Ordu Üniv. Bil. Tek. Derg., Cilt:6, Sayı:1, 2016,24-42/Ordu Univ. J. Sci. Tech., Vol:6, No:1,2016,24-42

GENELLEŞTİRİLMİŞ TRAPEZOİDAL BULANIK ESNEK KÜMELER

Yıldıray ÇELİK[1*]

[1]Ordu Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Ordu

Özet

Bu çalışmada, kendisi de trapezoidal bulanık olan bir genelleştirilmiş parametreyi tanıtarak, genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme kavramını tanımlandık ve bu yapıya ait bazı özellikleri inceledik. Ayrıca trapezoidal bulanık esnek kümelerin karar verme problemlerindeki uygulanabilirliğini değerlendirdik.

***Anahtar Kelimeler*:** Esnek küme, bulanık esnek küme, trapezoidal bulanık esnek küme.

GENERALIZED TRAPEZOIDAL FUZZY SOFT SETS

Abstract

In this paper, by introducing a generalization parameter, which itself is trapezoidal fuzzy, we define generalized trapezoidal fuzzy soft sets and then examine some of their properties. Also, we evaluated the applicability of trapezoidal fuzzy soft sets in decision-making problems.

Key Words: Soft set, fuzzy soft set, trapezoidal fuzzy soft set.[*]

[*] ycelik61@gmail.com

1. GİRİŞ

Bulanık küme teorisi ilk 1965 yılında Zadeh tarafından ortaya atılmıştır (Zadeh 1965). Bulanık mantığa göre evrendeki bir nesne, o evrendeki bir kümenin mutlaka elemanıdır ama eleman olma derecesi farklıdır. Bulanık mantık, dilsel değişkenler yardımıyla biraz sıcak, ılık, uzun, çok uzun, soğuk gibi günlük hayatımızda kullandığımız kelimeler yardımıyla insan mantığına en yakın doğrulukta denetimi sağlayabilir. Bulanık mantık denetleyici kullanılarak elektrikli ev aletlerinden oto elektroniğine, gündelik kullandığımız iş makinelerinden üretim mühendisliğine, endüstriyel denetim teknolojilerinden otomasyona kadar her alanda uygulama alanı bulabilir.

Belirsizliğe farklı bir yaklaşım olan esnek küme teori ise ilk olarak Molodtsov tarafından tanımlandı (Molodtsov 1999). Esnek kümeler birçok yönü ile zengin bir uygulama potansiyeline sahiptir. Bu uygulamalardan birkaç tanesi Molodtsov tarafından kendi çalışmasında incelenmiştir (Molodtsov 1999). Son yıllarda ise esnek kümeler üzerine yapılan çalışmalar hızlıca artmaktadır.

Bazı araştırmacılar bulanık esnek kümeler ve bunlara ait cebirsel özellikler üzerinde çalıştılar. İlk olarak Maji ve ark. bulanık esnek küme kavramını verdiler ve onlar üzerinde bazı sonuçları elde ettiler (Maji et al 2001). Maji ve ark. sezgisel bulanık esnek küme kavramını vererek bununla ilgili özellikleri araştırdılar (Maji et al 2004). Roy ve Maji kesin olmayan çoklu gözlem bilgisinden yola çıkarak bir nesneyi tanımlamanın yeni bir metodunu sundular (Roy & Maji 2007). Jin-liang ve ark. bulanık esnek grup kavramını verdiler ve bunlarla ilgili bazı sonuçlar elde ettiler (Jin-liang et al 2008). Yang ve ark. interval değerli bulanık kümeleri ve esnek kümeleri birleştirerek interval değerli bulanık esnek kümeleri tanımladılar (Yang et al 2009). Kong ve ark. bir karar verme problemi için bulanık esnek kümelere teorik bir yaklaşım sundular (Kong et al 2009). Aygünoğlu ve Aygün bulanık esnek grup yapısını inceliyerek esnek fonksiyonları ve bulanık esnek homomorfileri tanımladılar (Aygünoğlu&Aygün 2009). Xiao ve ark. bulanık esnek kümeler üzerinde birleştirilmiş tahmin yaklaşımları ile ilgili çalışma sundular (Xiao et al 2009). Çağman ve ark. bulanık esnek kümeler üzerinde daha etkili karar verme metodunu inşa etmek için bulanık esnek birleştirme operasyonunu tanımladılar (Çağman 2011). Feng ve ark. bulanık esnek kümeler üzerinde karar verme problemine uygulanabilir bir yaklaşım sundular (Feng et al 2010). Jiang ve ark. interval değerli sezgisel bulanık esnek kümeleri tanımladılar ve bunların bazı özelliklerini ortaya koydular (Jiang et al 2010). Jun ve ark. bulanık esnek BCK/BCI cebirleri kavramını ortaya koyarak onların özelliklerini incelediler (Jun 2010). Majumdar ve Samanta genelleştirilmiş bulanık esnek kümeleri tanımladılar ve onların bazı özellikleri üzerinde çalıştılar (Majumdur 2010). Aynı çalışmada karar verme probleminde ve tıbbi tanı probleminde genelleştirilmiş bulanık esnek kümelerin bir uygulamasını yaptılar. Yang bulanık esnek yarı gurup ve bulanık esnek ideal kavramlarını verdi (Yang 2011). Yin ve ark. sezgisel bulanık esnek kümelerin cebirsel yapısını incelediler ve bunlara ait yeni özellikleri ortaya koydular (Yin et al 2012). Çelik ve ark. bulanık esnek kümelerin halka teorisindeki uygulamalarını incelediler ve bunlara ait yeni özellikleri elde ettiler (Çelik et al 2013).

Trapezoidal bulanık sayı, bulanık kümelerde önemli bir kavramdır. Bir trapezoidal bulanık sayının üyelik foksiyonu parçalı doğrusal ve trapezoidaldır. Xiao ve ark. belirsizliklerle ilgili bazı dilsel değerlendirmeler yapabilmek için esnek kümelerle trapezoidal bulanık kümeleri birleştirerek yeni bir kavram olarak trapezoidal bulanık esnek kümeleri tanımladılar (Xiao et al 2012).

Biz bu çalışmada kendisi de trapezoidal bulanık olan bir genelleştirilmiş parametreyi kullanarak, genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme kavramını tanımlayacağız ve bu yapıya ait bazı özellikleri inceleyeceğiz. Ayrıca trapezoidal bulanık esnek kümelerin karar verme problemlerindeki uygulanabilirliğini araştıracağız.

2. GENEL BİLGİLER

Tanım 2.1. (Zadeh 1965) X boştan farklı bir küme ve I=[0,1] ⊆ P olsun.
μ_A:X→[0,1] fonksiyonu tarafından karakterize edilen;
A=$\{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \subset X \times I$ kümesine X de bir bulanık küme denir. $\forall x \in X$ için $\mu_A(x)$ değerine x in A ya ait olma derecesi denir. $\mu_A(x)$ in 1 e yaklaşması x in A ya daha fazla ait olması anlamına gelmektedir.

Tanım 2.2. (Zadeh 1965) μ ve η bir X kümesinin bulanık alt kümeleri olsun. Eğer $\forall x \in X$ için $\mu(x) \leq \eta(x)$ ise η bulanık alt kümesi μ bulanık alt kümesini kapsıyor denir ve $\mu \subseteq \eta$ ile gösterilir.

Tanım 2.3. (Çelik 2011) F: A→P(U) bir dönüşüm olmak üzere (F,A) ikilisine U üzerinde bir esnek küme denir. Burada A kümesine esnek kümenin parametre kümesi ve $\forall x \in$A için F(x) kümesine de x-yaklaşımlı küme denir.

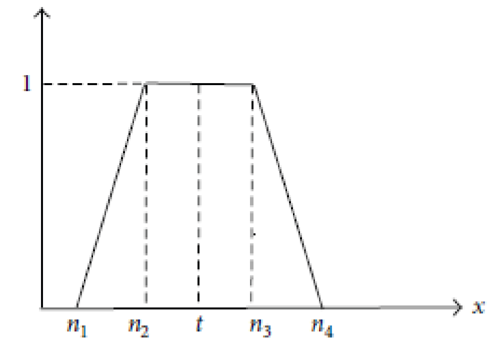
Tanım 2.4. (Maji et al 2001)[3] U evrensel küme, E parametreler kümesi ve A⊆E olsun. $\mathcal{F}$(U), U'nun bütün bulanık alt kümelerinin kümesi olmak üzere F:A→ $\mathcal{F}$(U) ile verilen (F,A) çiftine U üzerinde tanımlı bulanık esnek bir küme denir.

Tanım 2.5. (Maji et al 2001) (F,A) ve (G,B) U üzerinde iki bulanık esnek küme olsun. Eğer

i) A⊆B

ii) $\forall x$ ∈A için F(x)≤G(x) oluyorsa (F,A)'ya (G,B)'nin bulanık esnek alt kümesidir denir ve bu durum (F,A)$\tilde{\subseteq}$(G,B) notasyonu ile gösterilir.

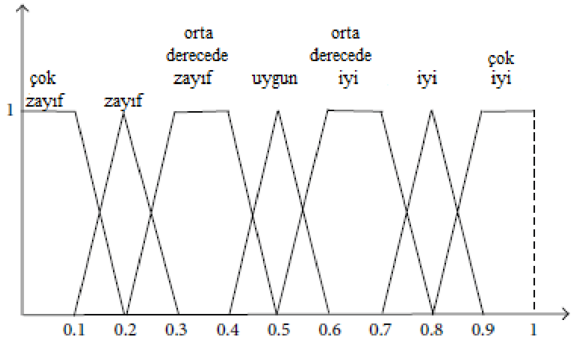
Tanım 2.6. (Kaufmann & Gupta 1991) Bir $\tilde{n}$ bulanık sayısı Şekil 1. deki gibi (n_1, n_2, n_3, n_4) dörtlüsü ile parametre edilen parçalı fonksiyon ile karakterize edilebilir. Bu trapezoidal bulanık sayının üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanır.



Şekil 1. $\mu_{\tilde{n}}(x)$ üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{n}}(x) = \begin{cases} 0 & x < n_1 \\ \dfrac{x - n_1}{n_2 - n_1} & n_1 \leq x \leq n_2 \\ 1 & n_2 \leq x \leq n_3 \\ \dfrac{x - n_4}{n_3 - n_4} & n_3 \leq x \leq n_4 \\ 0 & x > n_4 \end{cases}$$

Şekil 2'deki niteliksel değişkenler, bir trapezoidal bulanık sayının üyelik fonksiyonu yardımıyla nümerik değişkenlere aktarılabilir.



Şekil 2. Niteliksel değişkenler grafiği

Örneğin "orta derecede zayıf" niteliksel değişkeni (0.2,0.3,0.4,0.5) dörtlüsü tarafından ifade edilebilir ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$\mu_{orta\ derecede\ zayıf}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0.2 \\ \dfrac{x-0.3}{0.3-0.2} & 0.2 \leq x \leq 0.3 \\ 1 & 0.3 \leq x \leq 0.4 \\ \dfrac{x-0.5}{0.4-0.5} & 0.4 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & x > 0.5 \end{cases}$$

Tanım 2.7. (Kaufmann & Gupta 1991) Bir veya birkaç farklı trapezoidal bulanık sayı ya da sayılar tarafından içerilen bir kümeye trapezoidal bulanık küme denir ve $\tilde{I}$ ile gösterilir.

Tanım 2.8. (Kaufmann & Gupta 1991) $\tilde{m}$=(m_1, m_2, m_3, m_4) ve $\tilde{n}$=(n_1, n_2, n_3, n_4) trapezoidal bulanık sayılar olsun. Bu takdirde,

- **i)** $\tilde{m} \leq \tilde{n} \Leftrightarrow m_1 \leq n_1,\ m_2 \leq n_2,\ m_3 \leq n_3,\ m_4 \leq n_4$
- **ii)** $\tilde{n}^c$=(1-n_4,1-n_3,1-n_2,1-n_1)
- **iii)** $\tilde{m} \cup \tilde{n}$=$(m_1 \vee n_1,\ m_2 \vee n_2,\ m_3 \vee n_3,\ m_4 \vee n_4)$
- **iv)** $\tilde{m} \cap \tilde{n}$=$(m_1 \wedge n_1,\ m_2 \wedge n_2,\ m_3 \wedge n_3,\ m_4 \wedge n_4)$
- **v)** $\tilde{m} \otimes \tilde{n}$=$(m_1 \times n_1,\ m_2 \times n_2,\ m_3 \times n_3,\ m_4 \times n_4)$

Tanım 2.9. (Çelik& Yamak 2013) $\tilde{n}$ trapezoidal bulanık sayısının durulaştırlmış t değeri, $t = \frac{n_1+n_2+n_3+n_4}{4}$ formülü yardımıyla hesaplanır.

Tanım 2.10. (Xiao et al 2012) TB(U), U'nun bütün trapezoidal bulanık alt kümelerinin kümesi olsun. $\tilde{\mathcal{F}}$:A→TB(U) ile verilen ($\tilde{\mathcal{F}}$,A)'ya U üzerinde bir trapezoidal bulanık esnek küme denir.

Örnek 2.1. Varsayalım ki satın alınması düşünülen farklı tipteki 5 adet evin kümesi U=$\{u_1, u_2, u_3, u_{4,} u_5\}$ şeklinde ve bu evlere ait E parametre kümemsi de E={ucuzluk, güzellik, büyüklük, konum, yeşil bahçeli olup olmaması} olarak verilsin. Herhangi birisi değişik özellikleri olan bu evlere ait niteliksel değişkenleri Tablo 1 de ki gibi ifade etsin.

U	ucuzluk	güzellik	büyüklük	konum	yeşil bahçeli
u_1	2	5	0	0	3
u_2	0	4	4	2	1
u_3	4	0	2	1	0
u_4	1	3	4	2	4
u_5	3	1	0	4	0

Tablo 1. Derecelendirme tablosu
(0:zayıf, 1:orta derecede zayıf, 2:uygun, 3:orta derecede iyi, 4:iyi, 5:çok iyi)

Şekil 2 deki niteliksel değişkenlerle nümerik değişkenler arasındaki dönüşüm yardımıyla ilgili ($\tilde{\mathcal{F}}$,A) trapezoidal bulanık esnek kümesini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\tilde{\mathcal{F}}(e_1)=\{\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},\frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_5}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}\}$$

$$\tilde{\mathcal{F}}(e_2)=\{\frac{u_1}{(0.8,0.9,1.0,1.0)},\frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},\frac{u_3}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}\}$$

$$\tilde{\mathcal{F}}(e_3)=\{\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},\frac{u_3}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_4}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\}$$

$\tilde{\mathcal{F}}(e_4)$={$\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_2}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},$
$\frac{u_5}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}$}

$\tilde{\mathcal{F}}(e_5)$={$\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_2}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_3}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_4}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},$
$\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}$}

Örnek 2.1'de trapezoidal bulanık esnek kümeler için parametrelerin öz niteliği belirsiz ve karmaşıktır. Xiao ve ark. parametrelerin belirsiz niteliğinin nasıl belirteceğini ifade etmez [19]. Bu durum modelin dezavantajıdır. Bu zorluğun üstesinden gelmek için kendisi trapezoidal bulanık olan genelleştirilmiş parametreleri inceleyeceğiz ve genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeyi tanımlayacağız.

3. GENELLEŞTİRİLMİŞ TRAPEZOİDAL BULANIK ESNEK KÜMELER

Tanım 3.1. U bir evren ve E'de parametre kümesi olsun. (U,E) ikilisine bir esnek evren denir. Varsayalım ki $\tilde{\mathcal{F}}$:E→TB(U) ve $\tilde{f}$:E→ $\tilde{I}$ olsun. Burada $\tilde{f}$, E'nin bir trapezoidal bulanık alt kümesini göstermektedir.

$\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$:E→TB(U)× $\tilde{I}$ ve ∀e ∈E için $\tilde{\mathcal{F}}(e)$ ∈TB(U), $\tilde{f}(e) \in \tilde{I}$ olmak üzere; $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e)$=($\tilde{\mathcal{F}}(e), \tilde{f}(e)$) ile verilen $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$'e (U,E) esnek evreni üzerinde bir genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme denir. Burada her bir e_i parametresi için $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e_i)$=($\tilde{\mathcal{F}}(e_i), \tilde{f}(e_i)$) ifadesi sadece $\tilde{\mathcal{F}}(e_i)$'de U'ya ait olan elemanların trapezoidal bulanık üyelik derecelerini vermez aynı zamanda $\tilde{f}(e_i)$ tarafından ifade edilen E'ye ait olası parametrelerin trapezoidal bulanık üyelik derecelerini de verir.

Genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme aynı zamanda bir esnek kümedir. Çünkü $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$:E→TB(U)× $\tilde{I}$ bir dönüşümdür ve $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e)$=($\tilde{\mathcal{F}}(e), \tilde{f}(e)$) olmak üzere

$\tilde{\mathcal{F}}(e)$={$\frac{u}{(\mu^1_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u),\mu^2_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u),\mu^3_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u),\mu^4_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u))} : u$ ∈U}

$\tilde{f}(e)$=($(\mu^1_{\tilde{f}(e)}(u), \mu^2_{\tilde{f}(e)}(u), \mu^3_{\tilde{f}(e)}(u), \mu^4_{\tilde{f}(e)}(u))$) şeklinde tanımlanır.

Örnek 3.1. Varsayalım ki Bay ve Bayan X bir ev satın almak için emlakçıya gidiyor. Konum, ucuzluk ve büyüklük parametrelerinin kümesi E=$\{e_1, e_2, e_3\}$ olsun ve bu parametreler ile karakterize edilen farklı tipteki 5 adet evin kümesi de U=$\{u_1, u_2, u_3, u_{4,} u_5\}$ olsun. X çifti değişik nitelikteki 5 evi aşağıdaki şekilde tanımlasın.

U	**konum**	**ucuzluk**	**büyüklük**
u_1	orta derece iyi	orta derece kötü	kötü
u_2	kötü	iyi	iyi
u_3	çok kötü	orta derece kötü	uygun
u_4	uygun	uygun	orta derecede iyi
u_5	iyi	kötü	kötü
$\tilde{f}$	uygun	orta derecede iyi	orta derecede kötü

Tablo 2. Derecelendirme tablosu

Biz (U,E) evreni üzerindeki $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ genelleştirilmiş $\tilde{\mathcal{F}}$ bulanık esnek kümesini niteliksel değişkenler ve nümerik değişkenler arasında dönüşüm kuralı vasıtasıyla ifade edebiliriz. Varsayalım ki

$$\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}, \frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_5}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}\},(0.4,0.5,0.5,0.6))$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$$\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_3}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

Üstteki örnekte parametrelerin niteliğinin belirsizliğini dikkate aldık. Örneğin ucuz olma niteliği kesin değildir ve $(0.5,0.6,0.7,0.8)$ trapezoidal bulanık sayısı tarafından karakterize edilir. Fakat Örnek 2.1 de parametrelerin niteliğinin belirsizliği dikkate alınmamıştır. Trapezoidal bulanık esnek küme ve genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme arasındaki fark belirsizliğin yorumlanıp yorumlanamayacağıdır. Trapezoidal bulanık esnek küme ile kıyaslandığında genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeler niteliksel belirsizliği daha fazla anlaşılır kılmaktadır.

Tanım 3.2. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$'ya $\tilde{G}_{\tilde{g}}$'nin bir genişletilmiş trapezoidal bulanık esnek alt kümesi denir ⇔

i) $\forall e \in$E için $\tilde{f}(e) \leq \tilde{g}(e)$ yani
$\mu^1_{\tilde{f}(e)} \leq \mu^1_{\tilde{g}(e)}, \mu^2_{\tilde{f}(e)} \leq \mu^2_{\tilde{g}(e)}, \mu^3_{\tilde{f}(e)} \leq \mu^3_{\tilde{g}(e)}, \mu^4_{\tilde{f}(e)} \leq \mu^4_{\tilde{g}(e)}$

ii) $\forall e \in$E için $\tilde{\mathcal{F}}(e) \leq \tilde{G}(e)$ yani
$\mu^1_{\tilde{\mathcal{F}}(e)} \leq \mu^1_{\tilde{G}(e)}, \mu^2_{\tilde{\mathcal{F}}(e)} \leq \mu^2_{\tilde{G}(e)}, \mu^3_{\tilde{\mathcal{F}}(e)} \leq \mu^3_{\tilde{G}(e)}, \mu^4_{\tilde{\mathcal{F}}(e)} \leq \mu^4_{\tilde{G}(e)}$

Bu durum $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqsubseteq \tilde{G}_{\tilde{g}}$ notasyonu ile gösterilir.

Örnek 3.2. Varsayalım $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesi Örnek 3.1 deki gibi olsun. $\tilde{G}_{\tilde{g}}$, (U,E) üzerinde başka bir genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme aşağıdaki gibi olsun.

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_2}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_5}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_2}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.0,0.1,0.1,0.2))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},\frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

Açıkça görülüyor ki $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqsubseteq \tilde{G}_{\tilde{g}}$ dir.

Tanım 3.3. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. Eğer $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqsubseteq \tilde{G}_{\tilde{g}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}} \sqsubseteq \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ise $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeleri eşittir denir ve $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} = \tilde{G}_{\tilde{g}}$ ile gösterilir.

Tanım 3.4. Varsayalım $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. O halde $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$'nin komplementi $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}^{c}$ ile gösterilir. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}^{c} = \tilde{G}_{\tilde{g}}$ olmak üzere;

$$\tilde{\mathcal{F}}^{c}(e) = \tilde{G}(e) = \{\frac{u}{(1-\mu^{4}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u), 1-\mu^{3}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u), 1-\mu^{2}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u), 1-\mu^{1}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u))} : u \in \mathrm{U}\}$$

$$\tilde{f}^{c}(e) = \tilde{g}(e) = (1-\mu^{4}_{\tilde{f}(e)}(u), 1-\mu^{3}_{\tilde{f}(e)}(u), 1-\mu^{2}_{\tilde{f}(e)}(u), 1-\mu^{1}_{\tilde{f}(e)}(u))$$

şeklinde tanımlanır. Yukardaki tanımdan da açıkça $(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}^{c})^{c}=\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ olduğu görülür.

Örnek 3.3. Örnek 3.2 deki $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesi için;

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}^{c}(e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_2}{(0.8,0.9,0.9,1.0)}, \frac{u_3}{(0.8,0.9,0.9,1.0)}, \frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}^{c}(e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_2}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_3}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}\},(0.8,0.9,0.9,1.0))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}^{c}(e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.8,0.9,0.9,1.0)}, \frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_3}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_5}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

Tanım 3.5. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}}$, (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. Bu iki kümenin birleşimi $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}}$ şeklinde gösterilip $\tilde{H}_{\tilde{h}}$:E→TB(U)× $\tilde{I}$ dönüşümü ile ifade edilir. Burada $\forall u$ ∈U için $\tilde{H}_{\tilde{h}}(e) = \left(\tilde{H}(e), \tilde{h}(e)\right)$ şeklinde olup

$$\tilde{H}(e) = \tilde{\mathcal{F}}(e) \sqcup \tilde{G}(e) = \{\frac{u}{\mu_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \cup \mu_{\tilde{G}(e)}(u)} : u \in \mathrm{U}\}$$

$$=\{\frac{u}{(\mu^{1}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \vee \mu^{1}_{\tilde{G}(e)}(u), \mu^{2}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \vee \mu^{2}_{\tilde{G}(e)}(u), \mu^{3}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \vee \mu^{3}_{\tilde{G}(e)}(u), \mu^{4}_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \vee \mu^{4}_{\tilde{G}(e)}(u))} : u \in \mathrm{U}\}$$

$$\tilde{h}(e) = \tilde{f}(e) \cup \tilde{g}(e) = (\mu^{1}_{\tilde{f}(e)}(u) \vee \mu^{1}_{\tilde{g}(e)}(u), \mu^{2}_{\tilde{f}(e)}(u) \vee \mu^{2}_{\tilde{g}(e)}(u), \mu^{3}_{\tilde{f}(e)}(u) \vee \mu^{3}_{\tilde{g}(e)}(u), \mu^{4}_{\tilde{f}(e)}(u) \vee \mu^{4}_{\tilde{g}(e)}(u))$$

ile tanımlanır.

Tanım 3.6. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}}$, (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. Bu iki kümenin kesişimi $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}}$ şeklinde gösterilip $\tilde{H}_{\tilde{h}}$:E→TB(U)× $\tilde{I}$ dönüşümü ile ifade edilir. Burada $\forall u \in$U için $\tilde{H}_{\tilde{h}}(e) = (\tilde{H}(e), \tilde{h}(e))$ şeklinde olup

$$\tilde{H}(e) = \tilde{\mathcal{F}}(e) \sqcap \tilde{G}(e) = \{\frac{u}{\mu_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \cap \mu_{\tilde{G}(e)}(u)} : u \in \text{U}\}$$

$$=\{\frac{u}{(\mu^1_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \wedge \mu^1_{\tilde{G}(e)}(u), \mu^2_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \wedge \mu^2_{\tilde{G}(e)}(u), \mu^3_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \wedge \mu^3_{\tilde{G}(e)}(u), \mu^4_{\tilde{\mathcal{F}}(e)}(u) \wedge \mu^4_{\tilde{G}(e)}(u))} : u \in \text{U}\}$$

$$\tilde{h}(e) = \tilde{f}(e) \cap \tilde{g}(e) =$$
$$(\mu^1_{\tilde{f}(e)}(u) \wedge \mu^1_{\tilde{g}(e)}(u), \mu^2_{\tilde{f}(e)}(u) \wedge \mu^2_{\tilde{g}(e)}(u), \mu^3_{\tilde{f}(e)}(u) \wedge \mu^3_{\tilde{g}(e)}(u), \mu^4_{\tilde{f}(e)}(u) \wedge \mu^4_{\tilde{g}(e)}(u))$$

ile tanımlanır.

Örnek 3.4. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesi Örnek 3.1 de ki gibi olsun. (U,E) üzerinde başka bir $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesini aşağıdaki gibi ele alalım.

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_2}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}, \frac{u_3}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.8,0.9,0.9,1.0)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_2}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_3}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_5}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_2}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_3}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_5}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}\},(0.7,0.8,0.8,0.9))$$

Tanım 3.5'den

$$(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}})(e_1) =(\{\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_3}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$$(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}})(e_2) =(\{\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_3}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}})(e_3)$ =({$\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_2}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_3}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}, \frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_5}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}$},(0.7,0.8,0.8,0.9))

Tanım 3.6'dan

$(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}})(e_1)$ =({$\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_2}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}, \frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}, \frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_5}{(0.7,0.8,0.8,0.9)}$},(0.4,0.5,0.5,0.6))

$(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}})(e_2)$ =({$\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_2}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_5}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}$},(0.5,0.6,0.7,0.8))

$(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}})(e_3)$ =({$\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}, \frac{u_2}{(0.5,0.6,0.7,0.8)}, \frac{u_3}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}, \frac{u_4}{(0.2,0.3,0.4,0.5)}, \frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}$},(0.2,0.3,0.4,0.5))

Tanım 3.7. Bir genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeye genelleştirilmiş boş trapezoidal bulanık esnek küme denir ⇔ $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$:E→TB(U)× $\tilde{I}$ olmak üzere $\forall e$ ∈E için $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e) = \left(\tilde{\mathcal{F}}(e), \tilde{f}(e)\right)$, $\tilde{\mathcal{F}}(e) = \{\frac{u}{(0,0,0,0)} : u$ ∈U} ve $\tilde{f}(e) = (0,0,0,0)$ dir. Bu durum $\tilde{\emptyset}$ notasyonu ile gösterilir.

Tanım 3.8. Bir genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeye genelleştirilmiş tam trapezoidal bulanık esnek küme denir ⇔ $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$:E→TB(U)× $\tilde{I}$ olmak üzere $\forall e$ ∈E için $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}(e) = \left(\tilde{\mathcal{F}}(e), \tilde{f}(e)\right)$, $\tilde{\mathcal{F}}(e) = \{\frac{u}{(1,1,1,1)} : u$ ∈U} ve $\tilde{f}(e) = (1,1,1,1)$ dir. Bu durum $\tilde{\mathrm{U}}$ notasyonu ile gösterilir.

Teorem 3.1. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, (U,E) üzerinde bir genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. Bu takdirde;

i) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{\emptyset} = \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{\emptyset} = \tilde{\emptyset}$

ii) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{\mathrm{U}} = \tilde{\mathrm{U}}$, $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{\mathrm{U}} = \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$

Teorem 3.2. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ ve $\tilde{H}_{\tilde{h}}$, (U,E) üzerinde üç tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeler olsun. Bu takdirde;

i) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}}$=$\tilde{G}_{\tilde{g}} \sqcup \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$

ii) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}} = \tilde{G}_{\tilde{g}} \sqcap \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$
iii) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup (\tilde{G}_{\tilde{g}} \sqcup \tilde{H}_{\tilde{h}}) = (\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}}) \sqcup \tilde{H}_{\tilde{h}}$
iv) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap (\tilde{G}_{\tilde{g}} \sqcap \tilde{H}_{\tilde{h}}) = (\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}}) \sqcap \tilde{H}_{\tilde{h}}$

Teorem 3.3. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$ ve $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. Bu takdirde;

i) $(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}})^c = \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}^c \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}}^c$
ii) $(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}})^c = \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}^c \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}}^c$

İspat:
i) Her $\forall e$ ∈E için

$$\begin{aligned}
(\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}})^c &= \left(\tilde{\mathcal{F}}(e) \sqcup \tilde{G}(e), \tilde{f}(e) \cup \tilde{g}(e)\right)^c \\
&= \left(\tilde{\mathcal{F}}^c(e) \sqcap \tilde{G}^c(e), \tilde{f}^c(e) \cap \tilde{g}^c(e)\right) \\
&= \left(\tilde{\mathcal{F}}^c(e), \tilde{f}^c(e)\right) \sqcap \left(\tilde{G}^c(e), \tilde{g}^c(e)\right) \\
&= \tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}^c \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}}^c
\end{aligned}$$

ii) i)'ye benzer şekilde yapılır.

Teorem 3.4. $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ ve $\tilde{H}_{\tilde{h}}$ (U,E) üzerinde üç tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. Bu takdirde;

i) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup (\tilde{G}_{\tilde{g}} \sqcap \tilde{H}_{\tilde{h}}) = (\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{G}_{\tilde{g}}) \sqcap (\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcup \tilde{H}_{\tilde{h}})$
ii) $\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap (\tilde{G}_{\tilde{g}} \sqcup \tilde{H}_{\tilde{h}}) = (\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{G}_{\tilde{g}}) \sqcup (\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}} \sqcap \tilde{H}_{\tilde{h}})$

Tanım 3.9. ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A) ve ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B), (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. $\forall(\alpha,\beta)$ ∈A×B için $\tilde{H}_{\tilde{h}}(\alpha,\beta) = (\tilde{H}(\alpha,\beta), \tilde{h}(\alpha,\beta))$ olmak üzere

$$\tilde{H}(\alpha,\beta) = \tilde{\mathcal{F}}(\alpha) \sqcap \tilde{G}(\beta) = \{\frac{u}{\mu_{\tilde{\mathcal{F}}(\alpha)}(u) \cap \mu_{\tilde{G}(\beta)}(u)} : u \in U\} \text{ ve}$$

$$\tilde{h}(\alpha,\beta) = \mu_{\tilde{f}(\alpha)} \cap \mu_{\tilde{g}(\beta)}$$

ile verilen ($\tilde{H}_{\tilde{h}}$, A×B) genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesine ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A) ve ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B) nin ∧ arakesiti denir ve ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A) ∧ ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B)=($\tilde{H}_{\tilde{h}}$, A × B) ile gösterilir.

Tanım 3.10. ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A) ve ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B), (U,E) üzerinde iki tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. $\forall(\alpha,\beta)$ ∈A×B için $\widetilde{H}_{\tilde{h}}(\alpha,\beta) = (\widetilde{H}(\alpha,\beta), \tilde{h}(\alpha,\beta))$ olmak üzere

$$\widetilde{H}(\alpha,\beta) = \tilde{\mathcal{F}}(\alpha) \sqcup \tilde{G}(\beta) = \{\frac{u}{\mu_{\tilde{\mathcal{F}}(\alpha)}(u) \cup \mu_{\tilde{G}(\beta)}(u)} : u \in \mathrm{U}\} \text{ ve}$$
$$\tilde{h}(\alpha,\beta) = \mu_{\tilde{f}(\alpha)} \cup \mu_{\tilde{g}(\beta)}$$

ile verilen ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$, A×B) genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesine ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A) ve ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B) nin ∨ birleşimi denir ve ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A) ∨ ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B)=($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$, A × B) ile gösterilir.

Teorem 3.5. ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$,A), ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$,B) ve ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C), (U,E) üzerinde üç tane genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme olsun. Bu takdirde;

i) ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧ (($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B) ∧ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C))= (($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧ ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B)) ∧ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C)
ii) ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∨ (($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B) ∨ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C))= (($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∨ ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B)) ∨ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C)
iii) ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧ (($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B) ∨ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C))= (($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧ ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B)) ∨ (($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C))
iv) ($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∨ (($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B) ∧ ($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C))= (($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧ ($\tilde{G}_{\tilde{g}}$, B)) ∧ (($\tilde{\mathcal{F}}_{\tilde{f}}$, A) ∧($\widetilde{H}_{\tilde{h}}$,C))

Grup karar problemlerinde parametrelerin nitelikleri belirsiz ve kesin değilken genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeler, trapezoidal bulanık esnek kümelere göre daha gerçekçi kararlar vermemizi sağlar. Aşağıdaki örnekte bu durumu açıklayalım.

Örnek 3.5. Örnek 3.1 dikkate alınırsa aynı evin belirsiz nitelikleri serisinde herkes farklı fikre sahiptir. Bayan X' e göre niteliksel değişkenlerle değişik özellikteki 5 evin özellikleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

U	**konum**	**ucuzluk**	**büyüklük**
u_1	iyi	uygun	orta derece kötü
u_2	orta derece kötü	kötü	orta derece iyi
u_3	çok kötü	orta derece kötü	uygun
u_4	orta derece iyi	iyi	iyi
u_5	uygun	kötü	çok kötü
$\tilde{g}$	iyi	uygun	iyi

Tablo 3. Derecelendirme tablosu

Örnek 3.1'e benzer şekilde bir $\tilde{G}_{\tilde{g}}$ genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümesini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},\frac{u_2}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_5}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}\},(0.7,0.8,0.8,0.9))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_4}{(0.7,0.8,0.8,0.9)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.4,0.5,0.5,0.6))$$

$$\tilde{G}_{\tilde{g}}(e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_2}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_3}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_5}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}\},(0.7,0.8,0.8,0.9))$$

Evli çiftler ev tercihlerinde farklı düşündüğünde biz $\wedge$ operatörünü kullanmalıyız. Dolayısıyla Tanım 3.10 yardımıyla aşağıdaki genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeyi elde ederiz.

$$\tilde{H}_{\tilde{h}}(e_1,e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.4,0.5,0.5,0.6)}\},(0.4,0.5,0.5,0.6))$$

$$\tilde{H}_{\tilde{h}}(e_1,e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.4,0.5,0.5,0.6))$$

$$\tilde{H}_{\tilde{h}}(e_1,e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}\},(0.4,0.5,0.5,0.6))$$

$$\tilde{H}_{\tilde{h}}(e_2,e_1)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$$\tilde{H}_{\tilde{h}}(e_2,e_2)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.4,0.5,0.5,0.6))$$

$$\tilde{H}_{\tilde{h}}(e_2,e_3)=(\{\frac{u_1}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_2}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_4}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_5}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}\},(0.5,0.6,0.7,0.8))$$

$$\widetilde{H}_{\widetilde{h}}(e_3,e_1) = (\{\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_2}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_3}{(0.0,0.1,0.1,0.2)},\frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

$$\widetilde{H}_{\widetilde{h}}(e_3,e_2) = (\{\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_2}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_3}{(0.2,0.3,0.4,0.5)},\frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_5}{(0.1,0.2,0.2,0.3)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

$$\widetilde{H}_{\widetilde{h}}(e_3,e_3) = (\{\frac{u_1}{(0.1,0.2,0.2,0.3)},\frac{u_2}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_3}{(0.4,0.5,0.5,0.6)},\frac{u_4}{(0.5,0.6,0.7,0.8)},\frac{u_5}{(0.0,0.1,0.1,0.2)}\},(0.2,0.3,0.4,0.5))$$

Burada elde edilen verilerin durulaştırılmış değer tablosu ve derece tablosu aşağıdaki gibidir.

U	(e_1,e_1)	(e_1,e_2)	(e_1,e_3)	(e_2,e_1)	(e_2,e_2)	(e_2,e_3)	(e_3,e_1)	(e_3,e_2)	(e_3,e_3)
u_1	0.65	0.50	0.35	0.35	0.35	0.35	0.20	0.20	0.20
u_2	0.20	0.20	0.20	0.43	0.20	0.65	0.35	0.20	0.65
u_3	0.10	0.10	0.10	0.10	0.35	0.35	0.10	0.35	0.50
u_4	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.65	0.65	0.65
u_5	0.50	0.20	0.10	0.20	0.20	0.10	0.20	0.20	0.10
λ	0.50	0.50	0.50	0.65	0.50	0.65	0.50	0.35	0.35

Tablo 4. Durulaştırılmış değer tablosu

	(e_1,e_1)	(e_1,e_2)	(e_1,e_3)	(e_2,e_1)	(e_2,e_2)	(e_2,e_3)	(e_3,e_1)	(e_3,e_2)	(e_3,e_3)
U_i	u_1	u_1, u_4	u_4	u_4	u_4	u_2	u_4	u_4	u_2, u_4
Y.D.	-	0.50	0.50	0.50	-	0.65	0.65	0.65	-
O.D.	-	0.50	0.50	0.65	-	0.65	0.35	0.35	-

Tablo 5. Durulaştırılmış derece tablosu (Y.D. :Yüksek derece, O.D. :Olası derece)

Görüldüğü gibi $\widetilde{H}_{\tilde{h}}(e_i, e_j)$'nin her elemanı bulanık matris olarak elde edilir. Bu şekilde evli bir çiftin ihtiyacı olan en iyi evi tanımlayabiliriz. Bunu yaparken son satır hariç her bir sütundaki en yüksek nümerik değeri işaretleriz. Son satır parametre çiftlerinin her birine karşı olası derecelerin her bir evin değeri ile ilgili olası (λ) durulaştırma derecesi ile bu nümerik değerlerin çarpımının toplamı alınarak hesaplanır. Yüksek skora sahip ev istenilen evdir. Burada (e_i, e_j) şeklindeki çiftlerin değerlerini almayız. Çünkü her iki parametrede aynıdır. Skor işlemi aşağıda verilmiştir.

Skor(u_1)=0.5×0.5=0.25
Skor(u_2)=0.65×0.65=0.42
Skor(u_4)=0.5×0.5+0.5×0.5+0.5×0.65+0.65×0.35+0.65×0.35=1.28
Bu sonuca göre u_4 evi satın alınır.

Örnek 3.5 de görüldüğü gibi bir karar verme problemi uygulamasında genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme, trapezoidal bulanık esnek kümeden daha gerçekçidir. Çünkü aynı evin belirsiz nitelikleri üzerinde değişik fikirlere sahiptir. Örneğin Bay X bir evin orta derecede zayıf olmasını daha iyi olduğunu düşünürken, bayan X böyle düşünmez. Çünkü Bayan X bir evin en iyi büyüklüğünün iyi olmasını düşünür. Parametrelerin özellikleri belirsiz ve karmaşık olduğu zaman genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme karar verme probleminde daha etkilidir. Bu durum genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümelerin karar vermede gerçeği yansıtması açısından daha tercih edilen bir yöntem olduğunu gösterir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada Xiao ve ark. [19] tarafından tanımlanan trapezoidal bulanık esnek küme kavramı genelleştirilerek, genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek küme kavramı verilmiştir. Çalışmada ele alınan karar verme problemlerinde de, bu genelleştirmenin niteliksel değerlendirmedeki belirsizliği daha anlaşılır kıldığı görülmüştür. Ayrıca genelleştirilmiş trapezoidal bulanık esnek kümeler üzerinde bir takım yeni işlemler tanımlanmış ve onlara ait özellikler incelenmiştir.

KAYNAKLAR

Zadeh, L. A., Fuzzy Sets, Information and Control, 8, 338–353, (1965).
Molodtsov, D., Soft set theory-first results, Computers and Mathematics with Applications, 37(1), 19-31, (1999).
Maji, P. K., Biswas, R., Roy, A. R., 2001. Fuzzy soft sets, Journal of Fuzzy Mathematics, 9(3), 589-602, (2001).
Maji, P. K., Roy, A. R., Biswas R., On Intuitionistic Fuzzy soft sets, J. Fuzzy Math., 12(3), 669-683, (2004).
Roy, A. R., Maji, P. K., A fuzzy soft set theoretic approach to decision making problems, Journal of Computational and Applied Mathematics, 20(1), 412-418, (2007).
Jin-liang, L., Rui-xia, Y., Bing-xue, Y., Fuzzy Soft Sets and Fuzzy Soft Groups, Chinese Control and Decision Conference, China, 2626-2629, (2008).
Yang, X., Lin, T. Y., Yang, J., Li Y., Yu, D., Combination of interval-valued fuzzy set and soft set, Computers and Mathematics with Applications, 58, 521-527, 2009.
Kong, Z., Gao, L., Wang, L., Comment on "A fuzzy soft set theoretic approach to decision making problems", Journal of Computational and Applied Mathematics, 223, 540-542, 2009.
Aygünoğlu, A., Aygün, H., Introduction to fuzzy soft groups, Computers and Mathematics with Applications, 58, 1279-1286, (2009).
Xiao,Z., Gong, K., Zou, Y., A combined forecasting approach based on fuzzy soft sets, Computers and Mathematics with Applications, 228, 326-333, 2009.
Çağman, N., Enginoğlu, S., Çıtak, F., Fuzzy soft set theory and its applications, Iranian Journal of Fuzzy Systems, 8(3), 137-147, 2011.
Feng, F., Jun Y. B., Liu X., Li L., An adjustable approach to fuzzy soft set based decision making, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234, 10-20, 2010.
Jiang, Y., Tang, Y., Chen, Q., Liu, H., Tang, J., Interval valued intuitionistic fuzzy soft sets and their properties, Computers and Mathematics with Applications, 60, 906-918, 2010.
Jun Y.B., Lee, K.J., Park, C.H., Fuzzy soft set theory applied to BCK/BCI-algebras, Computers and Mathematics with Applications, 59, 3180-3192, (2010).
Majumdar, P., Samanta, S.K., Generalised fuzzy soft sets, Computers and Mathematics with Applications, 59, 1425-1432, (2010).
Yang, C.F., Fuzzy soft semigroups and fuzzy soft ideals, Computers and Mathematics with Applications, 61, 255–261, (2011).
Yin, Y., Li, H., Jun, Y. B., On algebraic structure of intuitionistic fuzzy soft sets, Computers and Mathematics with Applications, 64, 2896-2911, (2012).
Çelik Y., Ekiz C. and Yamak S., Applications of fuzzy soft sets in ring theory, Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 5(3), 451-462, (2013).
Xiao, Z, Xia, S, Gong, K, Li, D. "The trapezoidal fuzzy soft set and its application in MCDM," Applied Mathematical Modelling, 36(12), 5844–5855, (2012).

Çelik, Y., A new view on soft rings, Hacettepe Journal of Math. and Stat., 40(2), 273-286, (2011).
A. Kaufmann and M. M. Gupta, Introduction to Fuzzy Arithmetic:Theory and Applications, Van Nostrand Reinhold, New York, NY, USA, 1991.
Çelik, Y., Yamak, S., Fuzzy soft set theory applied to medical diagnosis using fuzzy arithmetic operations, Journal of Inequalities and Appl., 1(82), 1-9, (2013).