türü birbirinden bağımsız değişkenler değildir.

Bu hipotezler Pearson Ki-kare test istatistiği kullanılarak araştırılacaktır. Ki-kare istatistiği Pearson artıklarının kareleri toplamına eşittir ve aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır.

$$\chi^2 = \sum \sum r_{ij}^2$$

Pearson Ki-kare test istatistiğinin hesaplanırken şu adımlar izlenmektedir:

1. Değişkenler olumsallık çizelgesine aktarılır (Bknz. Tablo 9).
2. Test istatistiği varsayımları kontrol edilir.
3. Beklenen sıklık, ham artık ve Pearson artıklarının değerleri hesaplanır.
4. Ki-kare istatistiği hesaplanır.
5. Hipotezler a ve b'de verilen kurallara göre değerlendirilir.
 - a. Hesap $\chi^2 > \text{Tablo } \chi^2(\alpha); (R-1)(C-1)$ ise H₀ hipotezi reddedilir.
 - b. Hesap $\chi^2 < \text{Tablo } \chi^2(\alpha); (R-1)(C-1)$ ise H₀ hipotezi kabul edilir
6. H₀ hipotezi reddedilir yani değişkenler arasında anlamlı bir ilişki var ise bu anlamlılığın kaynağını araştırmak için post-hoc olarak artıklara başvurulur.

Örnek uygulama kapsamında bu altı adım izlenmiştir. Araştırmada ele alınan veri seti incelendiğinde değerlerin Tablo 9'da yer aldığı ve analizler için gerekli olan varsayımların sağlandığı görülmektedir. Bu ilk iki aşamadan sonra gelen adımlar alt başlıklar şeklinde sunulmuştur. İlk olarak beklenen sıklık, ham artık ve Pearson artıklarının değerleri hesaplanmıştır.

Adım 3: Beklenen sıklıkların ve ham artık değerlerinin hesaplanması

Ki-kare değerinin hesaplanabilmesi için beklenen sıklıkların hesaplanması gerekmektedir. Tablo 10'da hücelere ait gözlenen ve beklenen sıklıklar artık değerleri ile verilmiştir. Beklenen sıklık değeri $e(f_{ij})$, aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmıştır. Gözlenen ve beklenen sıklık değerleri arasındaki fark ise artık değerini vermektedir.

$$e_{ij} = f_i + f_{+j} / f_N$$

$$e(f_{1,1}) = e_{1,1} = 108 * 220 / 592 = 40.14 \text{ olarak hesaplanır.}$$

Tablo 10. Hücrelere ait gözlenen (f_{ij}) ve beklenen sıklıklar (e_{ij}) ve artık değerleri

Erişim Teknolojisi		Etkileşim Türü			
		İçerik	Tartışma	Öğretici	Değerlendirme
Masaüstü	f_{ij}	68	20	15	5
	e_{ij}	40.14	39.22	16.97	11.68
	Artık	27.86	-19.22	-1,97	-6.68
Diz Üstü	f_{ij}	119	84	54	29
	e_{ij}	106.28	103.87	44.93	30.92
	Artık	12.72	-19.87	9.07	-1.92
Tablet	f_{ij}	26	17	14	14
	e_{ij}	26.39	25.79	11.15	7.68
	Artık	-0.39	-8.79	2.85	6.32
Akıllı Telefon	f_{ij}	7	94	10	16
	e_{ij}	47.20	46.12	19.95	13.73
	Artık	-40.2	47.88	-9.95	2.27

* e_{ij} değerleri üzerinde yukarı yuvarlama işlemi yapılmıştır.

Pearson Ki-kare artıkları aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanmaktadır. Tablo 11’de her bir hücreye ait Pearson artıklarının karesi verilmiştir.

$$r_{(1,1)} = (f_{1,1} - e_{1,1}) / \sqrt{e_{1,1}}$$

$$r_{(1,1)}^2 = (27.86)^2 / 40.14$$

$$r_{(1,1)}^2 = 19.34 \quad \text{elde edilir.}$$

Tablo 11. Hücrelere ait Pearson artıkları

Erişim Teknolojisi		Etkileşim Türü			
		İçerik	Tartışma	Öğretici	Değerlendirme
Masaüstü	Artık	27.86	-19.22	-1,97	-6.68
	e_{ij}	40.14	39.22	16.97	11.68
	r_{ij}^2	19.34	9.42	0.23	3.82
Diz Üstü	Artık	12.72	-19.87	9.07	-1.92
	e_{ij}	106.28	103.87	44.93	30.92
	r_{ij}^2	1.52	3.80	1.83	0.12
Tablet	Artık	-0.39	-8.79	2.85	6.32
	e_{ij}	26.39	25.79	11.15	7.68
	r_{ij}^2	0.006	3.00	0.73	5.20
Akıllı Telefon	Artık	-40.20	47.88	-9.95	2.27
	e_{ij}	47.20	46.12	19.95	13.73
	r_{ij}^2	34.24	49.71	4.96	0.38

* r_{ij}^2 değerleri üzerinde yukarı yuvarlama işlemi yapılmıştır.

Adım 4: Ki-kare istatistiğinin hesaplanması

Ki-kare istatistiği Pearson artıklarının toplamına eşittir.

$$\chi^2 = \sum \sum r_{ij}^2 \text{ eşitliğinden}$$

Tablo 11'deki değerlerin toplamı: $\chi^2=138.31^4$

Adım 5: Karar

Ki-kare istatistiğini bir istatistikten ibaret sayarsak;

Ki-kare değeri, Ki-kare testi kritik değer tablosundaki değerden büyük olduğu için H_0 reddedilmiştir yani erişim teknolojisi ve etkileşim türü arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür ($\chi^2=138.31>16.919$, $sd.=9$; $\alpha=0.05$) yorumu yapılabilir. Ancak bu makalenin sizden beklediği şu şekildedir:

Adım 6: İki-Yönlü Olumsuzluk Çizelgelerinde Gözenek Artık Testi

Ki-kare değeri, Ki-kare testi kritik değer tablosundaki değerden büyük olduğu için H_0 reddedilmiştir yani erişim teknolojisi ve etkileşim türü arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür ($\chi^2=138.31>16.919$, $sd=9$; $\alpha=0.05$). Bu noktada anlamlılığın kaynağını belirlemede post-hoc prosedürlerinin işe koşulması gerekmektedir. Ki-kare testlerinde hücre katkılarını değerlendirmede artık yaklaşımları önemli bir rol oynamaktadır. (1) Standartlaştırılmış ve (2) düzeltilmiş artık olmak üzere iki temel artık yaklaşımı bulunmaktadır. Bu çalışmada erişim teknolojisi ve etkileşim türü arasındaki anlamlı ilişkinin kaynağı düzeltilmiş artık yaklaşımı üzerinden araştırılacaktır. Bunun için ilk olarak artık değerlerinin hesaplanması gerekmektedir.

Gözlenen ve beklenen sıklık değeri arasındaki fark ham artık olarak adlandırılır ve analizin daha önceki aşamalarında hesaplanmıştır. Standartlaştırılmış artıklar, ham artık değerinin, beklenen sıklık değerinin kareköküne bölünmesi ile elde edilmektedir. İki yönlü olumsuzluk tablosu için düzeltilmiş artıklar ise aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanabilir.

$$R_{ij}^{düz} = \frac{(f_{ij} - e_{ij})}{\sqrt{e_{ij}(1 - \frac{f_{i+}}{N})(1 - \frac{f_{+j}}{N})}}$$

Örnek olarak $R_{ij}^{düz}$ şu şekilde hesaplanacaktır:

$$R_{ij}^{düz} = \frac{(68 - 40.14)}{\sqrt{40.14(1 - \frac{108}{592})(1 - \frac{220}{592})}} \approx 6.14$$

Tablo 12'de örnek veri seti üzerinden hesaplanan ham, standartlaştırılmış ve düzeltilmiş artık değerleri verilmiştir. Tablo 12 incelendiğinde düzeltilmiş artıkların standartlaştırılmış artıklardan daha büyük olduğu görülecektir. Bu değerlerin ne anlam ifade ettiğini anlayabilmek için bir karşılaştırma değerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu örnekte, öğrenme yönetim sistemine erişimde tableti kullanan ve baskın olarak tercih ettiği etkileşim türü tartışma olan öğrenci sayısının beklenenden anlamlı ölçüde farklı olup olmadığını ($\alpha = 0.05$ düzeyinde) araştırdığımızı varsayalım. Düzeltilmiş artıklar normal dağılım gösterdiğinden, iki

⁴ Değerler üzerinde yukarı yuvarlama işlemi yapılmıştır. Bu nedenle SPSS programı kullanılarak elde edilen Ki-kare değerinden biraz daha yüksektir ($\chi^2=138.29$; $p=0.00^{**}$, $p<0.05$).

yönlü bir test için mutlak değerleri $N(0,1) 1-\alpha/2 = 1.96$ kritik değerinden daha büyük olan hücrelerin 0,05'ten düşük p değeri olacaktır. Varsayma ilişkin hücrenin düzeltilmiş artık değeri 9.97'dir ve bu nedenle $\alpha = 0.05$ düzeyinde anlamlıdır. Eğer tablodaki hücrelerin tamamını test etmek istersek yeni bir alfa seviyesi ve kritik değerin belirlenmesi gerekmektedir. Bir olumsuzluk tablosu $R \times C$ kadar hipotez barındırır. Bu analizde anlamlılık değerinin test edilecek hücre sayısına göre belirlendiği Bonferroni düzeltmesi yaklaşımı esas alınmıştır. Bu yaklaşımda belirli bir anlamlılık düzeyinde iki yönlü kritik z değeri üzerinden hücre artıkları değerlendirilmektedir. Bonferroni düzeltmesinde α değeri tablodaki hücre sayısına bölünerek yeni bir α değeri elde edilir ve bu değerin iki yönlü kritik z değerindeki karşılığı hesaplanmaktadır. Düzeltilmiş artık değerinin mutlak değeri, yeni elde edilen kritik z değerinden büyük olan hücreler anlamlılığa katkı sağladığı şeklinde yorumlanmaktadır. Bu örnekte yeni alfa seviyesi ve kritik değerimiz şu şekilde olacaktır:

$$\alpha_{fimm} = 0.003125, N(0,1)1-\alpha_{fimm}/2 = 2.95$$

Tablo 12 incelendiğinde, beş hücreye ait (kalın yazı tipi) düzeltilmiş artık değerinin beklenenden önemli ölçüde farklı olduğu görülmektedir. Bu nedenle etkileşim türü ve erişim teknolojisi arasındaki anlamlı ilişkinin varlığının beş hücreden kaynaklandığı söylenebilir. Beklentinin yönünü belirleyen ise artıkların negatifliği ya da pozitifliğidir. Artık değeri pozitif ise beklenenden daha fazla, negatif ise beklenenden daha az gözlendiği şeklinde yorumlanır. Eğer düzeltilmiş artık değeri kritik değere eşit ise hücrenin anlamlı katkı sağlayıp sağlamadığına yönelik karar araştırmacı önceliğine kalmış bir durumdur.

Tablo 12. Ham, standartlaştırılmış ve düzeltilmiş artıklar

Erişim Teknolojisi		Etkileşim Türü			
		İçerik	Tartışma	Öğretici	Değerlendirme
Masaüstü	HA*	27.86	-19.22	-1,97	-6.68
	SA**	4.40	-3.07	-0.48	-1.95
	DA***	6.14	-4.25	-0.58	-2.29
Diz Üstü	HA	12.72	-19.87	9.07	-1.92
	SA	1.24	-1.95	1.35	-0.35
	DA	2.16	-3.40	2.05	-0.51
Tablet	HA	-0.39	-8.79	2.85	6.32
	SA	-0.08	-1.73	0.85	2.28
	DA	-0.10	-2.31	0.99	2.58
Akıllı Telefon	HA	-40.20	47.88	-9.95	2.27
	SA	-5.85	7.05	-2.23	0.61
	DA	-8.33	9.97	-2.74	0.73

(*) HA: Ham Artık; (**) SH: Standartlaştırılmış Artık; (***) DH: Düzeltilmiş Artık

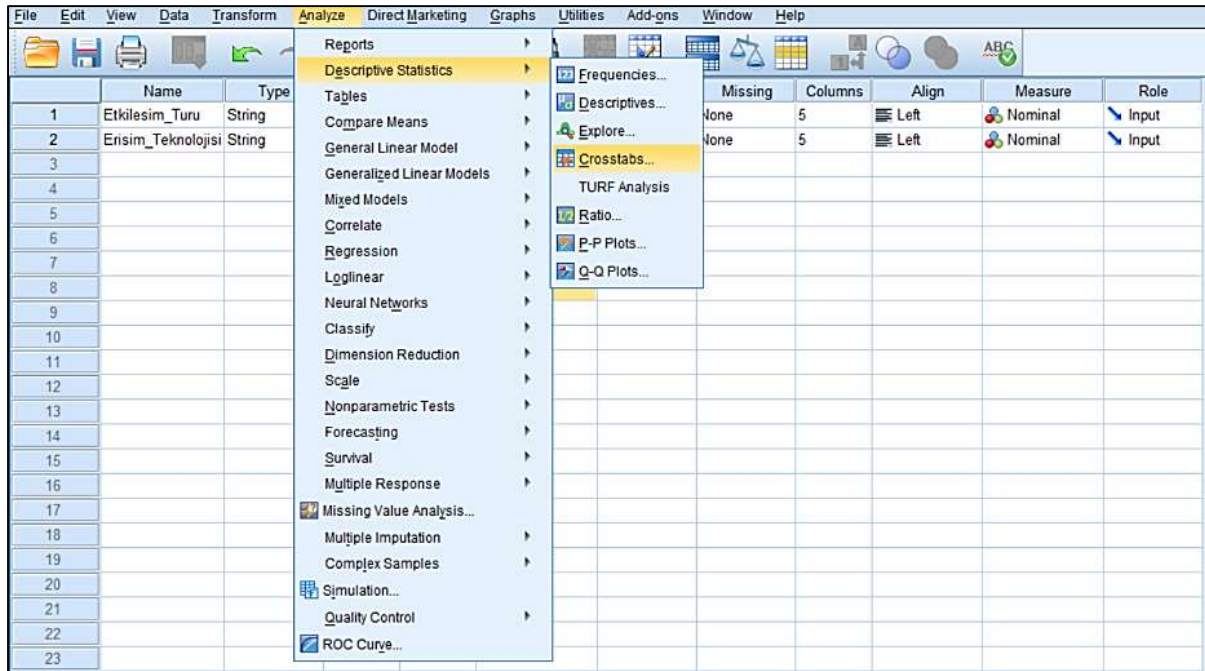
Özetle, anlamlı Ki-kare test sonucunun kaynağını tespit etmede farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Bu araştırmada düzeltilmiş artık yaklaşımı incelenmiş ve örnek bir veri seti üzerinden analizin nasıl gerçekleştirildiği aktarılmıştır. Makalenin devamında bu analizleri paket program aracılığıyla nasıl gerçekleştirileceğine yönelik bilgi verilmiştir.

Artık Analizleri için Paket Programları

IBM SPSS Paketi

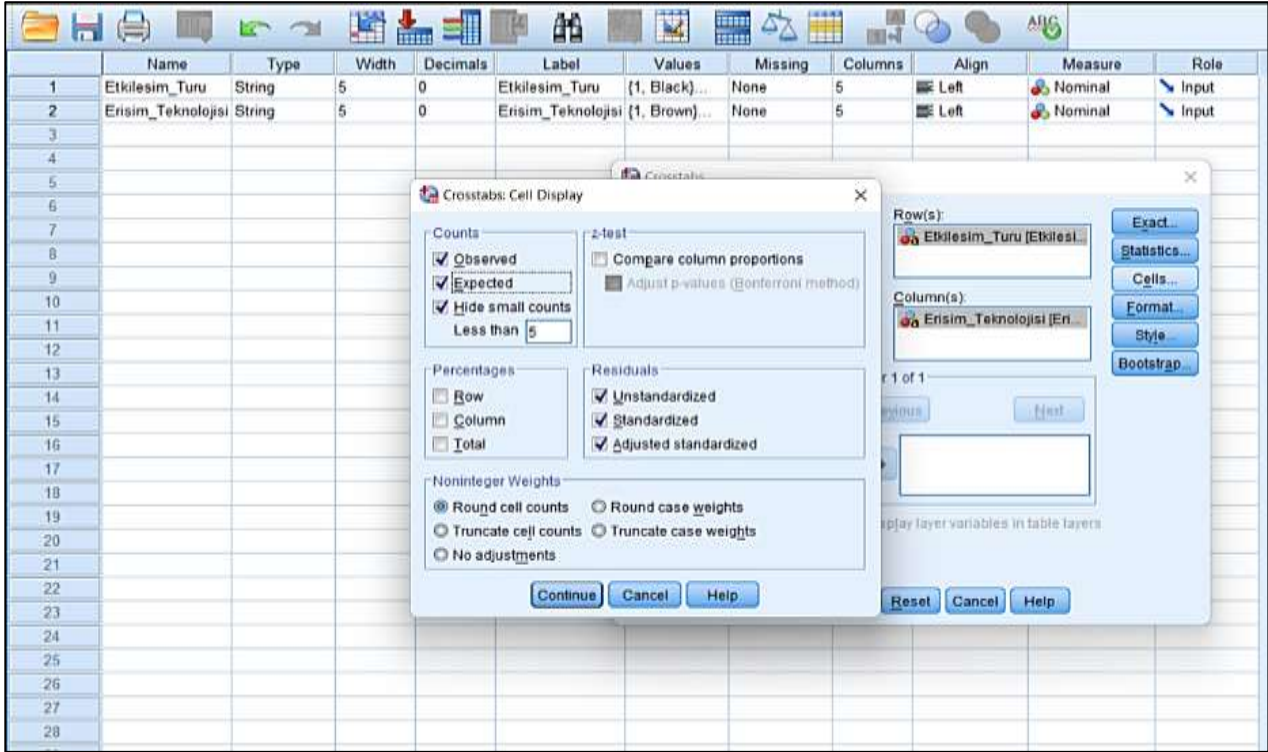
IBM SPSS paket programı üzerinden aşağıdaki adımlar takip edilerek olumsuzluk tablolarında gözenek artık analizleri gerçekleştirilebilmektedir.

Adım 1: Olumsuzluk çizelgelerine dayalı analizler için IBM SPSS paketinde yer alan Analyze - Descriptive Statistics - Crosstabs...yolu izlenir (Bknz Şekil 1).



Şekil 1. IBM SPSS paket programında olumsuzluk çizelgelerine dayalı analiz

Adım 2: Olumsuzluk çizelgesinde satır ve sütunlara değişken atamaları gerçekleştirildikten sonra Cells... yani hücre ekranı açılır. Bu ekranda hücelere ilişkin analiz ayarlamaları yapılabilmektedir. Araştırma bağlamında gözlenen değer, beklenen değer, sayım varsayımı ve artıkların analizlerine yönelik Unstandardized (ham artık), Standardized (standartlaştırılmış artık), Adjusted standardized (düzeltilmiş artık) değer hesaplamalarının yapılabilmesi için aşağıdaki seçeneklerin işaretlenmesi gerekmektedir (Bknz. Şekil 2)



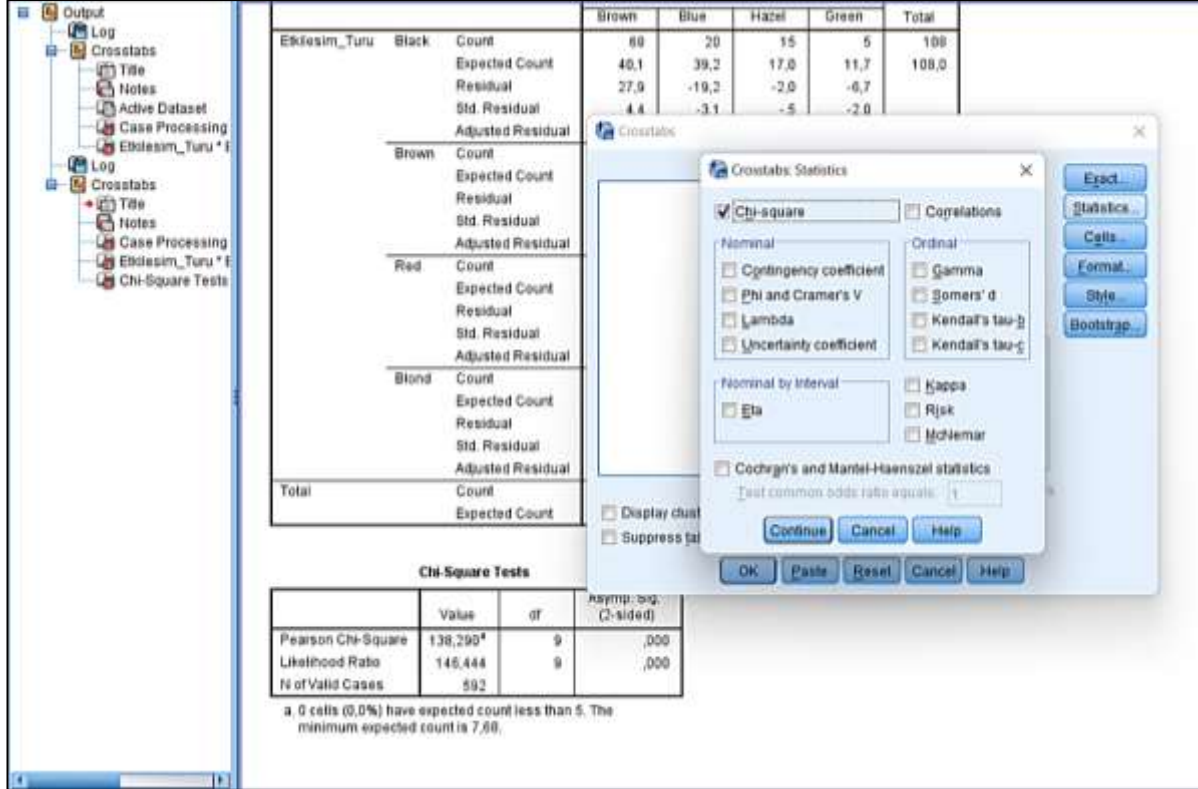
Şekil 2. IBM SPSS paket programında olumsuzluk çizelgelerine dayalı hücre artık analizleri

Adım 3: Program aşağıdaki çıktıyı üretecektir. Bu çıktıdaki artık değerleri üzerinden post-hoc işlemlerini işe koşmadan önce erişim teknolojisi ve etkileşim türü arasındaki bağıntının araştırılması ve anlamlılığın yakalanması gerekmektedir.

Etkileşim_Turu * Erisim_Teknolojisi Crosstabulation

			Etkileşim_Turu				Total
			İçerik	Tartışma	Öğretici	Değerlendirme	
Erisim_Teknolojisi	Masaüstü	Count	68	20	15	5	108
		Expected Count	40,1	39,2	17,0	11,7	108,0
		Residual	27,9	-19,2	-2,0	-6,7	
		Std. Residual	4,4	-3,1	-,5	-2,0	
		Adjusted Residual	6,1	-4,3	-,6	-2,3	
	Diz Üstü	Count	119	84	54	29	286
		Expected Count	106,3	103,9	44,9	30,9	286,0
		Residual	12,7	-19,9	9,1	-1,9	
		Adjusted Residual	2,2	-3,4	2,1	-,5	
	Tablet	Count	26	17	14	14	71
		Expected Count	26,4	25,8	11,2	7,7	71,0
		Residual	-,4	-8,8	2,8	6,3	
Adjusted Residual		-,1	-1,7	,9	2,3		
Akıllı Telefon	Count	7	94	10	16	127	
	Expected Count	47,2	46,1	20,0	13,7	127,0	
	Residual	-40,2	47,9	-10,0	2,3		
	Adjusted Residual	-8,3	10,0	-2,7	,7		

Adım 4: Adım 1’de yer alan Analyze - Descriptive Statistics – Crosstabs yolu takip edilir. Bu ekranda Statistics... menüsü açılır ve iki değişken arasındaki bağıntıyı araştırmada bu araştırmanın odak hipotez sınaması olan Chi-square seçeneği işaretlenir (Bknz. Şekil 3). Continue seçeneğine tıklandıktan sonra sistem araştırmacılara “Chi-Square Tests” adlı tabloyu çıktı olarak sunmaktadır.



Şekil 3. IBM SPSS paket programında Ki-kare analizi

Bu tablodaki Pearson Chi-Square değeri yorumlanmaktadır. Asymp. Sig. (2-sided) <0.05 olduğu durumlarda iki değişken arasındaki anlamlı bir ilişkinin varlığından söz edilebilir. Bu sonucundan devamında artıklara dayalı post-hoc işlemlerinin işe koşulması gerekmektedir. Aynı zamanda bu tablonun altında verilen a seçeneğindeki bilgi Ki-kare hipotez sınamasındaki varsayımlardan biri olan “beklenen değer 5’ten küçük olmamalıdır” varsayımına yönelik araştırmacıya bilgi sunmaktadır.

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	138,290 ^a	9	,000
Likelihood Ratio	146,444	9	,000
N of Valid Cases	592		

a. 0 cells (0,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 7,68.

Sonuçlar

Günümüzde öğretim teknolojileri diğer eğitim alanlarına göre en çok veriye sahip bir alandır ve aynı zamanda bu verilerin öğrenmeyi iyileştirme ve kolaylaştırmada en etkili şekilde kullanılması hedeflenmektedir. Amaçlar öğrenmeyi iyileştirme ve öğretimi kolaylaştırmada olunca bu verilerin çözümlenmesinde değişken merkezli yaklaşımlar (variable centered) kadar birey merkezli yaklaşımlar (person centered) ve bireye özgü yaklaşımlarda (person-specific approaching) ön plana çıkmaktadır (ayrıntılar için bkz: Howard & Hoffman,2018). Özellikle birey merkezli yaklaşım ve bireye özgü yaklaşımlar profil analizlerini işaret etmektedir.

Diğer taraftan; bu verilerin çözümlenip tasarım ve uygulama bağlamında kullanılması öğrenme analitikleri kapsamında ön plana çıkmaktadır. Bu tür yaklaşımlarda nicel olduğu kadar nitel verilerin de kullanımı söz konusudur ve nitel (kategorik) verilerin çözümlenmesinde Ki-kare analizi en çok başvurulan yöntemlerden bir tanesidir. Değişkenler arası bağıntı ya da örüntülerin varlığının sınanması (hipotez testleri) ve aynı zamanda bu bağıntıların gücünün kestirilmesi daha çok kuramsal bulgulara yöneliktir. Ancak bu sonuçların tasarım ya da uygulama bağlamındaki katkısı sınırlı olabilmektedir. Bu durumda hipotez sınamalarının ve model kestirimlerinin ötesinde örneklem ya da evreni oluşturan bireylere ilişkin grup özelliklerinin ve bunların davranış profillerinin ortaya konulması için post-hoc türü ek analizlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu araştırma bağlamında; bir örnek veri seti üzerinden kategorik verilere ilişkin Ki-kare çözümlenmesi ve gözlenen sıklıkların raporlaştırıldığı olumsuzluk çizelgelerinde artık değerlere dayalı post-hoc süreçleri tartışılmıştır. Buna göre Ki-kare çözümlenmelerde artık değerlere dayalı post-hoc süreçlerinin önemli bilgiler içerdiği, buna ek olarak standartlaştırılmış artık analizleri yerine düzeltilmiş artıklara dayalı analizlerin daha kapsamlı bilgiler içerdiği ortaya konulmuştur.

Öneriler

Sonuçta gerek istatistiksel hipotez sınamaları ve gerekse etki genişlikleri değişkenler arasındaki bağıntıyı ortaya koymaya yöneliktir. Ama bu tür bağıntılar bir profil ortaya koymamaktadır. Bilindiği gibi; profil analizleri araştırmaya konu olan olguları, araştırmaya katılan grupların özellikleriyle tanımlamaya çalışırlar. Kısacası, bu örnekte de olduğu gibi; değişkenler arasındaki bağıntıların irdelenmesi kuramsal çalışmalara bir katkı sağlarken uygulamaya ya da tasarıma dönük bulguları ortaya koyma da zayıf kalmaktadır. Ki-kare gibi kategorik veri analizinde ise profil analizine ilişkin bulgulara ulaşabilmek için post-hoc süreçlerine ihtiyaç vardır. Bu araştırma bağlamında post hoc yaklaşımlarından artıklara gözenek artık testleri incelenmiş ve tanıtılmıştır.

MacDonald ve Gardner (2000) anlamlılığa yönelik hücre katkısının değerlendirilmesinde normal dağılım varsayımını daha iyi karşıladığından dolayı standartlaştırılmış artık yaklaşımı yerine düzeltilmiş artık yaklaşımının kullanılmasını önermektedir.⁵ Bu konuda MacDonald ve Gardner'ın (2000) standartlaştırılmış ve düzeltilmiş artık yaklaşımlarını karşılaştırdığı çalışmanın sonuçları rehber niteliğindedir. MacDonald ve Gardner (2000) bu iki yaklaşımı normal dağılım varsayımı üzerinden değerlendirmek amacıyla ortalama, varyans, çarpıklık ve basıklık istatistiklerinden yararlanmışlardır. Çalışmalarında normal dağılım varsayımının sağlanması için bu istatistiklerin sırasıyla 0, 1, 0, 3 olması gerektiğini belirtmişlerdir.

⁵ Araştırmanın bağlamını 3x4 boyutundaki olumsuzluk çizelgeleri oluşturmaktadır.

MacDonald ve Gardner (2000) standartlaştırılmış artıkların varyans değerinin 1'den küçük; düzeltilmiş artıkların varyans değerinin 1'e oldukça yakın ve diğer istatistiklerin her iki yaklaşım için de beklenen değerler aralığında olduğu sonucuna ulaşmıştır. MacDonald ve Gardner (2000)'a göre standartlaştırılmış artıklar normal dağılım göstermemektedir. Bu nedenle 1. Tip hata oranını artacağından araştırmacılara daha uygun bir yaklaşım olan düzeltilmiş artık yaklaşımının kullanılması önerilmektedir.

Artık değerler özünde Z istatistiklerine sahiptir ve Z istatistikleri ise $-\infty$ ile ∞ arasında değerler alabilmektedir. Z değerinin 0'a yaklaşması ilgili gruplar bazında ayrıntılı bir profil davranışı ortaya konulmadığı, negatif değerlerin (gözlenen değerlerin) beklentinin çok altında, pozitif değerlerin (gözlenen değerlerin) ise beklentinin çok üzerine çıktığı şeklinde yorumlanabilir. Buna ilişkin olarak, günümüzde verilerin sayısal ifadesinden daha çok görsel sunumlarının ön plana çıktığı düşünüldüğünde; artık değerlerin veri görselleştirmeleri için de uygun olduğu düşünülmektedir. Örneğin, bireylerin yerleşim yerleri kategorik özellik olarak ele alındığı bir çalışmada analize alınan diğer özellik bağlamında Ki-kare analizi ile yetinilmeyip düzeltilmiş artık analizine başvurulduğunda; negatif en küçük değerden pozitif en büyük değer arasında her bir Z değeri için bir renk belirlenip aşamalı renklendirme (gradient colours) tekniği ile il profilleri ülke haritası üzerinden veri görselleştirmesi yöntemiyle sunulabilir.

Bu çalışmada ele alınan artıklara dayalı analizler aynı zamanda öğrenme analitikleri için de uygun ve kolaylıkla uygulanabilir bağıntıları içermektedir. Raporlama tabanlı öğrenme analitiklerinin yanı sıra kolay algoritmik yapısı nedeniyle otomasyon tabanlı öğrenme analitikleri içinde kullanıma elverişlidir.

Kaynakça

- Agresti, A. (2002), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, 2. Edition, New York: John Wiley & Sons.
- Alpar, R. (2010). *Spor, Sağlık Ve Eğitim Bilimlerinden Örneklerle Uygulamalı İstatistik Ve Geçerlik-Güvenirlik*. Detay Yayıncılık.
- Beasley, T. M., & Schumacker, R. E. (1995). Multiple regression approach to analyzing contingency tables; Post-hoc and planned comparison procedures. *Journal of Experimental Education*, 64, 79-93.
- Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis For The Social Sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Everitt, B. S. (1977). *The Analysis of Contingency Tables*. Chapman and Hall: London.
- Field, A. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics*. Sage Publications.
- Franke, T. M., Ho, T., & Christie, C. A. (2012). The Chi-square test: Often used and more often misinterpreted. *American Journal of Evaluation*, 33(3), 448–458.
- Haberman, S. J. (1973). The analysis of residuals in cross-classified tables. *Biometrics*, 29, 205-220.
- Howard, M. C., & Hoffman, M. E. (2018). Variable-centered, person-centered, and person-specific approaches: Where theory meets the method. *Organizational Research Methods*, 21(4), 846-876.
- Howell, D.C. (2012). *Statistical Methods For Psychology*. Cengage Learning.

Ludbrook, J. (2011). Is there still a place for Pearson's chi-squared test and Fisher's exact test in surgical research?. *Australia and New Zealand Journal of Surgery*, 81, 923- 926.

MacDonald, P. L., & Gardner, R. C. (2000). Type I error rate comparisons of post-hoc procedures for I J chi-square tables. *Educational and Psychological Measurement*, 60(5), 735-754.

Naioti, E. & Mudrak, E. (2018). Adjusted standardized residuals for interpreting contingency tables. StatNews #95. <https://www.cscu.cornell.edu/news/statnews/stnews95.pdf> adresinden 2 Eylül 2019 tarihinde erişilmiştir.

Sharpe, D.E. (2015). Your Chi-Square Test Is Statistically Significant: Now What?. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 20(8), 1-10.

Sidak, Z. (1967). Rectangular confidence regions for the means of multivariate normal distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 62, 626-633.