Journal of Computer and Education Research
December 2022 Volume 10 Issue 20
http://dergipark.org.tr/jcer
(ISSN:2148-2896)

Research Article/Araştırma Makalesi

Determining Sixth Grade Students' Misconceptions about Integers

Mihriban HACISALİHOĞLU KARADENİZ [1] Aslı Nur HODANCI *[2]

[1] Giresun University, Department of Mathematics and Science Education, Giresun, Turkey, mihrideniz61@gmail.com

[2] Giresun University, Institute of Science and Technology, Giresun, Turkey, hodanci75@gmail.com

*Corresponding Author: hodanci75@gmail.com

Article Info

Received: *13 March 2022*
Accepted: *15 June 2022*

Keywords: Integers, types of misconceptions (overgeneralization, overspecialization, limited conception, mistranslation), sixth-graders

10.18009/jcer.1087195

Publication Language: Turkish

Abstract

This research is an explanatory research following a qualitative methodology and aims to reveal 6th grade students' explanations for possible misconceptions about the concept of integers. "Integers Diagnostic Test" was prepared by the researchers for the purpose of the study and it was applied to 61 students selected by random sampling among 6th grade students studying in two different secondary schools in the Eastern Black Sea Region. Misconceptions of students; analyzed in the context of misconception types. As a result of the study, it was revealed that the students had misconceptions in the types of "limited perception" the most and "over-specification" the least.

To cite this article: Hacısalihoğlu-Karadeniz, M., & Hodancı, A. N. (2022). Altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi. *Journal of Computer and Education Research, 10* (20), 358-370. https://doi.org/10.18009/jcer.1087195

Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi

Makale Bilgisi

Geliş: *13 Mart 2022*
Kabul: *15 Haziran 2022*

Anahtar kelimeler: Tam sayılar, kavram yanılgısı türleri (aşırı genelleme, aşırı özelleme, kısıtlı algılama, yanlış tercüme), altıncı sınıf öğrencileri

10.18009/jcer.1087195

Yayım Dili: Türkçe

Öz

Bu araştırma, nitel bir metodoloji izleyen açıklayıcı bir araştırma olup, 6. sınıf öğrencilerinin tam sayı kavramına ilişkin olası kavram yanılgılarına yönelik açıklamalarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Araştırmacılar tarafından çalışmanın amacına yönelik olarak "Tam Sayılar Tanılama Testi" hazırlanmış ve Doğu Karadeniz Bölgesinde bulunan iki farklı ortaokulda öğrenim gören 6. sınıflar arasından rastlantısal örnekleme yoluyla seçilen 61 öğrenciye uygulanmıştır. Öğrencilerin sahip oldukları yanılgılar; kavram yanılgısı türleri bağlamında incelenmiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin en çok "kısıtlı algılama", en az "aşırı özelleme" türlerinde kavram yanılgılarına sahip oldukları açığa çıkmıştır.

Summary

Determining Sixth Grade Students' Misconceptions about Integers

Mihriban HACISALİHOĞLU KARADENİZ [1] Aslı Nur HODANCI *[2]

[1] Giresun University, Department of Mathematics and Science Education, Giresun, Turkey, mihrideniz61@gmail.com
[2] Giresun University, Institute of Science and Technology, Giresun, Turkey, hodanci75@gmail.com
*Corresponding Author: hodanci75@gmail.com

Introduction

It is obvious that the misconception, which causes the repetition of a systematic error rather than a simple mistake and is revealed as a result of the student's misconception or understanding of the current concept in his cognition, will negatively affect the student's new learning and cause many problems in the future (Baki & Bell, 1997; Baki, 2019). Misconceptions prevent the understanding or learning of the current subject or concept and may lead to the formation of new misconceptions, which are more open to misconceptions of many subjects or concepts to be taught later (Duatepe-Paksu, 2010; p.10). Therefore, in this study, in order to prevent students from having new misconceptions in the next grade levels, it was deemed appropriate to deal with the concepts of the 6th grade, in which the foundations of integers were just laid.

Within the scope of the study, "What are the misconceptions of sixth grade students about Integers?" question will be answered. In this context, answers will be sought for the following sub-questions, including all the achievements of the integers subject, which was taught for the first time in the 6th grade:

i. What are the misconceptions of sixth-grade students about recognizing integers and showing them on the number line?
ii. What are the misconceptions of sixth-grade students about comparing and ordering integers?
iii. What are the misconceptions of sixth-grade students about determining the absolute value of an integer and making sense of it?

Method

The study, in which the explanatory research design, which is one of the mixed research designs, was carried out with 61 sixth-grade students from three different secondary schools in the Eastern Black Sea Region, selected through probability sampling. In line with the purpose of the study, taking into account the misconception types, the "Integer Identification Test" containing eight open-ended and four multiple-choice questions about possible misconceptions about integers was prepared and then applied to the students. Quantitative data were obtained from the students' answers, and finally, the case study method was used to obtain qualitative data to make the quantitative data more comprehensive and explanatory. Quantitative data were calculated using descriptive statistics (percentage and frequency), and partially correct and incorrect answers were discussed for qualitative data, students' misconceptions (Graeber & Johnson, 1991; as cited in Zembat, 2013) analyzed in the context of mistranslation.

Results, Discussion, and Conclusion

As a result of the study, it was revealed that 48.31% of the participants had misconceptions such as limited perception, 40.91% wrong translation, 8.43% overgeneralization, and 2.8% over-specification.

It has been determined that the students have misconceptions in the types of limited perception and mistranslation because of whether the number 0 is an integer or not, where it is not known where to place it in the set of integers if it is an integer, and it is decided whether the 0 has a symbol or not. It has been concluded that students have misconceptions such as restricted perception, overgeneralization, over-specification in recognizing integers and showing them on the number line. Parallel to this result, it is stated in the literature that students have this misconception (İşgüden, 2008; Sevim-Atayev, 2015; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2021).

Another result obtained regarding the number line in the study is an over-specification type error and explains that the number line can only be in the horizontal position. Similarly, Yürekli (2020) stated that the students sorted integers by comparing them according to their number values without considering whether they are positive or negative, they could not make sense of the concepts of negative and positive integers in their minds, and they thought and acted as if all integers were positive integers. It has been determined that students have misconceptions such as writing the set of integers, understanding negative integers, determining the absolute value of an integer, and limited perception in making sense. Similarly, writing the set of integers (İşgüden, 2008), making sense of negative numbers (Altıparmak & Özdoğan, 2010; Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, Şahin & Soylu, 2015), and determining and making sense of the absolute value of an integer (Şandır, Ubuz & Argün, 2007) revealed that students experienced some problems. It has been determined that students' mistakes in comparing and ordering negative and positive integers have an over-generalization type of misconception. Some of these misconceptions are parallel to the misconceptions about integers that emerged in previous studies (Avcu & Durmaz, 2011; İşgüden, 2008; Sevim-Atayev, 2015; Yürekli, 2020).

Another misconception about integers is a mistranslation type, and it shows that participants have problems with expressions involving real-life situations related to comparing and ordering integers. It has been determined that students have misconceptions such as over-specification regarding the multiple meanings of the (-) symbol. Similarly, Erdem et al. (2015) also stated that teachers should attribute different meanings to students' negative integers or the (-) symbol in daily life. On the other hand, students' misconceptions about recognizing positive and negative integers and writing with symbols are the ones revealed through mistranslation. These misconceptions coincide with the results of the İşgüden (2008) study. Another misconception arising from the wrong translation type is that students do not consider it important what integers mean in real life and on the number line when determining the integer equivalents of the given expressions. On the other hand, as a result of the study, it was revealed that the students had the misconception of "some real-life situations are only represented by negative or positive integers", which is a type of over-specification. Similarly, Erdem et al., (2015) also revealed that students have difficulties in associating whole numbers with daily life.

It was determined that the students had problems with understanding that positive and negative integers are used to express opposite directions and values in their mistranslation type misconceptions about showing integers with (+), (-) symbols, and identifying integers in given expressions. On the other hand, the students generalize the meaning of "multiplication of a number", which they learned in multiplication in previous years, to the expression "solid of the building" in the given problem, so "floor always indicates the meaning of multiplication" shows that they have an over-generalization type error. Another result that will be presented in the context of misconceptions of the type of overgeneralization is that the students think that the notation of the concept of fraction and the part-whole relationship is also valid for integers. Considering that teachers have a share at various rates in the misconceptions that students have in general, it can be suggested that studies should be carried out to identify and eliminate the misconceptions that teacher candidates acquire before service and teachers after service. With the study, it can be recommended to teachers in the process, and to prospective teachers in the field education courses, they take in undergraduate education, especially in the "Teaching Practice-I-II" courses, as in many subjects of mathematics, to take into account student misconceptions about integers and to organize their learning environments accordingly. Such practices in teacher education will pave the way for raising successful students thanks to qualified teachers. It is hoped that the study will contribute to future studies and shed light on researchers who are interested in this subject.

Giriş

Öğrencilerin ilkokulun ilk yıllarında hatta okul öncesi dönemde karşılaştıkları doğal sayılar kümesi, günlük hayattaki bazı problemlerin çözümünde yetersiz kalması nedeniyle doğal sayılar kümesinin genişletilmesine ihtiyaç duyulmuş ve tam sayılar kümesi elde edilmiştir (Baykul, 2019). Türkiye'de 2009 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programına (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009) göre, öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadıkları, bu sınıf düzeylerinde ilk kez karşılaştıkları konu olan negatif tam sayılar; negatif/pozitif tam sayıların, birer yönlü sayı olduğunu vurgulayan ve destekleyen yönde etkinliklerle planlanması gerekmektedir. Tam sayılar incelenirken mutlak değer kavramı ele alınmalı ve mutlak değerin bir uzaklık belirttiği sezdirilmelidir. Programının devamında tam sayılar konusu içerisinde yer alan üslü ifadeler ve bir sayının pozitif ve negatif kuvvetlerini anlamanın önemine değinilmiştir. Öğrenciler 6. sınıf düzeyine kadar doğal sayılarla yapılan toplama/çıkarma ve çarpma/bölme işlemleri arasındaki ters işlem ilişkisini anlamış olmalıdır ki 6-8. sınıfa geldiklerinde bu ilişkiyi kesir, ondalık kesir ve tam sayılarla yapılan işlemlerde kullanabilsinler. Dolayısıyla bu sınıf düzeylerinde öğrencilerden özellikle ters işlemler bilgisini, sayının karesini alma ile karekökünü alma işlemleri arasındaki ters işlem ilişkisini kavramaları beklenmektedir. Dahası bu sınıflar düzeyindeki öğrenciler, bu iki işlem arasındaki ters ilişkiyi kullanarak kareköklü sayıların yaklaşık değerlerini sayı doğrusunda gösterebilirler (MEB, 2009).

Türkiye'de halen daha uygulanmakta olan (MEB, 2018) ve daha önce uygulanan öğretim programlarına (MEB, 2013) bakıldığında da; 6. sınıf seviyesinde tam sayı kavramına yönelik olarak öğrencilerden; tam sayıları tanıması-sayı doğrusunda göstermesi, tam sayıları karşılaştırması-sıralaması, bir tam sayının mutlak değerini belirlemesi-anlamlandırması beklenmektedir. 7. Sınıf seviyesinde tam sayılarla toplama-çıkarma işlemlerini yapmaları tam sayıların kendileri ile tekrarlı çarpımını üslü nicelik olarak ifade etmesi istenmektedir. Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulması, bu sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazması, tam sayı kuvvetlerini hesaplamayı, sayıların ondalık gösterimlerini 10'un tam sayı kuvvetlerini kullanarak çözümlemesi, verilen bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetlerini kullanarak ifade etmesi, tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirlemesi ise 8. sınıf düzeyinde istenmektedir. Görüldüğü üzere neredeyse bugüne kadar uygulanan bütün programlarda 6. sınıf seviyesinden sonraki sınıf seviyelerinde öğrencilere ve öğretmenlere tam sayılar konusunda oldukça fazla iş yükü yüklenmektedir.

Öğrenciler pozitif tam sayıları öğrenmede ön bilgilerinde var olan sayma sayılarından yararlanmakta, sıfırı doğal sayıların şemasıyla öğrenmekte ancak negatif tam sayıları öğrenmede daha önceki öğrenmelerinden yararlanabilecekleri bir ön öğrenme olmadığı bilinmektedir (Çevik & Cihangir, 2020). Dolayısıyla öğrenciler her ne kadar gerçek hayatta negatif sayılara ilişkin sezgiler geliştirseler de formal anlamda negatif sayılara ilişkin ilk kavramsal bilgilerle altıncı sınıf seviyesinde karşılaşırlar. Tam sayılar, günlük yaşantımızda borç-alacak ilişkileri, sıcaklık, yükseklik, golf vuruş sayıları (golf puanları), doğrusal bağlamları sıcaklık, yükseklik, zaman-para çizelgesi, futbolda kazanma/kaybetme gibi birçok alanda karşımıza çıkar (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2021). Bu nedenle gerçek hayatın hemen her alanında formal ya da informal yollarla karşımıza çıkan tam sayılar konusu matematik öğretim programlarında ele alınan önemli konulardan biridir.

Kavram yanılgısı, öğrencilerin matematikte çeşitli öğrenmeler sonucunda sahip oldukları öğrenmeler ve zihinlerinde soyutlama yaptıkları kavramlara yüklemiş oldukları anlamlar, kavramın bilimsel olarak kabul gören durumlardan farklı bir biçimde algılanması olarak tanımlanabilir (Baki, 2019). Öğrencilerin aynı kavram ile ilgili farklı kavram görüntüleri olabilir, kavramlara ilişkin zihinlerinde oluşturdukları bu anlamalardan hatalı olanlar ise kavram yanılgısı olarak düşünülebilir (Ural, 2017). Eryılmaz ve Sürmeli (2002) de kavram yanılgısının bir hata veya yanlış cevap olmadığını, söz konusu kavram yerine geçen ancak bilimsel olarak o kavrama ilişkin açıklamalarla örtüşmeyen bilgi olduğunu ifade etmişlerdir. Başka bir deyişle kavram yanılgısı; basit bir hatadan ziyade sistematik olarak bireyi hataya teşvik eden bir algılama biçimi olarak da ifade edilebilir (Zembat, 2008).

İlkokuldan itibaren doğal sayılarla işlem yapmaya alışkın olan öğrenciler, tam sayılarla karşılaştıklarında bu sayıları kavramada birtakım yanılgılara sahip olabilirler. Bu yanılgılar; eksi işaretinin farklı anlama (Gallardo & Rojano, 1994; Vlassis, 2004, 2008), negatif sayıları somut bir biçimde modelleyememe (Stephan & Akyüz, 2012), doğal sayılardaki işlem ve genellemelerin tam sayılara aktarma (Hativa & Cohen, 1995; Kilhamn, 2011), negatif sayılar ve boyut gösterimi arasındaki ters ilişki (Fischbein, 1987) şeklinde sıralanabilir. Benzer biçimde İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programında (MEB, 2009) da öğrencilerin, tam sayılarla işlem yapmada, özellikle sayının işareti ile işlem işareti arasındaki ayrımı anlamakta ve bu işlemlerin anlamlarını oluşturmada birtakım zorluklarla karşılaştıkları ifade edilmektedir. Bu tür zorlukların yaşanmaması adına tam sayılarda yapılan işlemler gerçek hayat durumları ile ilişkilendirilerek bu işlemlerin anlamları oluşturulmalı, öğrencilerin, bu tür problem durumları ile gerekli deneyimler elde ettikten sonra, bu işlemlerin özellik ve kurallarını keşfetmeye yönlendirilmelidirler.

Öğrenciler tam sayıları öğrenmeye başladıklarında 0'dan küçük sayıların da olduğunu ve bunlara negatif sayılar denildiğini hemen kavrayamayabilirler (Çevik & Cihangir, 2020; Dereli, 2008; Yürekli, 2020). Bu konuda yapılan araştırmalara bakıldığında; öğrencilerin bu sayıları doğal sayılara ilişkin varsayımlara dayanarak oluşturmaya çalışmaları, doğal sayılar için bildiklerinin tam sayılar için de geçerli olduğunu kabul etme eğilimde olmaları nedeniyle özellikle de negatif tam sayıların öğretiminde zorlandıklarını göstermektedir (Gallardo, 2002; Gallardo & Romero, 1999; Peled, Mukhopadhyay & Resnick, 1989). Kısacası sürekli pozitif sayılarla işlem yapan öğrenciler doğal sayılardaki işlem ve genellemeleri tam sayılara aktararak bu sayılara özgü durumları negatif sayılara genelleme yoluna gitmektedirler (Bingölbali & Özmantar, 2015; Kilhamn, 2011).

Tam sayılar konusu aritmetikten cebire geçişte önemli ve zorlu bir konular arasında yer almaktadır (Peled & Carraher, 2007). Bu durum, tam sayılardaki aritmetik işlemlerin anlamlarının yeterince anlaşılmaması tam sayılarda hata ve zorluklarla karşılaşılmasına neden olmaktadır (Vlassis, 2004). Diğer yandan öğrencilerin tam sayılarla işlemleri anlama konusunda, eksi işaretinin çoklu anlamlarında kavram yanılgısına sahip oldukları, "-(-8)" örneğindeki gibi ifadelerin anlamını bilmedikleri dolayısıyla çıkartılacak bir sayı göremedikleri yönündedir (Van de Walle vd., 2021). Öğretmen ve öğrencilerin negatif sayıları anlamlı öğrenebilmesi için günlük hayatta "borç" teriminin kullanılmasına işaret edilmiş, örnek olarak da 5-8=-3 işleminde "Bir bireyin 5 birime sahip iken, 8 birim ödemesi gereken bireyin durumuna benzetilerek, bu bireyin 3 birim borcunun olduğu" şeklinde açıklanması gerektiği vurgulanmıştır (Kilhamn, 2011). Bununla birlikte öğrencilerin negatif sayıları anlamada yaşadıkları sorunların bir nedeni de öğrencilerin bilgiyi yapılandırmalarına fırsat vermeden kavramla ilgili genellemelerin öğrencilere hazır olarak sunulması, bunun sonucunda öğrenmelerin anlamlı ve tam gerçekleşememesi olarak ifade edilmiştir (Altıparmak & Özdoğan, 2010). Öte yandan tam sayılar kümesi içerisinde bulunan 0'ın tam sayı olup olmadığı, öğrencilerin negatif sayıları karşılaştıramadıkları ve mutlak değerin anlamı ile ilgili birtakım zorluklar yaşadıkları ifade edilmiştir (İşgüden, 2008). Ayrıca Avcu ve Durmaz (2011) da, öğrencilerin negatif ya da pozitif sayının ayrımını yapabilirken hangisi daha büyük ya da daha küçük bunun ayrımını yapamadıklarını, "0" tam sayı olsa bile tam sayılar kümesi içerisinde nereye yerleştirileceğinin bilinmemesi olarak sıralamışlardır.

Basit bir hatadan öte sistematik hatanın tekrarlanmasına neden olan ve öğrencinin zihnindeki mevcut kavramı, yanlış kavraması ya da anlaması sonucunda açığa çıkan kavram yanılgısının, öğrencinin yeni öğrenmelerini olumsuz yönde etkileyeceği ve ileride pek çok probleme yol açacağı aşikârdır (Baki & Bell, 1997; Baki, 2019). Kavram yanılgıları mevcut konunun ya da kavramın anlaşılmasını ya da öğrenilmesini engellediği gibi devamında öğretilecek birçok konunun ya da kavramın yanlış kavranmasına daha açık olarak yeni kavram yanılgılarının oluşmasına yol açabilir (Duatepe Paksu, 2010; s.10). Bu nedenle öğrencilerin bir matematik kavramı ile ilgili yanılgılarının oluşmasını önlemek, bu yanılgıları ortadan kaldırmak ve matematik öğretimini öğrenci anlamalarına göre yeniden düzenleyebilmek için kavram yanılgılarının belirlenmesi gerektiği, söz konusu yanılgıların teşhis edilmemesi durumunda öğrencilerin yanlış anlamalarının engellenmesinin mümkün gözükmediği söylenebilir (Baki, 2019). Öğrencilerin konuyla ilgili sahip oldukları kavram yanılgılarının tespit edilmesinin süreçte öğrenciye olduğu kadar öğretimin niteliğinin artmasında da öğretmene önemli katkılar sunacağı yönünde olduğu söylenebilir (Avcu & Durmaz, 2011). Dolayısıyla bu çalışmada, öğrencilerin ilerleyen sınıf seviyelerinde yeni kavram yanılgısına sahip olmalarını engellemek ya da var olan yanılgıları fark ettirmek için tam sayılar konusunun temellerinin yeni atıldığı 6. sınıfa ait kavramların ele alınması uygun görülmüştür.

Çalışma kapsamında "Altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda sahip oldukları kavram yanılgıları nelerdir?" sorusuna cevap aranacaktır. Bu bağlamda 6. sınıfta öğretilen tam sayılar konusunun bütün kazanımlarını içeren şu alt sorulara cevap aranacaktır:

i. Altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayıları tanıma ve sayı doğrusunda gösterme ile ilgili kavram yanılgıları nelerdir?

ii. Altıncı sınıf öğrencilerinin tam sayıları karşılaştırma ve sıralama ile ilgili kavram yanılgıları nelerdir?

iii. Altıncı sınıf öğrencilerinin bir tam sayının mutlak değerini belirleme, anlamlandırma ile ilgili kavram yanılgıları nelerdir?

Bu çalışma ile tam sayılar konusundaki kavram yanılgısı türleri detaylı bir biçimde sunularak, bu yanılgı türlerinden yola çıkılarak olası yanılgıların giderilmesine yönelik yapılacak çalışmalara ışık tutacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla mevcut çalışmanın bu alt sorularına ilişkin olarak elde edilen sonuçların tam sayılar konusunda öğrencilerin ne tür kavram yanılgısına sahip olduğunun ortaya konulması bakımından literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesine yönelik bir test geliştirmek ve bu test yardımıyla öğrencilerin tam sayılar konusundaki kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla nitel bir metodoloji izleyen açıklayıcı araştırma deseni kullanılmıştır.

Açıklayıcı araştırma deseninde ilk olarak nicel veriler elde edilir. Bir sonraki aşamada ise nicel verileri daha kapsamlı ve açıklayıcı bir hale getirmek için nitel veriler elde edilir (Çepni, 2021). Bu araştırmanın nicel kısmında tam sayılar konusundaki kavram yanılgılarını belirlemeye yönelik bir test geliştirilmiştir. Nitel kısmında ise öğrencilerin tam sayılar konusuna yönelik kavram yanılgılarını detaylı ve derinlemesine incelemek amacıyla (McMillan, 2000; Patton, 2002) durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir. Bu araştırmada 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusuna yönelik kavram yanılgılarının bütüncül, derinlemesine ve esnek bir biçimde ortaya konulması amaçlandığı için nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır (Bogdan & Biklen, 2007; Çepni, 2021; Yin, 2009). Bu yöntemin seçilmesinin gerekçesi olarak, çalışmada sınırlı örneklem seçilmesi ve durum tespiti yapılması gösterilebilir.

Katılımcılar

Bu araştırmanın katılımcılarını Doğu Karadeniz Bölgesinde bulunan iki farklı ve aynı sosyo-ekonomik düzeydeki ortaokulda öğrenim gören 6. sınıflar arasından olasılıklı (rastgele-rastlantısal) örnekleme yoluyla seçilen üç sınıftaki 61 (30 kız, 31 erkek) öğrenci oluşturmaktadır. Katılımcılar, süreçte tam sayılarla ilgili öğretimin henüz yapıldığı ve sınıf içi uygulamaları tamamlamış öğrencilerden oluşmaktadır. Dolayısıyla katılımcıları oluşturan öğrencilerin tam sayılar konusundaki kavramlara yönelik bilgi sahibi oldukları söylenebilir. Araştırmaya katılan öğrencilerin isimleri gizli tutulmuş ve öğrenciler; “Ö1, Ö2, Ö3, … Ö61” olarak kodlandırılmıştır. Katılımcıların dağılımını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

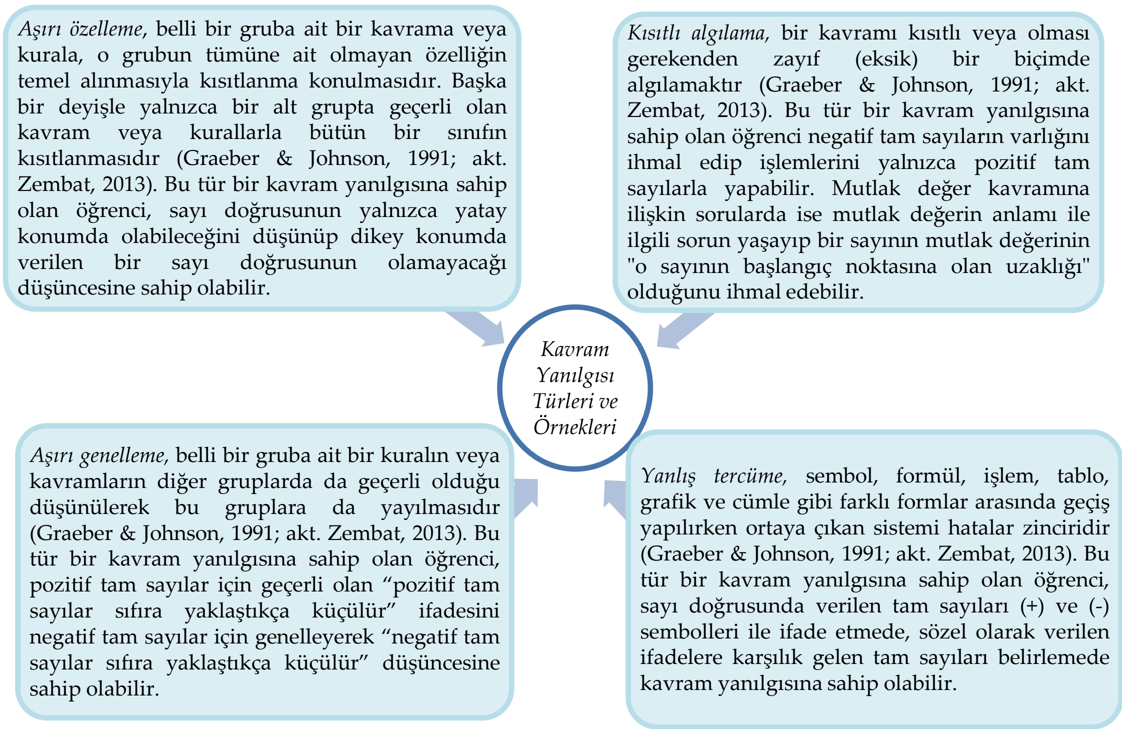
Tablo 1. Katılımcıların dağılımı

Okul	**Kız**	**Erkek**	**Toplam**
A	17	21	38
B	13	10	23
Toplam	**30**	**31**	**61**

Tablo 1'de görüldüğü gibi A okulunda 38, B okulunda 23 öğrenci bulunmaktadır. Katılımcıların tamamı göz önünde bulundurulduğunda kız ve erkek öğrenci sayılarının birbirine yakın olduğu görülmektedir.

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veri toplama aracı geliştirilmeden önce kavram yanılgısı türlerinin sınıflandırılması araştırılmış, ilgili türlerin tam sayılar konusundaki olası kavram yanılgıları belirlenmiştir. Matematikteki kavram yanılgılarını Graeber ve Johnson (1991); aşırı genelleme (over-generalization), aşırı özelleme (over-specialization), kısıtlı algılama (limited conception) ve yanlış tercüme (mistranslation) olarak sınıflandırmışlardır (akt. Zembat, 2013). Bu kavram yanılgısı türlerinin neler olduğu ve tam sayılar konusundaki olası yanılgı örnekleri aşağıda Şekil 1'de gösterilmiştir.



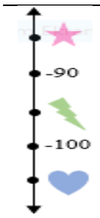
Şekil 1. Kavram yanılgısı türleri (Graeber & Johnson, 1991) ve örnekleri

Çalışmanın amacı doğrultusunda Zembat'ın (2013) aktardığı Graeber ve Johnson (1991)'ın sınıflamış oldukları kavram yanılgısı türleri göz önüne alınarak, her kavram yanılgısı türüne ait tam sayılarla ilgili olası kavram yanılgılarını ortaya çıkaran 22 açık uçlu ve 18 çoktan seçmeli toplam 40 tane soru hazırlanmıştır. Araştırmacılar tarafından geliştirilen "Tam Sayılar Tanılama Testi"; Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2018), Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı tarafından onaylanmış çeşitli matematik ders kitapları, Eğitim Bilişim Ağı (EBA) soruları, ulusal alanda yapılmış Seviye Belirleme Sınavı (SBS) sorularından yararlanarak hazırlanmıştır. Soruların geçerliliğini sağlamak için, uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşü doğrultusunda, soruların bazıları çıkarılarak (olası kavram yanılgısının türü ve 2 ders saatini aşmaması) yeniden düzenlenmiştir. Araştırmacılar tarafından "Tam Sayılar Tanılama Testi"nin 8 açık uçlu ve 4 çoktan seçmeli toplam 12 soru olmasına karar verilmiştir. Ayrıca sorular hazırlanırken genel kavram yanılgısı türleri ve tam sayılar konusundaki kavram yanılgısı ile ilgili literatür taranmış, 6. sınıf tam sayılar konusundaki kazanımlara ilişkin kavram yanılgılarını ortaya koyan yeterince çalışmaya rastlanılmaması nedeniyle bu konudaki zorluklarla ilgili çalışmalar incelenmiştir.

Tanılama testindeki sorular, öğretim programında yer alan Sayılar ve İşlemler öğrenme alanının Tam Sayılar alt öğrenme alanındaki "M.6.1.4.1. Tam sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir.", "M.6.1.4.2. Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar.", "M.6.1.4.3. Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır." Kazanımlarına odaklanarak hazırlanmıştır (MEB, 2018). Testteki sorular; "S1, S2, S3, … S12" olarak kodlanmıştır. Katılımcılara uygulanan testte bulunan sorulardaki olası kavram yanılgısı türlerine ait örnekler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Çalışma soruları ve muhtemel cevaplara yönelik olası kavram yanılgısı türleri

K1. M.6.1.4.1. Tam sayıları tanır ve sayı doğrusunda gösterir.	
İlgili Kazanıma Yönelik Sorular	**Soruların Doğru Çözümleri ve Muhtemel Kavram Yanılgıları**
S1. Aşağıda verilen ifadeleri birer tam sayı olarak yazınız. Cevabınızı açıklayınız. a. 20 TL kâr b. Giriş katın 3 kat altı c. 1500 TL zarar d. Uçağın dışındaki hava sıcaklığı sıfırın altında 5ºC'dir. e. 2000 TL gelir f. Giriş katın 2 kat üstü g. Ne kâr ne zarar h. Uçağın yüksekliği, deniz seviyesinin 3783 metre yukarısındadır. i. Ulaşmak istediğim yerden 500 metre gerideyim.	Doğru cevap, verilen ifadelerin sırasıyla (+20), (-3), (-1500), (-5), (+2000), (+2), 0, (+3783), (-500) tam sayıları ile ifade edilmesidir. Eğer öğrenci, tam sayı sembollerini göz önünde bulundurmadan (-20), (+3), (+1500) gibi cevaplar vermişse pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamada sorun yaşadığından ve cümle, sembol gibi farklı formlar arası geçişlerde sistemli hatalar yaptığından "yanlış tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olur. Bu yanılgı "*pozitif ve negatif tam sayıları tanımlamada ve sembolle yazmada sorun yaşama*" yanılgısı ile açıklanabilir. Öğrenciler, g çeldiricisindeki "ne kâr ne zarar" ifadesine "+0" veya "-0" cevabını verebilir. Bu durum "yanlış tercüme" türünden bir kavram yanılgısı olmakla birlikte "*0'ın tam sayılar kümesinde nereye yerleşeceğini bilememe*" kavram yanılgısı ile ifade edilebilir. Diğer taraftan, giriş katın 3 kat altı ifadesine (+3), 1500 TL zarar ifadesine (+1500) cevaplarını veren öğrencinin negatif tam sayıları ihmal ettiği dolayısı ile "kısıtlı algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Bu yanılgı ile "*negatif tam sayıları anlamlandıramama ve tam sayıları günlük hayatla ilişkilendirmede sorun yaşama*" yanılgıları ortaya çıkabilir. **(YT, KA)**
S2.	Doğru cevap, verilen sembollere sırasıyla (-85), (-95), (-105) tam sayılarının karşılık gelmesidir.



Verilen sayı doğrusunda semboller hangi tam sayıları temsil etmektedir? Cevabınızı açıklayınız.

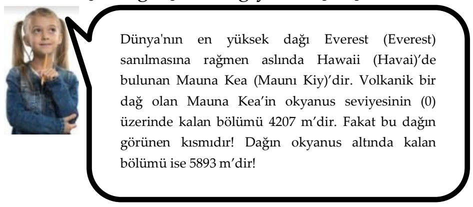
Eğer öğrenci sayı doğrusunun düşey konumunu ihmal edip cevap vermişse, sayı doğrusu kavramına ilişkin kavramsal eksikliklerinin olduğu dolayısıyla "kısıtlı algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip olacağı düşünülmektedir.

Öğrenci, sayı doğrusunun yalnızca yatay konumda olabileceğini düşünerek cevap vermişse kavramın kısıtlı bir kavrayışa indirgenerek düşünülmesi sonucu "aşırı özelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahiptir denilebilir.

Öte yandan öğrenci, soruda verilen negatif tam sayıların sıralamasını, pozitif tam sayılardaki sıralamaya göre yapabilir. Bu durum "*tam sayıların pozitif ya da negatif olma durumunu dikkate almadan sayı değerlerine göre karşılaştırılıp sıralama, negatif ve pozitif tam sayı kavramlarını zihninde anlamlandıramama, tam sayıların hepsini pozitif tam sayı gibi düşünüp hareket etme*" yanılgısının ortaya çıkmasıyla "Aşırı genelleme" türünden bir kavram yanılgısıdır. **(KA, AÖ, AG)**

K2. M.6.1.4.2. Tam sayıları karşılaştırır ve sıralar.

S3. Sevgi, okuduğu bir bilim kitabında "rakım" kelimesiyle karşılaşır. Bu sözcüğün anlamını öğrenmek için Türk Dil Kurumunun internet sitesini (www.tdk.gov.tr) ziyaret eder. Rakım, bir yerin deniz seviyesine (0'a) göre yüksekliğidir. Sevgi, araştırmasına devam ederken çok ilginç bir bilgiyle karşılaşır.



Sevgi'nin karşılaştığı bu ilginç bilgide yer alan tam sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayınız. Cevabınızı açıklayınız.

Doğru cevap, 4207 >0> (-5893) sıralamasıdır.

Öğrenci metindeki tam sayıları (+), (-) sembollerinden yanlış sembol ile ifade ederek (5893)> 4207> 0 sıralamasını yapabilir. Dağın okyanus altında kalan bölümü için derinlik ihmal edilebilir. Dolayısıyla öğrencinin tam sayı kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olduğu tespit edilirse "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahiptir denilebilir. Öte yandan, öğrenci metinde geçen 0 sayısının tam sayı olmadığını düşünerek 0 tam sayısını sıralamaya dâhil etmeyebilir. "*0 sayısının tam sayı olup olmaması ve tam sayı olması durumunda tam sayılar kümesinde nereye yerleştirileceğinin bilinememesi*" kavram yanılgısının ortaya çıkmasıyla, ilgili yanılgıya sahip öğrencinin kavramın öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olması sonucu "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgısına sahip olduğunu gösterebilir.

Eğer öğrenci metindeki ifadeleri yanlış tam sayılarla göstererek, sıralamayı yanlış yaparsa; cümle, sembol gibi farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşandığından "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahiptir denilebilir. **(KA, YT)**

S4. Mehmet amca, kış mevsiminde güneş enerjisindeki suyun donmaması için suya antifriz ekliyor. Hazırladığı antifrizli suyun donma sıcaklığı -16ºC olduğuna göre aşağıda verilen sıcaklık değerlerinden antifrizli suyun donmayacağı değerlere "✓", donacağı değerlere "X" işareti koyunuz. Cevabınızı açıklayınız.

-15	-17	16	0	-20	-1

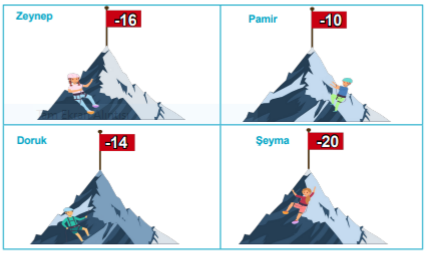
Doğru cevap, antifrizli suyun donma sıcaklığı (-16) ºC ise, su (-16) ºC'den küçük sıcaklıklarda donar, (-16) ºC'den büyük sıcaklıklarda donmaz. Verilen değerlerden, (-15), 16, 0 ve (-1), (-16)'dan büyük sıcaklıklardır. (-17), (-20) ise (-16)'dan küçük sıcaklıklardır. Buna göre tablo verilen işaretlerle doldurulduğunda, ✓, X, ✓, ✓, X, ✓ işaretleri gelir.

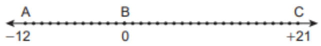
Negatif ve pozitif tam sayıların birlikte sıralanmasını gerektiren soruda öğrenci, negatif tam sayıların (-) sembolünü ihmal edebilir. Negatif sayıları pozitif sayılar gibi düşünerek sıralama yapan öğrencinin "*tam sayıların sembollerini göz önünde bulundurmadan yalnızca sayı değerlerine göre sıralama yapma*" türünden bir kavram yanılgısı ortaya çıkacağından, öğrencinin "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. "Sıcaklık" kavramının yalnızca pozitif tam sayılarla veya "donma sıcaklığının" yalnızca negatif tam sayılarla ifade edileceğini düşünen öğrenci hem "Aşırı Özelleme" hem de "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgılarına sahip olabilir. Bu yanılgı, "*tam sayıları günlük hayatla ilişkilendirmede sorun yaşama*" yanılgısı ile açıklanabilir. Bu ifadelerin tamamı farklı formlar arası geçişlerde yaşanılan sorunlardan kaynaklandığı için "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısı olacağını düşündürmektedir.

(AG, AÖ, KA, YT)

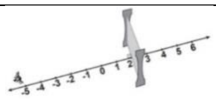
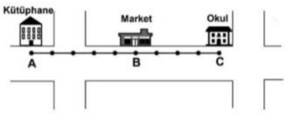
S5.

Doğru cevap, ardışık noktalar arası üç birim aralıklarla eş parçalara ayrıldığından, 9 noktasının sol tarafındaki tam sayılar sırasıyla, 6, 3, 0, (-3), (-6), (-9), (-12), (-15), (-18) olur. B noktası (-3) ve A noktası (-18) noktalarına karşılık gelir. Bu noktalar arasında (-4), (-5), (-6),

<table>
<tr><td>Sayı doğrusu modeli üzerinde ardışık noktalar arası üç birim aralıklarla eş parçalara ayrılmıştır.
Verilen bilgilere göre A ve B sayılarının arasındaki tam sayılardan hangisi (-1)'e daha yakındır? Cevabınızı açıklayınız.
A) -17 B) -19 C) -4 D) -2</td><td>…, (-17) noktaları vardır. Bu tam sayılardan (-1)'e en yakın olan (-4) noktasıdır. Doğru cevap C çeldiricisidir.
Öğrenci, sayı doğrusunda negatif tam sayıların varlığını ihmal ya da göz ardı ederek sadece pozitif tam sayıları kullanarak noktalara karşılık gelen tam sayıları belirlemeye çalışabilir. Öğrencinin, sayı doğrusu ilgili kavramsal eksiklikleri olduğunu gösteren bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısı ortaya çıkabilir.
Öğrenci, soruyu anlamlandıramayıp çeldiriciler arasından (-1)'e en yakın olan (-2) tam sayısını cevap olarak seçebilir. Öğrenci, "tam sayıların sayı doğrusunda gösterimi" ve soruda bulunan "ardışık noktaların arasının üç birim aralıklarla parçalara ayrılması" ifadesi arasında yani farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşadığından "Yanlış Tercüme" türünden kavram yanılgısına sahip olabilir. (KA, YT)</td></tr>
<tr><td>S6. Yeryüzünde deniz seviyesinden yükseklere çıkıldıkça sıcaklık değeri azalmaktadır. Zeynep, Pamir, Doruk ve Şeyma'nın çıktıkları dağların zirve noktalarının yükseklikleri ve zirvedeki hava sıcaklık değerleri verilmiştir.


K DAĞI 3990m
L DAĞI 3950m
M DAĞI 3940m
N DAĞI 3590m
Verilenlere göre K, L, M, N noktalarına çıkan kişilerin eşleştirilmesi nedir? Cevabınızı açıklayınız.</td><td>Doğru cevap, Zeynep, Pamir, Doruk ve Şeyma'nın çıktıkları dağların sıcaklıkları karşılaştırıldığında (-10)> (-14)> (-16)> (-20) sıralaması elde edilir. Dolayısıyla, Pamir>Doruk>Zeynep>Şeyma olur. K-L-M-N dağlarının yükseklikleri sıralandığında 3990 (K)> 3950 (L)> 3940 (M)> 3590 (N) sıralaması elde edilir. Yeryüzünde deniz seviyesinden yükseklere çıkıldıkça sıcaklık değeri azalıyorsa, en yüksekte bulunan dağ en soğuk dağ olmalıdır. En yüksekte K dağı vardır. En düşük sıcaklık ise (-20)ºC'dir. O halde, Şeyma K dağına çıkmıştır. Bu şekilde dağlar ve sıcaklık değerleri arasında bir ilişki kurulduğunda, L dağına Zeynep, M dağına Doruk ve N dağına Pamir çıkmıştır.
Öğrenci, negatif tam sayıları pozitif tam sayılar gibi düşünerek sıralama yaparsa "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahiptir denilebilir. İlgili kavram yanılgısı "negatif ya da pozitif sayının ayrımını yapabilirken hangisi daha büyük ya da daha küçük bunun ayrımını yapamama, tam sayıların pozitif ya da negatif olma durumunu dikkate almadan sayı değerlerine göre karşılaştırıp sıralama" yanılgıları ile açıklanabilir. (AG)</td></tr>
<tr><td colspan="2">K3. M.6.1.4.3. Bir tam sayının mutlak değerini belirler ve anlamlandırır.</td></tr>
<tr><td>S7. Selda okul bahçesinin zeminine, her bir nokta bir tam sayıya karşılık gelecek ve ardışık her iki nokta arası 1 birim olacak biçimde görseldeki sayı doğrusunu çizmiştir. Bu sayı doğrusunda A noktası -12, B noktası 0 ve C noktası +21 tam sayılarına karşılık gelmektedir.


Selda daha sonra bu sayı doğrusunun A noktasından başlayarak A ile B arasını 2'şer birim arayla, B ile C arasını 3'er birim arayla adımlamıştır.
Buna göre Selda'nın attığı toplam adım sayısı kaçtır? Cevabınızı açıklayınız.</td><td>Doğru cevap, A noktası (-12) ve B noktası 0 noktasına karşılık geldiğinden aralarında 12 birim vardır. A ile B arası 2'şer birim arayla adımlandığında toplamda 6 adım atılır.
B noktası 0 ve C noktası (+21) noktasına karşılık geldiğinden aralarında 21 birim vardır. B ve C arası 3'er birim arayla adımlandığında toplamda 7 adım atılır. Selda'nın toplam adım sayısı ise 6+7 = 13 olarak hesaplanır.
Eğer öğrenci, A ile B noktaları arasındaki uzaklığı (-12) birim alarak cevap vermişse uzaklığın negatif değer alamayacağını ihmal etmiştir. Dolayısıyla başlangıç noktasına olan uzaklığı belirten "mutlak değer" kavramına ilişkin eksik bir öğrenme gerçekleştirmiştir. İlgili yanılgıya sahip öğrencinin "kısıtlı algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu ortaya çıkarılabilir. Tam sayıların sayı doğrusunda gösterimi ile tam sayıların birbirlerine olan uzaklıklarını ifade etmede zorlanan öğrenci ise farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşaması nedeniyle "yanlış tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olabilir.
Soruda verilen (-12) tam sayısının (-) sembolünün yalnızca çıkarma işlemini temsil ettiğini düşünen öğrenciler olabilir. Öğrencinin (-) sembolünün yalnızca çıkarma işlemini temsil ettiğini düşünmesi ile "Aşırı Özelleme" türünden kavram yanılgısına sahip olduğu açığa çıkarılabilir. Bu yanılgı ise "(-) sembolünün çoklu anlamlarında kavram yanılgısına sahip olma" ifadesi ile açıklanabilir. (KA, YT, AÖ)</td></tr>
<tr><td>S8.</td><td>Doğru cevap, simetri aynası, bulunduğu noktadan eşit uzaklıkta olan diğer noktada görüntü oluşturur. 2 noktasının (-5) noktasına olan uzaklığı 7 birimdir. Aynanın diğer tarafındaki görüntü 2 noktasından 7 birim uzaklıktaki diğer noktada oluşur. 2 noktasına 7 birim uzaklıktaki diğer</td></tr>
</table>

 Simetri, verilen bir şeklin bir doğruya göre katlandığında doğrunun diğer tarafına aynısının eşit mesafede çıkmasıdır. Simetri aynası ise hem ayna özelliği taşıyan hem de şeffaf olması sayesinde arkadaki görüntüyü görmeye olanak tanıyan materyaldir. Şekildeki simetri aynası sayı doğrusuna dik konumdadır. 2 noktasında bulunan aynaya bakıldığında, (-5) sayısı hangi sayı üzerinde görünür? Cevabınızı açıklayınız. A) (-2) B) (-1) C) 8 D) 9	nokta (+9) noktasıdır. Doğru çeldirici D'dir. Öğrenci, başlangıç noktasına olan uzaklığı ifade eden mutlak değerin "uzaklık" anlamını ihmal ederek bir çözüm yapabilir. (-5) ile (+2) arasında görüntü oluşacağını düşünebilir. Bu durumda öğrenci, mutlak değer kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahiptir dolayısıyla "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. İlgili yanılgı "*mutlak değerin anlamına ilişkin sorun yaşama*" ifadesi ile açıklanabilir. Mutlak değerin yalnızca "| |" sembolü arasındaki tam sayının (+) sembolü ile çıktığını düşünen öğrenci, mutlak değer kavramını eksik bir kavrayışa indirgeyerek düşündüğünden "Aşırı Özelleme" türünden bir kavram yanılgısına da sahiptir. **(KA, AÖ)**
S9.  Kroki üzerinde çizilen doğru parçasında ardışık noktalar arasındaki uzaklıklar eşittir. Kütüphane, market ve okul sırasıyla A, B ve C noktalarında bulunmaktadır. Kütüphanenin markete uzaklığı 1,5 km olduğuna göre, market ile okul arası kaç kilometredir? Cevabınızı açıklayınız. A) 0,9 B) 1 C) 1,2 D) 1,4	Doğru cevap, kütüphane ile market arasında 5 birimlik bir uzaklık vardır. 5 birimlik uzaklık soruda verildiği hâliyle 1,5 km'ye eşit ise 1 birimlik uzaklık 0,3 km'ye eşit olur. Market ile okul arasında ise 4 birimlik uzaklık bulunmaktadır. Her 1 birimlik uzaklık 0,3 km ise 4 birimlik uzaklık 1,2 km olarak bulunur. Öğrenci, verilen sayı doğrusu modelini doğru yorumlamayıp yanlış cevap verebilir. Sayı doğrusu modeli ile cümle gibi farklı formlar arası geçişlerde yapılan bu yanılgı ile "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısı ortaya çıkarılabilir. **(YT)**
S10. Kat numarasının aşağıdan yukarı doğru birer arttığı bir binada giriş katının kat numarası 0, giriş katının üstündeki katların numaraları pozitif tam sayılar ve giriş katının altındaki katların numaraları ise negatif tam sayılardır. Bu binanın otopark katından asansöre binen Tolga 7.katta asansörden inmiştir. **Tolga 10 kat yukarı çıktığına göre Tolga'nın asansöre bindiği otopark katı kaçıncı kattadır? Cevabınızı açıklayınız.**	Doğru cevap, Tolga asansörde bulunduğu ilk konumdan 10 kat yukarı çıkıp (+7) noktasına ulaşmıştır. Tolga'nın ilk konumunu bulmak için sayı doğrusunda (+7) noktasından 10 birim sola gidilmesi yani asansörde 7. Kattan 10 kat aşağı inmek gerekir. Bu işlem yapıldığında Tolga'nın asansöre bindiği kat (-3) olarak bulunur. Öğrenci, mutlak değerin sayı doğrusunda ve gerçek hayatta (asansör) ne anlama geldiği ile ilgili zorluk yaşayabilir. Asansörde 0'ın aşağısında kat bulunmayacağını düşünüp soruya (+3) cevabını verebilir. Hem farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşandığı için "Yanlış Tercüme" hem de negatif tam sayılarla temsil edilen katlar ihmal edilip tam sayı kavramı eksik bir anlayışa indirgenerek düşünüldüğü için "Aşırı Özelleme" ve "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgılarının tespit edileceği düşünülmektedir. Öğrenci, çarpma işleminde öğrendiği "bir sayının katını alma" ifadesinin anlamını tam sayı problemindeki "binanın katı" ifadesine genelleyebilir. Dolayısıyla asansördeki kat ifadesi yerine bir sayının katını almayı düşünebilir. Bu yanılgı ile "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısı ortaya çıkabilir. **(YT, AÖ, KA, AG)**
S11.  Ali ve Zeynep okul bahçesinde oyun oynamak için eşit aralıklarla bölmelendirilmiş bir sayı doğrusu çiziyorlar. Ali bu sayı doğrusu üzerinde 2 noktasındadır. Zeynep Ali'nin	Doğru cevap, Ali sayı doğrusu üzerinde 2 noktasında bulunuyor. Zeynep'in dediği gibi 3 birim uzaklıktaki bir noktaya gitmeli. Ali, sayı doğrusunda 2'nin sağında 3 birim giderse (+5) noktasına ulaşır. (+5) noktasından da sola doğru 1 birim giderse (+4) noktasında durur. Diğer taraftan, Ali sayı doğrusu üzerinde 2 noktasında bulunuyor. Zeynep'in dediği gibi 3 birim uzaklıktaki bir noktaya gitmeli. Ali, sayı doğrusunda 2'nin solunda 3 birim giderse (-1) noktasına ulaşır. (-1) noktasından sola doğru 1 birim giderse (-2) noktasında durur. Ali, Zeynep'in verdiği komutlardan sonra ya (+4) noktasında veya (-2) noktasındadır. Öğrenci, Ali'nin sayı doğrusunda yalnızca pozitif tam sayıların bulunduğu

yukarıda verilen komutlarla sayı doğrusu üzerinde yer değiştirmesini istiyor. Zeynep'in verdiği bu komutlardan sonra Ali, sayı doğrusu üzerinde hangi tam sayının üzerinde bulunabilir? Cevabınızı açıklayınız.	noktalarda yer değiştirmesi gerektiğini düşünebilir. Öğrencinin, sayı doğrusuyla ilgili kavramsal eksiklikleri olduğunu gösteren bu durum "*tam sayıları sayı doğrusunda gösterememe ve negatif sayıları sayı doğrusuna yerleştirememe*" yanılgısının ortaya çıkmasıyla "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısıdır. Öğrenci, soruda verilen cümleler ile tam sayıları tanıma ve sayı doğrusunda gösterme ifadeleri arasında yani farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşadığından "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısına da sahip olabilir. **(KA, YT)**
S12. Sayı doğrusunda sıfıra uzaklığı 7 birim olan noktalar işaretleniyor. Daha sonra işaretlenen noktalara 4 birim uzaklıkta olan noktalar işaretleniyor. Buna göre aşağıda verilen sayılardan hangisi sayı doğrusunda işaretlenen noktalardan birisi olamaz? Cevabınızı açıklayınız. A) -7 B) -3 C) 3 D) 4	Doğru cevap, *s*ayı doğrusunda sıfıra uzaklığı 7 birim olan noktalar (+7) ve (-7) noktalarıdır. (+7) noktasına 4 birim uzaklıkta olan noktalar (+11) ve (+3) noktasıdır. (-7) noktasına 4 birim uzaklıkta olan noktalar (-3) ve (-11) noktasıdır. Yani (+7) (,-7), (+11) ,(+ 3), (-3) , (+11) tam sayıları işaretlenir. D çeldiricisinde bulunan 4 noktası işaretlenen noktalardan biri olamaz. Öğrenci, sayı doğrusunda sıfıra olan uzaklığı 7 birim olan noktaları seçerken yalnızca (+7) noktasını seçebilir. Bu nedenle öğrenci sayı doğrusunda bulunan negatif tam sayılar ihmal edebilir. Bu yanılgı, hem "sayı doğrusu" kavramı hem de başlangıç noktasına olan uzaklığı ifade eden "mutlak değer" kavramlarının eksik ya da zayıf algılanmasından kaynaklanması nedeniyle "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısıdır denilebilir. **(KA)**

Uygulama Süreci ve Verilerin Analizi

Soruların geçerlik ve güvenirliğinin belirlenmesi amacıyla iki alan uzmanının görüşlerine başvurulmuş ve soruların araştırmanın amacı dikkate alınıp incelenmesi sağlanmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda tekrar düzenlenen sorular araştırmacılardan birinin katılımıyla öğrencilere uygulanmış ve cevaplamaları için iki ders saati (80 dakika) zaman verilmiştir. Katılımcılar araştırma sorularının ilk altı tanesini birinci derste, diğer altı tanesini ikinci derste cevaplandırmıştır. Uygulama süreci öncesi hazırlık aşamasında sorular altışar altışar çıkarılmış ve katılımcılara bu şekilde verilmiştir. A okulundaki iki sınıfın ders saatleri ise katılımcıların soruları birbiriyle paylaşamayacakları şekilde seçilmiştir.

Analiz etme işlemi gerçekleştirilirken, katılımcıların cevapları doğru (geçerliliği olan cevabın bütün yönlerini içeren cevaplar), kısmen doğru (geçerli olan cevabın bir yönünü içeren fakat bütün yönlerini içermeyen cevaplar), yanlış (bilimsel olarak yanlış olan cevaplar), boş (boş bırakma, anlamsız cevaplar verme, bilmiyorum veya anlamadım şeklindeki cevaplar) biçiminde kategorilere ayrılmış, verilerin analizi iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk olarak katılımcıların cevapları iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak analiz edilmiştir. Analizlerde araştırmacılar katılımcıların olası kavram yanılgılarını ve açıklamalarını düzenlemiştir. Ardından bu kavram yanılgılarının türlerini belirlemek için katılımcıların cevaplarının frekansları hesaplanmıştır. İkinci adımda araştırmacılar bir araya gelerek yaptıkları analizleri karşılaştırmışlar ve analizler arasındaki farkları giderdikten sonra analizin son haline karar vermişlerdir. Araştırmanın güvenirliğinin sağlanması için

(Çepni, 2021), araştırma sonuçlarının doğruluğu araştırmacılar tarafından onaylanmış, araştırma içerisindeki tüm veriler açık ve anlaşılır bir biçimde ifade edilmiş ve araştırmanın verileri herkese açık olarak sunulmuştur. Böylece analizin güvenirliği sağlanmıştır. Analiz sonucunda katılımcıların ilgili bölümlere verdikleri cevaplar ve cevapların frekansları tablolar halinde verilmiştir. Ayrıca katılımcıların testte yer alan çoktan seçmeli ve açık uçlu sorulara verdikleri cevaplar ve onların çizim temsilleri kavram yanılgısı türlerini örneklendirmek için kullanılmıştır.

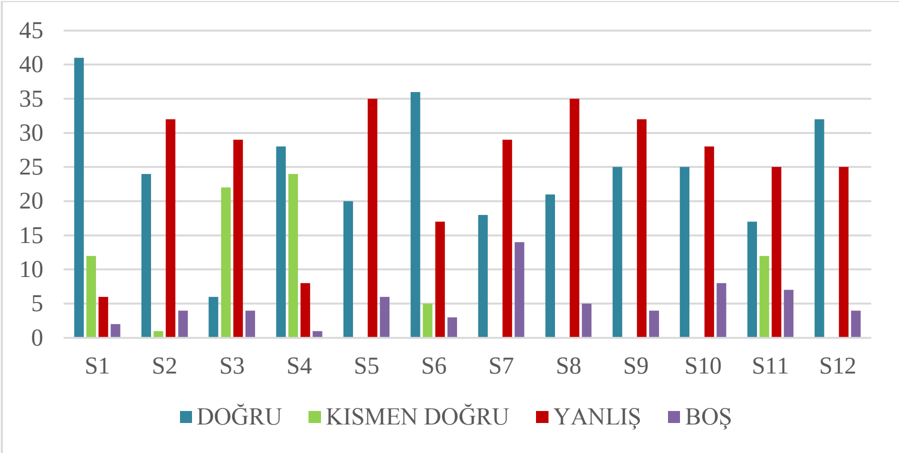
Bulgular

Bu bölümde öncelikle altıncı sınıf öğrencilerinin Tam Sayılar konusu ile ilgili sorulara verdiği yanıtlar "Doğru, Kısmen Doğru, Yanlış, Boş" olarak Tablo 3'te sınıflandırılmıştır.

Tablo 3. Katılımcıların testte yer alan sorulara ilişkin cevapları

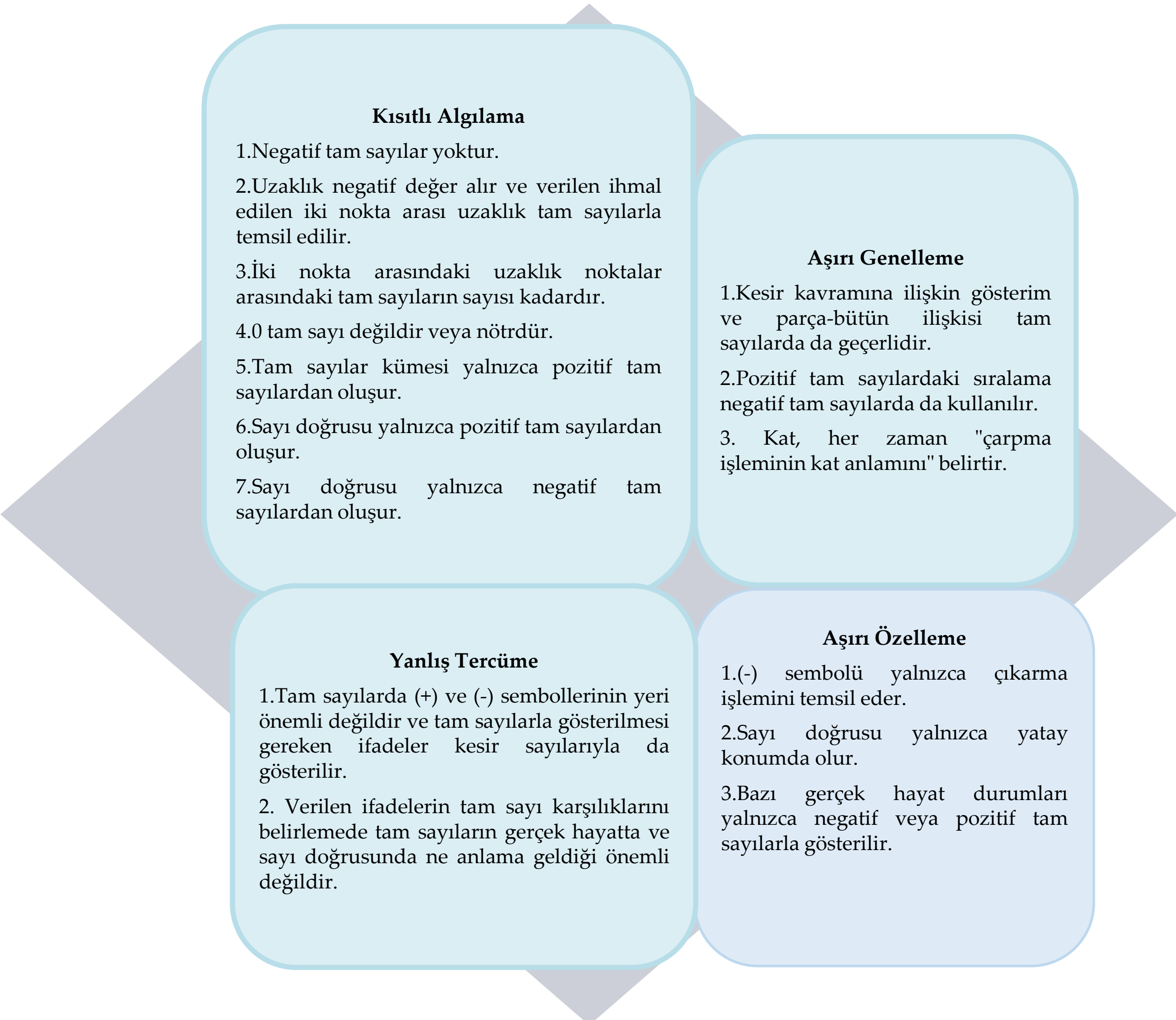
	Doğru		Kısmen Doğru		Yanlış		Boş	
Soru No	f	%	f	%	f	%	f	%
S1	41	67,21	12	19,67	6	9,83	2	3,28
S2	24	39,34	1	1,63	32	52,46	4	6,56
S3	6	9,84	22	36,07	29	47,54	4	6,56
S4	28	45,90	24	39,34	8	13,11	1	1,64
S5	20	32,79	0	0	35	57,38	6	9,84
S6	36	59,01	5	8,2	17	27,9	3	4,91
S7	18	29,5	0	0	29	47,54	14	22,95
S8	21	34,42	0	0	35	57,38	5	8,2
S9	25	41	0	0	32	52,5	4	6,6
S10	25	41	0	0	28	45,90	8	13,11
S11	17	27,9	12	19,67	25	41	7	11,5
S12	32	52,5	0	0	25	41	4	6,6
Toplam	293	40,03	76	10,38	301	41,12	62	8,47

Tablo 3 incelendiğinde toplam verilen yanıtların %41,12'sinin yanlış, %10,38'inin kısmen doğru olduğu görülmektedir. Testte yer alan sorular incelendiğinde ise çözümünde en çok yanlış %57,38 yapılan soruların S5 ve S8 olduğu görülmektedir. Testte yer alan sorulardan en çok doğru %67,21 cevaplandırılan sorunun ise S1 olduğu belirlenmiştir. Tablo 3'teki veriler aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 2. Katılımcıların testte yer alan sorulara ilişkin cevaplarının frekansı

Teste verilen cevaplardan kısmen doğru ve yanlış olanlar ele alınmış, öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgıları; aşırı genelleme, aşırı özelleme, kısıtlı algılama, yanlış tercüme türlerine göre analiz edilmiştir. İlgili yanılgı türleri, aşağıda şema olarak Şekil 3'te sunulmuştur.



Şekil 3. Katılımcıların kısmen doğru ve yanlış cevaplarında ortaya çıkan kavram yanılgıları

Katılımcıların sorulara verdikleri cevaplardan kısmen doğru ve yanlış olanlar Tablo 4'te kavram yanılgılarına göre sınıflandırılmıştır. Kavram yanılgısı türlerinin frekansları ve yüzdeleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Katılımcıların sahip olduğu kavram yanılgısı türleri

	Aşırı Genelleme	**Aşırı Özelleme**	**Kısıtlı Algılama**	**Yanlış Tercüme**	**Toplam**
Soru No	f	f	f	f	f
S1	0	0	1	9	10
S2	0	2	19	1	22
S3	1	0	3	19	23
S4	4	0	5	0	9
S5	0	0	1	29	30
S6	7	0	0	3	10
S7	1	2	1	10	14
S8	1	1	10	0	12
S9	0	0	23	0	23
S10	1	0	7	0	8
S11	0	0	12	0	12
S12	0	0	4	1	5
Toplam	15	5	86	72	178
(%)	8,43	2,8	48,31	40,91	47,21

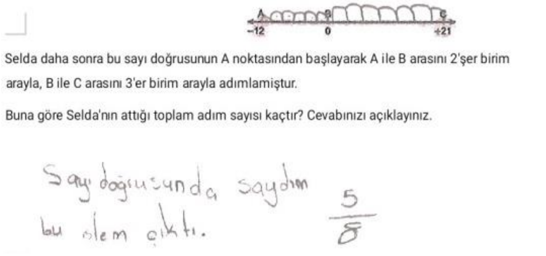
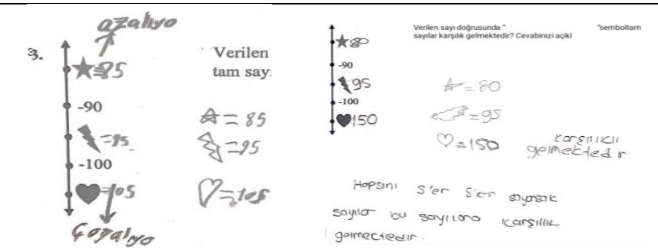
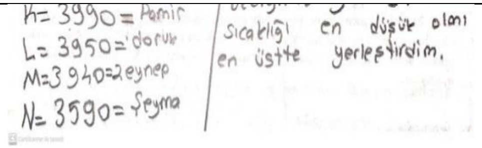
Tablo 4 incelendiğinde katılımcıların sorulara verdikleri cevaplardan kısmen doğru ve yanlış olanların %8,43'ü aşırı genelleme, %2,8'i aşırı özelleme, %48,31'i kısıtlı algılama ve %40,91'i yanlış tercüme türünde kavram yanılgılarını ortaya çıkardığı görülmektedir.

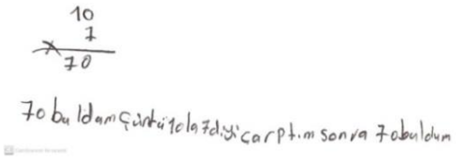
Katılımcıların sorulara verdikleri kısmen doğru ve yanlış cevaplar, kavram yanılgısı türlerine göre kategorilere ayrılmış ve aşağıda verilen tablolarda sunulmuştur. İlgili tablolarda kavram yanılgılarına göre ortaya çıkan yanılgılar, yanılgıların örnek öğrenci çözümleri ve açıklamalarına yer verilmiştir.

Aşırı Genelleme Türünde Kavram Yanılgılarına İlişkin Bulgular

Aşırı genelleme, belli bir gruba ait bir kuralın veya kavramların diğer gruplarda da geçerli olduğu düşünülerek bu gruplara da yayılmasıdır (Graeber & Johnson, 1991; akt. Zembat, 2013). Katılımcıların sorulara verdikleri kısmen doğru ve yanlış cevaplardan aşırı genelleme türünde ortaya çıkan yanılgılar, yanılgıların örnek öğrenci çözümleri ve açıklamaları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Aşırı Genelleme Türünde Kavram Yanılgıları

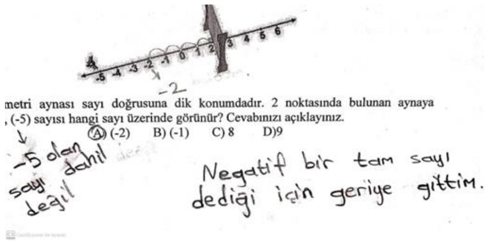
Kavram Yanılgısı	Örnek Öğrenci Çözümleri	Açıklamalar
Kesir kavramına ilişkin gösterim ve parça-bütün ilişkisi tam sayılarda da geçerlidir.	 **Şekil 4.** Ö32'nin S7 sorusunda yaptığı çözüm	Ö32, sayı doğrusunda A, B ve C noktaları arasındaki adım sayısını belirlerken, A ile B noktaları arasında 5 adım, B ile C noktaları arasında 8 adım atılacağını sayı doğrusu üzerinde göstermiştir. Ö32, bulduğu adım sayılarını tam sayılarla ifade etmek yerine kesir sayıları ile göstermiştir. Kesirlere ilişkin öğrendiklerini tam sayılara genellediği ve $\frac{5}{8}$ cevabına ulaştığı görülmektedir. Bu öğrenci, kesir kavramına ilişkin gösterim ve parça-bütün ilişkisinin tam sayılarda da geçerli olduğunu düşünmektedir. Dolayısıyla bu öğrencinin "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilmiştir.
Pozitif tam sayılardaki sıralama negatif tam sayılarda da kullanılır.	 **Şekil 5.** Ö29 ve Ö39'un S2 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö29 ve Ö39, verilen sembollere karşılık gelen tam sayıları belirlerken pozitif tam sayıları sıralamayı göz önünde bulundurmuşlardır. Dolayısıyla, öğrencilerin negatif tam sayıları pozitif tam sayılar gibi düşünüp sıralama yaptıkları görülmektedir. Pozitif tam sayılara ilişkin sıralamanın negatif tam sayılarda da geçerli olduğu düşünülerek yapılan bu yanılgı "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısıdır.
Pozitif tam sayılardaki sıralama negatif tam sayılarda da kullanılır."	 **Şekil 6.** Ö11'in S6 sorusunda yaptığı çözüm	Ö11, soruda verilen (-10), (-14), (-16), (-20) negatif tam sayılarını, pozitif tam sayı gibi düşünüp sıralamıştır. Ö11, sıralamayı, tam sayıların sayı değerlerine göre yaptığında (-10) sayısının en küçük olduğunu, (-20) sayısının ise en büyük olduğunu belirlemiştir. Bu öğrencinin yaptığı sıralama ile pozitif tam sayılara ilişkin sıralamayı negatif tam sayılarda da kullandığı yani "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

Kat, her zaman "çarpma işleminin kat anlamını" belirtir.	 **Şekil 7.** Ö25'in S10 sorusunda yaptığı çözüm	Ö25, "kat" kelimesinin her zaman verilen sayılarla çarpma işlemi yapılacağı anlamına geldiğini düşündüğü görülmektedir. Bu öğrenci, çarpma işleminde bir sayının katını almanın tam sayı problemlerinde de her zaman geçerli olduğunu düşünmüştür. Dolayısıyla öğrencinin "Aşırı Genelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

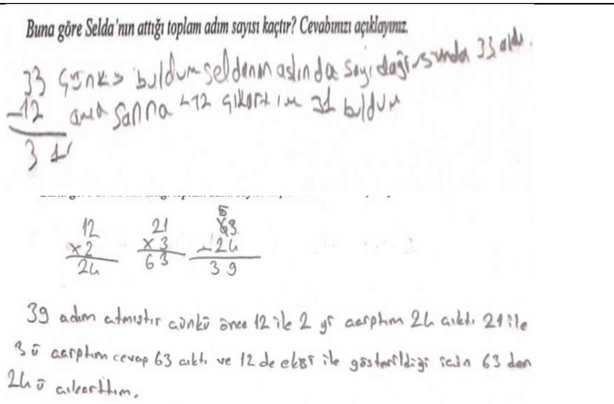
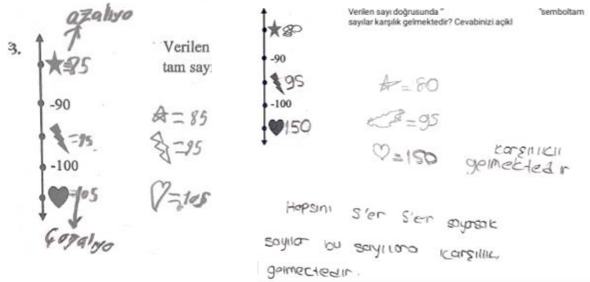
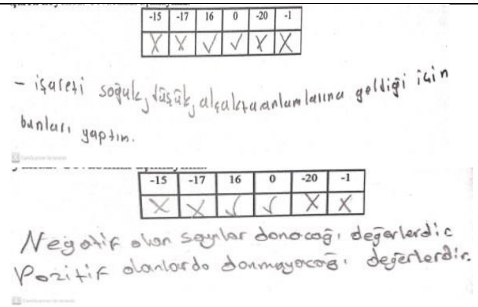
Aşırı Özelleme Türünde Kavram Yanılgılarına İlişkin Bulgular

Aşırı özelleme, belli bir gruba ait bir kavrama veya kurala, o grubun tümüne ait olmayan özelliğin temel alınmasıyla kısıtlanma konulmasıdır. Başka bir deyişle yalnızca bir alt grupta geçerli olan kavram veya kurallarla bütün bir sınıfın kısıtlanmasıdır (Graeber & Johnson, 1991; akt. Zembat, 2013). Katılımcıların sorulara verdikleri kısmen doğru ve yanlış cevaplardan aşırı özelleme türünde ortaya çıkan yanılgılar, yanılgıların örnek öğrenci çözümleri ve açıklamaları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6.Aşırı Özelleme Türünde Kavram Yanılgıları

Kavram Yanılgısı	Örnek Öğrenci Çözümleri	Açıklamalar
(-) sembolü yalnızca çıkarma işlemini temsil eder.	 **Şekil 8.** Ö34'ün S8 sorusunda yaptığı çözüm	Ö34 kodlu öğrenci, (-5) sayısına ilişkin (-) sembolünün bir çıkarma işlemi yapılması anlamına geldiğini düşünmüştür. Çıkarma işleminde (-) sembolü eksiltme anlamına geldiğinden, öğrenci sayı doğrusunda 2 noktasından başlayıp sola doğru 5 birim saymış ve (-2) cevabına ulaşmıştır. Öğrencinin, (-) sembolünün çoklu anlamlarına, bu anlamlara ait olmayan bir kısıtlama koyduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu öğrencinin, "Aşırı Özelleme" türünden kavram yanılgısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

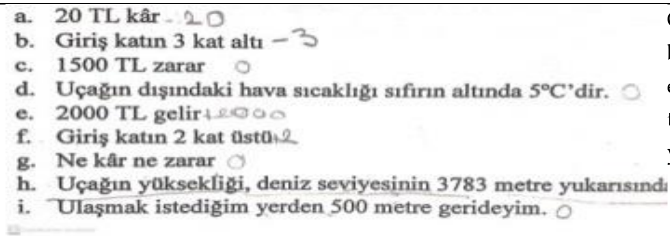
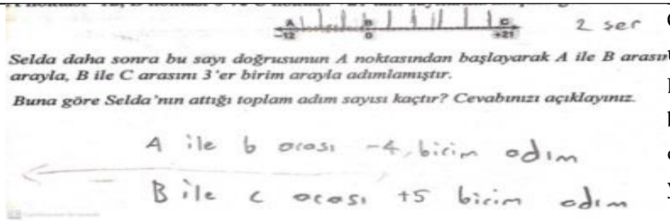
Tablo 6 Devamı

(-) sembolü yalnızca çıkar ma işlemini temsil eder.	 **Şekil 9.** Ö25 ve Ö45'in S7 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö25, sayı doğrusunda verilen noktalar arasındaki uzaklığın, bu noktalar arasındaki tam sayıların sayısı kadar olduğunu düşünmüş ve tam sayıları saydığında 33 birime ulaşmıştır. Öğrenci, yaptığı çözümü, "Çünkü buldum Selda'nın aslında sayı doğrusunda 33 adım ama sonra 12 çıkarttım 31 buldum." Biçiminde ifade etmiştir. Ö25'in, sayı doğrusundaki (-12) noktasının (-) sembolünün yalnızca çıkarma işlemine ait olabileceğini düşündüğü görülmektedir. Ö45 ise 12x2 = 24 21x3 = 63 işlemlerinin ardından 63-24 = 39 işlemi ile sonucu bulmuştur. Yaptığı işlemleri "39 adım atmıştır. Çünkü önce 12 ile 2'yi çarptım 24 çıktı. 21 ile 3'ü çarptım cevap 63 çıktı ve 12'de eksi ile gösterildiği için 63'den 24'ü çıkarttım." İfadeleri ile açıklamıştır. Ö25 ve Ö45 sayı doğrusundaki (-12) noktasına ilişkin (-) sembolünün yalnızca çıkarma işlemi anlamına geldiğini düşündükleri görülmektedir. Dolayısıyla Ö25 ve Ö45'in, (-) sembolünün yalnızca çıkarma işlemini temsil etmesi düşüncesi ile "Aşırı Özelleme" türünden kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir.
Sayı doğrusu yalnızca yatay konumda olur.	 **Şekil 10.** Ö29 ve Ö39'un S2 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö29 ve Ö39'un düşey konumda verilen sayı doğrusunu anlamlandıramadıkları ve sayı doğrusunda negatif tam sayıların varlığını ihmal edip sadece pozitif tam sayılarla çözüm yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerin yaptıkları çözümler incelendiğinde, sayı doğrusunun yalnızca yatay konumda olabileceği, düşey konumda verilemeyeceğini düşündükleri dolayısıyla "Aşırı Özelleme" türünden bir kavram yanılgısına sahip oldukları açığa çıkmıştır.
Bazı gerçek hayat durumları yalnızca negatif veya pozitif tam sayılarla gösterilir.	 **Şekil 11.** Ö36 ve Ö56'nın S4 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö36, sorunun çözümünde "(-) işareti soğuk, düşük, alçak anlamına geldiği için bunları yaptım." İfadesini kullanmıştır. Ö56, sorunun çözümünde "Negatif olan sayılar donacağı değerlerdir. Pozitif olanlarda donmayacağı değerlerdir." İfadesini kullanmıştır. Ö36 ve Ö56, donma sıcaklığına ait bir değerin yalnızca negatif tam sayılarla ifade edilebileceğini belirtip suyun sadece negatif tam sayılarla gösterilen değerlerde donacağını ifade etmişlerdir. Gerçek hayattaki "donma sıcaklığı" ifadesinin yalnızca negatif tam sayılarla ifade edileceğini düşünen bu öğrencilerin "Aşırı Özelleme" türünden kavram yanılgısına sahip oldukları görülmektedir.

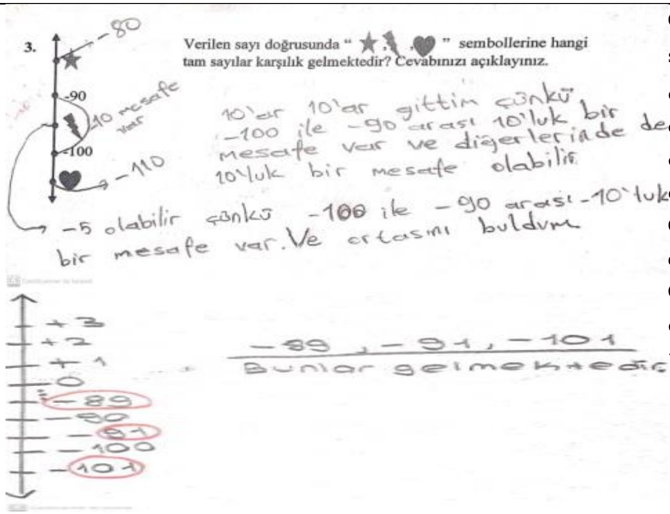
Kısıtlı Algılama Türünde Kavram Yanılgılarına İlişkin Bulgular

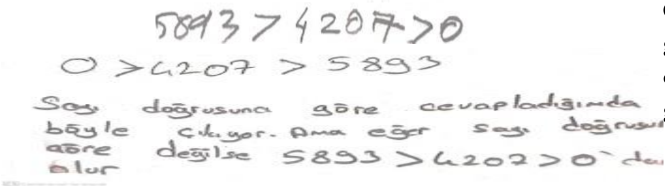
Kısıtlı algılama, bir kavramı kısıtlı veya olması gerekenden zayıf (eksik) bir biçimde algılamaktır (Graeber & Johnson, 1991; akt. Zembat, 2013). Katılımcıların sorulara verdikleri kısmen doğru ve yanlış cevaplardan kısıtlı algılama türünde ortaya çıkan yanılgılar, yanılgıların örnek öğrenci çözümleri ve açıklamaları Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7.Kısıtlı Algılama Türünde Kavram Yanılgıları

Kavram Yanılgısı	Örnek Öğrenci Çözümleri	Açıklamalar
Negatif tam sayılar yoktur.	 **Şekil 12.** Ö32'nin S1 sorusunda yaptığı çözüm	Ö32'nin verilen ifadelerde negatif tam sayılarla gösterilecek olanları çoğunlukla 0 tam sayısı ile belirttiği görülmektedir. Bu öğrencinin, pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamaya ilişkin sorun yaşadığı ve negatif tam sayıları ihmal ettiği dolayısıyla tam sayı kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğrencinin yaşadığı bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır.
Uzaklık negatif değer alır ve verilen iki nokta arası uzaklık ihmal edilerek tam sayılar temsil edilir.	 **Şekil 13.** Ö49'un S7 sorusunda yaptığı çözüm	Ö49, yaptığı çözümde A ile B arasını (-4) birim adım olarak belirtmiş ve başlangıç noktasına olan uzaklığı ifade eden "mutlak değer" kavramının negatif değer alamayacağını ihmal etmiştir. Dolayısıyla öğrencinin mutlak değer kavramına ilişkin bu eksikliğinin, tam sayı kavramını kavramsal bağlamda öğrenilmesini olumsuz etkileyeceğini göstermektedir. Bu durum ile öğrencinin mutlak değer kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa dolayısıyla "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilmiştir.

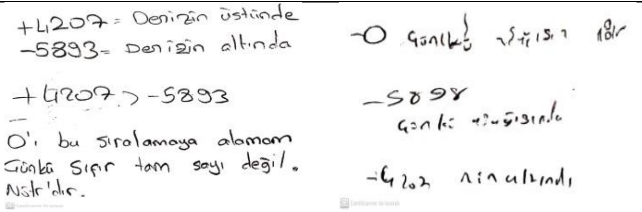
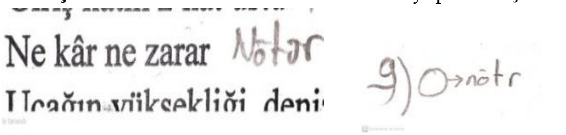
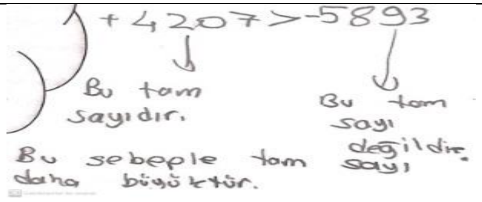
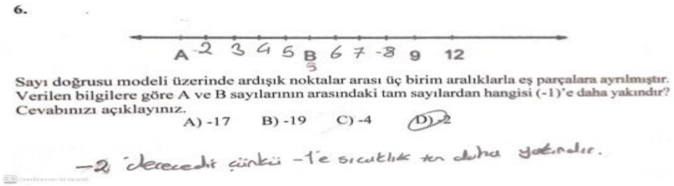
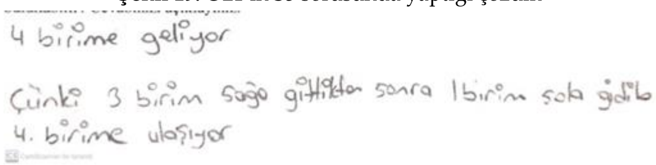
Tablo 7 Devamı

<table>
<tr>
<td>Uzaklık negatif değer alır ve verilen iki nokta arası uzaklık ihmal edilerek tam sayılar temsil edilir.</td>
<td>

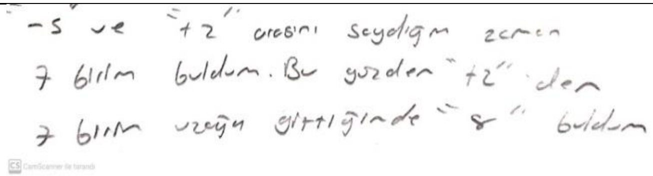
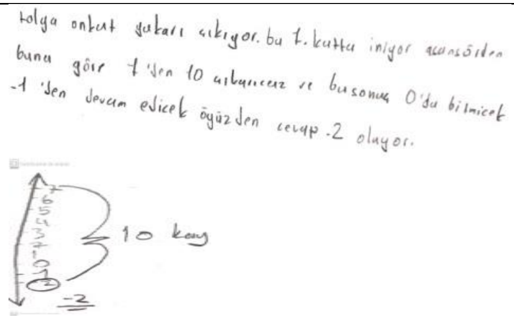
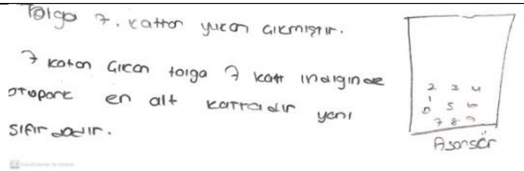
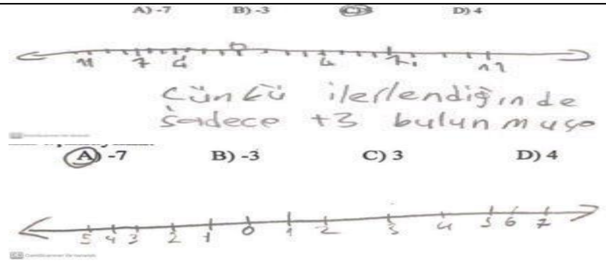
Şekil 14. Ö34 ve Ö55'in S2 sorusunda yaptıkları çözümler</td>
<td>Ö34, (-90) ve (-100) tam sayıları arasında 10 birim uzaklık olduğu için tam ortalarında bulunan sembolün $\frac{10}{2}$= 5 olabileceğini düşünmüş, uzaklığın negatif değer alamayacağını ihmal etmiş ve (-5) cevabını vermiştir. Diğer sembolleri temsil eden tam sayılar için ise noktalar arasında 10 birim uzaklık olduğunu düşünmüş ve (-80), (-110) sonuçlarına ulaşmıştır. Yaptığı çözümü ise "10'ar 10'ar gittim çünkü (-100) ile (-90) arası 10'luk bir mesafe var ve diğerinde de 10'luk mesafe olabilir. (-5) olabilir çünkü (-100) ile (-90) arası 10'luk bir mesafe var ve ortasını buldum." Cümleleri ile açıklamıştır.
Ö55 ise sayı doğrusunda verilen noktalar arası uzaklığı ihmal edip her bir nokta arasını 1 birim kabul etmiştir. Verilen sembollere karşılık gelen tam sayıların (-89), (-91), (-101) olduğunu belirtmiştir.
Ö34 ve Ö55'in sayı doğrusunda verilen (-90) ve (-100) noktalar arasındaki uzaklığı ihmal ettikleri, dolayısıyla uzaklık kavramı ile ilgili kavramsal bilginin eksik ya da zayıf algılanması nedeniyle "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip oldukları ortaya çıkmıştır.</td>
</tr>
<tr>
<td>Negatif tam sayılar yoktur.</td>
<td>

Şekil 15. Ö28 ve Ö61'in S3 sorusunda yaptıkları çözümler</td>
<td>Ö28 ve Ö61, dağın okyanus altında kalan bölümü için derinliği ihmal edip (-) sembolü ile gösterilmesi gereken 5893 sayısını (+) sembolü ile ifade etmişlerdir. Derinlik kavramının ihmal edilmesi bu öğrencilerin, negatif tam sayı kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olduklarını göstermektedir. Bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısı açığa çıkmıştır.</td>
</tr>
</table>

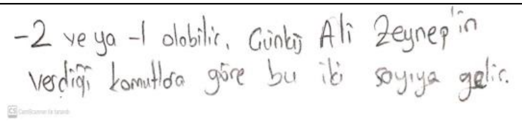
Tablo 7 Devamı

0 tam sayı değildir veya nötrdür.	 **Şekil 16.** Ö2 ve Ö14'ün S3 sorusunda yaptıkları çözümler  **Şekil 17.** Ö45 ve Ö58'in S1 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö2, soruda verilen tam sayıları doğru bir şekilde belirlemiş, kısmen doğru bir sıralama yapmıştır ancak "0'ı bu sıralamaya alamam çünkü sıfır tam sayı değil. Nötrdür." Açıklaması ile 0'ın tam sayı olmadığını belirtmiştir. Ö14, soruda verilen tam sayıları yanlış bir şekilde belirlemiş, çözümünü "-0 çünkü aşağısı nötr" ifadesi ile açıklamıştır. Ö45, S1 sorusunda bulunan "ne kâr ne zarar" ifadesinin 0 tam sayı karşılığını yazmak yerine "nötr" olarak ifade etmiştir. Ö58 ise "ne kâr ne zarar" ifadesinde 0 tam sayı karşılığını yazmış ancak 0'ın "nötr" olduğunu belirtmiştir. Dolayısıyla Ö2, Ö14, Ö45 ve Ö58'in tam sayı kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yaşadıkları bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgısına sahip oldukları açığa çıkmıştır.
Tam sayılar kümesi yalnızca pozitif tam sayılardan oluşur.	 **Şekil 18.** Ö11'in S3 sorusunda yaptığı çözüm	Ö11, soruda verilen tam sayıları kısmen doğru bir şekilde belirlemiş ancak (+4207)'nin (-5893) büyük olmasını "(+4207)>(-5893) çünkü (+4207) tam sayıdır, (-5893) tam sayı değildir. Bu sebeple tam olan daha büyüktür." biçiminde açıklamıştır. Ö11'in, tam sayılar kümesi içerisinde negatif tam sayıların olmadığını, tam sayılar kümesinin sadece pozitif tam sayılardan oluştuğunu düşündüğü görülmektedir. Bu öğrencinin negatif tam sayıları ihmal ettiği dolayısıyla tam sayı kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğrencinin yaşadığı bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır.
Sayı doğrusu yalnızca pozitif tam sayılardan oluşur.	 **Şekil 19.** Ö21'in S5 sorusunda yaptığı çözüm  **Şekil 20.** Ö5'in S11 sorusunda yaptığı çözüm	Ö21'in S5 sorusunda yaptığı çözüm incelendiğinde sayı doğrusuna pozitif tam sayıları yazdığı ve negatif tam sayıların varlığını ihmal ettiği görülmektedir. Ö5 ise S11 sorusunda sayı doğrusundaki pozitif tam sayılarla işlemlerini yapmış ve sayı doğrusunda negatif tam sayılarında bulunduğunu ihmal etmiştir. Dolayısıyla, Ö5 ve Ö21'in, sayı doğrusuyla ilgili kavramsal eksiklikleri olduğu görülmektedir. Kavramsal bilgiye ilişkin eksikliklerin, tam sayı kavramının kavramsal bağlamda öğrenilmesini olumsuz etkileyeceğini göstermektedir. Öğrencilerin yaşadığı bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgısına sahip oldukları açığa çıkmıştır.

Tablo 7 Devamı

İki nokta arasındaki uzaklık noktalar arasındaki tam sayıların sayısı kadardır.	 **Şekil 21.** Ö15'in S8 sorusunda yaptığı çözüm	Ö15, sayı doğrusundaki iki noktanın arasındaki uzaklığı belirlemek yerine (-5) ve 2 sayılarını dâhil edip bu noktalar arasında bulunan tam sayıları saymıştır. Bu öğrencinin, sayı doğrusunda iki nokta arasındaki uzaklığı belirlemeye ve anlamlandırmaya ilişkin sorun yaşadığı görülmektedir. Sayı doğrusunda iki nokta arasındaki uzaklığı belirleme de yaşanan bu sorun ile "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısı ortaya çıkmıştır.
İki nokta arasındaki uzaklık noktalar arasındaki tam sayıların sayısı kadardır.	 **Şekil 22.** Ö36 ve Ö52'nin S10 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö36, sorunun çözümünü "Tolga on kat yukarı çıkıyor. 7.katta iniyor asansörden. Buna göre 7'den 10 çıkartacağız ve bu sonuç 0'da bitmeyecek (-1)'den devam edecek o yüzden cevap (-2) oluyor." Biçiminde açıklamıştır. Ö36 ve Ö52'nin yaptıkları çözümlerde iki nokta arasındaki uzaklığı belirlemede sorun yaşadıkları görülmektedir. Sayı doğrusundaki noktaların arasındaki uzaklığı belirlerken öğrencilerin bu uzaklıkta bulunan tam sayıları saydıkları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin, sayı doğrusunda iki nokta arasındaki uzaklık kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip oldukları tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğrencilerin "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip oldukları görülmektedir.
Negatif tam sayılar yoktur.	 **Şekil 23.** Ö39'un S10 sorusunda yaptığı çözüm	Ö39, asansörlerde en alttaki katın "0" olabileceğini belirtmiş ve (-) sembolü ile gösterilen negatif tam sayıların olduğu katları ihmal etmiştir. Öğrencinin, mutlak değer kavramının sayı doğrusunda ve gerçek hayat örneklerinde (asansör) ne anlama geldiğine ilişkin bu eksikliklerinin, tam sayı kavramının kavramsal bağlamda öğrenilmesini olumsuz etkileyeceğini göstermektedir. Dolayısıyla öğrencinin "Kısıtlı Algılama" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilmiştir.
Sayı doğrusu yalnızca pozitif tam sayılardan oluşur.	 **Şekil 24.** Ö33 ve Ö57'nin S12 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö33 ve Ö57'nin yaptıkları çözümlerde sayı doğrusunda bulunan negatif tam sayıları ihmal ettikleri, çizdikleri sayı doğrusuna yalnızca pozitif tam sayıları yazdıkları görülmektedir. Öğrencilerin bu yanılgısı, sayı doğrusu ile ilgili kavramsal bilginin eksik ya da zayıf algılanması nedeniyle kısıtlı algılama türünden bir kavram yanılgısına sahip olduklarını ortaya koymuştur.

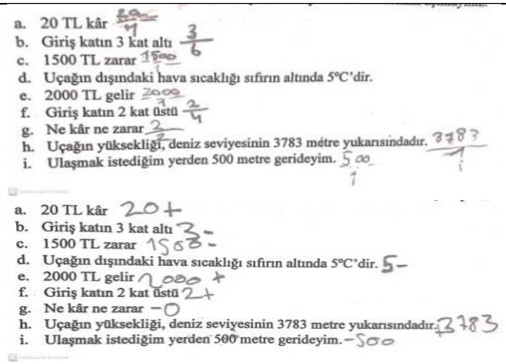
Tablo 7 Devamı

Sayı doğrusu yalnızca negatif tam sayılardan oluşur.	 **Şekil 25.** Ö2'nin S11 sorusunda yaptığı çözüm	Ö2, yaptığı çözümde sayı doğrusundaki negatif tam sayılarla işlemlerini yapmış ve sayı doğrusunda bulunan pozitif tam sayıları ihmal etmiştir. Bu öğrencinin, sayı doğrusunun yalnızca negatif tam sayılardan oluştuğunu düşündüğü ve sayı doğrusuyla ilgili kavramsal eksiklikleri olduğu görülmektedir. Öğrencinin yaşadığı bu durum ile "Kısıtlı Algılama" türünden kavram yanılgısına sahip olduğu açığa çıkmıştır.

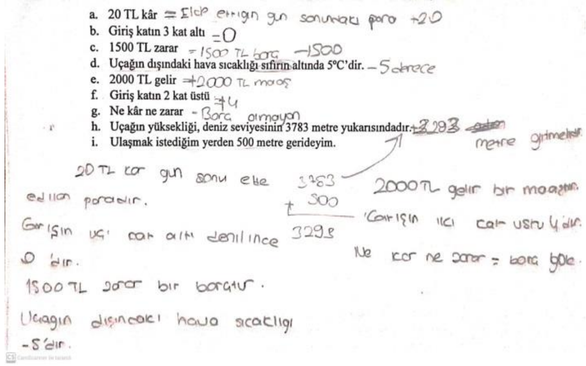
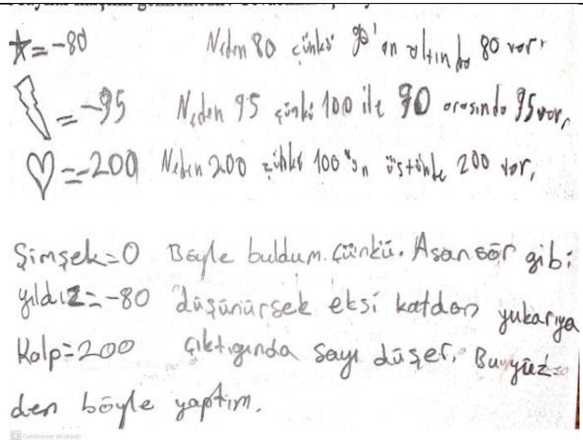
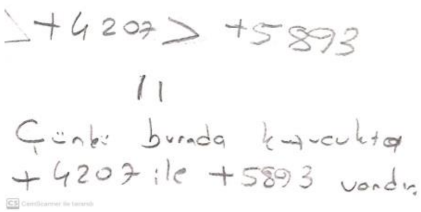
Yanlış Tercüme Türünde Kavram Yanılgılarına İlişkin Bulgular

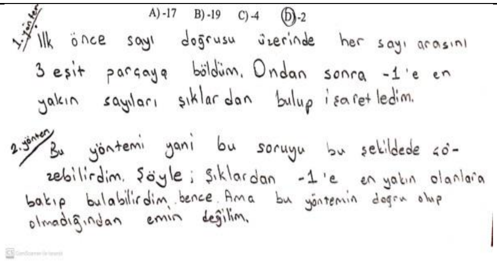
Yanlış tercüme, sembol, formül, işlem, tablo, grafik ve cümle gibi farklı formlar arasında geçiş yapılırken ortaya çıkan sistemi hatalar zinciridir (Graeber & Johnson, 1991; akt. Zembat, 2013). Katılımcıların sorulara verdikleri kısmen doğru ve yanlış cevaplardan yanlış tercüme türünde ortaya çıkan yanılgılar, yanılgıların örnek öğrenci çözümleri ve açıklamaları Tablo 8'de verilmiştir.

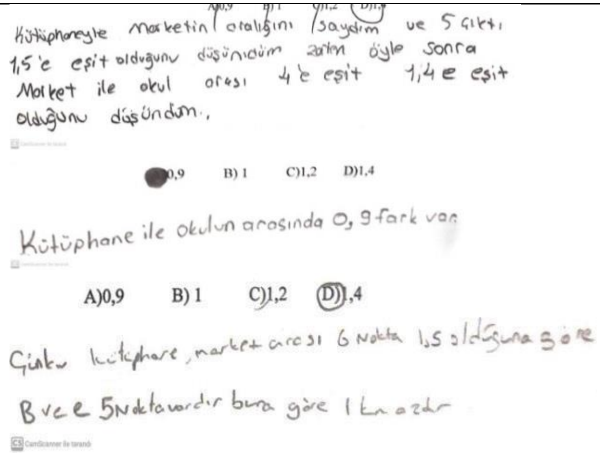
Tablo 8. Yanlış Tercüme Türünde Kavram Yanılgıları

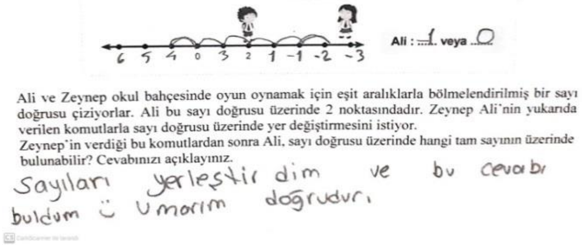
Kavram Yanılgısı	Örnek Öğrenci Çözümleri	Açıklamalar
Tam sayılarda (+) ve (-) sembollerinin yeri önemli değildir ve tam sayılarla gösterilmesi gereken ifadeler kesir sayılarıyla da gösterilir.	 **Şekil 26.** Ö24 ve Ö33'ün S1 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö24, soruda verilen "Giriş katın 3 kat altı ifadesini $\frac{3}{6}$", "Giriş katın 2 kat üstü ifadesini $\frac{2}{4}$" ve "Ne kâr ne zarar ifadesini $\frac{2}{2}$" kesirleri ile göstermiştir. Ö33 ise tam sayıların (+) ve (-) sembollerini "20+, 3-, 1500-, 5-" örneklerinde olduğu gibi yanlış yere koymuş ayrıca g çeldiricisi için "-0" cevabını vermiştir. Dolayısıyla, bu öğrencilerin pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamaya ilişkin sorun yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Tam sayıları cümle ve sembollerle gösterme gibi farklı formlar arası geçişlerde yaşanan bu sorunlarla öğrencilerin "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip oldukları tespit edilmiştir.

Tablo 8 Devamı

Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.	 **Şekil 27.** Ö39'un S1 sorusunda yaptığı çözüm	Ö39, b çeldiricisinde verilen "Giriş katın 3 kat altı" ifadesini 0 tam sayısı ile göstermiştir. Diğer taraftan, Ö39'un g çeldiricisinde verilen "Ne kâr ne zarar" ifadesini "borç olmayan" biçiminde, f çeldiricisinde verilen "Giriş katın 2 kat üstü" ifadesini (+4) tam sayısı biçiminde belirttiği görülmektedir. Öğrenci, h çeldiricisinde verilen "Uçağın yüksekliği, deniz seviyesinin 3783 metre yukarısındadır" ifadesi için 3783+500 işlemini yapmış, dolayısıyla yanlış bir cevap vermiştir. Bu öğrencinin, verilen ifadelerdeki tam sayılar bulunurken bunların gerçek hayatta ne anlama geldiğinin önemli olmadığını düşündüğü ve pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamaya ilişkin sorun yaşadığı görülmektedir. Tam sayıları cümle ve sembollerle gösterme formları arası geçişlerde yaşanan bu sorunlar ile öğrencinin "yanlış tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır.
Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların *gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.*	 **Şekil 28.** Ö50 ve Ö58'in S2 sorusunda yaptıkları çözümler	Ö50'nin, sayı doğrusunda bulunan iki nokta arasındaki uzaklığı belirlemede ve anlamlandırmada sorun yaşadığı ortaya çıkmıştır. Ö50'nin çözümünde, "Neden 80 çünkü 90'ın altında 80 var. Neden 95 çünkü 100 ile 90 arasında 95 var. Neden 200 çünkü 100'ün üstünde 200 var." cümlelerine yer verdiği görülmektedir. Ö58 ise sayı doğrusunun tam orta noktasında "şimşek" sembolünün 0 tam sayısı olması gerektiğini belirtmiş, diğer noktaları gerçek hayattaki asansör örneğini kullanarak bulmuştur. Ö58, "Böyle buldum çünkü asansör gibi düşünürsek eksi kattan yukarı çıktığında sayı düşer." İfadelerine yer vermiştir. Dolayısıyla Ö50 ve Ö58'in sayı doğrusunda verilen noktaları (+) ve (-) sembolleriyle göstermede sorun yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin, verilen ifadelerdeki tam sayılar bulunurken bu ifadelerin sayı doğrusunda ne anlama geldiğinin önemli olmadığını düşündükleri görülmektedir. Öğrencilerin, sayı doğrusunda gösterilen noktaları sembollerle göstermede, gerçek hayat ile ilişkilendirmede yani farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşadıkları açığa çıkmış dolayısıyla "Yanlış Tercüme" türünden kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir.
Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.	 **Şekil 29.** Ö9'un S3 sorusunda yaptığı çözüm	Ö9, dağın okyanus altında kalan bölümü için derinliği ihmal etmiş ve (-) sembolü ile gösterilmesi gereken 5893 sayısını (+) sembolü ile ifade etmiştir. Cümle içinde verilen tam sayıların sembollerle gösteriminde yaşanılan bu zorluk ile farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşandığı için "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısı ortaya çıkmıştır.

<table>
<tr>
<td>*Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.*</td>
<td>

Şekil 30. Ö41'in S5 sorusunda yaptığı çözüm</td>
<td>Ö41'in, soruya ilişkin yaptığı çözümde, çeldiriciler arasından (-1)'e en yakın olan (-2) tam sayısını seçerek soruyu anlamadığı açığa çıkmıştır. Tam sayıların sayı doğrusunda gösterimi ve cümle gibi farklı formlar arası geçişlerde sorun yaşaması nedeniyle bu öğrencinin "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.</td>
</tr>
<tr>
<td>*Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.*</td>
<td>

Şekil 31. Ö11, Ö27, Ö46'nın S9 sorusunda yaptıkları çözümler</td>
<td>Ö11, sorunun çözümünde "Kütüphaneyle marketin aralığını saydım ve 5 çıktı. 1,5'e eşit olduğunu düşündüm, zaten öyle. Sonra market ile okul arası 4'e eşit. 1,4'e eşit olduğunu düşündüm." İfadelerine yer vermiş ve sayının 1,4 ondalık gösteriminin bulunduğu D çeldiricisini işaretlemiştir.
Ö27, sorudaki kroki üzerinde kütüphane ile okul arasında 9 birim uzaklık olduğu için "Kütüphane ile okulun arasında 0,9 fark var." İfadesine yer vermiş ve sayının 0,9 ondalık gösteriminin bulunduğu A çeldiricisini işaretlemiştir.
Ö46 ise sorunun çözümünde "Çünkü kütüphane ile market arası 6 nokta 1,5 olduğuna göre B ve C 5 nokta vardır buna göre 1 km azdır." İfadelerine yer vermiş ve sayının 1,4 ondalık gösteriminin bulunduğu D çeldiricisini işaretlemiştir. Ö11, Ö27, Ö46 kodlu katılımcılar, kroki üzerinde verilen sayı doğrusu modelini doğru yorumlamışlar ancak yanlış cevaplar vermişlerdir. Sayı doğrusu modeli ile cümle gibi farklı formlar arası geçişlerde yaşanan bu yanılgı ile öğrencilerin "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip oldukları görülmektedir.</td>
</tr>
<tr>
<td>*Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.*</td>
<td>

Şekil 32. Ö11'in S11 sorusunda yaptığı çözüm</td>
<td>Ö11, hem tam sayıları sayı doğrusunda gösterirken hem de soruda verilen ifadeleri tam sayılarla belirtirken sorun yaşamıştır. Bu öğrencinin, soruda verilen ifadeler ile tam sayıları tanıma ve sayı doğrusunda gösterme arasında dolayısıyla farklı formlar arası geçişlerde problem yaşadığı düşünülmüş ve "Yanlış Tercüme" türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilmiştir.</td>
</tr>
</table>

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bireyler, farklı matematiksel kavramlara ilişkin birtakım zorluklar ya da sınırlı anlayışlar geliştirerek kavram yanılgılarına sahip olabilirler. Bu nedenle, öğrenci, öğretmen adayları ve öğretmenlerin sahip oldukları zorlukların ya da kavram yanılgılarının teşhis edilmesi ve düzeltilmesi oldukça önemlidir. Buradan hareketle bu çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda sahip oldukları kavram yanılgıları ve bu yanılgıların türlerinin neler olduğu araştırılmıştır.

Çalışmada öğrencilerin %48,31'i kısıtlı algılama, %40,91'i yanlış tercüme, %8,43'ü aşırı genelleme ve %2,8'i aşırı özelleme türünden kavram yanılgılarına sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Bu durum çalışmaya katılan öğrencilerin tam sayılar ile ilgili kavramsal öğrenmelerinin istenen düzeyde olmadığını göstermektedir.

Çalışma sonucunda ağırlıklı olarak (%48,31) öğrencilerin tam sayılarda *kısıtlı algılama* türünden kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. 0'ın tam sayı olmadığını düşünen öğrenciler, 0'ı tam sayılar kümesinde nereye yerleştirileceğinin bilinememesine, tam sayı olsa bile (+) ve (-) sembollerinden hangisi ile ifade edilebileceğini belirlemede dolayısıyla 0'ın tam sayı olarak algılanmamasına ilişkin sorun yaşadıkları ortaya çıkmıştır. İşgüden (2008), Avcu ve Durmaz (2011) tarafından yapılan araştırmalarda benzer sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Bu çalışma sonucunda, katılımcılardan Ö2, Ö9, Ö14, Ö19, Ö44, Ö45, Ö46 ve Ö58'in 0'ın tam sayı olmadığını ve "nötr" olduğunu belirttikleri görülmektedir. Bu durum, bu öğrencilerin kısıtlı algılama ile ilgili sahip oldukları "*0 tam sayı değildir veya nötrdür.*" Yanılgısını ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin 0'ın tam sayı olmadığını ve "nötr" olduğunu ifade etmesi, bu öğrencilerin diğer derslerde kullandıkları kaynaklardan, fen bilimleri öğretmenlerinin söyleminden ya da derslerde zihinlerinde yer eden bir terim olarak yer etmesinden ileri geldiğini düşündürmektedir. Bu sonuç, bu katılımcıların, 0'ın bir tam sayı olmadığını düşünmeleri nedeniyle tam sayı kavramının öğretiminde eksik bir kavrayışa sahip olduklarını dolayısıyla kısıtlı algılama türünden bir kavram yanılgısına sahip olduklarını göstermektedir.

Kısıtlı algılama yanılgısına sahip pek çok öğrencinin, tam sayılar kümesinin yalnızca pozitif veya negatif tam sayılardan oluştuğunu düşünmeleri nedeniyle tam sayı kavramını eksik bir biçimde algıladıkları belirlenmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin tam sayılar kümesinin yalnızca pozitif tam sayılardan oluştuğunu, negatif sayıların tam sayı olmadığını belirttikleri görülmektedir. Bu durum bu katılımcıların, kısıtlı algılama ile ilgili sahip oldukları "*Tam sayılar kümesi yalnızca pozitif tam sayılardan oluşur.*" Yanılgısını ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin tam sayılar kümesini yazmada ve sembolle göstermede birtakım zorluklara sahip olduklarını (İşgüden, 2008), dolayısıyla bu öğrencilerin kavramsal bilgiye ilişkin bu eksikliklerinin, tam sayı kavramını kavramsal bağlamda öğrenilmesini olumsuz etkileyeceğini göstermektedir.

Katılımcıların *kısıtlı algılama* türünden sahip oldukları bir diğer kavram yanılgısı ise tam sayıları sayı doğrusunda göstermede ve negatif sayıları sayı doğrusuna yerleştirmede ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde yapılan bazı çalışmalarda da öğrencilerin tam sayıları sayı doğrusunda göstermede zorluk yaşayabildikleri ifade edilmektedir (İşgüden, 2008; Sevim-Atayev, 2015). Mevcut çalışma sonucunda da öğrencilerin tam sayıları, sayı doğrusunda gösterirken yalnızca pozitif veya negatif tam sayıların varlığına dikkat ettikleri dolayısıyla sayı doğrusunda kavramsal eksiklikleri olduğu görülmektedir. Bu da kavramsal bilgiye ilişkin eksikliklerin, tam sayı kavramının kavramsal bağlamda öğrenilmesini olumsuz etkileyeceğini ve bu tür yanılgıların ortaya çıkabileceğini göstermektedir. Sonuç olarak bu durum öğrencilerin, kısıtlı algılamada sahip oldukları "*Sayı doğrusu yalnızca pozitif tam sayılardan oluşur.*" ve "*Sayı doğrusu yalnızca negatif tam sayılardan oluşur.*" Yanılgılarını ortaya çıkarmıştır. Çalışmanın sonuçlarına benzer olarak öğrencilerin sayı doğrusuna tam sayı olmayan negatif değerleri yerleştirmede (Van de Walle vd., 2021) ve negatif sayıları sayı doğrusunda göstermede (İşgüden, 2008) birtakım zorluklar yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu bağlamda bu çalışmadan elde edilen sonuçlar literatürde yapılan bu çalışmaların sonuçlarıyla tutarlılık göstermektedir. Dolayısıyla öğretim sürecinde sayı doğrusu modeli ile yeteri kadar öğretim yapılmaması ya da öğretim ortamında sayı doğrusu materyalinin hazırlanıp kullanılmaması öğrencilerin ilgili yanılgıyı yaşamasına sebep olmuş olabilir. Öğrencilerin negatif tam sayıları karşılaştırmada zorluklar yaşadıklarını ve bu zorluğun üstesinden gelmek için doğal sayıların öğretiminde olduğu gibi tam sayıların öğretiminde de sayı doğrusunun en etkili somut model ya da materyal olduğuna dikkat çekilmektedir (Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, Şahin & Soylu, 2015; Fischbein, 1987; Hativa & Cohen, 1995; Işıksal Bostan, 2009; NCTM, 2000; Şengül & Körükçü, 2012). Sayı doğrusu modelinin süreçte kullanılmasıyla öğrencilerin tam sayı, sayı doğrusu, mutlak değer gibi kavramlarda kavramsal eksikliklerinin önüne geçilebilir ya da tamamen ortadan kaldırılması sağlanabilir. Bu bağlamda öğretmenler, öğretim süreci boyunca çeşitli öğretim strateji/yöntem/teknikleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamları tasarlayabilir, öğrencilerin ilgilerini çekecek etkinliklere, somut model ve materyallere yer verebilirler. Özellikle bu çalışmada odaklanılan kazanımlara ulaşmayı hedefleyen öğretmenlerin öğrenme ortamında sayı doğrusu modeli ya da materyalini kullanması öğrencilerin sürece aktif olarak katılmalarını sağlayabilir. Ayrıca tam sayılarla toplama ve çıkarma işleminde sayma pulları model ya da materyallerinin öğretim sürecinde kullanımının etkili bir uygulama olduğu bilinmektedir (Bozkurt ve Polat, 2011; Özdemir, 2021).

Çalışmada *kısıtlı algılama* türünden yanılgıya sahip olan bazı öğrencilerin negatif tam sayıların olmadığını düşündükleri dolayısıyla negatif tam sayıları anlamada sorun yaşadıkları görülmektedir. Altıparmak ve Özdoğan (2010) ve Erdem vd. (2015) tarafından yapılan araştırmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Katılımcılardan Ö32 ve Ö39, S1'de negatif tam sayılarla gösterilmesi gereken durumları, 0 tam sayısı ile ifade etmişlerdir. Bu durum öğrencilerin, kısıtlı algılama ile ilgili sahip oldukları "*Negatif tam sayılar yoktur.*" Yanılgısına sahip olduklarına işaret etmektedir. Bu öğrenciler, pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamaya ilişkin sorun yaşamış, negatif tam sayıların varlığını ihmal etmiş ve tam sayı kavramına ilişkin eksik öğrenmeler gerçekleştirmişlerdir denilebilir. Bu sonucun ortaya çıkması bu öğrencilerin negatif sayı kavramının zihinlerinde tam olarak yer etmemesine bağlı olabilir.

Kısıtlı algılama kavram yanılgısına ait elde edilen sonuçlardan biri de katılımcılardan Ö34 ve Ö49'un uzaklığın negatif değer alabileceği kavram yanılgısına sahip oldukları dolayısıyla bir uzaklığı belirtirken (-) sembolü ile gösterdikleri yönündedir. Diğer yandan öğrencilerin soruda verilen iki nokta arasındaki uzaklık değerini ihmal ederek çözüm yaptıkları belirlenmiştir. Bu durum, bu öğrencilerin "*Uzaklık negatif değer alır ve verilen ihmal edilen iki nokta arası uzaklık tam sayılarla temsil edilir.*" kısıtlı algılama yanılgısına sahip olduklarını göstermektedir. Öte yandan katılımcılardan Ö1, Ö6, Ö11, Ö15, Ö33, Ö36, Ö38, Ö40, Ö49, Ö52, Ö53, Ö60'ın sayı doğrusunda iki nokta arasındaki uzaklığı belirlemede bu noktalar arasındaki tam sayıları "saydıkları" tespit edilmiştir. Bunun sonucunda bu öğrencilerin "*İki nokta arasındaki uzaklık, noktalar arasındaki tam sayıların sayısı kadardır.*" kısıtlı algılama yanılgısına sahip oldukları söylenebilir. Bir tam sayının mutlak değerini belirlemede yaşanan bu sorun, öğrencilerin mutlak değer konusunda kavramsal eksiklikleri olduğunu dolayısıyla ilgili kavramı eksik ya da zayıf algılamalarından kaynaklandığını düşündürmektedir. Şandır, Ubuz ve Argün (2002) de çalışmalarında, mutlak değer ile ilgili kavram yanılgılarının nedeninin mutlak değerin tanımının ve geometrik yorumunun yetersiz anlaşılmasından kaynaklandığına vurgu yapmışlardır. Bu doğrultuda mevcut çalışmanın sonucu, bahsi geçen çalışmanın sonuçlarına oldukça fazla benzerlik göstermektedir. Mutlak değerin epistemolojik engelleri ortadan kaldırmaya yönelik öğrencilere bu kavramın sayı doğrusunda ve gerçek hayatta ne anlama geldiği üzerinde durularak, mutlak değeri belirleme ve anlamlandırmalarını sağlamak için termometre, asansör, futbol fikstürü, banka hesabı gibi gerçek hayat durumlarını modelleyen bir öğretim sunulabilir.

Çalışma sonucunda katılımcıların (%40,91) tam sayılar konusunda *yanlış tercüme* türünden kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Öğrenciler, verilen ifadeleri tam sayılarla göstermeleri istenen S1'de (+) ve (-) sembollerinin yerinin önemli olmadığı ve tam sayılarla gösterilmesi gereken ifadelerin kesir sayıları ile gösterilebileceğini düşünmektedirler. Bu durum ise bu öğrencilerin, "*Tam sayılarda (+) ve (-) sembollerinin yeri önemli değildir ve tam sayılarla gösterilmesi gereken ifadeler kesir sayılarıyla da gösterilir.*" yanlış tercüme ile ilgili sahip oldukları yanılgıyı açığa çıkarmıştır. Bu yanılgıya sahip Ö33, Ö45, Ö48 ve Ö54 kodlu katılımcılar, tam sayıların (+), (-) sembollerini "3-" örneğinde görüldüğü üzere tam sayının sağına yazmışlardır. Ö24, Ö25, Ö27, Ö51 ise tam sayılarla gösterilmesi gereken ifadeleri kesir sayıları ile göstermişlerdir. Bu durum, öğrencilerin pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamaya ilişkin sorun yaşamaları, öğretmenlerin de tam sayı ifadelerinde sembolle gösterime geçişte farklı formlar arası geçişi sağlayamamaları, bunun sonucunda öğretmenlerin bu durumu göz ardı etmesi ya da öğrencilere müdahale etmemesinden kaynaklandığını düşündürmektedir. Diğer taraftan, çalışmanın katılımcılarından Ö17 ve Ö33, S1'de verilen "ne kâr ne zarar" ifadesini "-0" olarak belirtmişlerdir. Katılımcılardan Ö14 ise S3'te, 0 tam sayısını (-) sembolü ile göstermiştir. Bu öğrencilerin 0 sayısını tam sayı olarak kabul ettiği görülse de pozitif mi? negatif mi? olduğu konusunda kararsız oldukları sonucunu ortaya çıkarmıştır. Avcu ve Durmaz (2011) çalışmasında, öğrencilerin 0'ı tam sayılar kümesi içinde nereye yerleştireceklerini bilemediklerini, bazı öğrencilere göre 0'ın pozitif, bazı öğrencilere göre negatif olduğunu, 0'ın işaretiyle ilgili bu zorluğu yaşayan öğrenci sayısının fazla olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde İşgüden (2008) çalışmasında, öğrencilerin pozitif ve negatif tam sayıları tanımlamada ve sembolle yazmada zorluk yaşadıklarını belirtmiştir. Bu doğrultuda mevcut çalışmanın bu sonucu, ilgili çalışmaların sonuçlarıyla tutarlılık göstermektedir.

Yanlış tercüme türünden kavram yanılgısına ait bir diğer sonuç da, katılımcıların verilen ifadelerdeki tam sayıları bulurken ifadelerin gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiğini önemli görmedikleri şeklindedir. Bu öğrencilerin ilgili yanılgının görüldüğü sorularda tam sayılarla ifade edilmesi gereken cümleleri gerçek hayatta ne anlama geldiğini düşünmeden belirttikleri ortaya çıkmıştır. Öte yandan öğrenciler soruda verilen ifadeleri sayı doğrusunda sıralamaktan kaçınarak bunları sayı doğrusunda göstermeden çözüm yapmışlardır. Bu durum ise bu öğrencilerin "*Verilen ifadelerin tam sayı karşılıklarını belirlemede tam sayıların gerçek hayatta ve sayı doğrusunda ne anlama geldiği önemli değildir.*" yanlış tercüme ile ilgili sahip oldukları yanılgıyı açığa çıkarmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin, tam sayıları sembollerle ifade etmede, 0'ın sembolünün olup olmadığına karar vermede, pozitif ve negatif tam sayıların zıt yön ve değerleri ifade etmede kullanıldığını anlamada, tam sayıları karşılaştırma ve sıralama ile ilgili gerçek hayat durumlarını içeren uygulamalarda problem yaşadıklarını ortaya koymuştur. Dolayısıyla öğrencilerin sahip oldukları bu tür kavram yanılgıları; cümle, sembolle gösterim gibi farklı formlar arası geçişlerde zorluk yaşanmasına ve yanlış tercüme türünden bir kavram yanılgısına sahip olmalarına sebep olmuştur. Benzer biçimde Erdem vd. (2015) çalışmalarında, öğrencilerin tam sayı günlük hayatla ilişkilendirmede sorun yaşadıklarını belirtmişlerdir. Bu doğrultuda mevcut çalışmanın sonucu, bahsi geçen çalışmanın bu sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Çalışma sonucunda katılımcıların (%8,43), tam sayılar konusunda *aşırı genelleme* türünden kavram yanılgılarına sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Bu kavram yanılgısına sahip öğrencilerin S2 ve S6'da verilen negatif tam sayıları sıralarken bu sayıları doğal sayılardaki gibi sıraladıkları görülmektedir. Negatif tam sayıları sıralama ile ilgili bu sorunu yaşayan öğrencilerin, doğal sayılarda geçerli olan sıralamayı negatif tam sayılara genelledikleri dolayısıyla aşırı genelleme türünden bir kavram yanılgısına sahip olduklarını göstermektedir. Bu durum ise bu öğrencilerin "*Pozitif tam sayılardaki sıralama negatif tam sayılarda da kullanılır.*" aşırı genelleme ile ilgili sahip oldukları kavram yanılgısını açığa çıkarmıştır. Uygulamada karşılaşılan zorluklardan biri de tam sayıları büyük ya da küçük olma durumuna göre sıralayarak sembol ile göstermede ve negatif sayıların büyüklük küçüklük sıralamasında karşılaşılan zorluklardır (İşgüden, 2008; Sevim-Atayev, 2015). Benzer biçimde öğrencilerin negatif ya da pozitif sayının ayrımını yapabilirken hangisinin daha büyük ya da daha küçük olduğunun ayrımını yapamadıklarını (Avcu & Durmaz, 2011), sayı değerlerine göre karşılaştırarak sıraladıklarını tespit etmiştir (Yürekli, 2020). Tüm bu çalışmaların sonuçları mevcut çalışmanın *aşırı genelleme* türünden kavram yanılgıları ile oldukça fazla benzerlik taşımaktadır.

Aşırı genelleme türünden kavram yanılgısına ilişkin elde edilen bulguda, öğrencilerin önceki yıllarda çarpma işleminde öğrendikleri "bir sayının katını alma" anlamını tam sayı problemindeki "binanın katı" ifadesine genellediğini göstermektedir. Bu durum ise bu öğrencilerin, "*Kat, her zaman çarpma işleminin kat anlamını belirtir.*" aşırı genelleme ile ilgili sahip oldukları kavram yanılgısını ortaya çıkarmıştır. Buna ek olarak Ö24, Ö25 kodlu katılımcıların, S10'da "binanın katı" ile "çarpma işleminin katı"nın aynı anlama geldiğini varsayarak sorudaki tam sayıları birbiriyle çarptıkları düşünülmektedir. Öte yandan öğrencilerin kesir konusuna ilişkin öğrenmelerini tam sayılara genelledikleri görülmektedir. Bu durum öğrencilerin "*Kesir kavramına ilişkin gösterim ve parça-bütün ilişkisi tam sayılarda da geçerlidir.*" aşırı genelleme ile ilgili sahip oldukları yanılgıyı ortaya koymuştur. Ayrıca Ö32 kodlu katılımcının, S7'deki tam sayılar arasındaki uzaklığı soruda verilen ifadelere göre saymaya çalıştığı, bulduğu adım sayılarını tam sayılar ile ifade etmek yerine kesir sayıları ile gösterdiği görülmüştür. Katılımcılardan Ö24, Ö25, Ö27, Ö51 ise kesir sayılarına ilişkin gösterimleri tam sayılara genelleyerek tam sayılarla gösterilmesi gereken ifadeleri kesir sayıları ile göstermişlerdir. Uygulamanın yapıldığı dönemde kesirler konusunun işlenmesi Ö24, Ö25, Ö27, Ö32, Ö51'in bu sorunu yaşadığını düşündürmektedir. Bu durumda kesir kavramına ilişkin gösterim ve parça-bütün ilişkisi kurallarının tam sayılara genellemesi, öğrencinin aşırı genelleme türünden bir kavram yanılgısına sahip olduğunu göstermektedir. Anıl (2007)'a göre, matematikte başlangıç kavramlarının zihinde iyi yapılanması daha sonraki üst düzeydeki kavramların da zihinde yapılanmasını kolaylaştırır. Bu bağlamda, tam sayı kavramına ilişkin öğrenmeler sağlanmadan önce öğrencilerin hazırbulunuşluklarına bakılmalı, önceki kavramlarla ilgili kavram yanılgılarının olup olmadığı tespit edilmeye çalışılmalıdır. Doğal olarak kavramlar anlamlı bir biçimde öğrenildikçe bir sonraki kavramların öğrenilmesi kolaylaşabilir. Böylelikle olası kavram yanılgılarının önüne geçilebilir. Dahası öğrencilerin matematiksel kavramlara ait durumları ilişkilendirirken yanlış genellemeler yapmalarının önüne geçilebilir. Buradan hareketle, matematik konularındaki genellemeler öğrencilere hazır olarak verilmemeli, öğrencilerin bunları yaparak-yaşayarak öğrenme kazanmaları yoluyla kendilerinin bulması sağlanmalıdır denilebilir (Baykul, 2019; Küçük & Demir, 2009; Ulaş & Yenilmez, 2017).

Çalışmada katılımcıların (%2,8) tam sayılar konusunda en az sayıda *aşırı özelleme* türünden kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. *Aşırı özelleme* türündeki yanılgılardan bazıları daha önceki çalışmalarda tam sayılarla ilgili ortaya çıkan kavram yanılgıları ile paralellik göstermektedir. Öğrencilerin en çok (-) sembolünü anlamada birtakım zorluklara sahip oldukları (Erdem vd., 2015), öğrencilerin bu zorlukla karşılaşmasında, (-) sembolünün ne anlama geldiğini yeterince anlayamamalarının etkili olduğu söylenebilir. Dahası ilgili zorluğu yaşayan öğrenciler, (-) sembolünün çoklu anlamlarını eksik bildiğinden yalnızca belli başlı anlamlarda kullanılabileceğini düşünebilir. Dolayısıyla bu tür düşünceye sahip öğrencilerin, bir kavrama o grubun tümüne ait olmayan bir özelliğin temel alınmasıyla kısıtlama koyduğundan aşırı özelleme türünden kavram yanılgısına sahiptir denilebilir. Çalışma sonucunda Ö25, Ö45, Ö54 kodlu katılımcıların S7'ye verdikleri cevaplarda (-) sembolünün yalnızca çıkarma işlemine ait olabileceğini düşündükleri belirlenmiştir. Öğrenciler S7'de verilen (-12) sayısının bir çıkarma işlemini temsil ettiğini düşünerek, soruya ilişkin işlemlerini yaptıktan sonra buldukları sonuçtan 12 sayısını çıkarmışlardır. Öte yandan çıkarma işleminin eksiltme anlamı taşıması nedeniyle Ö34 kodlu katılımcının, S8'de gördüğü tam sayılara bu işlemi uyguladığı düşünülmektedir. Bu durum bu öğrencilerin "*(-) sembolü yalnızca çıkarma işlemini temsil eder.*" aşırı özelleme kavram yanılgısına sahip olduğunu göstermektedir.

Çalışmada öğrencilerin neredeyse yarısı, S2'de negatif tam sayılarla verilen düşey sayı doğrusunu anlamlandıramamaktan kaynaklı, ilgili soruyu doğru çözememişlerdir. Bu durum bu öğrencilerin, "*Sayı doğrusu yalnızca yatay konumda olur.*" *aşırı özelleme* kavram yanılgısına sahip olduklarını göstermiştir. Bunun nedeni, öğretmenlerin sayı doğrusu modelini genel alışkanlıkları olarak yatay konumda göstermesi, dolayısıyla öğrencinin de sayı doğrusunun yalnızca yatay konumda olduğunu düşünmesi olabilir. Bu bağlamda sayı doğrusunun yalnızca yatay konumda olabileceği, düşey konumda verilen sayı doğrusunun sayı doğrusu olamayacağı düşüncesi aşırı özelleme türünden bir kavram yanılgısıdır. Yürekli (2020) çalışmasında, öğrencilerin tam sayıların pozitif ya da negatif olma durumunu dikkate almadan sayı değerlerine göre karşılaştırılıp sıralandığını, negatif ve pozitif tam sayı kavramlarını zihninde anlamlandıramamış, tam sayıların hepsini pozitif tam sayı gibi düşünüp hareket ettiklerini belirtmiştir. O nedenle tam sayı kavramının öğretiminde sayı doğrusu modelinin hem yatay hem düşey konumda kullanımının öğretilmesinin hedeflendiği öğretim ortamları tasarlanmalıdır. Bu doğrultuda yapılan çalışmanın bu sonucu bahsi geçen çalışmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Ayrıca sayı doğrusu modelinin kullanılması, sayıların düzlem üzerindeki konumlarını ve hareketlerini öğretmede oldukça etkilidir (Kilhamn, 2011; Nurnberger Haag, 2007). Böylelikle öğrencilerin yatay konumda oluşturulan sayı doğrusu modelini, düşey konumda da kullanmaya alıştırılmaları sağlanmış olur. Bu alışkanlık, öğrencilerin, ilerleyen sınıf düzeylerinde Cebir öğrenme alanında karşılaşacakları önemli kavramlardan biri olan "koordinat sistemini özellikleri ile tanıma" konusunda düşey sayı doğrusunu kavratmaya yardımcı olabilir.

Öğrencilerin *aşırı özelleme* türünden sahip oldukları bir diğer kavram yanılgısı ise gerçek hayat durumlarını yalnızca negatif tam sayılarla gösterilebileceği kavram yanılgısıdır. Bu durum bu öğrencilerin "*Bazı gerçek hayat durumları yalnızca negatif veya pozitif tam sayılarla gösterilir.*" aşırı özelleme kavram yanılgısına sahip olduklarını açığa çıkarmıştır. Ö18, Ö32, Ö36, Ö55, Ö56 kodlu katılımcılar, S4'te donma sıcaklığının yalnızca (-) sembolü ile gösterilen negatif tam sayılarla ifade edileceğini belirtmişlerdir. Bu çalışma ile benzer şekilde Erdem vd. (2015), öğrencilerin tam sayıları günlük hayatla ilişkilendirmede zorluk yaşadıklarını, öğretmenlerin, öğrencilerin negatif tam sayıya ya da (-) sembolüne günlük hayatta farklı anlamlar yüklemeleri gerektiğine vurgu yapmışlardır.

Son olarak, 6. sınıf öğrencilerin tam sayılar konusunda sahip oldukları kavram yanılgı türlerinin teşhis edildiği mevcut çalışmadan esinlenerek ileriki çalışmalar için bu yanılgıların giderilmesine yönelik araştırmalar yapılması önerilebilir. Genel olarak öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarına öğretmenlerinin çeşitli oranlarda payı olduğu düşünüldüğünde, öğretmen adaylarının hizmet öncesinde, öğretmenlerin de hizmet içinde edindikleri kavram yanılgılarının belirlenmesine ve giderilmesine yönelik çalışmalar yapılması önerilebilir. Benzer çalışmalar matematiğin farklı kavramları için de yapılarak öğretmen adaylarının farkında olmadıkları yeni yanılgılarını ortaya koyulabilir. Çünkü bugüne kadar yapılan çalışmalar öğretmen adaylarının bu konudaki farkındalıklarının yetersiz olduğunu göstermektedir (Chick, Pham & Baker, 2006; Demiri, 2013; Karaağaç & Köse, 2015). Dolayısıyla bu tür çalışmalarla eksikliklerinin farkına varan öğretmen ve öğretmen adaylarının farklı yanılgı türlerine ilişkin bilgi sahibi olmaları sağlanarak bunları gidermeye dönük uygulamalara yönelebilirler. Böylelikle öğretmenlerin kavram yanılgılarının farkında olmaları konusunda çeşitli öğretim strateji/yöntem/teknikleri ile yapılan çalışmaları sınıflarına taşıyabilmelerini sağlayacak hizmet öncesi ve hizmet içi eğitime uygulamalarının içinde olmaları sağlanabilir. Gelecekteki araştırmalar öğretmenlerin, öğrencilerin tam sayılar konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarına ilişkin bilgilerini ve öğretmenlerin bu tür yanılgılara yönelik olası çözüm önerilerini keşfettirici olabilir. Ayrıca yapılan çalışma ile öğretmenlere süreçte, öğretmen adaylarına da lisans eğitiminde aldıkları alan eğitimi derslerinde, özellikle de "Öğretmenlik Uygulaması-I-II" derslerinde matematiğin pek çok konusunda olduğu gibi tam sayılar konusu ile ilgili öğrenci yanılgılarını dikkate almaları ve öğrenme ortamlarını buna göre düzenlemeleri önerilebilir. Öğretmen eğitiminde yapılacak bu tür uygulamalar, nitelikli öğretmenler dolayısıyla başarılı öğrenciler yetiştirilmesine fırsat oluşturacaktır. Yapılan çalışmanın, bundan sonraki çalışmalara katkı sağlamış olması ve bu konuya ilgi duyan araştırmacılara ışık tutması umulmaktadır.

Etik Kurul Belgesi

Etik Kurul Komisyon Adı: Giresun Üniversitesi Sosyal Bilimler Fen ve Mühendislik Bilimleri Araştırmaları Etik Kurul Başkanlığı

Etik Kurul Belge Tarihi: 22/04/2022

Etik Kurul Belgesi Sayı ve Numara: E-50288587-050.01 .04-86969

Yazar Katkı Beyanı

Mihriban HACISALİHOĞLU KARADENİZ: *Kavramsallaştırma, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, yorumlanması, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.*

Aslı Nur HODANCI: *Kavramsallaştırma, metodoloji, verilerin toplanması, işlenmesi, analizi, yorumlanması, denetim, inceleme-yazma ve düzenleme.*

Kaynaklar

Altıparmak, K., & Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*(1), 31-47.

Anıl, Ş. (2007). *Mutlak değer konusundaki kavram yanılgılarının belirlenmesi ve giderilmesi*. Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Avcu, T., & Durmaz, B. (2011). Tam sayılarla ilgili işlemlerde ilköğretim düzeyinde yapılan hatalar ve karşılaşılan zorluklar. *2 nd International Conference on New Trends in Education and Their Implications,* 1648- 1656.

Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi*. (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Baki, A., & Bell, A. (1997). *Ortaöğretim matematik öğretimi*. Ankara: YÖK Öğretmen Eğitimi Yayınları.

Baykul, Y. (2019). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. Sınıflar).* (Geliştirilmiş 3. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2015). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (5. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. 5th Edition, Allyn & Bacon, Boston.

Bozkurt, A. & Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri, *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10 (2), 787 -801.

Chick, H. L., Pham, T. H., & Baker, M., (2006). *Probing teachers' pedagogical content knowledge: Lessons from the case of the subtraction algorithm*. In 29th Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 1, 139-146.

Çepni, S. (2021). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. 9. baskı. Celepler.

Çevik, Y. & Cihangir, A. (2020). Tam sayıların modellenmesine ilişkin durum çalışması. *Necmettin Erbakan Üniversitesi Ereğli Eğitim Fakültesi Dergisi,* 2(2), 136-151.

Demiri, L. (2013). *Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgılarıyla ilgili öğretmen ve öğretmen adaylarının bilgilerinin incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Dereli, M. (2008). *Tam sayılar konusunun karikatürlerle öğretiminin öğrencilerin matematik başarılarına etkisi*. Doctoral dissertation, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Duatepe-Paksu, A. (2010). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri, E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Editörler), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*. Ankara, Pegem Akademi Yayıncılık.

Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2015). Tam sayılar konusunun öğrenilmesi ve öğretilmesinde yaşanan zorluklar ve çözüm önerileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(1), 97-117.

Eryılmaz, A., & Sürmeli, E. (2002, Eylül). *Üç aşamalı sorularla öğrencilerin ısı ve sıcaklık konularındaki kavram yanılgılarının ölçülmesi.* Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitim Kongresi, Burdur.

Fischbein, E. (1987). Intuition in science and mathematics: An educational approach, Reidel, Dordecht, The Netherlands.

Gallardo, A. (2002). The extension of the natural-number domain to the integers in the transition from arithmetic to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *49*(2), 171-192.

Gallardo, A., & Romero, M. (1999). Identification of difficulties in addition and subtraction of integers in the number line. F. Hitt, M. Santos (Eds.), Proceedings of the Twenty-first International Conference for the Psychology of Mathematics Education (Vol. I, pp. 275-282). North American Chapter, Mexico.

Gallardo. A. & Rojano, T. (1994). School algebra: 4 syntactic difficulties in the operati- vity with negative numbers. Proceedings of the XVI International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter. Louisiana State Univesity, USA, Vol. I, pp. 159-165.

Hativa, N., & Cohen, D. (1995). Self learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, *28*(2), 401–431.

Işıksal-Bostan, M. (2009). Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanılgıları ve bu yanılgıların giderilmesine yönelik öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri,* Ankara: Pegem.

İşgüden, E. (2008). *7. ve 8. sınıf öğrencilerinin tamsayılar konusunda karşılaştıkları güçlükler*. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Karaağaç, M., & Köse, L. (2015). Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ile ilgili bilgilerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 72-92.

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. Göteborg, Sweden: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Küçük, A., & Demir, B. (2009). İlköğretim 6–8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (13), 97-112.

McMillan, J. H. (2000). *Educational research fundamentals for the consumer*. USA: Longman.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı.* Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nurnberger Haag, J. (2007). Integers made easy: Just walk it off. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *13*(2), 118-121.

Özdemir, E. (2022). An investigation of prospective mathematics teachers' ability to subtract integers with a number line and counters, *Kastamonu Education Journal*, *30*(1), 205-216.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. 3rd edition. Sage Publications.

Peled, I. & Carraher, D. W. (2007). Signed numbers and algebraic thinking. In Kaput, J., Carraher, D. and Blanton, M. (Eds.), *Algebra in The Early Grades*, (pp. 303-327). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Peled, I., Mukhopadhyay, S., & Resnick, L. B. (1989). *Formal and informal sources of mental models for negative numbers*. In Proceedings of the 13th international conference for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 106-110). Paris, France.

Sevim-Atayev, G. (2015). *Sixth grade students' achievement levels, errors, and underlying reasons of the errors regarding comprehension and ordering of ıntegers. (Master's thesis),* Middle East Technical University, Ankara.

Stephan, M., & Akyüz, D. (2012). A proposed instructional theory for integer addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *43*(4), 428-464.

Şandır, H., Ubuz, B., ve Argün, Z. (2002, Eylül) *Ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramındaki öğrenme hataları ve kavram yanılgıları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde bildiri olarak sunulmuştur, ODTÜ, Ankara.

Şandır, H., Ubuz, B., & Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *32*(32), 274-281.

Şengül, S., & Körükçü, E. (2012). Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğretiminin altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve kalıcılık düzeylerine etkisi. *International Online Journal of Educational Sciences*, *4*(2).

Ulaş, T. & Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies (IEJES)*, *1* (2), 103-117.

Ural, A. (2017). *Matematik öğreniminde kavram yanılgıları ve zorluklar (4,5,6,7,8. Sınıflar İçin)*. İstanbul: Cinius.

Van de Walle, J., Karp K. S., & Bay-Williams, J.M. (2021). *İlkokul ve ortaokul matematiği* (Çev. S. Durmuş), Nobel Yayıncılık.

Vlassis, J. (2004). Making sense of the minus sign or becoming flexible in 'negativity'. *Learning and instruction*, *14*(5), 469-484.

Vlassis, J. (2008). The role of mathematical symbols in the development of number conceptualization: The case of the minus sign. *Philosophical Psychology*, *21*(4), 555-570.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th Ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Yürekli, A. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki işlemlere ait kavram yanılgılarının belirlenmesi ve kavram karikatürleri ile giderilmesi*. Yüksek lisans tezi. Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale.

Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram yanılgısı nedir? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* içinde (s. 1-8). (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Zembat, İ. Ö. (2013). Sayıların farklı algılanması-sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi? M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* içinde (s. 41-60). (3. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.