

HOLŞTAYN IRKI İNEKLERDE SÜT VE DÖL VERİMİ ÖZELLİKLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİNİN KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE TAHMİNİ

İsmet Doğan¹@

The Estimation of Correlation Between Milk and Reproductive Traits in Holstein by Canonical Correlation Analysis

Özet : Bilim dallarındaki önemli istatistiksel problemlerden biri, bir ya da daha çok değişkenin değerinin, diğer değişken değerlerinden yararlanarak tahmin edilebilmesi için bir yöntem geliştirilmesidir. Bu durum iki değişken grubu arasındaki ilişkinin kurulabilmesini gündeme getirmektedir. İki rasgele değişken grubuna ait doğrusal fonksiyonlar arasındaki ilişkinin en büyüklenmesi işlemi "Kanonik Korelasyon Analizi" olarak bilinmektedir. Kanonik Korelasyon Analizi bağımlı ve bağımsız değişken grupları arasındaki ilişkinin tanımlanması ya da belirlenmesinde kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Bu çalışmada amaç, 1985-1992 yılları arasında Bala Tarım İşletmesi'nde yetiştirilen 440 baş Holştayn ırkı ineğe ait süt (süt verimi, laktasyon süresi, kuru süre) ve döl verimi (ilk sıfat yaşı, iki buzağılama arası geçen süre, servis sayısı, servis periyodu, buzağılama mevsimi, buzağılama yılı, gebelik süresi) özellikleri arasındaki ilişki miktarını Kanonik Korelasyon Analizi yardımıyla tahmin etmektir. Metodun uygulanmasında STATISTICA 5.0 paket programı kullanılmıştır. Süt ve döl verimi özellikleri olarak kabul edilen iki farklı değişken grubu arasındaki Kanonik Korelasyon Katsayısı 0.931566 ($p < 0.0001$) olarak tahmin edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Kanonik korelasyon, süt verimi özellikleri, döl verimi özellikleri, holştayn

Summary : The method developing for predicting the values of one or more variables from other variables is an important statistical problem in every branch of science. This leads to the foundation of relationship between two groups of variables. The process of maximizing the correlation between two linear function of two sets of random variables is known as Canonical Correlation Analysis. Canonical Correlation Analysis is a statistical method which has been used to describe the relationship between a set of independent and a set of dependent variables. The aim of this study is estimate the canonical correlation coefficient between milk production traits (milk yield, lactation duration, dry period) and reproductive traits (age at first conception, calving interval, the number of insemination per conception, service period, calving season, calving year, gestation period) in 440 Holstein Cows. The data relating to milk and reproductive traits in the period of 1985-1992 of a Holstein herd at the Bala State Farm was used. The STATISTICA 5.0 package programme was used for applying this method. The canonical correlation coefficient was estimated to be 0.931566 ($p < 0.0001$) between milk and reproductive traits.

Key Words : Canonical correlation, milk production traits, reproductive traits, holstein

Giriş

İki ya da daha çok değişkenin yer aldığı istatistiksel modellerde genellikle sebep-sonuç ilişkileri üzerinde durulur. Yani değişkenlerden bir ya da birkaçının diğer bir ya da birkaç değişkeni ne ölçüde etkilediği incelenir. Günlük yaşantıda karşılaşılan sorunların birçoğu iki ya da daha çok değişken arasında bağıntının olup olmadığının araştırılması ile ilgilidir.

İki değişkenin de normal dağılımlı olması durumunda mevcut ilişkiyi göstermek amacıyla en yaygın olarak kullanılan katsayı basit korelasyon katsayısı olarak bilinen ve Pearson tarafından önerilen çarpım moment korelasyon katsayısıdır. Verilerin sınıflayıcı öl-

çkle ölçülmüş olması durumunda kullanılan ve Ki-kare değerinden elde edilen Phi ya da Cramer katsayısı ile, verilerin sıralayıcı ölçüle ölçülmüş olması durumunda ya da normallik koşulunu sağlamaması durumunda kullanılan Spearman, veya Kendall türü ilişki katsayıları Pearson ilişki katsayısına alternatif olmaktadır. Değişken sayısının ikiden çok olması durumunda kullanılan kısmi korelasyon katsayısı ise bahsedilen katsayılardan yararlanılarak elde edilmektedir. Bağımlı değişken sayısının tek, bağımsız değişken sayısının ikiden çok olduğu durumlarda ise ilişki miktarının hesaplanmasında Çoklu Regresyon Analizi'nden elde edilen ve R^2 ile gösterilen belirtme katsayısı

kullanılmaktadır (Apaydın ve ark., 1994; Tatlıdil, 1996).

En gelişmiş ve en karmaşık ilişki analizi olan Kanonik Korelasyon Analizi ise çok boyutlu kitleden çekilmiş olan iki ya da daha çok değişken kümesi arasındaki ilişki ile ilgilidir. Kümeler arası ilişki olarak da ifade edilen Kanonik Korelasyon Analizi, bir değişken kümesindeki değişkenlerin doğrusal bileşimi ile bir başka değişken kümesindeki değişkenlerin doğrusal bileşimi arasındaki ilişkilerin belirlenmesini sağlar. Diğer bir deyişle, Kanonik Korelasyon Analizi, n gözlemden oluşan p tane bağımsız değişkene sahip bir küme ile n gözlemden oluşan q tane bağımlı değişkene sahip diğer bir kümenin doğrusal bileşenlerinden türetilen kanonik değişken çiftleri arasındaki maksimum korelasyonu veren doğrusal bileşen çiftlerinin araştırılmasına dayanır (Bordens and Abbott, 1988; Işığışık, 1999).

Farklı disiplinlerde değişik amaçlar için kullanılan yöntem hayvan ıslahı ile ilgili yapılacak çalışmalarda; farklı hayvansal verim özellikleri ile genetik ve çevre faktörleri arasındaki ilişkinin bulunmasında ya da farklı verim özelliklerinin birbirleri ile olan ilişkilerinin belirlenmesinde kullanılabilir. Özellikle hayvan ıslahında ekonomik değere sahip verim çeşitlerini (et, süt, yumurta, yapağı, döl verimi vb.) etkileyen değişkenler arasında çok yönlü ilişkiler söz konusu olduğu için bu değişkenler arasındaki ilişkilere ikili olarak bakarak diğer ilişkileri göz ardı etmek doğru değildir.

Kanonik Korelasyon Analizi oldukça karmaşık bir yapıya sahip olduğundan bilgisayar programlarının geliştirilmesine kadar geçen dönemde çok fazla kullanılmamıştır. Ancak yöntem, teorik olarak çok sayıda literatürde yer almaktadır (Morrison, 1967; Kshirsagar, 1972; Press, 1972; Timm, 1975; Bordens ve Abbott, 1988; Tatlıdil, 1996; Kashigan, 1991; Hair ve ark., 1992; Işığışık, 1999; Özdamar, 1999).

Bu çalışmada amaç, 1985-1992 yılları arasında Bala Tarım İşletmesi'nde yetiştirilen 440 baş Holştayn ineğe ait süt verimi özellikleri ile döl verimi özellikleri arasındaki ilişki miktarını Kanonik Korelasyon Analizi yardımıyla tahmin etmektir.

Materyal ve Metot

Çalışmada, 1985-1992 yılları arasında Bala Tarım İşletmesi'nde yetiştirilen Holştayn sürüsü ile ilgili olarak yapılan bir çalışmadan elde edilen 440 baş Holştayn ineğin süt ve döl verimi özelliklerine ait veriler kullanılmıştır. Süt verimi özellikleri olarak laktasyon süresi (gün)(Y₁), 2xEÇx305 güne göre düzeltilmiş süt verimi (Y₂) ve kuruda kalma süresi (gün)(Y₃), döl verimi ile ilgili özellikler olarak da (X₁:ilk sıfat yaşı (ay), X₂:iki buzağılama arası geçen süre (gün), X₃:servis sayısı, X₄:servis periyodu (gün), X₅:buzağılama mevsimi,

X₆:buzağılama yılı, X₇:gebelik süresi (gün) dikkate alınmıştır.

İki değişken kümesi arasındaki ilişkinin Kanonik Korelasyon Analizi ile araştırılmasında, n gözlemden elde edilen p değişkenli X veri matrisi ile q değişkenli Y veri matrislerinin ortak veri matrisi T ile gösterilebilir. T matrisi n satırlı p+q sütunlu bir matristir. X, μ₁ ortalama vektörü ve Σ₁₁ kovaryans matrisine, Y ise μ₂ ortalama vektörü ve Σ₂₂ kovaryans matrisine sahiptir. T matrisine ait kovaryans matrisi,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad [1]$$

Σ₁₁, Σ₁₂, Σ₂₁ ve Σ₂₂ alt matrisleri sırasıyla p×p, p×q, q×p ve q×q boyutlu olacak şekilde parçalanabilir. X ve Y veri matrislerini ayrı ayrı doğrusal bileşenler cinsinden kanonik değişken adı verilen özet değişkenlerle: u = α'X ve v = γ'Y biçiminde ifade etmek mümkündür. Burada amaç, tanımlanmış olan u ve v değişkenleri arasındaki korelasyonun maksimum olmasının sağlanmasıdır. Öyle ki u ve v değişkenlerinin birim varyanslı olabilmeleri için α ve γ vektörlerinin özel seçilmeleri gerekmektedir. Kanonik değişkenler olan u ve v'nin varyansları sırasıyla;

$$\text{Var}(u) = \alpha' \Sigma_{11} \alpha = 1 \quad [2]$$

$$\text{Var}(v) = \gamma' \Sigma_{22} \gamma = 1 \quad [3]$$

olur. u ve v değişkenleri arasındaki korelasyon ise;

$$\text{Kor}(u, v) = \frac{\text{Kov}(u, v)}{[\text{Var}(u) \text{Var}(v)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\text{Kov}(u, v)}{[1 \quad 1]^{\frac{1}{2}}} = \text{Kov}(u, v)$$

$$\text{Kov}(u, v) = \alpha' \Sigma_{12} \gamma = \rho \quad [4]$$

eşitliklerinden bulunur. Bu durumda amaç, Eşitlik 2 ve Eşitlik 3 ile verilen kısıtlar altında,

$$F_{u,v} = \max \text{Kov}(u, v) = \max \alpha' \Sigma_{12} \gamma$$

fonksiyonunu maksimize etmektir. F_{u,v} fonk-

siyonunu Eşitlik 2 ve Eşitlik 3 ile verilen kısıtlar altında maksimum yapan α ve γ değerlerinin elde edilmesi için Lagrange Çarpanları yönteminden yararlanılabilir. $F_{u,v}$ fonksiyonu Lagrange Fonksiyonu olarak;

$$L = \alpha' \Sigma_{12} \gamma - \frac{1}{2} \gamma_1 (\alpha' \Sigma_{11} \alpha - 1) - \frac{1}{2} \gamma_2 (\gamma' \Sigma_{22} \gamma - 1)$$

yazılabilir. Lagrange fonksiyonunun α ve γ vektörlerine göre türevleri alınıp sifıra eşitlendiğinde elde edilen değerler verilen kısıtları sağlayacaktır.

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = \Sigma_{12} \gamma - \lambda_1 \Sigma_{11} \alpha = 0 \quad [5]$$

$$\frac{\partial L}{\partial \gamma} = \Sigma_{21} \alpha - \lambda_2 \Sigma_{22} \gamma = 0 \quad [6]$$

Eşitlik 5 ile verilen türev soldan α' ile Eşitlik 6 ile verilen türev de yine soldan γ' vektörleri ile çarpılırsa $\lambda_1 = \alpha' \Sigma_{12} \gamma$ ve $\lambda_2 = \gamma' \Sigma_{21} \alpha$ olduğu ve bunun her ikisinin de Eşitlik 4 ile verilen korelasyon katsayısına (ρ) eşit oldukları görülür. Eşitlik 5 ve Eşitlik 6 ile verilen türev ifadeleri matris formunda yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} -\rho \Sigma_{11} \alpha + \Sigma_{12} \gamma &= 0 \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} -\rho \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \rho \Sigma_{21} & -\rho \Sigma_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \\ \gamma \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [7] \end{aligned}$$

$$\Sigma_{21} \alpha - \Sigma_{22} \gamma = 0$$

elde edilir. Eşitlik 7 ile verilen denklem sisteminde α ve γ vektörlerinin elemanları sıfırdan farklı olacaktır. Eşitlik 7 ile verilen ifadenin sıfıra eşit olabilmesi için matrisin determinant değerinin sıfır olması gerekir. Matrisin determinant değerini sıfır yapacak ρ değerinin elde edilmesi için;

$$\begin{aligned} |-\rho^2 \Sigma_{11} \Sigma_{22} + \Sigma_{12} \Sigma_{21}| &= |-\rho^2 \Sigma_{11} + \Sigma_{12} \Sigma^{-1} \Sigma_{21} - \rho^2 I| \\ &= |-\rho^2 \Sigma_{22} + \Sigma_{21} \Sigma^{-1} \Sigma_{12}| \\ &= |\Sigma^{-1} \Sigma_{11} \Sigma_{12} \Sigma^{-1} \Sigma_{21} - \rho^2 I| = |\Sigma^{-1} \Sigma_{22} \Sigma_{21} \Sigma^{-1} \Sigma_{12} - \rho^2 I| = 0 \quad [8] \end{aligned}$$

işlemlerinden biri yapılır. Bulunan ρ^2 değeri yerine konarak α ve γ vektörleri;

$$\begin{aligned} (-\rho^2 \Sigma_{11} + \Sigma_{12} \Sigma^{-1} \Sigma_{21}) \alpha &= (\Sigma^{-1} \Sigma_{11} \Sigma_{12} \Sigma^{-1} \Sigma_{21} - \rho^2 I) \alpha = 0 \\ (-\rho^2 \Sigma_{22} + \Sigma_{21} \Sigma^{-1} \Sigma_{12}) \gamma &= (\Sigma^{-1} \Sigma_{22} \Sigma_{21} \Sigma^{-1} \Sigma_{12} - \rho^2 I) \gamma = 0 \quad [9] \end{aligned}$$

ile verilen denklemlerden elde edilirler. Eşitlik 8'den $p \leq q$ olduğu ve $\Sigma_{12} = \Sigma'_{21}$ matrisinin rankı p olacağı için, p tane sıfırdan farklı ρ^2 elde edilir. Bulunan bu değerlerin pozitif kareköklerine kanonik korelasyon, elde edilen herhangi bir ρ^2 değerinin Eşitlik 9 ile verilen denklem sisteminde yerine konması ile bulunacak α ve γ değerlerine de sırasıyla X ve Y uzaylarındaki kanonik vektörler adı verilir. Hesaplamalar kovaryans terimlerine göre yapılabileceği gibi korelasyon katsayılarına dayanılarak da yapılabilir (Bordens ve Abbott, 1988). Elde edilen kanonik korelasyon katsayılarının önemliliğini test etmek için, Wilks tarafından önerilmiş olan λ katsayısı, Roy'un en büyük özdeğer yaklaşımı vb. yöntemlerden yararlanılmaktadır. Wilks'in λ değeri;

$$\lambda = \prod_{i=1}^k (1 - \rho_i^2) \quad [10]$$

eşitliği kullanılarak elde edilir. Ki-kare test istatistiği ise, elde edilen λ değeri kullanılarak;

$$\chi^2 = -[n - 1 - 0,5(p + q + 1)] \ln \lambda \quad [11]$$

formülü ile hesaplanmaktadır. Elde edilen χ^2 değeri $p \times q$ serbestlik dereceli Ki-kare tablo değeri ile karşılaştırılarak önem düzeyi tespit edilmektedir (Morrison, 1967; Kshirsagar, 1972; Press, 1972; Timm, 1975; Bordens ve Abbott, 1988; Tatlıdil, 1996; Kashigan, 1991; Hair ve ark., 1992; Işığışık, 1999; Özdamar, 1999).

Bulgular

Kanonik Korelasyon Analizi'nin uygulandığı, 440 baş Holştayn ineğin 7 tane döl verimi özelliği (X_i) ve 3 tane süt verimi özelliğine (Y_i) ait değişkenler için ta-

Tablo 1. Süt ve Döl Verimi Değişkenleri İçin Özet Sonuçlar (n = 440)

Süt ve Döl Verimi Özellikleri İle İlgili Değişkenler	Min	Max	x ± Sx	
Döl Verimi Özellikleri	İlk Sıfat Yaşı (Ay) ; X ₁	10	32	17,98 ± 0,16
	İki Buzağılama Arası Geçen Süre (Gün) ; X ₂	282	596	383,26 ± 2,90
	Servis Sayısı ; X ₃	1	5	1,39 ± 0,0358
	Servis Periyodu (Gün) ; X ₄	18	312	104,72 ± 2,87
	Doğum Mevsimi ; X ₅	1	4	2,18 ± 0,0520
	Doğum Yılı ; X ₆	1	8	4,24 ± 0,12
	Gebelik Süresi (Gün) ; X ₇	240	316	279,32 ± 0,42
Süt Verimi Özellikleri	Laktasyon Süresi (Gün) ; Y ₁	121	494	302,7 ± 2,22
	Süt Verimi (Kg) ; Y ₂	1732	10582	5476,7 ± 66,2
	Kuru Süre (Gün) ; Y ₃	5	245	73,12 ± 1,71

Tablo 2. Süt ve Döl Verimi Değişkenleri Arasındaki Fenotipik Korelasyon Matrisi (n = 440)

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	Y ₁	Y ₂	Y ₃
X ₁	1,000	0,107	-0,038	0,095	-0,023	-0,200	0,032	0,062	-0,218	0,117
X ₂	0,107	1,000	0,034	0,967	-0,114	-0,071	-0,037	0,704	0,148	0,682
X ₃	-0,038	0,034	1,000	0,012	-0,014	0,174	0,052	0,076	0,151	-0,005
X ₄	0,095	0,967	0,012	1,000	-0,121	-0,072	-0,067	0,699	0,156	0,642
X ₅	-0,023	-0,114	-0,014	-0,121	1,000	0,078	0,087	-0,185	-0,020	-0,022
X ₆	-0,200	-0,071	0,174	-0,072	0,078	1,000	-0,112	-0,026	0,606	-0,065
X ₇	0,032	-0,037	0,052	-0,067	0,087	-0,112	1,000	0,000	-0,098	-0,029
Y ₁	0,062	0,704	0,076	0,699	-0,185	-0,026	0,000	1,000	0,242	0,110
Y ₂	-0,218	0,148	0,151	0,156	-0,020	0,606	-0,098	0,242	1,000	-0,029
Y ₃	0,117	0,682	-0,005	0,642	-0,022	-0,065	-0,029	0,110	-0,029	1,000

Tablo 3. Kanonik Korelasyon Katsayıları ve Bunlara İlişkin Test Sonuçları

Kanonik Korelasyon	Ki-kare Değeri	Serbestlik Derecesi	Wilks λ, Değeri	P
0,931566	1124,291	21	0,074756	0,0000
0,645366	247,079	12	0,565546	0,0000
0,175425	13,550	5	0,969226	0,0187

nımlayıcı bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1.'de yer alan süt ve döl verimi değişken kümelerine ait değişkenler arasındaki fenotipik korelasyon katsayıları hesaplanmış ve Tablo 2.'deki korelasyon matrisi elde edilmiştir.

Tablo 2.'de verilen matris, 1 numaralı ifadedeki bölümlere ayrılmış matris biçimindedir. Kanonik korelasyon katsayılarını hesaplamak amacıyla 8 numaralı ifadeye yer alan determinant hesaplamalarından herhangi biri kullanılarak karakteristik

kökler (öz değerler) olan ρ^2 değerleri sırasıyla 0.867816; 0.416497 ve 0.030774 olarak elde edilmiştir. Üç tane öz değer bulunmasının nedeni süt verimine ait üç tane değişken kullanılmasıdır.

Elde edilen öz değerlerin kareköklerine eşit olan kanonik korelasyon katsayıları ve bu katsayıların önemliliklerinin test edilmesinde kullanılan Ki-kare ve Wilks tarafından önerilmiş olan λ katsayıları Tablo 3.'de verilmiştir.

Kanonik Korelasyon Analizi'nde amaç 4 numaralı ifade ile elde edilen ρ değerini en büyük yapmak olduğundan, elde edilen ρ değerleri arasında en büyük olan ρ değeri dikkate alınır. En büyük ρ değeri Tablo 3.'den de görüldüğü gibi 0,931566 olarak bulunmuştur. Bu değer ile ilgili olarak yapılan Ki-kare Analizi sonucunda, iki değişken kümesi arasında anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna varılmıştır.

Tartışma ve Sonuç

Hayvan yetiştiriciliğinin temel amacı karlı bir üretim yapmaktır. Karlı bir üretimde ise et, süt, yumurta, yapağı, döl vb. verimler, hayvancılığı karlı kılan unsurlar olarak ön plana çıkmaktadır. Dolayısıyla ekonomik önemliliğe sahip olan bu verimler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi ve ortaya çıkarılması hayvan yetiştiriciliğinde kaçınılmazdır.

Ekonomik değeri olan verim türlerinin kalitesini ve miktarını etkileyen çok sayıda faktör bulunmaktadır. Gerek döl veriminde görülen farklılıklar, gerekse süt veriminin laktasyon boyunca gösterdiği değişim, tür, ırk, genetik yapı, bakım, beslenme, iklim gibi faktörlerden etkilenmektedir (Alpan, 1992; Akçapınar ve Özbeyaz, 1999). Bu faktörlerin bir kısmı kontrol altında tutulabilen, bir kısmı da kontrol altında tutulamayan faktörlerdir. Döl verimi ile ilgili olarak bu çalışmada dikkate alınan faktörlerden; yetiştiricinin isteğine bağlı olarak belirlenebilecek olan hayvana ait ilk sıfat yaşı, gebelik süresi dikkate alınarak uygun doğum mevsiminin seçimi, hayvanın tohumlanmasına bağlı olarak iki buzağılama arası geçecek süre, uzman kişinin zaman ayırmasına bağlı olarak servis periyodu ile ilgili süre ve dolaylı olarak servis sayısı, kontrol altında tutulabilir faktörler olduğu için süt verimi ile ilgili olarak yapılacak seleksiyon ve ıslah ile ilgili çalışmalarda dikkate alınmaları uygun olacaktır. Yani, süt veriminin miktarını etkileyen bu faktörlerin süt veriminin maksimum olması için en uygun durumlarının belirlenmesi yapılacak ıslah

çalışmalarında önem kazanmaktadır. Çünkü Kanonik Korelasyon Analizi ile süt verimi ve döl verimi ile ilgili kümelerde yer alan değişkenler arasında $\rho = 0,931566$ 'lık önemli ve anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir.

Kaynaklar

- Akçapınar, H., Özbeyaz, C. (1999). "Hayvan Yetiştiriciliği Temel Bilgileri", Kariyer Matbaacılık Ltd. Şti. Ankara.
- Alpan, O. (1992). "Sığır Yetiştiriciliği ve Besiciliği". Ankara.
- Apaydın, A., Kutsal, A., Atakan, C. (1994). "Uygulamalı İstatistik". Ankara.
- Bordens, K. S., Abbott, B. B. (1988). "Research Design and Methods", Mayfield Publishing Company. California.
- Hair, F.J., Anderson, E.R., Tatham, L.R., Black, C.W. (1992). "Multivariate Data Analysis", Prentice Hall Inc. New Jersey.
- Işığışok, E. (1999). Kanonik Korelasyon Çözümlemesi: Bursa'daki 500 Büyük Firmanın Girdi ve Çıktı Değişkenleri Üzerine Bir Uygulama, Marmara Üniversitesi İİBF Ekonometri Bölümü IV. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu Bildirileri.
- Kashigan, S. K. (1991). "Multivariate Statistical Analysis", QRadius Press. New York.
- Kshirsagar, A. M. (1972). "Multivariate Analysis", Marcel Dekker Inc. New York.
- Morrison, D. F. (1967). "Multivariate Statistical Methods", McGraw Hill Book Company. New York.
- Özdamar, K. (1999). "Paket Programlar İle İstatistiksel Veri Analizi (Çok Değişkenli Analizler)", Kaan Kitabevi. Eskişehir.
- Press, S. J. (1972). "Applied Multivariate Analysis", Holt, Rinehart and Winston Inc. New York.
- Tatlıdil, H. (1996). "Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz", Cem Web Ofset Ltd. Şti. Ankara.
- Timm, N. H. (1975). "Multivariate Analysis with Application in Education and Psychology", Brooks / Cole Publishing Company. California.