Bartın Üniversitesi
Eğitim Fakültesi Dergisi
Cilt 5, Sayı 1, s. 106-127, Şubat 2016
BARTIN – TÜRKİYE

ISSN: 1308-7177

Bartin University
Journal of Faculty of Education
Volume 5, Issue 1, p. 106-127, February 2016
BARTIN – TURKEY

Doi: 10.14686/ buefad.v5i1.5000172655

Öğretmenlerin Özdeşliklerin Mantıksal Çıkarımının Öğretilmesine İlişkin Görüşleri ve Bu Mantıksal Çıkarımları Kullanma Becerileri

Ahmet YILMAZ, Yüksek Lisans Öğrencisi, Bartın Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, ahmetyilmazar@gmail.com
Burçin GÖKKURT, Yrd. Doç. Dr., Bartın Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, gokkurtburcin@gmail.com
Neslihan USTA, Yrd. Doç. Dr., Bartın Üniversitesi, İlköğretim Bölümü, neslihanusta74@gmail.com

ÖZ: Bu çalışmanın amacı, öğretmenlerin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin görüşlerini ve bu mantıksal çıkarımları kullanma becerilerini incelenmektir. Durum çalışmasının yürütüldüğü bu çalışmanın katılımcılarını, devlet okullarında görev yapan 10 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Bu çerçevede çalışmada, veri toplama aracı olarak dört açık sorudan oluşan görüşme formu kullanılmıştır. Çalışmada görüşme ve gözlem teknikleri birlikte kullanılmış, yapılan görüşmeler ses kaydına alınmıştır. Verilerin analizinde, içerik ve betimsel analiz teknikleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, öğretmenlerin çoğunun derslerinde özdeşliklerin altında yatan mantıksal çıkarımı öğrettiği ortaya çıkmıştır. Özdeşliklerin altında yatan mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin görüşleri incelendiğinde ise, öğretmenlerin çoğunun, özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesinin gerekli olduğunu düşündükleri tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Özdeşlikler, özdeşliklerin öğretilmesine ilişkin görüş, özdeşliklerin mantıksal çıkarımı, öğretmen

Teachers' Opinions on Teaching the Logical Inference of Identities and Using Skills of These Logical Inferences

ABSTRACT: The aim of this study is to examine the middle mathematics teachers' opinions on teaching the logical inference of identities and using skills of these logical inferences. In the study, interview and observation techniques were used together, and the interviews were recorded. 10 middle mathematics teachers working in public schools constituted the participants of this study, in which the case study was carried out. In this context, an interview form consisting of four open-ended questions was used as the data collection tool in the study. In the data analysis, the content and descriptive analysis techniques were used. As a result of the study, it was observed that most of the teachers taught the logical inference underlying identities in their course. When opinions on teaching the logical inferences underlying identities were analyzed, it was determined that most of the teachers thought that teaching the logical inference of identities was necessary.

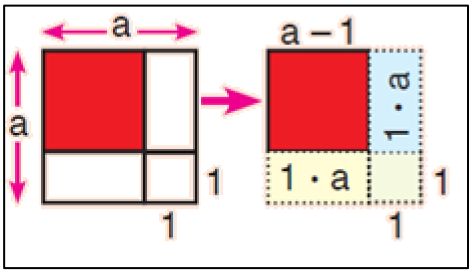
Key Words: Identities, opinion on the teaching of identities, logical inference of identities, teacher

GİRİŞ

Matematik, büyüklük, sayı, şekil ve bunlar arasındaki ilişkileri inceleyen bir bilim dalıdır. Matematik bir modellemedir ve mantıklı düşünmeyi geliştiren bir sistemdir (Baykul, 2014). Matematik birçok soyut kavramı içerir. Bu soyut kavramlardan birisi de, matematiğin temel taşlarından biri olan formüllerdir. Formül, bir kuralı veya ilkeyi açıklayan simgeler takımı olarak tanımlanırken (Türk Dil Kurumu [TDK], 2015); matematiksel formül ise, nicelikler arasındaki ilişkileri matematiksel semboller kullanarak özetleyen matematiksel ifadeler olarak tanımlanmıştır (Işık, Albayrak, & İpek, 2005). Bu kural ve formüller matematik öğretiminde çok sık kullanılmakta ve bu nedenle öğrenciler tarafından öğrenilmesi gerekmektedir. Matematikte var olan formüllerin tamamının ezberlenmesi oldukça zor ve bir o kadar da karmaşıktır (Barrantes & Blanco, 2006'dan akt. Koçak, 2015). Ancak ilgili alan yazın incelendiğinde, bu formüllerin ve kuralların öğretmenler tarafından ezbere dayalı bir öğretimle anlatıldığı görülmektedir (Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin, & Soylu, 2012).

Öğrencilere bu formülleri ezberletmek yerine akıl yürütmeleri sağlanmalı ve bu formüllerin altında yatan mantıksal gerekçeler üzerine yoğunlaşılmalıdır. Bu doğrultuda, öğrenciler formülleri ezberlemeden kendi matematiksel bilgilerini kullanarak formülleri inşa edebilirler. Öğrencilerin formülleri anlama ve bu formüller arasındaki ilişkileri görmesinde öğretmenin rolü oldukça büyüktür. Çünkü öğretmen, öğrenme sürecinde öğrencilerin formüllerle ilgili zorluklarının tespit edilmesi ve giderilmesinde etkin rol oynar (Ersoy & Ardahan, 2003). Matematik derslerinde formüllerin ve kuralların yer aldığı birçok konu bulunmaktadır. Çok sık kullanılan özdeşlikler de bu konular arasında yer almaktadır.

Özdeşlikler, içinde bulunan değişkenin genelleyici anlamında kullanıldığı eşitliklerdir. Bu eşitlikler, içinde bulunan değişkenlerin tanımlandığı kümedeki bütün değerleri için sağlanır (Baykul, 2014). Öğrenciler, özdeşlikler konusuyla ilk olarak ortaokulun 8. sınıfında karşılaşmaktadırlar (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; Sönmez, 2000; Tahan, 2013). Öğrenciler, özdeşlikler konusunu ezberlemeleri gereken bir konu olarak görmekte ve bu durum başarılarını olumsuz yönde etkilemektedir. Bunun neticesinde de öğrenciler özdeşliklerle ilgili ifadeleri yanlış kullanmaktadırlar (Yenilmez & Şan, 2008). Özdemir, Duru ve Akgün (2005), özdeşliklerin geleneksel olarak ezbere dayalı bir öğretimle öğretildiğini ve okullarda bu konunun mantığı verilmeden öğretildiğini ifade etmişlerdir. Oysaki ortaokul matematik dersi öğretim programı (MEB, 2013) ve ders kitabı incelendiğinde (Tahan, 2013), özdeşliklerin yapılandırmacı yaklaşıma dayalı bir öğretimle anlatıldığı ve görselleştirmeden yararlanılarak mantıksal çıkarımının verildiği görülmektedir. Örneğin $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$ özdeşliğinin mantıksal çıkarımı Şekil 1'de modelden faydalanılarak verilmiştir.



Şekil 1. $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$ özdeşliğinin mantıksal çıkarımının model ile gösterimi (Tahan, 2013, s.87)

Şekil 1'de görüldüğü üzere kırmızı boyalı alan, (a – 1) • (a – 1) çarpımına eşittir. Büyük karesel bölgenin alanı a^2'dir. Bu alandan 2 tane 1 • a alanı çıkarılınca, sağ alttaki küçük karesel bölge iki defa çıkarılmış olur. Bu küçük karesel bölgenin alanı $a^2 - 2a$ ifadesine eklenirse kırmızı boyalı alan bulunur. Buna göre, $(a-1)^2$ özdeşliğinin $a^2 - 2a + 1$ ifadesine eşit olmasındaki mantıksal çıkarım gösterilmiş olur. Öte yandan $(a-1)^2$ özdeşliğinin $a^2 - 2a + 1$ ifadesine eşit olduğunu (a – 1) • (a – 1) ifadesinde dağılma özelliğini kullanarak da öğrencilere göstermek mümkündür. Burada önemli olan özdeşliklerin altında yatan mantıksal çıkarımın öğrencilere gösterilmiş olmasıdır.

Baykul (2014) da özdeşliklerin geometrik şekillerden yararlanılarak mantıksal çıkarımının kolay bir şekilde öğrencilere öğretilebileceğini ifade etmiştir. Bu kapsamda, özdeşliklerle ilgili formüllerin görselleştirilmesi, öğrencilerin konuyu daha kolay öğrenmesine katkı sağlar (Flusser & Francia, 2000). Böylece öğrenciler, özdeşliklerle ilgili formülleri somutlaştırmakta olup, bu formülleri kendileri keşfetmektedirler (Kara & Özgün-Koca, 2004). Literatür incelendiğinde de görselleştirmenin matematik öğretiminde önemli olduğunu gösteren pek çok çalışmaya rastlanmaktadır (Eisenberg & Dreyfus, 1991; Presmeg & Bergsten, 1995; Presmeg, 2006). Bu bakımdan, özdeşlikler konusunun öğretiminde görselleştirmenin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının ortaya koyulmasında iyi bir yöntem olduğu söylenebilir. Son yıllarda matematik eğitimindeki gelişmeler, öğrencilere çok miktarda matematiksel formül ve kuralın ezberletilmesinden ziyade onların bu formül ve kuralların mantıksal çıkarımlarını kendilerinin oluşturabilmesine olanak sağlayacak bir öğretimi savunmaktadır (Olkun, Çelebi, Fidan, Engin, & Gökgün, 2014).

Öğrenciler, matematiksel kural ve ifadeleri anlamlı bir şekilde öğrenirlerse, onları birbirinden kopuk matematiksel bilgi parçaları olarak ezberlemez, bunun yerine formülleri mevcut bilgilerinden çıkarabilirler (Van de Walle, Karp & Bay Williams, 2014). İlgili literatür incelendiğinde, özdeşliklerin öğretimi (Özdemir, Duru, & Akgün, 2005) ve öğrencilerin özdeşlikleri görsel olarak nasıl modelledikleri (Yenilmez & Şan, 2008) üzerine çalışmalara rastlanmıştır. Ancak, öğretim sürecinde rol oynayan öğretmenlerin bu konuyu nasıl öğrettiğini inceleyen ve özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin öğretmen görüşlerini yansıtan çalışmalara pek rastlanamamıştır. Bu nedenle çalışmada, öğretmenlerin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin görüşleri ve bu mantıksal çıkarımları kullanma becerileri incelenmiştir.

Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı; öğretmenlerin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin görüşlerini ve bu mantıksal çıkarımları kullanma becerilerini incelemektir. Bu kapsamda, çalışmaya ışık tutan alt problemler aşağıda verilmiştir.

1. Ortaokul matematik öğretmenlerinin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesi hakkındaki görüşleri nedir?

2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin özdeşliklerin altında yatan mantıksal çıkarımları kullanma becerileri nasıldır?

YÖNTEM

Araştırma deseni

Bu araştırmada, nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma, araştırma sürecinin esnek olduğu, bu süreçte verilerin derinlemesine incelendiği ve araştırmanın sonunda açık bir şekilde ifade edildiği bir araştırma yaklaşımıdır (Kohlbacher, 2006). Durum çalışması yönteminde, birden fazla veri toplama aracı kullanılarak, zengin ve birbirini teyit edebilecek veri çeşitliliğine ulaşmak amaçlanır (Yıldırım &

Şimşek, 2013). Durum çalışmasının pek çok araştırma yönteminden ayırıcı özelliği eğitimin çeşitli konularını anlamada özellikle ne, nasıl ve niçin soruları yöneltildiğinde tercih edilen bir yöntem olmasıdır (Çepni, 2012). Bu araştırmada (görüşme, gözlem, ses kaydı) birçok veri toplama aracı kullanıldığından bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını Bartın ilinde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı yedi farklı devlet okulunda çalışmakta olan 4'ü erkek ve 6'sı kadın olan 10 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırma etiği çerçevesinde veri toplama sürecinde, görüşmelerde ses kaydı yapılması ve öğretmenlerin derslerinin gözlenmesi hususunda öğretmenlerin izinleri alınmıştır. Araştırmanın bulguları verilirken gizlilik nedeniyle öğretmen adaylarının gerçek isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3, … ve Ö10 şeklinde kodlar kullanılmıştır. Konuya ilişkin farklı bakış açılarını ortaya koymak ve zengin veri elde edebilmek için çalışma grubunun heterojen seçilmesine dikkat edilmiştir. Öğretmenlerin demografik özellikleri Tablo 1. 'de verilmiştir.

Tablo 1.
Öğretmenlerin demografik özellikleri

Öğretmen kodu	Cinsiyet	Yaş	Hizmet süresi	Lisansüstü eğitim
Ö1	Kadın	27	3	+
Ö2	Erkek	39	14	-
Ö3	Kadın	33	11	-
Ö4	Kadın	26	4	+
Ö5	Erkek	34	12	-
Ö6	Kadın	26	4	-
Ö7	Erkek	29	4	+
Ö8	Erkek	22	1	-
Ö9	Kadın	23	1	-
Ö10	Kadın	30	8	-

+ : Lisansüstü Eğitim Yapmış/Yapmakta
- : Lisansüstü Eğitim Yapmamış/Yapmıyor

Veri Toplama Süreci

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak, öğretmenlerin demografik özelliklerini belirlemek için "Kişisel Bilgi Formu" ve çalışmanın amacına uygun olarak da dört sorudan oluşan "Görüşme Formu" kullanılmıştır. Görüşme formunun hazırlanmasında öncelikle araştırmacı tarafından 12 soru hazırlanmıştır. Bu soruların hazırlanmasında, araştırmacı tarafından hazırlanan senaryolar ve ortaokul 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan özdeşlikler kullanılmıştır. Soruların amacına uygun olup olmadığı konusunda iki uzman ve iki matematik eğitimcisinin görüşüne başvurulmuş ve soru sayısı dörde düşürülmüştür. Bu sekiz sorunun çıkarılma sebebi olarak, çalışmanın amacına uygun olmayan sorular olması ve uygulama için yeterli sürenin olmaması gösterilebilir. Çıkarılan soru maddelerinden örneğin *"Matematiksel düşünme becerisi ile matematiksel kural ve formülleri kavrama, oluşturma ve açıklama arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız."* soru maddesi çalışmanın amacına uygun olmadığı için çıkarılmıştır. Çünkü çalışmanın amacı, matematiksel düşünme becerisi ile matematiksel kural ve formülleri oluşturma arasındaki ilişkiyi belirlemekten ziyade özdeşliklerle ilgili kural ve formüllerin mantıksal çıkarımının verilmesi hakkındaki öğretmen görüşlerini ve öğretmenlerin bunları kullanıp kullanmadıklarını belirlemektir. Ayrıca öğretmenlerin derslerinde özdeşliklerin mantıksal çıkarımlarını kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek için araştırmacı tarafından yapılandırılmamış gözlem yapılmıştır. Araştırmacı gözlem sürecinde katılımcı olmayan gözlemci olarak rol almıştır. Öğretmenlerin ders içi gözlemleri yapıldıktan sonra görüşmeler yapılmış ve yapılan görüşmeler ses kaydına alınmıştır. Görüşmeler yaklaşık olarak 20-30 dakika sürmüştür.

Verilerin Analizi

Matematik öğretmenlerinin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin görüşleri ve bu mantıksal çıkarımları kullanma becerilerinin incelenmesini tespit etmek amacıyla elde edilen verilerin analizinde içerik ve betimsel analiz teknikleri kullanılmıştır. İçerik analizi; belirli bir sistematik ve kurallar çerçevesinde bir metnin bazı parçalarının daha küçük ve az kelime ile özetlenmesidir (Büyüköztürk vd., 2013). Betimsel analize göre ise elde edilen veriler daha önceden belirlenen kategori ve kodlara göre düzenlenir (Yıldırım & Şimşek, 2013). Veriler toplandıktan sonra araştırmacı tarafından taslak kategori ve kodlar oluşturularak içerik analizi; Gökkurt (2014)'un " sunuş yoluyla öğrenme, buluş yoluyla öğrenme" gibi kodları kullanılarak betimsel analiz yapılmıştır. Bu taslak kategori ve kodların anlaşılır olup olmadığı konusunda iki uzmanın görüşleri alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda *"buluş yoluyla öğrenme", "sunuş yoluyla öğrenme" "anlatım"* gibi kodlar eklenmiş ve kategorilerden görüş, *"özdeşliklerin öğretilmesine ilişkin görüşler" öğretim, yöntem, teknik ve stratejiler* ise *"özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın kullanılması"* şeklinde değiştirilerek daha açık hale getirilmiştir. Yapılan çalışmanın güvenirliğini artırmak amacıyla oluşturulan kategori ve kodlar, başka bir araştırmacı tarafından yeniden kodlanmış ve kodlama yüzdesi % 90 bulunmuştur. Geriye kalan %10'luk farklılık için iki araştırmacı bir araya gelerek uzlaşmaya varmıştır. Bu kategori ve kodlar Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2.
Çalışmadan Elde Edilen Verilere İlişkin Kategoriler ve Kodlar

KATEGORİ	KODLAR	ALT KODLAR
Özdeşliklerin öğretilmesine ilişkin görüşler	Mantıksal çıkarım verilmeli	Mantıksal çıkarım tüm öğrencilere açıklanmalı
		Başarılı seviyesi yüksek olan öğrencilere mantıksal çıkarım verilmeli
	Mantıksal çıkarım verilmemeli	Kalabalık sınıflar olması
		Faydalı olmaması
		Başarı seviyesi düşük olan öğrencilere mantıksal çıkarım verilmemeli
Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın kullanılması	Buluş yoluyla öğrenme*	Somut Materyal kullanımı
		Model oluşturma
		Cebir karoları
		Cebirsel işlemler
		Akıl yürütme
	Sunuş yoluyla öğrenme*	Model oluşturma
		Pascal üçgeni
		Cebirsel işlemler
	Anlatım yöntemi**	Kural olarak verme
		Sayısal değer verme

*: Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmesi gerektiğini düşünen öğretmenler tarafından kullanılan stratejiler
**: Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmemesi gerektiğini düşünen öğretmenler tarafından kullanılan yöntem

Çalışmanın güvenirliğini artırmak amacıyla çalışmada birden fazla veri toplama aracı kullanılmış ve görüşmelerden doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Bu kapsamda araştırmacı tarafından öğretmenlerle yapılandırılmamış gözlem ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

BULGULAR

Bu bölümde matematik öğretmenleri ile yapılan görüşmelerden ve sınıf içi gözlemlerden elde edilen veriler, araştırmacı ve Gökkurt (2014)'un oluşturduğu kategori ve kodlara göre analiz edilmiştir ve tablolar halinde sunulmuştur. Çalışmadan elde edilen bulguların ortaya konulmasında, gözlemlerden ve görüşmelerden elde edilen veriler paralel bir şekilde analiz edilerek çalışmanın ayrıntılı bir resmini sunmak için katılımcıların gözlem ve görüşmelerinden doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Birinci soruda öğretmenlere $(a + b)^2$ ve $(a – b)^2$ tam kare ve $a^2 – b^2$ iki kare farkı ile verilen özdeşliklerin öğretimini nasıl yaptıkları sorulmuştur. Ayrıca bu özdeşliklerin mantıksal çıkarımının verilmesiyle ilgili görüşleri sorulmuş ve Tablo 3'te bunlarla ilgili verdikleri cevaplara ilişkin kategorilere, kodlara ve alt kodlara yer verilmiştir.

Tablo 3.
Birinci soruya yönelik kategoriler, kod ve alt kodlar

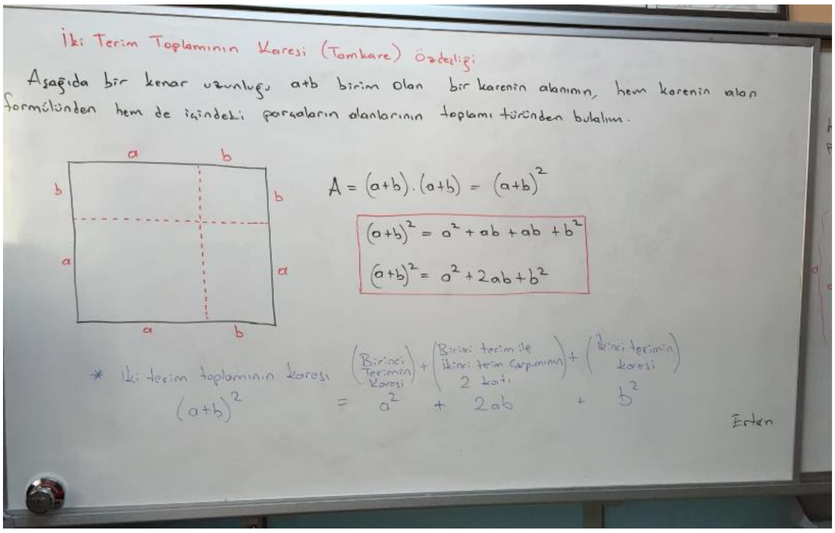
KATEGORİ	KODLAR	ALT KODLAR	ÖĞRETMEN KODU
Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın kullanılması	Buluş yoluyla öğrenme*	Somut materyal kullanımı	Ö4, Ö5, Ö6
		Model oluşturma	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7
		Cebirsel işlemler	Ö2, Ö4
	Sunuş yoluyla öğrenme*	Pascal üçgeni	Ö3, Ö10
	Anlatım yöntemi**	Kural olarak verme	Ö8, Ö9,

***: Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmesi gerektiğini düşünen öğretmenler tarafından kullanılan stratejiler**

****: Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmemesi gerektiğini düşünen öğretmenler tarafından kullanılan yöntem**

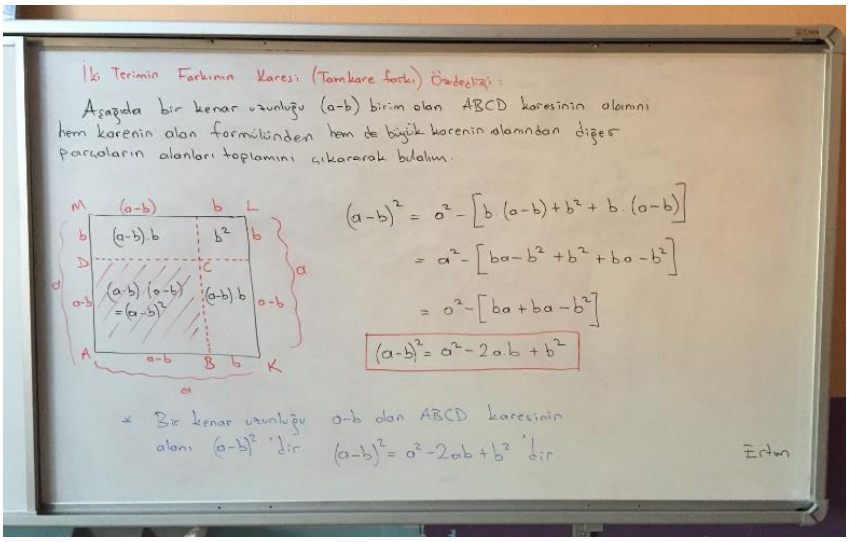
Tablo 3 incelendiğinde, öğretmenlerin çoğunun özdeşlikler konusunun öğretiminde model kullandığı görülmektedir. Öğretmenlerin yarıdan az bir kısmı ise model kullanmanın yanında özdeşlik öğretimini somut materyallerle de desteklemekte iken çok az bir kısmı ise özdeşlikleri kural olarak vermenin dışında herhangi bir öğretim tekniğinden faydalanmamaktadır.

Tablo 3'ten öğretmenlerin tam kare ve iki kare farkı ile ilgili özdeşliklerin öğretiminde çoğunlukla modeli tercih ettikleri anlaşılmaktadır. Yapılan gözlemlerden de öğretmenlerin görüşmelerde ifade ettikleri öğretim yöntem, teknik ve stratejilerini sınıfta uyguladıkları ve özellikle bu tür özdeşliklerin öğretiminde model kullandıkları görülmüştür. Bununla ilgili olarak, Şekil 2'de Ö2'nin $(a+b)^2$ özdeşliğine ait sınıfta yaptığı bir modele yer verilmiştir.



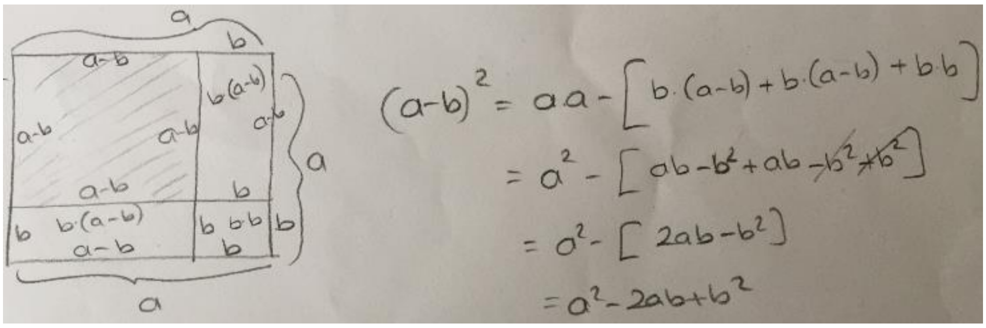
Şekil 2. Ö2'nin $(a + b)^2$ özdeşliğine ait sınıfta yaptığı model

Şekil 2 incelendiğinde, Ö2'nin kenar uzunluğu a+b olan bir kare çizerek karenin alanını bulduğu görülmektedir. Daha sonra bu karenin kenarlarından a ve b uzunluklarını ayıran noktalardan karşı kenarlara paraleller çizmiş ve oluşan her bir düzlemsel bölgenin alanına ait ifadeleri öğrencilere sorarak yazmıştır. Her bir düzlemsel bölgeye ait alan ifadelerin toplamı ile kenar uzunluğu a+b olan karenin alanını veren ifadelerin birbirine eşitliğini model yoluyla öğrencilerin keşfetmelerini sağlamıştır. Benzer şekilde $(a-b)^2$ özdeşliğinin mantıksal çıkarımını model yoluyla öğrencilere göstermiştir. Şekil 3'te verilen gözlem bulguları bunu en iyi şekilde örneklendirmektedir.



Şekil 3. Ö2'nin $(a -b)^2$ özdeşliğine ait sınıfta yaptığı model

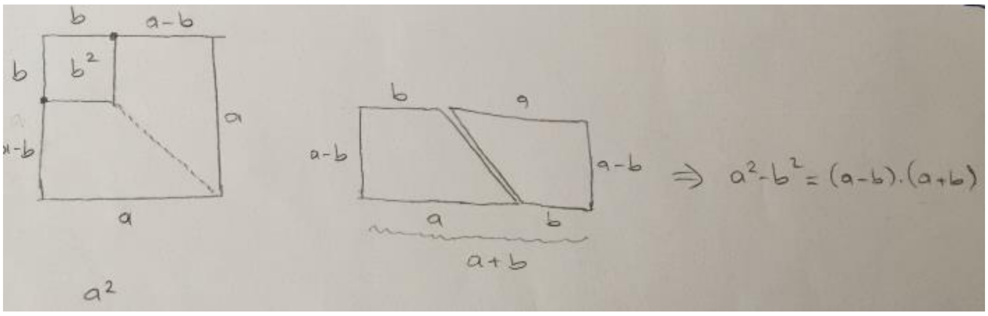
Diğer taraftan elde edilen bulgulara dayalı olarak Ö6'nın $(a-b)^2$ özdeşliğinin öğretimine yönelik Ö2 ile aynı modeli yaptığı görülmektedir. Bu model Şekil 4'te görülmektedir.



Şekil 4. Ö6'nın $(a – b)^2$ özdeşliğine ait yaptığı model

Şekil 4'e göre, Ö6, bir kenarının uzunluğu a olan bir karenin kenarlarından b kadar uzunluğu tespit ederek karşı kenarlara paraleller çizmiştir. Oluşan her bir düzlemsel bölgenin alanına ait ifadeleri yazmıştır. Ö6, kenar uzunluğu (a-b) olan karenin alanının, kenar uzunluğu a olan karenin alanından kenar uzunlukları b ve a-b olan iki dikdörtgenin alanı ile kenar uzunluğu b olan karenin alanlarının toplamından çıkarılması ile oluşan ifadeye eşit olduğunu yaptığı cebirsel işlemlerle ve model ile göstermiştir.

Ö5 öğretmeni de, yapılan gözlemlerde, a^2 - b^2 özdeşliğine ait bir modele yer vermiştir. Şekil 5'te verilen model bu durumu en iyi şekilde temsil etmektedir.

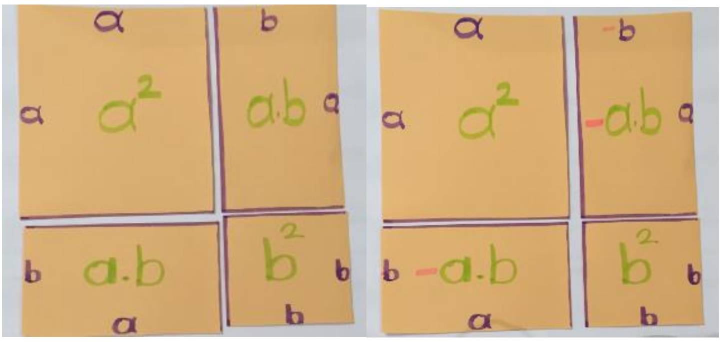


Şekil 5. Ö5'in $a^2 – b^2$ özdeşliğine ait sınıfta yaptığı model

Ö5, bir kenarının uzunluğu a olan bir kareden kenar uzunluğu b olan bir kareyi kesip çıkarmıştır. Geriye kalan alanı ise kesikli çizgilerle gösterilen kısımdan keserek, oluşan iki parçayı Şekil 5'teki gibi birleştirerek bir dikdörtgen oluşturmuştur. Dikdörtgenin kenar uzunluklarının a+b ve a-b olduğunu göstermiştir. Ö5, bu dikdörtgenin alanının (a-b).(a+b) olduğunu ve bu ifadenin de kenar uzunluğu b olan karenin alanının kenar uzunluğu a olan karenin alanından kesilip atılması ile oluşan düzlemsel bölgenin alanına eşit olduğunu göstermiştir.

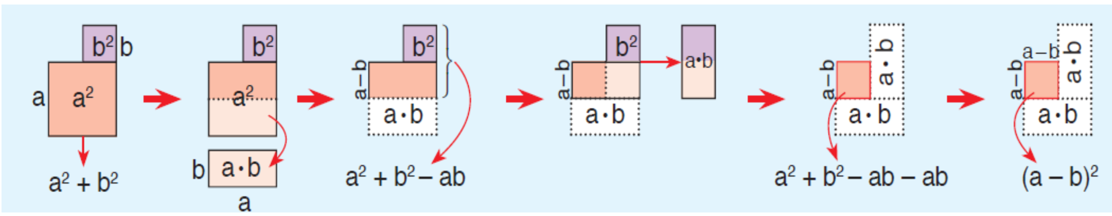
Tablo 3 incelendiğinde, Ö4, Ö5 ve Ö6 öğretmenlerinin somut materyali kullandıkları görülmektedir. Yapılan sınıf içi gözlemlerden Ö4, Ö5 ve Ö6'nın görüşmelerde ifade ettiklerine paralel olarak derslerinde somut materyaller kullandıkları görülmüştür.

Bu duruma bir örnek olarak, Ö4'ün kartonları kullanarak $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ ve $(a^2–b^2)$ özdeşliklerinin öğretimine yönelik olarak oluşturduğu somut materyaller Şekil 6'da gösterilmiştir.



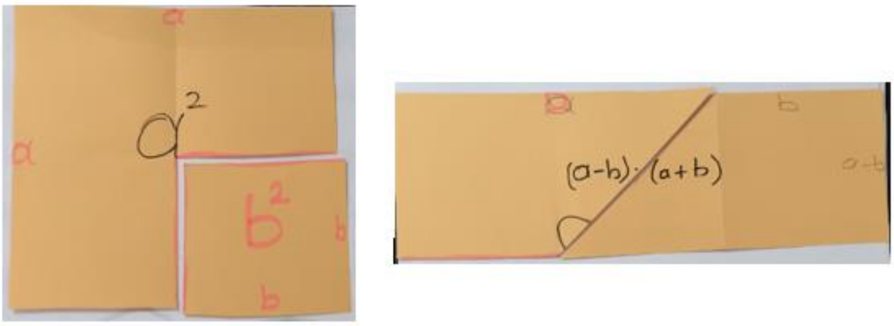
Şekil 6. Ö4'ün $(a + b)^2$ ve $(a – b)^2$ özdeşliği için kullandığı somut materyal

Şekil 6'da Ö4, bir kenarının uzunluğu a ve b olan iki kare ile kenar uzunlukları a ve b olan iki dikdörtgensel bölgeden oluşan materyal kullanarak $(a + b)^2$ özdeşliğini oluşturmuştur. Diğer taraftan bir kenarının uzunluğu a ve b olan iki kare ile kenar uzunlukları a ve (-b) olan iki dikdörtgensel bölgeden oluşan materyal kullanarak $(a - b)^2$ özdeşliğini oluşturmuştur. Her iki model incelendiğinde, Ö4'ün $(a + b)^2$ için uygun materyal kullanarak doğru model oluşturduğu ancak $(a - b)^2$ için doğru materyal kullanmadığı görülmektedir. Çünkü Ö4, dikdörtgenin bir kenar uzunluğunu (-b) alarak işlem yaptığı görülmektedir. Oysaki kenar uzunluğu (-) olamaz. Ortaokul 8. sınıf ders kitabı (Tahan, 2013) incelendiğinde, $(a - b)^2$ özdeşliğinin Şekil 7'deki gibi model oluşturulduğu görülmektedir.



Şekil 7. $(a – b)^2$ özdeşliğinin model ile gösterilmesi

Yapılan gözlemlerde, Ö4'ün $a^2–b^2$ özdeşliği için kullandığı somut materyal incelendiğinde ise, katılımcının ortaokul 8. sınıf ders kitabında (Tahan, 2013) yer alan özdeşlik modelini gösteren materyali yaptığı görülmüştür. Şekil 8'de verilen materyal bu durumu en iyi şekilde temsil etmektedir.



Şekil 8. Ö4'ün $a^2 – b^2$ özdeşliği için kullandığı somut materyal

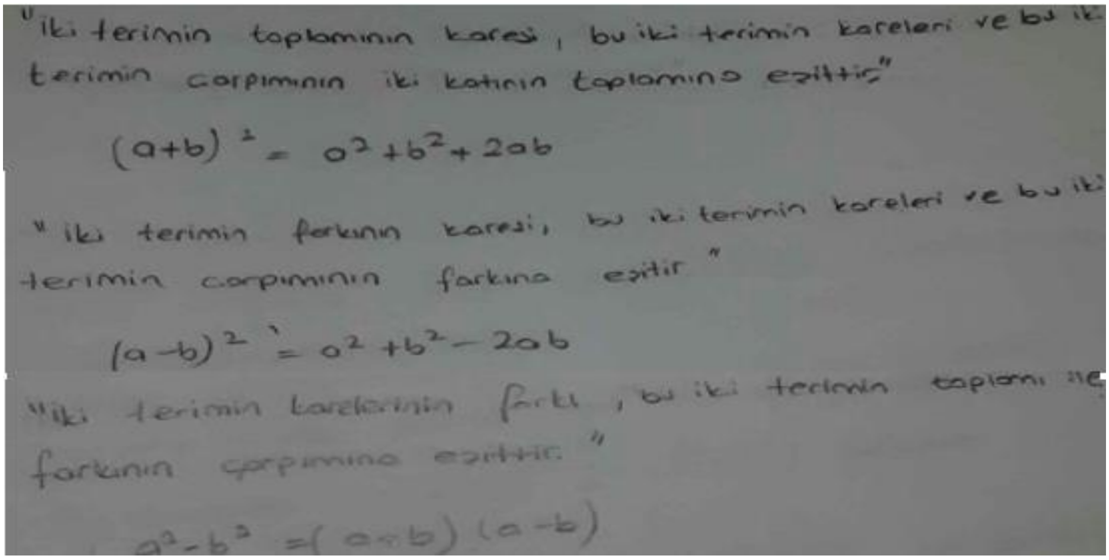
Şekil 8'de Ö4 karton kullanarak kenar uzunluğu a olan bir kareden (a uzunluğundan küçük olmak üzere) kenar uzunluğu b olan başka bir kareyi keserek çıkarmış ve geriye kalan kısmı da makas yardımı ile kesmiştir. Daha sonra bu iki parçayı Şekil 8'deki gibi birleştirip tek parça haline getirmiş ve öğrencilerle birlikte oluşan dikdörtgenin alanını hesaplamıştır.

Ö4, model ve materyal kullanımı yanında çarpmanın toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliklerini kullanarak cebirsel işlemlerle de özdeşliklerin açılımlarını yapmıştır. Yapılan görüşmelerde, Ö4, özdeşliklerin açılımlarında cebirsel işlemleri kullanmasının gerekçesini şu şekilde ifade etmiştir.

İyi düzeyde olan öğrenciler çok daha iyi kavrayıp hemen hatırlayabiliyorlar. Ama başarı durumu biraz daha alt seviyede olan öğrenciler ise modellemeyi zaten düzgünce kavrayamamaktadırlar. Bu nedenle de bu öğrenciler için cebirsel işlemlerle yani çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılması ile özdeşliklerin oluşturulmasının faydalı olduğunu düşünmekteyim.

Sunuş yoluyla öğrenme stratejisini tercih eden Ö3 ve Ö10 özdeşliklerin öğretiminde anlatımdan sonra Pascal Üçgenini özdeşliklerin açılımlarındaki katsayılarla ilişkilendirerek mantıksal çıkarımı vermişlerdir. Ö3 ve Ö10, $(a + b)^2$ ve $(a – b)^2$ özdeşliklerinin formülünü verirken Pascal Üçgeninin ikinci satırında bulunan sayıların bu özdeşliklerin katsayıları olduğunu ifade etmişlerdir.

Tablo 3 incelendiğinde ise, Ö8 ve Ö9'un $(a + b)^2$, $(a – b)^2$ ve $(a^2\text{-}b^2)$ özdeşliklerinin mantıksal çıkarımını vermedikleri ve bu formülleri kural olarak doğrudan vermeyi tercih ettikleri görülmektedir. Yapılan sınıf içi gözlemlerde de öğretmenlerin bu duruma paralel açıklama yaptıkları görülmektedir. Şekil 9'da verilen alıntı bu durumu en iyi şekilde örneklendirmektedir.



Şekil 9. Ö9'un $(a + b)^2$, $(a – b)^2$ ve $a^2 – b^2$ özdeşliklerini anlatırken tahtaya yazdığı öğretimsel açıklamalar.

İkinci soruda öğretmenlere özdeşlikler konusunun anlatımında ilgili formülleri doğrudan vermeyi mi yoksa bu formüllerin mantıksal çıkarımını yaparak mı öğretmeyi tercih edecekleri sorulmuştur. Bu soruyla ilgili elde edilen verilere ilişkin kategoriler, kodlar ve alt kodlar Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4.
İkinci soruya yönelik kategori, kod ve alt kodlar

KATEGORİ	KODLAR	ALT KODLAR	ÖĞRETMEN KODU
Özdeşliklerin öğretimine ilişkin görüşler	Mantıksal çıkarım verilmeli	Mantıksal çıkarım tüm öğrencilere açıklanmalı	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10
		Başarılı seviyesi yüksek olan öğrencilere mantıksal çıkarım verilmeli	Ö1
	Mantıksal çıkarım verilmemeli	Kalabalık sınıflar olması	Ö8
		Başarı seviyesi düşük olan öğrencilere mantıksal çıkarım verilmemeli	Ö1
		Faydalı olmaması	Ö9

Tablo 4'e göre öğretmenlerin büyük bir çoğunluğu özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmesi ve mantıksal çıkarımın tüm öğrencilere açıklanması gerektiği görüşündedir. Sınıf içi gözlemler de bu durumu desteklemektedir. Ö8 ve Ö9 ise sınıfların kalabalık olması ve mantıksal çıkarımın faydalı olmaması gerekçeleri ile özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmemesi gerektiği görüşündedir. Ö1 ise öğrenci seviyesini kriter aldığını, başarı seviyesi yüksek olan öğrencilere mantıksal çıkarımın verilmesi gerektiğini, başarı seviyesi düşük olan öğrencilere ise mantıksal çıkarımın verilmemesi gerektiğini ifade etmiştir. Bununla ilgili olarak aşağıda Ö1'den alıntılara yer verilmiştir.

Ö1: *Öğrencilerin seviyesine göre hareket ederim. Öğrencilerin durumu biraz iyi ise özdeşlikleri mantıksal çıkarımıyla veririm. Eğer öğrencilerin başarı durumları düşük ise mantıksal çıkarımı vermeyi tercih etmiyorum. Çünkü özdeşliğin formülünü anlayıp kullanmakta zorlanan öğrenci modellemede alan hesabını ve mantıksal çıkarımı da anlayamamaktadır. Ama durumu iyi olanlar formülü anlamakla birlikte bunun yetersiz kalacağını düşünerek mantıksal çıkarımını da veririm.*

Diğer taraftan, Ö2, mantıksal çıkarımın tüm öğrencilere açıklanması gerektiğini şu sözleri ile ifade etmiştir.

Ö2: *Durumu iyi olan öğrencilere mantıksal çıkarımı veririm ama durumu iyi olmayan öğrencilere mantıksal çıkarımı vermem gibi bir düşünce ile hareket etmedim. Ama yine de durumu iyi olan öğrencilere mantıksal çıkarımı vermenin daha faydalı olacağını düşünüyorum.*

Ö3, Ö4, Ö5, Ö7 ve Ö10 ise özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmesi gerektiği görüşünde olup *mantıksal çıkarımı tüm öğrencilere vermeye çalışırım. Öğrenci buradan dilediğini alır ya da almaz* şeklindeki ifadelerle ortak bir görüşte birleşmektedirler. Bununla ilgili olarak, Ö5'le ilgili olarak alıntıya yer verilmiştir.

Ö5: *Sınıflar ne kadar kalabalık olursa olsun, sınav için zaman yetmiyor olsa bile tek bir öğrenci dahi vereceğimiz mantıksal çıkarımdan bir şeyler öğrenip de konunun özünü kavrayabilir. Bu nedenle mantıksal çıkarımın verilmesinin çok önemli olduğunu düşünmekteyim. Çünkü bizler öğrenciyken öğretmenlerimiz bizlere işin mantığını anlatmadıkları için fazlasıyla zorlandık. Ben de öğrencilerime mesleğime ilk başladığım zamanlarda mantıksal çıkarımı vermemiştim. Ama sonrasında ise mantıksal çıkarımı vermeye başladığım zaman aldığım dönütlerin bana mantıksal çıkarımı vermemin önemli olduğunu gösterdi.*

Ö6 mantıksal çıkarımın tüm öğrencilere açıklanması görüşünde olduğunu ancak, öğrencilerin çoktan seçmeli sınavlara hazırlandıkları için mantıksal çıkarımı düşünmek yerine formül odaklı hazırlanmayı tercih ettiklerini ve mantıksal çıkarımın işlerine yaramayacaklarını düşündükleri için gereksiz gördüklerini ifade etmiştir. Ö6 bu sebeplerle çıkarım yapmanın faydalı ve kalıcı olmayacağını düşündüğünü de belirtmiştir.

Diğer taraftan, özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmemesi gerektiğini düşünen öğretmenler de bulunmaktadır. Ö8 ve Ö9'dan aşağıda verilen doğrudan alıntılar bu durumu en iyi şekilde örneklendirmektedir.

Ö8: *Formülleri doğrudan vermeyi tercih ederim. Çok kalabalık sınıflarda derse girdiğim için basit bir konuyu anlatırken bile fazlasıyla zorluk çekiyorum. Öğrenciler şekil, grafik ve şema gibi görsel öğelerden zaten korkuyorlar. Bu nedenle de derslerimde formül kalıplarına ve sayısal örneklere ağırlık veriyorum.*

Ö9: *Özdeşliklerle ilgili formülleri doğrudan vermeyi tercih ederim. Çünkü modelleme yapmaya çalışırken kare ve dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamanın öğrencilerde daha fazla kafa karışıklığına yol açtığını düşünüyorum.*

Yapılan gözlemlere dayalı olarak da her iki öğretmenin (Ö8, Ö9) yaptıkları açıklamalara paralel olarak özdeşliklerle ilgili formülleri öğrencilerine doğrudan verdikleri görülmüştür.

Öğretmenlere yöneltilen üçüncü soru bir öğretim senaryosu olup *"Özgür Öğretmen özdeşlikler konusunu anlatırken tahtaya $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ şeklinde formülü yazar. Öğrencilerden Berke: "Öğretmenim! $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ olması gerekmiyor mu? diye sorar. Özgür Öğretmen, Berke'nin bu sorusu karşısında "Hayır, $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ olmaz. Formülde a^2 ile b^2 'nin yanında 2ab 'nin de olması gerekiyor." şeklinde cevap verir. Eğer siz, Özgür Öğretmenin yerinde olsaydınız nasıl cevap verirdiniz?"* şeklindedir.

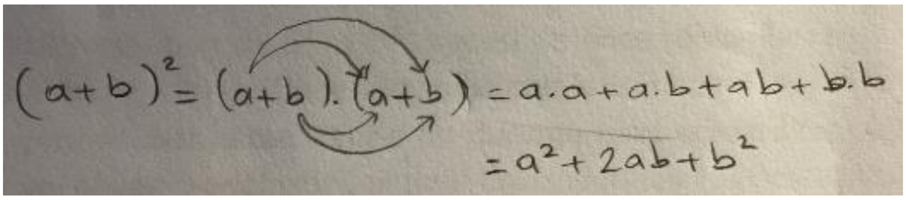
Tablo 5'te öğretmenlerin üçüncü soruya verdikleri cevaplar ile ilgili kategoriler, kodlar ve alt kodlar verilmiştir.

Tablo 5.
Üçüncü soruya yönelik kategori, kod ve alt kodlar

KATEGORİ	KODLAR	ALT KODLAR	ÖĞRETMEN KODU
Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın kullanılması	Buluş yoluyla öğrenme	Model oluşturma	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10
		Pascal üçgeni	Ö3, Ö10
		Cebirsel işlemler	Ö1, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10
	Anlatım yöntemi	Kural olarak verme	Ö8, Ö9
		Sayısal değer verme	Ö9

Tablo 5'e göre öğretmenlerin üçüncü soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde öğretmenlerin çoğunluğunun model oluşturmayı, pascal üçgenini ve cebirsel işlemleri kullanarak öğrencinin kendi yanlışını bulması üzerine odaklandıkları görülmektedir.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7 ve Ö10'nun üçüncü soruda verilen senaryodaki öğrenciye *modellemeyi kullanarak hatasını buldururum* şeklinde cevap verdikleri görülmüştür. Aynı şekilde Ö1, Ö5, Ö6 ve Ö10 cebirsel işlemler yaparak çarpma işleminin toplama üzerine dağılma özelliğinden faydalanarak öğrenciye $(a+b)^2$ özdeşliğinin açılımında 2ab teriminin de bulunduğunun farkına vardırılacağını belirtmişlerdir Ö1'den yapılan Şekil 10'daki alıntı bu durumu en iyi şekilde örneklendirmektedir.

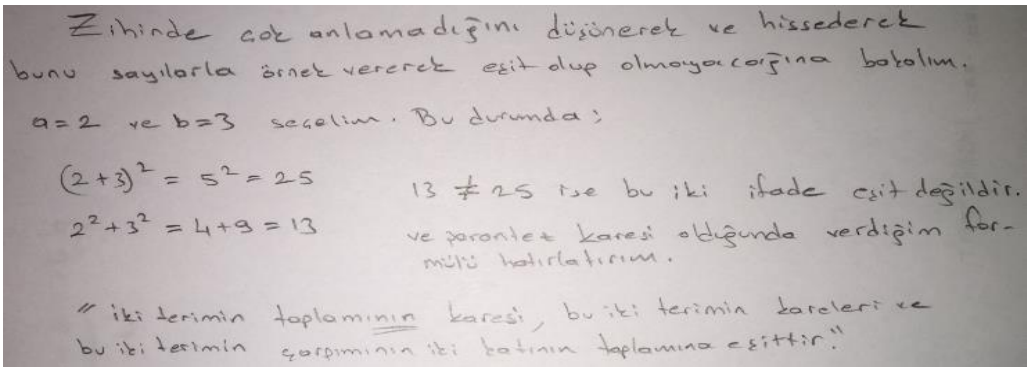


Şekil 10. Ö1'in cebirsel olarak $(a + b)^2$ ifadesinin açılımını göstermesi

Şekil 10'da Ö1, $(a + b)^2$ ifadesinin açılımında çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ olarak eşitliğini göstermiştir.

Ö3 ve Ö10 ise üçüncü soruya verdikleri cevapta, model oluşturma ve cebirsel işlemleri kullanmasına ek olarak pascal üçgenini de hatırlatarak öğrenciye yanlışını bulduracağını belirtmişlerdir. Pascal üçgeninin ikinci satırındaki ikinci sayının özdeşliğin açılımındaki ikinci teriminin katsayısı olduğunu vurgulayacaklarını bu sayede öğrencinin yanlışının düzeltilebileceğini vurgulamışlardır.

Diğer taraftan, Ö9, a ve b sayılarına değer vererek $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ eşitliğinin doğru olmadığını formülü hatırlatarak cevaplamayı tercih etmiştir. Aynı şekilde Ö8'de formülü hatırlatmıştır. Şekil 11'de Ö9'un üçüncü soruya verdiği cevap aynen yer almaktadır.



Şekil 11. Ö9'un üçüncü soruya verdiği cevap

Öğretmenlerin cevaplaması istenilen dördüncü soru yine bir öğretim senaryosu olup

Olcay Öğretmen, $a^2 – b^2$ İfadesinin eşitini öğrencilerine $a^2 – b^2 = (a – b).(a + b)$ olarak gösteriyor. Daha sonra Olcay Öğretmen ödev kontrolü yaparken öğrencilerinden Yeliz'in $a^2 + b^2$ =? sorusuna $a^2 + b^2=(a + b).(a – b)$ cevabını verdiğini görür. Olcay öğretmen Yeliz'e neden bu şekilde cevap verdiğini sorar.

Yeliz: "Daha önce görmüş olduğum $a^2 – b^2 = (a – b).(a + b)$ ifadesinde eşitliğin sol kısmı $a^2 –b^2$ ise sağ kısımda önce a-b sonra a+b yazılıyordu. Ben de $a^2 + b^2$ ifadesi de önce toplamları sonra da farklarına yani $a^2 + b^2 =(a + b).(a – b)$ şeklinde olmalıdır diye düşündüm." şeklinde cevap verir.

Olcay Öğretmenin yerinde olsaydınız Yeliz'e bu durumu nasıl açıklardınız. Açıklama yapmak için alternatif bir yol olarak model oluşturmadan nasıl faydalanırdınız? şeklindedir.

Tablo 6'da öğretmenlerin dördüncü soruya verdikleri cevaplar ile ilgili kategoriler, kodlar ve alt kodlar yer almaktadır.

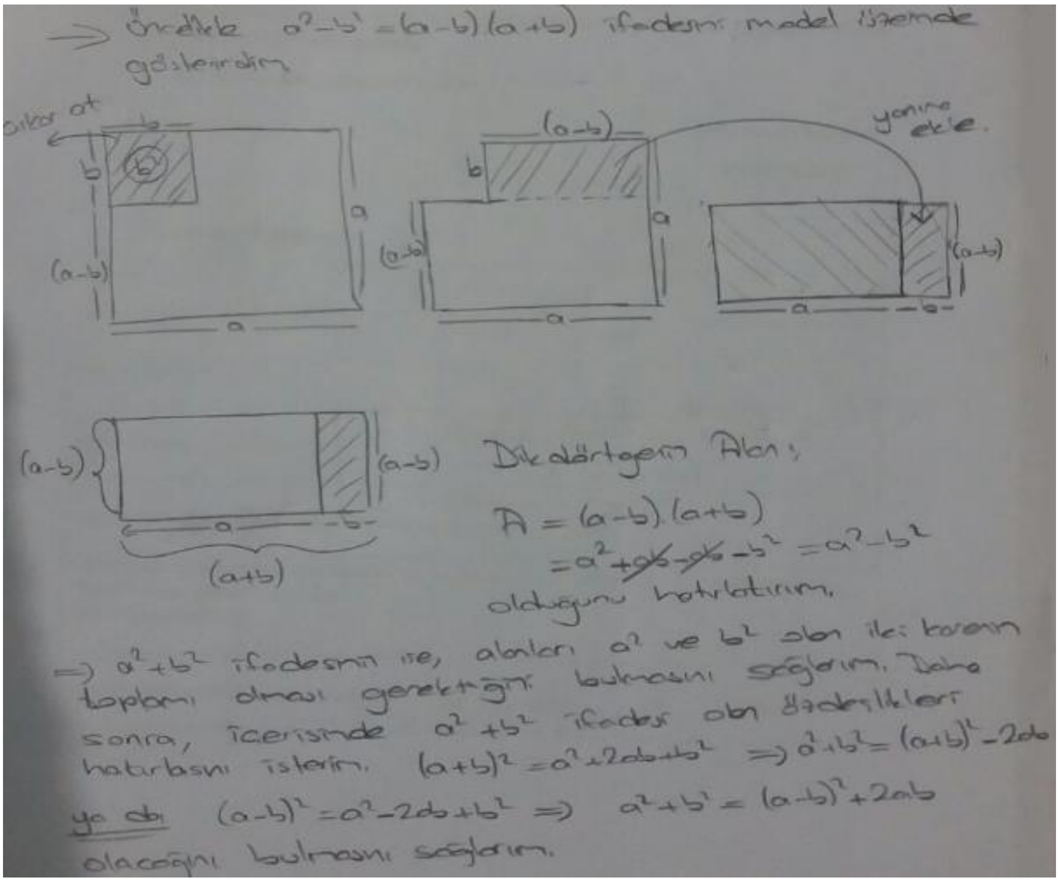
Tablo 6. *Dördüncü soruya yönelik kategori, kod ve alt kodlar*

KATEGORİ	KODLAR	ALT KODLAR	ÖĞRETMEN KODU
Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın kullanılması	Buluş yoluyla öğrenme*	Model oluşturma	Ö4
		Cebirsel işlemler	Ö4
		Akıl yürütme	Ö9
	Sunuş yoluyla öğrenme*	Model oluşturma	Ö1, Ö3, Ö7
		Cebirsel işlemler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10
	Anlatım yöntemi**	Kural olarak verme	Ö8

***: Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmesi gerektiğini düşünen öğretmenler tarafından kullanılan stratejiler**

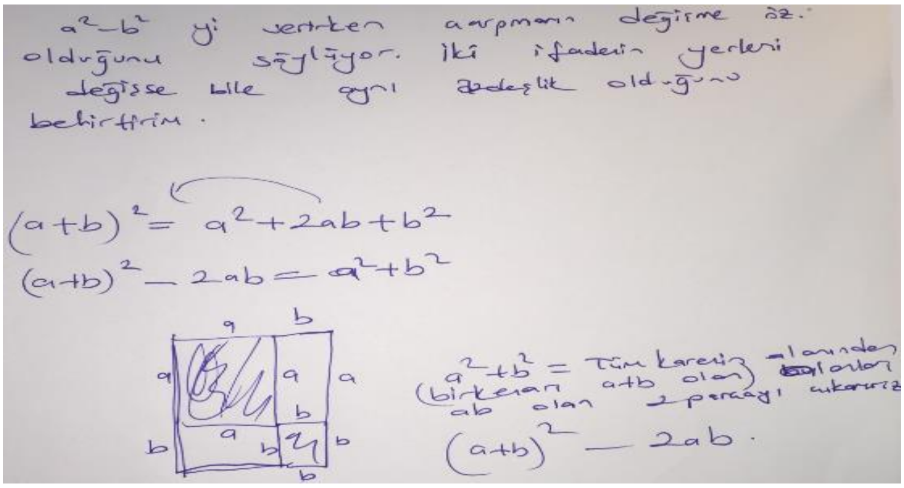
****: Özdeşliklerin öğretiminde mantıksal çıkarımın verilmemesi gerektiğini düşünen öğretmenler tarafından kullanılan yöntem**

Tablo 6'ya göre öğretmenlerin dördüncü soru için yaptıkları açıklamalardan öğretmenlerin çoğunluğunun öğrencilere yaptıkları hatayı buldurmaya ve de hatasını göstermeye çalıştıkları görülmektedir. Öğretmenlerin büyük bir çoğunluğu senaryodaki öğrenciye hatasını model oluşturmanın yanı sıra cebirsel işlemleri de kullanarak buldurmaya çalışacaklarını belirtmişlerdir. Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7 ve Ö10 cebirsel işlemleri yaparak öğrencinin hatasını görmesini sağlayacağını ve hatayı bu şekilde giderebileceğini ifade etmişlerdir. Bununla ilgili olarak Şekil 12'de Ö4'le ilgili alıntıya yer verilmiştir.



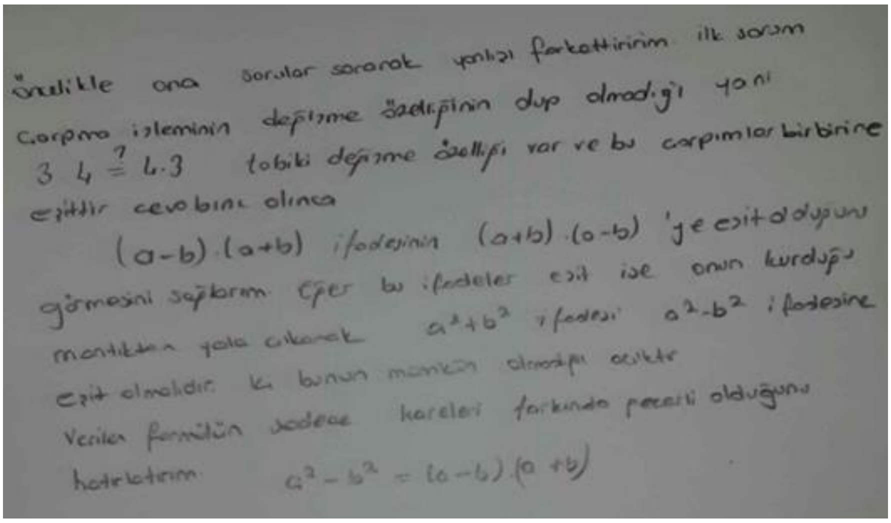
Şekil 12. Ö4'ün dördüncü soruya verdiği cevap

Şekil 12 incelendiğinde, katılımcının öğrencinin hatasını anlaması için yaptığı öğretimsel açıklamanın uygun olduğu söylenebilir. Ancak öğrencinin hatası dikkate alındığında bu açıklamanın yeterli olmadığı söylenebilir. Çünkü Ö4, a^2-b^2 ifadesinin (a+b)(a-b) ifadesine eşit olduğunu model ile göstermiş ancak a^2+b^2 ifadesinin (a+b)(a-b) ifadesine eşit olmadığını sadece sözel olarak açıklamıştır. Katılımcı, bu açıklamasına ek olarak a^2-b^2 özdeşliğini oluşturan dikdörtgenin alanını hesaplarken çarpma işleminde değişme özelliğini kullanarak (a+b)(a-b) ve (a-b)(a+b) ifadelerinin aynı sonucu verdiğini ve a^2+b^2 ifadesini model yoluyla göstererek (a+b)(a-b) ifadesine eşit olmadığını öğrenciye gösterseydi, öğrenci hatasını daha iyi anlayabilirdi. Bu açıklama doğrultusunda görüş bildiren Ö3, değişme özelliğini kullanmış ve a^2+b^2 ifadesini model ile göstererek (a+b)(a-b) ifadesine eşit olmadığını açıkça göstermiştir. Şekil 13'te verilen alıntı bu durumu en iyi şekilde örneklendirmektedir.



Şekil 13. Ö3'ün dördüncü soru için yapmış olduğu açıklama

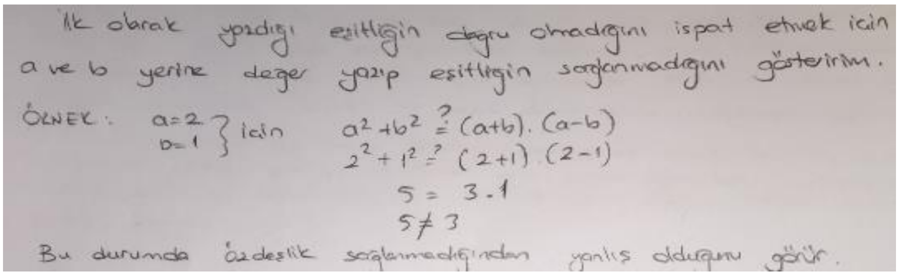
Şekil 13'te görüldüğü üzere, Ö3 çarpmanın değişme özelliğinden dolayı, (a+b).(a-b) ve (a-b)(a+b) ifadelerinin her ikisinin de a^2-b^2' ye eşit olduğunu söyleyeceğini ifade etmiştir. Ayrıca a^2+b^2 ifadesine ait model yaparken bir kenarın uzunluğu a+b olan karenin alanından alanı ab olan iki tane dikdörtgenin alanını çıkararak kalan parçanın alanının a^2+b^2 olduğunu göstermiştir. a^2+b^2'nin (a+b)(a-b)' ye eşit olmadığına ilişkin bir benzer açıklamayı da Ö9, yapmıştır. Ö9, özdeşliklerin öğretiminde kural odaklı öğretim yapmasına rağmen, öğrenci hatasının giderilmesinde buluş yoluyla öğretim stratejini kullandığı görülmektedir. Şekil 14'teki alıntı bunu açıkça göstermektedir.



Şekil 14. Ö9'un dördüncü soru için yapmış olduğu açıklama

Ö9, öğrencilere sorular sorarak çarpma işleminin değişme özelliği olduğunu hatırlatarak öğrencilerin yanlışını fark ettireceğini söylemiştir. Bu şekilde verilen formülün sadece iki kare farkı için geçerli olduğunu ifade etmiştir.

Diğer taraftan Ö6, öğrencinin yaptığı hatanın farkına varabilmesi için a ve b yerine sayısal değerler almış ve öğrencinin eşit düşündüğü iki ifadenin aslında birbirine eşit olmadığını fark etmesine yardımcı olmuştur. Şekil 15'te verilen alıntı bu durumu açıkça göstermektedir.



Şekil 15. Ö6'nın dördüncü soru için yapmış olduğu açıklama

Şekil 15 incelendiğinde, Ö6, a ve b sayılarının yerine a için 2, b için ise 1 değerini vererek eşitliğin sağlanmadığını göstermiştir. Verilen değerlerle eşitliğin sağlanmamasından dolayı düşüncesinin yanlış olduğunu öğrencinin göreceğini ifade etmiştir. Katılımcının öğretimsel açıklaması göz önüne alındığında, öğrencinin hatasını anlaması için uygun bir yol seçtiği söylenebilir.

Yapılan görüşmelerde dördüncü soruda ayrıca a^2+b^2 ifadesinin modellenmesi de istenmiştir. Ö1, Ö3, Ö4 ve Ö7'nin $a^2 + b^2$ ifadesini modelleyebildiği fakat Ö2, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9 ve Ö10'un model ile gösterimi gerçekleştiremediği görülmüştür.

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu araştırmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin özdeşliklerin mantıksal çıkarımının öğretilmesine ilişkin görüşlerini ve bu mantıksal çıkarımları kullanma becerilerini incelemektir. Bu amaca yönelik olarak yapılan görüşmeler ve sınıf içi gözlemler dikkate alındığında, 10 öğretmenden sekizinin özdeşlikleri öğretirken formülleri doğrudan vermeyip görselleştirmeden faydalandıkları tespit edilmiştir. Geriye kalan iki öğretmenin ise özdeşlikler konusunu anlatım yöntemini kullanarak doğrudan kural olarak öğrettikleri görülmektedir. İlgili literatür de öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının matematiğin birçok konusunda anlatım yöntemini öğretim yöntemi olarak benimsediğini ve konuyla ilgili formülleri kural olarak vermeyi tercih ettikleri görülmektedir (Ball, 1990a, 1990b; Gökurt, Şahin, & Soylu, 2012; Gökkurt, Koçak, & Soylu, 2014; Işıksal, 2006; Lubinski, Fox, & Thomason, 1998; Ma, 1999; Nagle & McCoy, 1999). Yine çalışmadan elde edilen sonuçlara dayalı olarak, bir öğretmenin (Ö1) özdeşliklerin mantıksal çıkarımının verilmesi konusunda öğrenci seviyesini kriter aldığı görülmektedir. Ö1'in bu görüşü göz önüne alındığında, katılımcının özdeşlikler konusunun mantıksal çıkarımının verilmesi konusunda öğrenci seviyesini kriter alması, katılımcının kullandığı yöntemin öğrenci seviyesine bağlı olarak değiştiğini göstermektedir. Ancak öğrenci seviyesi ne olursa olsun bir matematiksel ifadenin arkasında yatan mantıksal çıkarımın verilmesi, öğrencinin verilen matematiksel ifadeyi ezberlemek yerine onu anlamlı bir şekilde öğrenmesine katkı sağlayacaktır. Sonuçta, mantıksal çıkarımın gösterilmesinde tek bir yöntem yoktur. Bu çalışmadan elde edilen bulgular da, özdeşliklerin mantıksal çıkarımının gösteriminde model oluşturmanın tek bir yol olmadığını, dağılma özelliğini kullanarak da özdeşliğin mantıksal çıkarımının gösterilebileceğini ortaya çıkarmıştır. Özdeşlikler konusu dikkate alındığı zaman, özdeşliklerin formülleri içeren ve ezberlenerek öğretilmeye çalışıldığında anlamlı bir öğrenmenin olması oldukça zor olan bir konu olduğu görülmektedir. Öğrenciler bu formülleri anlamlı bir şekilde öğrenemedikleri sürece ezberledikleri bilgileri hatırlamakta güçlük çekerler (Akın, 2007). Dolayısıyla öğretmenlerin formül ağırlıklı konuları öğretirken geleneksel yaklaşımdan ziyade yapılandırmacı yaklaşıma dayalı strateji, yöntem ve teknikleri kullanmaları, öğrencilerin bu formülleri ezberlemelerini engelleyebilir. Literatür incelendiğinde de, özdeşlikler konusunda yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının uygulandığı deney grubunu oluşturan öğrencilerin, geleneksel öğretim yaklaşımına dayalı kontrol grubu öğrencilerine göre zihinlerinde tutma düzeylerinin daha yüksek olduğu görülmektedir (Akın & Pesen, 2010; Davison, 1971; Pesen, Odabaş, & Bindak, 2000; Uslu, 2006; Üredi, 1999). Bu bakımdan, öğretmenlerin öğrencilerin özdeşlikleri zihinlerinde anlamlı bir şekilde öğrenebilmeleri için yapılandırmacı yaklaşıma dayalı yöntem ve teknikleri kullanmaları önerilir.

Yapılan görüşmelerde, öğretmenlerin çoğu, özdeşliklerin soyut olmasından dolayı öğrencilerin öğrenmelerinin zor oldukları görüşündedirler. Bu doğrultuda düşünen 10 öğretmenden sekizi model oluşturmaya ek olarak materyal kullanıldığında öğrenciler için daha kalıcı ve faydalı olacağını belirtmişlerdir. Buradan da anlaşılacağı üzere, öğretmenlerin büyük bir kısmı materyal kullanımının yararlı olacağı görüşündedirler. Bulut ve diğerleri (2002) de, soyut olan kavramların somut olan materyallerle desteklenerek öğretilmesinin öğrenciler tarafından daha kolay anlaşıldığını ifade etmişlerdir.

Sınıf içi gözlem raporları incelendiğinde ise öğretmenlerin görüşme sürecinde ifade ettikleri öğretimsel açıklamaları ders anlatımlarında uygulandıkları görülmüştür. Sadece materyal kullanma konusunda sekiz öğretmen arasından üç öğretmen yaptıkları açıklamalara paralel olarak materyali derslerinde etkin olarak kullandığı görülmüştür. Somut materyallerin kullanımı, matematiksel kavramların somut olarak ifade edilmelerini sağlayarak kavramların öğrenciler tarafından daha kolay anlaşılmasına yardımcı olur (Bulut, Çölekoğlu, Seçil, Yıldırım, & Yıldız, 2002). Ancak bu materyaller doğru geliştirilirse ve amacına uygun olarak kullanılırsa, öğretim sürecini etkili kılar. Bu araştırmada Ö4'ün $(a - b)^2$ için doğru materyal kullanmadığı görülmüştür. Çünkü Ö4, dikdörtgenin bir kenar uzunluğunu (-b) alarak uzunluk kavramını eksi bir değer almıştır. Bu durum, öğrencilerin model oluştururken kenar uzunlukları eksi bir değer alarak hata yapmalarına sebep olabilir. Bu nedenle, öğretim sürecinde somut materyali doğru geliştirmenin ve doğru kullanmanın, öğrencilerin konuyu anlaması açısından önemli olduğu söylenebilir. Eğer doğru ve uygun olmayan materyaller geliştirilirse, bu durum öğrencilerin konuyla ilgili hata yapmalarına ya da kavram yanılgılarına sahip olmalarına neden olabilir. Bu bakımdan öğretmenlerin özdeşlikler konusunda materyal kullanırken doğru materyaller kullanmaları gerektiği söylenebilir. Bu çalışmada özdeşlikler konusu ele alınmıştır. İleride bu alanda çalışma yapacak olan araştırmacıların, diğer matematik konularında yer alan matematiksel kuralların öğretmenler tarafından mantıksal çıkarımının verilip verilmediği detaylı olarak incelenebilir.

KAYNAKÇA

Akın, M. F. (2007). *Özdeşlik konusunun öğretiminde yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenme ürünlerine etkileri.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dicle Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.

Akın, M. F. & Pesen, C. (2010). Özdeşliklerin elde edilmesinde tam küp modelinin öğrenme ürünlerine etkileri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 14,* 86-102.

Ball, D. L. (1990a). The matematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal, 90*(4), 449–466.

Ball, D. L. (1990b). Prospective elementary and secondary teachers understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(2), 132–144.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar)* (2. Baskı). Ankara: Pegem Yayıncılık.

Bulut, S., Çömlekoğlu, G., Seçil, S. O., Yıldırım, H., & Yıldız, B. T. (2002, Ekim). *Matematik öğretiminde somut materyallerin kullanılması.* V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan sözlü bildiri, Ankara.

Büyüköztürk, S., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (15. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (6. Baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Davidson,N.A.(1971).(http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?_nfpb=true&_&ERICExtSearch_SearchValue_0=ED162879&ERICExtSearch_SearchType_0=eric_accn o&accno=ED162879) [Online]: adresinden 20. 01 2016 tarihinde indirilmiştir.

Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1991). On the reluctance to visualize in mathematics. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in teaching and learning mathematics* (pp. 26–37). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Ersoy, Y. & Ardahan, H. (2003). İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi-II: tanıya yönelik etkinlikler düzenleme. www.matder.org.tr [19.03.2013].

Flusser, P. & Francia, G. (2000). Derivation and visualization of the binomial theorem. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 5*(1), 3-24.

Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Gökkurt, B., Koçak, M., & Soylu, Y. (2014, Eylül). *Öğretmen adaylarının kesirler konusuna yönelik konu alan bilgileri ve öğretim stratejileri bilgilerinin incelenmesi.*11.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan sözlü bildiri. Adana: Çukurova Üniversitesi.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, *5*(8), 997–1012.

Işık, C., Albayrak, M., & İpek, A. S. (2005). Matematik öğretiminde kendini gerçekleştirme. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *13*(1), 129-138.

Işıksal, M. (2006). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin alan ve pedagojik içerik bilgileri üzerine bir çalışma.* Yayımlanmamış doktora tezi. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kara, Y. & Özgün-Koca, S. A. (2004). Buluş yoluyla öğrenme ve anlamlı öğrenme yaklaşımlarının matematik derslerinde uygulanması: 'iki terimin toplamının karesi', *3*(1), 2-10.

King, J. P. (1992). Matematik sanatı. (Çev. Nermin Arık). Ankara: TÜBİTAK.

Koçak, M. (2015). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel formülleri anlamlandırılabilme ve matematiksel formüller ile ilgili öğretim stratejisi bilgilerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Kohlbacher, F. (2006). The use of qualitative content analysis in case study research. *Forum: Qualitative Social Research*, *7*(1), 21.

Lubinski, C. A., Fox, T, & Thomason, R. (1998). Learning to make sense of division of fractions: one K-8 pre-service teacher's perspective. *School Science and Mathematics, 98*(5), 247-253.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Nagle, L. M. & McCoy, L. P.(1999). *Division of fractions: procedural versus conceptual knowledge.* InMcCoy, L.P. (Ed.), Studies in teaching:1999 research digest. Research projects presented at annual Research Forum (Winston-Salem, NC), PP.81-85. ERIC Document Reproduction Service No:.ED 443 814.

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö., & Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *29*(1), 180-195.

Özdemir, M. E., Duru, A., & Akgün, L. (2005). İki ve üç boyutlu düşünme: iki ve üç boyutlu geometrik şekillerle bazı özdeşliklerin görselleştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 13*(2), 527-540.

Pesen, C., Odabaş, A., & Bindak, R. (2000). İlköğretim okullarında kullanılan matematik öğretim yöntemleri üzerine. *Eğitim ve Bilim*, *25*(118), 32-34.

Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics: Emergence from psychology. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education.* Dordrecht: Sense Publishers.

Presmeg, N. C., & Bergsten, C. (1995). Preference for visual methods: An international study. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 58–65). Recife, Brazil: Universida de Federal de Pernambuco.

Sönmez, S. (2000). *İlköğretim matematik 8 ders kitabı.* Ankara: Saray Matbaası.

Tahan, Ş. G. (2013). *İlköğretim matematik 8 ders kitabı.* Ankara: Can Matematik Yayınları.

Türk Dil Kurumu, [TDK], (2015). http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com _gtsvearama=gtsveguid= TDK.GTS.5 57c4b4bb15234.58924261, adresinden 13.12.2015 tarihinde indirilmiştir.

Uslu, G. (2006). *Ortaöğretim matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin derse ilişkin tutumlarına, akademik başarılarına ve kalıcılık düzeylerine etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Balıkesir.

Üredi, L. (1999). *İlköğretimde buluş yolu ve fen eğitimi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayınları.

Yenilmez, K. & Şan, İ. (2008). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin özdeşliklerin görsel modellerini tanıma düzeyleri. *E-Journal of New World Sciences Academy, 3*(3), 409-418.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

SUMMARY

The role of the teacher is important in students' understanding of mathematical formulas and seeing the relationships between these formulas. Since the teacher plays an active role in the detection and elimination of difficulties that students have regarding formulas. In mathematics classes, there are many subjects that include formulas and rules. Identities, which are very frequently used, are among these subjects. Identities are the equations, in which the variable they include is used in the generic sense. These equations are provided for all values in the set defined by the variables they include.

Students are faced with the subject of identities for the first time in the 8th grade of secondary school. The subject of identities is considered to be a subject that needs to be memorized by students, and this situation adversely affects their success. Özdemir, Duru, and Akgün (2005) have stated that identities are traditionally taught by teaching based on rote-learning, and the logic of this subject is not given at schools. When secondary school mathematics curriculum and 8th-grade textbook are analyzed, it is seen that identities are given by a teaching method based on the constructivist approach and that the logical inference is given by utilizing visualization. Therefore, the fact that teachers do not teach based on rote-learning while explaining this subject and show students the logical inferences of the formulas included in this subject is important. Since visualization of the formulas related to identities contributes to students' easier understanding of the subject. When the related literature was analyzed, studies on the teaching of identities and students' skills of visualizing identities were encountered. However, studies that examine how teachers playing a role in the teaching process teach this subject and reflect the opinions of teachers on teaching the logical inference of identities were rarely encountered. In this context, the aim of this study is to examine the middle mathematics teachers' opinions on teaching the logical inference of identities and using skills of these logical inferences. In this context, an interview form consisting of four open-ended questions was used as the data collection tool in the study. At first, 12 questions were prepared in the formation of the interview form. Identities and teaching scenarios in the mathematics course book of the secondary school 8th grade were benefited from in the preparation of these questions. Teaching scenarios were formed by the researcher to determine which methods, techniques and strategies were used by teachers in teaching the subject of identities. Two specialists and two teachers of mathematics were consulted about the subject whether questions were suitable for the purpose, and the number of questions was reduced to four. That eight questions were not suitable for the purpose of the study and there was a lack of sufficient time for implementation can be shown as the reason for the removal of these questions. In the study, interview and observation techniques were used together, and the interviews were recorded. 10 middle mathematics teachers working in public schools constituted the participants of this study, in which the case study was carried out. Attention was paid to the heterogeneous selection of the study group in order to reveal different perspectives of the subject and to obtain rich data. In the data analysis, the content and descriptive analysis techniques were used. After the data had been collected, the content analysis was performed by creating draft categories and codes, and the descriptive analysis was performed using codes such as "learning through presentations, learning through discovery" of Gökkurt (2014) by the researcher. Two experts were consulted about the subject whether these draft categories and codes were understandable. In accordance with the expert opinions, codes such as *learning through discovery, learning through presentations and expression* were added from the literature, and from the categories, *opinion* was made clearer by changing as "*opinions on teaching identities*", and *teaching, method, technique, and strategies* were made clearer by changing as the "*use of logical inferences in teaching identities*". Categories and codes, which were created to improve the reliability of the study performed, were recoded by another researcher, and the coding percentage was found to be 90%. Two researchers came together and reached a compromise for the remaining difference of 10%.

As a result of the study, it was observed that most of the teachers taught the logical inference underlying identities in their course. When opinions on teaching the logical inferences underlying identities were analyzed, it was determined that most of the teachers thought that teaching the logical inference of identities was necessary. Again, based on the results obtained from this study, it was seen that a teacher (Ö1) regarded the student level as a criterion for giving the logical inferences of identities. When Ö1's opinion was considered, the fact that the participant regarded the student level as criterion indicated that the methods used by that teacher varied depending on the student's level. However, regardless of the student's level, giving the logical inference underlying a mathematical expression will contribute to student's learning a mathematical expression given in a meaningful way instead of memorizing it. After all, there is no single method for the demonstration of logical inference. Moreover, the findings obtained from this study have revealed that creating a model is not the only way in the demonstration of the logical inference of identities and that the logical inference of identity can be also demonstrated by using the distributive property in identities. When the subject of identities is considered, the fact that identities have formulas in their content causes students' tendencies to memorize these formulas. Therefore, that teachers use strategies, methods, and techniques based on the constructivist approach instead of the traditional approach while teaching subjects with many formulas can prevent students from memorizing these formulas. When the literature was analyzed, it was seen in a study conducted that the levels of keeping identities in the mind of students in the class where teaching was performed by the constructivist approach were higher compared to students in the class where teaching was performed by the traditional approach. In this respect, teachers are recommended to use methods and techniques based on the constructivist approach for students to learn identities in a meaningful way in their minds. The subject of identities was discussed in this study. Researchers who will carry out studies in this field in the future can examine whether the logical inference of mathematical rules and formulas in other mathematics subjects is given by teachers.