

ORTAÖĞRETİMDE KOMPLEKS SAYILARLA İLGİLİ KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ

DETERMINING THE CONCEPT ERRORS WITH REGARD TO COMPLEX NUMBERS IN SECONDARY EDUCATION

Adem ÇELİK¹ Mehmet Fatih ÖZDEMİR**

Özet

Bu çalışma, ortaöğretim ikinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin kompleks sayılar konusunda bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları belirlemek amaçlanmıştır. Bu durum sekiz alt problemde değerlendirilmiştir. Çalışmanın örneklemini 2005- 2006 eğitim-öğretim yılında İzmir ili Buca ilçesinde bulunan beş ortaöğretim okulunda eğitim-öğretime devam eden dörtyüzseksenüç öğrenci oluşturmuştur. Veriler araştırmacılar tarafından hazırlanan elli çoktan seçmeli sorunun bulunduğu bilgi testiyle toplanmıştır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda çözüm önerileri sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Matematik Eğitimi, Kompleks Sayılar, Bilgi Eksikliği, Kavram yanlışlığı

Abstract

This study aimed at determining the deficiencies in knowledge and concept errors of secondary school, second grade students in complex numbers. This situation was assessed through six sub-problems. The sample of the study consists of four hundred eighty three students from five secondary schools in Buca district of İzmir in 2005- 2006 school year. The data were collected through a knowledge test including fifty multiple-choice questions prepared by the researchers. Suggestions for solution were presented in accordance with the results obtained.

Key Words: Mathematics Education, Complex Numbers, Inadequate Knowledge, Misconception

1. GİRİŞ

Matematik, bilimler içinde en formülleştirilebilir olanıdır. Rakamlar formüller, eşitlikler daima sözlerden daha açık ve net konuşurlar. İnsanlık tarihinin en büyük dahilerinden biri olan Albert Einstein'e göre "Matematiğin bütün bilimlerin üstünde özel bir saygınlığının olması yasalarının tartışılmaz oluşundandır. Oysa diğer bilimlerdeki yasalar bir ölçüde tartışmaya açıktır"(Kart,1999).

Matematik derslerinde başarının düşük olmasının en önemli sebeplerinden birisi kavram yanlışlarıdır. Kavram yanlışları tespit edilmeli ve yanlışları azaltıcı veya yok edecek materyalleri geliştirilmelidir(Baki,1996). Özbellek, kavram yanlışlarının anlamlı öğrenmede büyük bir engel oluşturduğunu, özellikle de kalıcı olan yanlışların zamanında giderilmemesinin matematik hedeflerine ulaşmada önemli zorluklara neden olduğunu belirtir(Özbellek,2003). Eryılmaz ve Sürmeli'ye göre ise öğrenciye ait bir düşüncenin kavram yanlışlığı sayılması için art arda üç koşulu sağlaması gerekir: Birincisi öğrencinin

¹ Doç.Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi OFMAE, adem.celik@deu.edu.tr

** YL, fatihozdemir@hotmail.com

düşüncesinin gerçek bilime uygun olmaması, ikincisi öğrencinin bu yanlış düşüncesini savunması (yani sahiplenmesi) için gerekçeler göstermesi veya açıklamalar da bulunması, üçüncüsü de kendi cevap ve açıklamalarından emin olması gerekmektedir“ (Eryılmaz,2002) .Hata, cevaplardaki yanlışlıklardır. Kavram yanlışlığı ise öğrencilerin kavramları bilimsel olarak kabul edilen kavram tanımından farklı olarak algılamasıdır“(Ubuz,1999). Baki ve Bell’e göre kavram yanlışlığı: Kişisel deneyimler sonucu oluşmuş, bilimsel gerçeklere aykırı olan ve bilim tarafından gerçekliği kanıtlanmış kavramların öğretilmesini ve öğrenilmesini engelleyici bilgilerdir (Baki,1997).

Son yıllarda Türkiye’ de her konudaki çalışmalarda ve araştırmalarda bir artış olduğu bir gerçektir. Doğal olarak matematikte kavram yanlışlığı üzerine yapılan çalışmalarda da bir artış söz konusudur. Ortaöğretimde matematikte kavram yanlışlığı üzerine yapılan çalışmalar daha çok cebir ve geometri dersine yöneliktir. Kompleks sayılarda kavram yanlışlığı üzerine yapılan çalışmalar hemen hemen yok gibidir. Bunu yaptığımız litteratür taramasından anlıyoruz.

Geometri alanıyla ilgili yapılan bazı çalışmalarda: Ubuz (1999) açılar konusundaki hata ve kavram yanlışlıklarını, Özsoy ve Kemankaşlı (2004) çember konusundaki hata ve kavram yanlışlıklarını araştırmışlardır. Cebirle alanıyla ilgili yapılan bazı çalışmalarda: Orhun (1998) üslü ve köklü çokluklardaki işlem yanlışlıklarını, Ersoy ve Erbaş (2000) eşitliklerin çözümündeki başarı ve kavram yanlışlıklarını, Demetgül (2001) trigonometri konusundaki kavram yanlışlıklarını, Şandır, Ubuz ve Argün (2002) mutlak değer konusundaki hatalar ve kavram yanlışlıklarını araştırmışlardır. Kompleks sayılarla ilgili Turanlı, Keçeli ve Türker (2007)’ nin yaptığı çalışmada ortaöğretim II. Sınıf öğrencilerinin kompleks sayılar konusundaki kavram yanlışlıkları ile ortak hataları ve kompleks sayılara yönelik tutumlarını belirlemek ve öğrencilerin kompleks sayılara yönelik, tutumları ile kavram yanlışlıkları arasında bir ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Yaptıkları bu çalışmada Ankara ili, Balıkesir’in Bigadiç ilçesi ve Zonguldak’ın Kozlu ilçesindeki bazı okullardaki lise 2. sınıf öğrencileri evren olarak belirlenmiştir.

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ

Yapılan litteratür çalışması sonucunda kompleks sayılar konusundaki kavram yanlışlıkları ile ilgili olarak Turanlı, Keçeli, ve Türker(2007) [22]’ nin yaptığı araştırmaya rastlanmıştır. Ayrıca kompleks sayılarla ilgili olarak , reel sayılar kümesinde geçerli olan $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ kuralının kompleks sayılar kümesinde de geçerli olduğu yanlışlığı yer almaktadır (Scheester 2006) [18], aynı kural hatasını (Turanlı, Keçeli, ve Türker 2007) [22] de tespit etmişlerdir. Bu durum , yaptığımız araştırmanın önemini açıkça ortaya koymaktadır. Araştırmamız ; ortaöğretim ikinci sınıfta eğitim- öğretim görmekte olan öğrencilerin kompleks sayılar konusunda karşılaştıkları eksik öğrenmeler ve kavram yanlışlıklarını belirlemek , oluşan bu yanlışlıkların giderilmesine katkıda bulunmak ve bu konu ile ilgili daha sonra yapılacak olan çalışmalara kaynak teşkil etmesi açısından önemli görülmüştür.

Ortaöğretimde oluşan eksik öğrenmeler ve kavram yanlışlıkları, daha sonra yüksek öğretim düzeyine taşınmakta ve matematik öğretiminde önemli sorunlar yaşanmaktadır.

Araştırmanın temel amacı, ortaöğretim ikinci sınıfta eğitim- öğretim görmekte olan öğrencilerin kompleks sayılar konusundaki bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışlıklarını belirlemek ve bunların giderilmesine yönelik katkıda bulunmaktır.

3. YÖNTEM

Yapılan çalışma betimsel nitelikte olup tarama modelinde bir araştırmadır. Tarama modelleri; geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimlemeyi amaçlayan araştırma yaklaşımlarıdır. Araştırmaya konu olan birey ya da nesne, kendi koşulları içinde ve olduğu gibi tanımlanmaya çalışılır. Onları herhangi bir şekilde değiştirme, etkileme çabası gösterilmez. Bilinmek istenen şey vardır ve oradadır. Önemli olan onu uygun bir biçimde gözleyip belirleyebilmektir (Karasar, 1994).

“Ortaöğretimde kompleks sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi ve çözüm önerileri “ araştırmanın ana konusunu oluşturmaktadır. Bu çalışmanın amacını gerçekleştirebilmek için sekiz alt problem oluşturulmuş ve bunlara cevap aranmıştır. Bu alt problemler şunlardır:

1. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin kompleks sayılar kümesine olan ihtiyaç ve reel sayı kümesi ile kompleks sayı kümesini karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
2. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin i sayısını anlama ve belli bir reel sayıyla karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
3. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin kompleks sayı ve karmaşık düzlem ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
4. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir kompleks sayının eşleniğini ve modülünü bulma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
5. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile karmaşık sayılar arasında ilişkiyi kurma noktasında bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
6. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin kompleks sayılarda 4 işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
7. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir kompleks sayının kutupsal biçimini anlama ve dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksikleri ve kavram yanlışları var mıdır?
8. **Alt Problem:** Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir kompleks sayının köklerini bulma ve orijin etrafında döndürme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?

Bu çalışma aşağıda belirtilen sınırlılıklar içerisinde yürütülmüştür.

- Bu araştırma, 2005-2006 eğitim-öğretim yılında; İzmir ili Buca ilçesinde bulunan 5
- ortaöğretim okulundaki 483 öğrencinin görüşleri ile sınırlandırılmıştır.
- Araştırma ortaöğretim ikinci sınıf öğrencileri için “kompleks sayılarla ilgili 50 maddelik eksik öğrenme ve kavram yanlışlarını tespit etmek amacıyla hazırlanmış çoktan seçmeli test” kullanılması ile sınırlandırılmıştır.
- Araştırma, örneklem grubuna giren öğrenci testleri ve öğretmenlerle sistemsiz görüşmelerle sınırlıdır.

- Araştırma 2005-2006 eğitim-öğretim yılı içerisinde İzmir ili Buca ilçesinde araştırmanın yapıldığı okullarda okuyan ikinci sınıf öğrencileri ve bu okullarda görev yapan matematik öğretmenleri ile sınırlıdır.
- Matematik öğretmenlerinin yeterliliği, matematik öğretmeni yetiştirme ve matematik programı geliştirme gibi konular bir tek araştırma kapsamına alınmayacağından, bu konular araştırma kapsamına alınmamıştır. Ancak öğretmenlerin matematik müfredat programı hakkındaki bazı eleştirileri dikkate alınmıştır.
- Testlerde sorulan sorular çoktan seçmeli sorularla sınırlı tutulmuştur.
- Yapılan teste ait tüm sorular bilişsel alanın diğer basamakları daha üst düzey bir bilgi gerektirdiğinden bilgi, kavram ve uygulama basamakları ile sınırlı tutulmuştur.

3.1 Evren ve örneklem

Bu araştırmanın evreni, İzmir ili Buca ilçesi ortaöğretim okullarında ikinci sınıfta okumakta olan öğrencilerdir. Örnekleme ise İzmir ili Buca ilçesi ortaöğretim okulları ikinci sınıflarında okumakta olan rasgele seçilen öğrencilerdir. Toplam 5 okulda yürütülen bu çalışmada 489 öğrenci testi cevaplamış ancak 6 kişinin verdiği cevaplar ciddi bulunmadığı için değerlendirmeye 483 öğrenci alınmıştır. Bu öğrencilerin 237 tanesi erkek ve 246 tanesi kızdır. Varsayımlar: 1. Araştırma örnekleme, evreni başarıyla temsil etmektedir. 2. Hazırlanan başarı testi öğrencilerin bilgi düzeyini ölçebilecek niteliklere sahiptir.

3.2 Veri Toplama Araçları

a) Birinci veri toplama aracı

Bu araştırmanın gerektirdiği verilerin toplanmasında öncelikle konuyla ilgili yayınlar araştırılmıştır. Matematik öğretimi konusunda daha önce yapılan bilimsel araştırmalar ve matematik öğretiminde karşılaşılan sorunlarla ilgili kaynaklar taranarak araştırmayla ilgili veriler toplanmıştır.

Araştırmada kompleks sayılarda eksik öğrenme ve kavram yanlışlarının tespiti için, ortaöğretimde görev yapan bazı matematik öğretmenleriyle yüz yüze görüşmeler yapılarak ortaöğretim ikinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin kompleks sayılar konusunda eksik öğrenmeler ve yanlışya düştükleri kavramlar belirlenmiş, daha sonra elde edilen verilerden yararlanarak ortaöğretim müfredat programında belirtilen amaç ve davranışları kapsayan 55 soruluk çoktan seçmeli test hazırlanmıştır.

Bütün sorular, müfredat programında belirtilen hedef ve davranışları ölçecek nitelikte hazırlanmaya çalışılmıştır. Soruların hazırlanması sırasında uzman görüşü alınmıştır. Hazırlanan test İzmir ili Buca ilçesi Hoca Ahmet Yesevi Lisesi'nde okumakta olan ikinci sınıftan 93 öğrenciye pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Bu testteki her doğru yanıt için "1" puan, her yanlış yanıt için "0" puan verilerek değerlendirme yapılmıştır. Değerlendirme sonucunda güvenilirlik kat sayısı 0.80 olarak bulunmuştur. Ayrıca madde analizleri sonucunda 5 sorunun ilgili davranışı ölçecek yeterlilikte olmadığı kanaatine varılıp bu sorular düzenlenen ve ortaöğretim ikinci sınıf karmaşık sayılarla ilgili temel testten çıkarılmıştır. Bunun üzerine soru sayısı 50'ye inen çoktan seçmeli test 489 öğrenciye uygulamaya konulmuş ve güvenilirlik katsayısı 0.81 olarak bulunmuştur.

Ayrıca yanıtlara göre frekans tablosu hazırlanmış ve yorumlanmıştır. Sonuçlara bağlı olarak olası eksik öğrenmeler ve yanlışların nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır.

b) İkinci veri toplama aracı

Veri toplamayla ilgili uzman görüşleri ve eleştirileri alınarak araştırmacı tarafından yeniden kavramlarda bilgi eksikliği ve kavram yanlışlığı olup olmadığını ölçen bilgi testi yeteri kadar çoğaltılarak İzmir İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün 16.11.2005 tarih ve 13.08.4. MEM 35.00.03.1/45801 sayılı onay yazısına istinaden listede adı geçen okullarda uygulanmıştır. Veri toplama aracı mesai saatleri içinde okullardaki ikinci sınıf öğrencilerinin rasgele seçilen kısmına aynı anda sınıflarda bulunan öğrenci sayısı kadar dağıtılmış, gerekli açıklamalar yapılmış ve sınıfta bulunan öğretmenler tarafından aynı anda toplanmıştır. Yine bu okullarda görev yapan on altı matematik öğretmeniyle sistemsiz mülakat yoluyla karmaşık sayıların öğretiminde güçlük çekilen konular hakkında bilgi toplanmıştır. Aynı başlıktaki sorunlar bir araya getirilmiştir. Bu sorunlar ile yurtiçi ve yurtdışında matematik eğitimi konusunda çalışan uzman kişilerin belirttiği sorunların harmanlanması sonucunda matematik eğitiminde çekilen güçlükler ve bu zorlukların aşılabilmesi için öneriler sunulmuştur.

Kompleks sayılarla ilgili bilgi testi toplam 489 öğrenciye uygulanmış ve bu testlerin 483'ü ciddi bulunduğu için değerlendirilmeye alınmıştır.

3.3 Verilerin analizi ve kullanılan istatistiksel teknikler

Kompleks sayılar ile ilgili eksik öğrenme ve kavram yanlışlarının tespiti için alınan 50 soruluk çoktan seçmeli testin analizi yapılırken, anketteki verilerin kodlaması araştırmacının kendisi tarafından öğrencilerin vermiş olduğu cevaplara göre a seçeneği 1, b seçeneği 2, c seçeneği 3, d seçeneği 4, e seçeneği 5 şeklinde yapılmıştır.

Verilerin çözümlenmesi SPSS 11.0 paket programı kullanılarak yapılmış frekans tablosu ve yüzde dökümlerine bakılarak elde edilen bulgular yorumlanmıştır. Daha sonra 50 soruluk çoktan seçmeli testin verileri, öğrencilerin verdiği doğru yanıtlar 1 puan, verdiği yanlış yanıtlar 0 puan verilerek tekrar kodlanmış ve güvenilirlik için Kuder Richardson formüllerinden KR-20 formülü kullanılmıştır.

4. BULGULAR VE YORUMLAR

4.1 Birinci alt probleme ilişkin bulgular

Birinci alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılar kümesine olan ihtiyaç ve reel sayı kümesi ile karmaşık sayı kümesini karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışlığı var mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilişkili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: Matematikte kompleks sayılar kümesine olan ihtiyaç aşağıdaki denklemlerden hangisinin çözümü içindir?

- A) $x - 1 = 0$ B) $2x - 1 = 0$ C) $x^2 - 1 = 0$ D) $x^2 + 1 = 0$ E) $x^2 - 2 = 0$

Bu soruya öğrencilerin %65'i doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %10'u E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: Aşağıdaki 2. dereceden denklemlerden hangisinin çözümü için kompleks sayılar kümesine ihtiyaç vardır?

- A) $x^2 - 2x - 3 = 0$ B) $x^2 - 1 = 0$ C) $x^2 + x - 1 = 0$ D) $x^2 - x = 0$ E) $x^2 + x + 1 = 0$

Bu soruya öğrencilerin %35'i doğru cevap vermiştir. %14'ü A seçeneğini, %6'sı B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %14'ü D seçeneğini işaretleyip %21'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: Aşağıdaki cümlelerden hangisi kompleks sayıya olan ihtiyacı anlatmaktadır?

- A) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin rasyonel olması durumunda çözümsüzlüğü
- B) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin irrasyonel olması durumunda çözümsüzlüğü
- C) Köklü bir ifadenin kökün içinin negatif olması durumunda çözümsüzlüğü
- D) Kareköklü bir ifadenin kökün içinin negatif olması durumunda çözümsüzlüğü
- E) Tümü

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %2'si A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %28'si C seçeneğini, %22'si E seçeneğini işaretleyip %10'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: Reel sayılar kümesinden daha geniş bir küme olan kompleks sayılar kümesi aşağıdaki ihtiyaçların hangisine cevap olarak doğmuştur?

- A) İki bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması halinde işlem yapılamaması nedeniyle
- B) İkinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması halinde işlem yapılamaması nedeniyle
- C) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan küçük olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle
- D) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfırdan büyük olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle
- E) İkinci dereceden tek bilinmeyenli bir denklemin diskriminantının sıfıra eşit olması durumunda işlem yapılamaması nedeniyle

Bu soruya öğrencilerin %29'u doğru cevap vermiştir. %11'i A seçeneğini, %22'si B seçeneğini, %7'si D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %24'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 5: IR reel sayılar kümesini, C kompleks sayılar kümesini göstermek üzere; aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $\mathbb{R} \cap \mathbb{C} = \emptyset$ II. $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ III. $3 \in \mathbb{C}$ IV. $i \in \mathbb{R}$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Bu soruya öğrencilerin %46'sı doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %13'ü B seçeneğini, %16'sı D seçeneğini, %1'i E seçeneğini işaretleyip %17'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 6: IR (reel sayılar) ve C (kompleks sayılar) kümeleri için, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ II. $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$ III. $\mathbb{R} = \mathbb{C}$ IV. $\mathbb{R} \cap \mathbb{C} \neq \emptyset$ V. $\mathbb{C} - \mathbb{R} = \emptyset$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Bu soruya öğrencilerin %42'si doğru cevap vermiştir. %17'si A seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %1'i E seçeneğini işaretleyip %22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya bakıldığında, öğrencilerin karmaşık sayılar konusu ilk anlatılmaya başladığı andan itibaren bu sayı kümesine olan ihtiyacın en belirgin biçimde görüldüğü denklem olan $x^2 + 1 = 0$ denklemini anlamakta tam olarak başarılı olmadıkları görülmektedir. Soru %65 oranında doğru yanıtlanmıştır. Ama sadece buna bakarak yorum yapmak yanlış olacaktır. Bazen bilmekle anlamak eş anlama gelmeyebilir. Öğrenci sorunun yanıtını bulmuş ama nedenini tam olarak algılayamamıştır.

İkinci soruya bakıldığında, öğrencilerin %35'lik bir kısmının doğru yanıt verdiği görülmüştür. Soru mantık açısından birinci soruyla aynı olmasına rağmen doğru yapma yüzdesi düşmüştür. Bunun temel nedeni birinci soruya verilen yanıtların öz ile ilgili değil şekil ile ilgili olmasıdır. Öğrenciler diskriminantın sıfırdan küçük olması ile karmaşık sayı ihtiyacı arasındaki köprüyü kuramamıştır.

Üçüncü soruya bakıldığında, öğrencilerin köklü sayı ve karmaşık sayı ihtiyacını anlamada problem yaşadığı görülmektedir. Kareköklü bir ifadede kökün içinin negatif olması durumunda reel sayılar kümesinde işlem yapılamamaktadır. Bu nedenle yeni bir sayı kümesine ihtiyaç vardır. Bu bir anlamda diskriminantın sıfırdan küçük olması durumuyla iç içedir. İkinci soruya verilen doğru yanıt yüzdesi ile neredeyse eşit gibidir. Bunun nedeni her iki sorunun da olayın kavramsal boyutunu sorgulamakla ilgili olduğu ve öğrencinin bu kısımda eksiklerinin olduğu ile ilgilidir. Temel kavramların nereden geldiklerinin iyi bir biçimde özümsetilmesi gerekmektedir. Sadece şekilci bir yaklaşımla yapılan öğretim matematik felsefesiyle örtüşmez. İleriki kavramların algılanması sırasında bu sorunlar daha büyük bir durum alır.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde karmaşık sayılar kümesine ortaöğretim ölçeğinde duyulan temel ihtiyacın öğrenciler tarafından tam algılanmadığı ortaya çıkmaktadır. %29'luk bir oranda soruya doğru yanıt verilmiştir. Aslına bakıldığında ilk dört sorunun ana fikri dördüncü soruda öğrencinin karşısına çıkmıştır. Bu noktada öğrencilerin karmaşık sayılar kümesine olan temel ihtiyacı tam kavrayamadığını görmekteyiz.

Beşinci soruya baktığımızda, reel sayı kümesi ile karmaşık sayı kümesinin karşılaştırılmasına ilişkin öğrencilerin yarıya yakın bir kısmının sorun yaşadığı görülmektedir. Altıncı soruya bakıldığında, öğrencilerin bu iki sayı kümesi arasındaki ilişkileri görmede ve küme işlemlerini yapmada sorun yaşadıkları söylenebilir.

4.2 İkinci alt probleme ilişkin bulgular

İkinci alt problem “ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin i sayısını anlama ve belli bir reel sayıyla karşılaştırma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışlıkları var mıdır?” şeklindedir. Bu problemle ilişkili verileri toplamak amacıyla aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: -1 ve i sayıları için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $-1 = i$ B) $-1 > i$ C) $-1 < i$ D) $-i^2 = -1$ E) Bu sayılar karşılaştırılmaz.

Bu soruya öğrencilerin %36'sı doğru cevap vermiştir. %9'u A seçeneğini, %17'si B seçeneğini, %18'i C seçeneğini, %7'si D seçeneğini işaretleyip %12'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: $z = i$ ve 1 sayıları için, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $z > 1$ B) $z < 1$ C) $z = 1$ D) $|z| = 1$ E) $|z| > 1$

Bu soruya öğrencilerin %41'i doğru cevap vermiştir. %4'ü A seçeneğini, %19'u B seçeneğini, %15'i C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %16'sı ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: $i^1 + i^2 + i^3 + \dots + i^n = i$

Yukarıdaki eşitliğe göre, doğum yılı n olan biri aşağıdaki yıllardan hangisinde doğmuş olabilir?

- A) 2000 B) 2001 C) 2002 D) 2003 E) 2004

Bu soruya öğrencilerin %57'si doğru cevap vermiştir. %7'si A seçeneğini, %5'i C seçeneğini, %3'ü D seçeneğini, %15'i E seçeneğini işaretleyip %12'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: Aşağıdaki işlemlerden hangisinin sonucu diğerlerinden farklıdır?

- A) i^{404} B) i^{1000} C) i^{102} D) i^{500} E) i^{304}

Bu soruya öğrencilerin %78'i doğru cevap vermiştir. %3'ü A seçeneğini, %3'ü B seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, bir reel sayıyla bir karmaşık sayıyı karşılaştırma noktasında öğrencilerin büyük bir kısmının sorun yaşadığı görülmektedir. Bu oldukça ilginç bir durumdur. Öğrenci karmaşık bir sayıyla reel bir sayının karşılaştırılmayacağını bilmemesine rağmen karmaşık sayılarla ilgili işlemleri yapmada çok büyük sorunlar yaşamamaktadır. Bu bağlamda öğrencilere kavramların özünün içlerini boşaltmadan doğru bir şekilde verilmesi gerekmektedir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin i ile 1 sayılarını karşılaştırmada bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin %15'inin i sayısını 1'e eşit bir sayı olarak değerlendirmesi hayli gariptir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, i sayısının kuvvetlerini alma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksiklerinin olduğu görülmektedir. Bunun neden i sayısının ve karmaşık sayı kavramının tam olarak algılanmaması olduğu düşünülebilir.

Dördüncü soruya bakıldığında, i sayısının kuvvetleri ile mod 4'te işlem yapma becerisi arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından kurulamadığını görmekteyiz.

4.3 Üçüncü alt probleme ilişkin bulgular

Üçüncü alt problem "ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayı ve karmaşık düzlem ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?" şeklindedir. Bu probleme ilişkin verilerin toplanabilmesi için öğrencilere aşağıdaki sorular sorulmuştur.

Soru 1: Aşağıdaki sayılardan hangisi bir imajiner sayıdır?

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 1 + i E) i

Bu soruya öğrencilerin %74'ü doğru cevap vermiştir. %2'si A seçeneğini, %3'ü B seçeneğini, %2'si C seçeneğini, %8'i D seçeneğini işaretleyip %9'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: Aşağıdaki sayılardan hangisi, sanal kısmı olmayan kompleks bir sayıdır?

- A) $\sqrt{3} + 1$ B) $1 - \sqrt{-1}$ C) i D) $1 + i$ E) i^3

Bu soruya öğrencilerin %68'i doğru cevap vermiştir. %7'si B seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %1'i D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin; sanal kısmı 2, reel kısmı -3 tür?

A) $2 - 3i$ B) $-3 + 2i$ C) $2 + 3i$ D) $3 + 2i$ E) $-2 - 3i$
Bu soruya öğrencilerin %84'ü doğru cevap vermiştir. %6'sı A seçeneğini, %1'i C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %1'i E seçeneğini işaretleyip %4'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: z kompleks sayısı için, $\text{Re}(z) = -2$ ve $\text{Im}(z) = 1$ ise, \bar{z} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2 - i$ B) $-2 + i$ C) $1 - 2i$ D) $1 + 2i$ E) $2 + i$

Bu soruya öğrencilerin %73'ü doğru cevap vermiştir. %14'ü B seçeneğini, %1'i C seçeneğini, %1'i D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %5'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 5: Aşağıdaki kompleks sayılardan hangisinin kompleks düzlemde karşılık geldiği nokta sanal eksen üzerindedir?

A) 2 B) -1 C) $-i$ D) $1 + 2i$ E) $1 + i$

Bu soruya öğrencilerin %68'i doğru cevap vermiştir. %6'sı A seçeneğini, %6'sı B seçeneğini, %5'i D seçeneğini, %3'ü E seçeneğini işaretleyip %11'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 6: Kompleks düzlemde $A(-1, 2)$ noktasıyla aşağıdaki kompleks sayılardan hangisi eşleşir?

A) $2 - i$ B) $-1 + 2i$ C) $1 - 2i$ D) $2 + i$ E) $-1 - 2i$

Bu soruya öğrencilerin %76'sı doğru cevap vermiştir. %4'ü A seçeneğini, %5'i C seçeneğini, %3'ü D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %6'sı ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 7: Aşağıdaki kompleks sayılardan hangisi kompleks düzlemin IV. bölgesindedir?

A) $1 - 2i$ B) $1 + 2i$ C) $3 + i$ D) $-3 + i$ E) $-1 - 2i$

Bu soruya öğrencilerin %69'u doğru cevap vermiştir. %2'si B seçeneğini, %2'si C seçeneğini, %8'i D seçeneğini, %11'i E seçeneğini işaretleyip %7'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 8: Kompleks düzlemin II. bölgesinde yer alıp reel eksene 2 br ve sanal eksene 3 br uzaklıkta bulunan kompleks sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3 + 2$ B) $2 - 3i$ C) $-2 + 3i$ D) $-3 - 2i$ E) $2 + 3i$

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %9'u B seçeneğini, %36'sı C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %11'i E seçeneğini işaretleyip %9'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya bakıldığında, öğrencilerin imajiner sayı kavramını algılamada bilgi eksikliklerinin çok büyük oranda olmadığını görmekteyiz. Kompleks sayı ile imajiner sayı arasındaki ilişki, benzerlik ve farklılık büyük ölçüde algılanmaktadır.

İ İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin sanal kısmı olmayan kaompleks sayıların reel sayı olduğunu anlama noktasında çok büyük bilgi eksikliği yaşamadıklarını görmekteyiz.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin bir kompleks sayının reel kısmı ve imajiner kısmı ile ilgili bilgi eksikliklerinin olmadığı görülmektedir. Öğrencilerin %84'e varan bir kısmı bu soruyu doğru yanıtlamıştır.

Dördüncü soruya verilen yanıtlara bakıldığında bir kompleks sayının reel ve imajiner kısımlarının verilmesi halinde eşleniğinin bulunmasına ilişkin öğrencilerin %73'ünün bilgi eksikliği yaşamadığını görmekteyiz.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin sanal eksen algılama noktasında bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları yaşadıkları görülmektedir. Bunun nedeni y eksen ile sanal eksen arasındaki ilişkinin tam kavranamaması olabilir. Bu bağlamda kompleks düzlem anlatılırken reel ve sanal eksen kavramları tam oluşturulmalıdır. Dik kartezyen koordinat sistemiyle kompleks sistem arasında birebir ilişki olmasına rağmen yapısal anlamda farklılıkların olduğu açıktır.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, kompleks bir düzlemde verilen bir noktayla kompleks sayıları eşleme noktasında öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu söylenebilir. Kavrama düzeyinde olan bu davranış daha büyük sorunları doğurmaktadır. Bu sorunun aşılmasında kompleks sayıların standart biçimi ile bu standart biçime karşılık gelen sıralı ikilinin düzlemde belirttiği nokta arasındaki ilişkinin ve bağlantının sağlam kurulması gerekmektedir.

Yedinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin kompleks düzlemde bölgeleri kavrama noktasında bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bu bilgi eksikliğinin temelinde dik koordinat sisteminde bölgelerin algılanmasında yaşanan sorunlar yatmaktadır. Sekizinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin kompleks düzlemi ve noktaları yerleştirme konusunda bilgi eksiklikleri yaşadığı görülmektedir. Bu soruya verilen doğru yanıt yüzdesinin bu kadar düşük olması sorunun bilişsel basamağa düşen kısmının üst düzey olmasıyla ilişkili olabilir. Eğitim sistemimizin en önemli problemlerinden biri olan kavramları bilip farklı kavramlarla ilişkilendirebilme ve o kavrama ilişkin üst düzey yorumlar yapamama konusu bu soruda görülmektedir. Öğrencilere bu konu işlenirken sadece kavrama ve bilgi basamağına denk düşen sorular sorulmamalıdır. Daha çok yoruma ve kavramı bulabilmeye ilişkin problemler sunulmalıdır.

4.4 Dördüncü alt probleme ilişkin bulgular

Dördüncü alt problem “ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir kompleks sayının eşleniğini ve modülünü bulma ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?” şeklindedir. Bu probleme ilişkin verilerin toplanabilmesi için öğrencilere aşağıdaki sorular sorulmuştur.

Soru 1: I. $z + \bar{z}$ kompleks sayısı karmaşık düzlemin ikinci bölgesinde olabilir.

II. $z - \bar{z}$ kompleks sayısı karmaşık düzlemin reel eksenini üzerindedir.

III. $z \cdot \bar{z}$ sayısı daima reel dir. z bir kompleks sayı ve \bar{z} onun eşleniği olmak üzere, yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

7'si B seçeneğini, %10'u D seçeneğini, %12'si E seçeneğini işaretleyip Bu soruya öğrencilerin %40'ı doğru cevap vermiştir. %8'i A seçeneğini, %%22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: z kompleks bir sayı ve \bar{z} de bu karmaşık sayının eşleniği olmak üzere, $z \cdot \bar{z}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) i B) $-i$ C) 1 D) $1 - i$ E) $1 + i$

Bu soruya öğrencilerin %53'ü doğru cevap vermiştir. %3'ü A seçeneğini, %10'u B seçeneğini, %12'si D seçeneğini, %9'u E seçeneğini işaretleyip %12'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: $\text{Re}(z) = -3$ ve $|z| = 5$ iken, z aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $-3 + 5i$ B) $3 - 5i$ C) $-3 - 3i$ D) $-3 - 4i$ E) $4 - 3i$

Bu soruya öğrencilerin %50'si doğru cevap vermiştir. %27'si A seçeneğini, %6'sı B seçeneğini, %3'ü C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %4'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: Aşağıdaki karmaşık sayılardan hangisinin modülü 10 dur?

- A) $6 - 8i$ B) $10 - 10i$ C) $5 + 5i$ D) $3 - 4i$ E) $\sqrt{36} + \sqrt{81}$

Bu soruya öğrencilerin %58'i doğru cevap vermiştir. %12'si A seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %2'si D seçeneğini, %2'si E seçeneğini işaretleyip %15'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 5: z bir kompleks sayı olmak üzere;

aşağıdakilerden hangisi merkezi $(1, -2)$ ve yarıçapı 5 birim olan çemberin iç bölgesini gösterir?

- A) $|z + 1 - 2i| < 5$ B) $|z + 2i - 1| < 5$ C) $|z + 2i - 1| \leq 5$

- D) $|z + 2i + 1| \leq 5$ E) $|z - 1 - 2i| < 5$

Bu soruya öğrencilerin %39'u doğru cevap vermiştir. %19'u A seçeneğini, %10'u C seçeneğini, %9'u D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 6: $|z + 2 - 2\sqrt{3}i| = 2$ eşitliğini sağlayan z ler içinde argümenti en büyük olanın argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

Bu soruya öğrencilerin %47'si doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %10'u B seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 7: $z = 6 - 8i$ kompleks sayısı için, $\left| \frac{(-z) \cdot (\bar{z})}{z^2} \right| + |z|$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 1 B) 10 C) 11 D) 20 E) 21

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %17'si B seçeneğini, %11'i D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %22'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 8: z kompleks sayısı için; $z = \overline{[(3-4i)^2]}^{-1} \cdot 25$ ise, $|z|$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{25}$ B) $\frac{1}{5}$ C) 1 D) 5 E) 25

Bu soruya öğrencilerin %38'i doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %11'i B seçeneğini, %10'u D seçeneğini, %8'i E seçeneğini işaretleyip %20'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık sayının eşleniğini bulup işlem yapma açısından bilgi eksiklikleri yaşadıkları görülmektedir. Öğretmenlerin öncelikle eşlenik kavramı anlatıldığında bir karmaşık sayı ile eşleniğinin çarpımının sonucunun reel bir sayı olduğunu vurgulamaları gerekmektedir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde bir karmaşık sayıyı reelleştirme noktasında eşleniğiyle çarpma işleminde öğrencilerin sorunlar yaşadığı görülmektedir. $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ eşitliğinin öğrencilere kavratılması ve bu bağlamda gerekli yorumların sağlıklı şekilde yaptırılması halinde bu sorun çözülebilir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin yarısının karmaşık sayının modunu anlama noktasında bilgi eksikliği yaşadığını görmekteyiz. Bir noktanın orijine olan uzaklığından çok farklı bir anlam ifade etmeyen bir karmaşık sayının modülü kavramı analitik geometri derslerinde iki nokta arasındaki uzaklığın anlatılması sırasında yaşanan bilgi eksikliğinden kaynaklanmış olabilir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin standart biçimde verilen bir karmaşık sayının modülünün hesaplanması sırasında bilgi eksikliğinin olduğu görülmektedir. Bunun temelinde ilköğretimde yaşanan matematiksel anlamdaki, özellikle köklü sayılar konusundaki, bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları olabilir. Günümüzde ortaöğretimde yaşanan sıkıntıların çoğunluğunun öğrencilerin ilköğretime dayalı bilgi eksiklikleri olduğu açıktır.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin yarısından çoğunun modül çember ilişkisini anlamada bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Bu, analitik geometri derslerinde çemberin analitiği konusunun anlatılması ile karmaşık sayılar konusunun anlatılması sürecinin eş zamanlı olmamasından kaynaklanan bir durum olabilir.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, karmaşık sayı-modül-çember ilişkisini kavrama noktasında öğrencilerin yarısından fazlasının bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bunun temelinde çemberin analitiği ile ilgili bilgilerin tam oluşmadığı söylenebilir. Ayrıca kavramları birbiriyle ilişkilendirilmede öğrencilerin sorun yaşadığı görülmektedir.

Yedinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin karmaşık sayılarla ilgili modül uygulaması yapmada sorunlar yaşadığı ve bilgi eksikliğinin olduğu görülmektedir. Bu kavram anlatılırken o kavrama ilişkin özelliklerin, uygulamaların yapılarak pratiğe geçirilmesi gerekmektedir.

Sekizinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin yarısından fazlasının karmaşık sayılarda modül bulma ile ilgili temel eşitlik ve bilgileri kullanmada bilgi eksikliği ve kavram yanlışlığı yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında öğretmenler

tarafından yeterli pratik yapılmamasının rolü olabilir. Bu kısım anlatılırken bir karmaşık sayıyla eşleniğinin modülünün aynı olduğu, karmaşık sayının kuvvetinin modülünün kuvvetine eşit olduğu noktaları vurgulanmalıdır.

4.5 Beşinci alt probleme ilişkin bulgular

Beşinci alt problem “ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden bir denklemin kökleri ile kompleks sayılar arasında ilişkiyi kurma noktasında bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?” şeklindedir. Bu probleme ilişkin verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: Bir kökü $1 - 2i$ olan reel katsayılı 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin çarpımı kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) 0 D) 3 E) 5

Bu soruya öğrencilerin %39’u doğru cevap vermiştir. %4’ü A seçeneğini, %11’i B seçeneğini, %8’i C seçeneğini, %10’u D seçeneğini işaretleyip %27’si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: Toplamları ve çarpımları 2 olan iki kompleks sayının farkı aşağıdakilerden hangisidir?

(Bu kompleks sayılar reel katsayılı 2. dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleridir.)

- A) -2 B) 0 C) 2 D) -2i E) 4i

Bu soruya öğrencilerin %32’si doğru cevap vermiştir. %7’si A seçeneğini, %16’sı B seçeneğini, %7’si C seçeneğini, %3’ü E seçeneğini işaretleyip %33’ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: Reel katsayılı bir bilinmeyenli bir denklemin bazı kökleri $1 - i$, $2 - 3i$ ve 1 dir. Buna göre, bu denklemin derecesi en az kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

Bu soruya öğrencilerin %32’si doğru cevap vermiştir. %40’ı A seçeneğini, %8’i C seçeneğini, %4’ü D seçeneğini, %2’si E seçeneğini işaretleyip %13’ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: Aşağıdaki denklemlerden hangisinin bir kökü $2 + 3i$ dir?

- A) $x^2 - 4x - 13 = 0$ B) $x^2 + 4x - 13 = 0$ C) $x^2 + 4x + 13 = 0$
D) $x^2 - 4x + 13 = 0$ E) $x^2 - 2x - 3 = 0$

Bu soruya öğrencilerin %33’ü doğru cevap vermiştir. %3’ü A seçeneğini, %8’i B seçeneğini, %12’si C seçeneğini, %19’u E seçeneğini işaretleyip %22’si ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiği öğrencilerin %60’ının ikinci dereceden bir denklemin kökleriyle karmaşık sayı arasındaki ilişkiyi algılama noktasında bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin bir kökü karmaşık ise (diskriminant 0’dan küçükse) diğer kökün bu kökün eşleniği olduğu noktasına yeterince vurgu yapılmaması olabilir. Bu sorunun aşılmasında öğretmenlerin diskriminantı 0’dan küçük olan denklemler yazdırıp bu denklemlerin köklerini

buldurarak kökler arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarması ve öğrencinin bilgiye kendisinin ulaşmasını sağlaması faydalı olabilir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin çok büyük bir kısmının reel katsayılı ikinci dereceden bir denklemin köklerinin bu denklemin diskriminantının negatif olması durumunda birbirinin eşleniği olan iki kompleks sayı olduğu bilgisinde eksiklik yaşadığı görülmektedir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının derece, kök, kompleks sayı ilişkisini kurma noktasında kavram yanılgılarının olduğu gözükmektedir. Bu sorunun A seçeneğine verilen yanıtlar oldukça şaşırtıcıdır. Doğru cevap öğrencilerin %32'si tarafından seçilirken A seçeneğini %40'ı işaretlemiştir. Soruda verilen üç kökün denklemini oluşturmak için yeterli olduğu düşünülmüştür. Ancak bir kompleks kökün eşleniğinin de kök olma durumu göz ardı edilmiştir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, bir kökü kompleks verilen ikinci dereceden reel katsayılı bir bilinmeyenli bir denklemini oluşturmada öğrencilerin bilgi eksikliği ve kavram yanılgıları yaşadığı görülmektedir. Bu konuyla ilişkili en basit davranışlardan biri olan bu davranışın tam oluşmamasında öğretmenlerin yeterli vurguyu yapamadığı düşünülebilir.

4.6 Altıncı alt probleme ilişkin bulgular

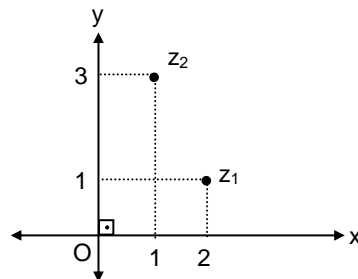
Altıncı alt problem “ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin kompleks sayılarda 4 işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var mıdır?” şeklindedir. Bu problemle ilgili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: Kompleks düzlemdeki $A(1, -2)$ noktasına karşılık gelen kompleks sayının standart gösterimi $a + bi$ şeklindedir. Buna göre, bu kompleks sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i + 1$ B) $1 + 2i$ C) $-1 - 2i$ D) $2i - 2$ E) $1 - 2i$

Bu soruya öğrencilerin %66'sı doğru cevap vermiştir. %7'si A seçeneğini, %8'i B seçeneğini, %3'ü C seçeneğini, %3'ü D seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2:



Kompleks düzlemde karşılıklı geldiği noktalar işaretlenen z_1 ve z_2 kompleks sayıları için,

$z_1 + z_2$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 + 3i$ B) $3 + 3i$ C) $2 + 4i$ D) $3 + 4i$ E) $4 + 4i$

Bu soruya öğrencilerin %75'i doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %4'ü C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %8'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: $(1 - i).(2 + 3i).(3 - 4i)$ işleminin sonucu olan kompleks sayının sanal kısmı kaçtır?

- A) -18 B) -17 C) -16 D) -15 E) -14

Bu soruya öğrencilerin %57'si doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %10'u C seçeneğini, %6'sı D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %13'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: $z = a + bi$, $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ ise,

$\frac{z + \bar{z}}{\text{Re}(z)} + \frac{z - \bar{z}}{\text{İm}(z)}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - 2i$ B) 4 C) $4.a$ D) $4.b$ E) $2 + 2i$

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %8'i A seçeneğini, %23'ü B seçeneğini, %6'sı C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini işaretleyip %24'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 5: $(1 + i)^{40}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2^{40} B) 2^{30} C) 2^{20} D) 2^{10} E) 2

Bu soruya öğrencilerin %50'si doğru cevap vermiştir. %8'i A seçeneğini, %3'ü B seçeneğini, %6'sı D seçeneğini, %18'i E seçeneğini işaretleyip %14'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 6: n bir doğal sayı olmak üzere, $(1 + i)^{2n}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^n.i^n$ B) 1 C) -1 D) 2^n E) $2^n.i$

Bu soruya öğrencilerin %38'i doğru cevap vermiştir. %16'sı B seçeneğini, %6'sı C seçeneğini, %11'i D seçeneğini, %7'si E seçeneğini işaretleyip %21'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 7: $\frac{3 + i}{3 - 4i}$ işleminin sonucunda bulunan kompleks sayının eşleniğinin imajiner kısmı kaçtır?

- A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) 0 D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %8'i C seçeneğini, %39'u C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %12'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 8: $3 - 4i$ kompleks sayısının toplama işlemine göre tersi ile çarpma işlemine göre tersinin çarpımının reel kısmı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %10'u B seçeneğini, %19'u C seçeneğini, %6'sı D seçeneğini, %6'sı E seçeneğini işaretleyip %23'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 9: Aşağıdaki kompleks sayılardan hangisinin çarpma işlemine göre tersinin eşleniği $\frac{2}{13} + \frac{3i}{13}$ sayısıdır?

- A) $3 + 4i$ B) $3 - 4i$ C) $2 + 3i$ D) $2 - 3i$ E) $3 + 2i$

Bu soruya öğrencilerin %26'sı doğru cevap vermiştir. %4'ü A seçeneğini, %4'ü B seçeneğini, %36'sı D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %23'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 10: z bir kompleks sayı olmak üzere, $z(1 + i) = -\bar{z} + 3i + 8$ ise, $\frac{\text{Re}(z)}{\text{Im}(z)}$ oranı

- kaçtır? A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

Bu soruya öğrencilerin %47'si doğru cevap vermiştir. %5'i A seçeneğini, %6'sı C seçeneğini, %10'u D seçeneğini, %3'ü E seçeneğini işaretleyip %28'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin kompleks düzlemde koordinatları verilen bir noktaya karşılık gelen kompleks sayının koordinatlarını yazma noktasında bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Bu sorunun temelinde analitik geometri derslerinde koordinat düzlemi ve elemanlarına ilişkin temel kavramları öğrencilerin anlayamaması gösterilebilir. Bu sorunun aşılmasında analitik geometri ve matematik derslerinin işbirlikli biçimde işlenmesi faydalı olacaktır.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin daha az da olsa kompleks düzlemde koordinatları verilen (şekille birlikte) iki kompleks sayının toplamını standart biçimde yazmaya ilişkin bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Birinci soruyla aynı davranışı ölçmeyi amaçlayan bu soruya verilen doğru yanıt yüzdesinin daha fazla olmasında soruya ait bilgilerin şekil üzerinde verilmesinin etkisi olduğu düşünülebilir. Genelde tüm derslerde, özelden matematikte somutlaşan durumların algılanmasının daha kolay olduğu açıktır. Ama şu da bir gerçektir ki soyut düşünmenin gelişebilmesi için, ki matematiğin büyük bir kısmı bu temeldedir, bu tarz davranışları ölçecek soruların da öğrencilere sorulması gerekir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının kompleks sayılarda çarpma işlemi yapmada bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bu sorunun oluşmasında yeterli pratik yapılamamasının etkisi vardır.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin çok büyük bir kısmının kompleks sayı, eşlenik, dört işlem yapma becerilerinde sorun yaşadıkları görülmektedir. Bu durumun nedeni sorunun sayısal değil de teorik olarak verilmesi ve öğrencilerin bu işlemleri yapma becerilerinin sınırlı olması olduğu düşünülebilir. Bunun aşılmasında öğretmenlerin pratik örnekleri vermesinin yanı sıra bu tarzdaki örnekleri de sunması gerekir.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin yarısının kompleks bir sayının kuvvetini hesaplama ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Özellikle konunun bu kısmı anlatılırken $(1 + i)^2 = 2i$ ve $(1 - i)^2 = -2i$ eşitliklerini öğretmenlerin iyi bir şekilde vurgulaması gerekmektedir.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin yarısından çoğunun bir kompleks sayının kuvvetini hesaplama ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Seçenekler incelendiğinde aynı davranışı ölçen beşinci soruya verilen doğru yanıt yüzdesinden daha az bir yüzdeyle yanıtladığı görülmektedir. Bu soru öğrencinin genellemeye ulaşmasını amaçlayan bir sorudur. Genelde öğrencilerin genelleme yapmakta zorlandıkları görülmektedir. Dersler anlatılırken genelleme yapmayı sağlayacak problemlerin sunulması bu sorunun azalmasında etkili olabilir.

Yedinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük bir kısmının kompleks sayılarda bölme işlemi yapma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Sorunun istediği, sonucun eşleniği ile ilgilidir. Öğrencilerin %39'u buna dikkat etmemiştir. Soruda istenilenin tam olarak anlaşılmadığı görülmektedir.

Sekizinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin bir kompleks sayının toplama ve çarpma işlemlerine göre tersini bulma ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Bunun temelinde öğrencilerin bölme işleminde eşlenik ifadeyle çarpma durumunu anlamamış olmasıdır. Öğretmenlerin özellikle bölme işlemini anlatırken bu noktaya önem göstermesi gerekmektedir.

Dokuzuncu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin çarpma işlemine göre tersi verilen bir kompleks sayıyı bulma ile ilgili bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Oldukça düşük bir cevaplama yüzdesine sahip olan bu soru öğrencilerin bir ilişkiyi tersine çevirme ve yorumlamada zorluk çektiğini göstermektedir. Dersler anlatılırken kavramlara ilişkin ters örneklerin verilmesi, bilgiyi tersten kullanabilecekleri soruların sorulması bu sorunun aşılmasında faydalı olabilir.

Onuncu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin kompleks bir sayıyla ilişkili bir denklemi çözmede bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Yeterli sayıda pratiğin yapılmasıyla bu sorun aşılabılır.

4.7 Yedinci alt probleme ilişkin bulgular

Yedinci alt problem “ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir kompleks sayının kutupsal biçimini anlama ve dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanlışları var mıdır?” şeklindedir. Bu problemle ilişkili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: Kutupsal koordinatları $\left(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ olan kompleks sayının standart biçimdeki

yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - i$ B) $i + 1$ C) $1 - i$ D) $-1 - i$ E) $i - 1$

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %17'si A seçeneğini, %19'u B seçeneğini, %7'si C seçeneğini, %8'i D seçeneğini işaretleyip %25'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: Kutupsal koordinatları $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3})$ olan z kompleks sayısı için, $\frac{\text{Re}(z)}{\text{Im}(z)}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %6'sı A seçeneğini, %10'u B seçeneğini, %9'u C seçeneğini, %11'i E seçeneğini işaretleyip %31'i ise soruyu boş bırakmıştır.

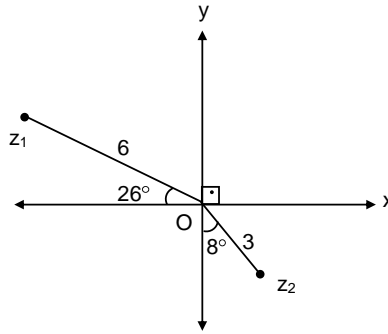
Soru 3: z_1 ve z_2 kompleks sayıları için; $\text{Arg}(z_1 \cdot z_2) = \frac{5\pi}{12}$ ve $\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{\pi}{4}$ dür.

Buna göre, z_1 kompleks sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $1 + \sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3} + i$ C) $\sqrt{3}i$ D) $1 + i$ E) 1

Bu soruya öğrencilerin %43'ü doğru cevap vermiştir. %15'i B seçeneğini, %5'i C seçeneğini, %8'i D seçeneğini, %6'sı E seçeneğini işaretleyip %23'ü ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4:



$$|z_1| = 6 \text{ br} \quad |z_2| = 3 \text{ br}$$

Kompleks düzlemde görüntüleri verilen z_1 ve z_2 kompleks sayıları için; $\frac{z_1^2}{z_2}$

aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 + i$ B) $6\sqrt{3}i + 6\sqrt{3}$ C) $6i + 6$ D) $6i + 6\sqrt{3}$ E) $i + 1$

Bu soruya öğrencilerin %40'ı doğru cevap vermiştir. %12'si A seçeneğini, %12'si B seçeneğini, %10'u C seçeneğini, %4'ü E seçeneğini işaretleyip %20'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 5: $|z - 2 + 3i| = 1$ eşitliğini sağlayan z lerden x eksenine en yakın olanın modülü kaç birimdir?

- A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru cevap vermiştir. %14'ü A seçeneğini, %13'ü C seçeneğini, %5'i D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %29'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 6: $\frac{(2.\text{cis}24^\circ)^{20}}{(\sqrt{2}.\text{cis}5^\circ)^{18}}$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2^{10}.\text{cis}36^\circ$ B) $2^{10}.\text{cis}210^\circ$ C) $2^9.\text{cis}120^\circ$ D) $2^{11}.\text{cis}120^\circ$ E) $2^{11}.\text{cis}30^\circ$

Bu soruya öğrencilerin %31'i doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %8'i B seçeneğini, %4'ü C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %36'sı ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin kutupsal koordinatları verilen bir kompleks sayının standart biçimini yazma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Kompleks sayıların kutupsal biçimde yazımı matematiksel açıdan oldukça öneme sahiptir. Çünkü bir dönüşüm söz konusudur. Dönüşümler matematiğin vazgeçilmez öğeleridir. Durum ile problemi basitleştirme ve çözme anlamında önemlidirler. Öğretmenlerin kompleks sayıların kutupsal biçimlerini anlatırken aradaki ilişkilerden bahsetmesi ve bu tarz bir yola başvurulmasının temel gerekçelerini kavratması bu davranışla ilgili eksikliklerin giderilmesinde etkili olabilir.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde kutupsal koordinatları verilen kompleks bir sayının standart biçimini yazıp reel ve sanal kısmını bulma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin esas ölçünün çarpma ve bölme işlemlerinden değişimi ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Kutupsal biçimde yazılan kompleks sayıların çarpımı ve bölümü durumlarında esas ölçülerinin değişimi öğretmenlerce örnekler verilip buluş yöntemi kullanılarak anlatılıp sorun çözülebilir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde şekil üzerinde modülü ve esas ölçüsü verilen kompleks sayılar ile işlem becerisi yapmada öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Öğrencilerin kutupsal koordinatların önemini kavramamasının burada etkisi olabilir.

Beşinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde modül-karmaşık sayı uygulamasını yapma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksikliği yaşadıkları görülmektedir. Bu sorunun ortaya çıkmasında dersler arasındaki ilişkilerin kurulamaması ve yeterli pratiğin yapılamaması olabilir.

Altıncı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde De-moivre eşitliğinin kullanılmasına ilişkin öğrencilerin bilgi eksikliği yaşadığı görülmektedir. Düşük bir yanıtlama yüzdesine sahip soruda konunun bu kısmı anlatılırken özellikle De-moivre eşitliğinin iyi bir şekilde kavratılması gerekmektedir.

4.8 Sekizinci alt probleme ilişkin bulgular

Sekizinci alt problem “ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin bir kompleks sayının köklerini bulma ve orijin etrafında döndürme ile ilgili bilgi eksiklikleri ve kavram yanılgıları var

mıdır?" şeklindedir. Bu problemle ilgili verileri toplayabilmek için aşağıdaki sorular öğrencilere sorulmuştur.

Soru 1: $z = 32.(\cos 270^\circ + i.\sin 270^\circ)$ kompleks sayısının 5. dereceden köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2.\text{cis}270^\circ$ B) $2.\text{cis}324^\circ$ C) $2.\text{cis}18^\circ$ D) $2.\text{cis}92^\circ$ E) $2.\text{cis}128^\circ$

Bu soruya öğrencilerin %30'u doğru cevap vermiştir. %9'u B seçeneğini, %8'i C seçeneğini, %7'si D seçeneğini, %8'i E seçeneğini işaretleyip %37'si ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 2: i sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

Bu soruya öğrencilerin %33'ü doğru cevap vermiştir. %9'u B seçeneğini, %18'i C seçeneğini, %4'ü D seçeneğini, %5'i E seçeneğini işaretleyip %29'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 3: $z = 1 + \sqrt{3}.i$ kompleks sayısının kompleks düzlemde belirttiği nokta işaretleniyor.

Kompleks eksenler pozitif yönde $\frac{\pi}{3}$ radyanlık açı ile döndürüldüğünde; yeni oluşan koordinat sisteminde, işaretlenen nokta aşağıdakilerden hangisine karşılık gelir?

- A) (1, 0) B) $(\sqrt{3}, 0)$ C) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ D) (2, 0) E) (1, 2)

Bu soruya öğrencilerin %29'u doğru cevap vermiştir. %12'si A seçeneğini, %21'i B seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %6'sı E seçeneğini işaretleyip %29'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Soru 4: Bir z kompleks sayısı orijin etrafında pozitif yönde 43° döndürülerek z_1 kompleks sayısı elde ediliyor. z_1 kompleks sayısının saat yönünde 133° döndürülmesiyle elde edilen kompleks sayı $1 + i$ olduğuna göre, z kompleks sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + i$ B) i C) $1 - i$ D) $-1 - i$ E) $-1 + i$

Bu soruya öğrencilerin %26'sı doğru cevap vermiştir. %10'u A seçeneğini, %7'si B seçeneğini, %12'si C seçeneğini, %10'u D seçeneğini işaretleyip %35'i ise soruyu boş bırakmıştır.

Birinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin kompleks bir sayının köklerini bulma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Son derece önemli yere sahip olan kök bulma konusu anlatılırken özellikle kök-esas ölçü-düzgün çokgen ilişkileri üzerinde vurgu yapılmalıdır.

İkinci soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin kompleks bir sayının kareköklerini bulma ile ilgili bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir.

Üçüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde bir karmaşık sayının orijin etrafında dönmesi sonucu oluşan yeni kompleks sayıyı bulma ile ilgili öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir.

Dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde kompleks sayı ve orijin etrafında dönme ile ilgili vurgulama yapmada öğrencilerin bilgi eksikliklerinin olduğu görülmektedir. Özellikle orijin etrafında döndürme soruları anlatılırken şekillerin kullanılmasının olumlu etkisi olabilir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bundan önceki bölümlerinde ortaöğretim matematik ders müfredat program içerisinde yer alan kompleks sayı konusu için belirlenen hedef davranışların ne oranda kazanıldığı bulguları ayrıntılı olarak verilmiş ve bu bulgulara dayanılarak yorumlar yapılmıştır. Bu bölümde ise sonuçlar ve öneriler sunulacaktır.

5.1 SONUÇLAR

Elde edilen bulguların yorumlanmasıyla aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

1. Öğrenciler kompleks sayılar kümesine olan ihtiyacı anlama noktasında bilgi eksikliği yaşamaktadırlar.
2. Öğrenciler i sayısının anlamını kavrama ile ilgili bilgi eksiklikleri yaşamaktadır.
3. Öğrenciler i sayısı ile bir reel sayıyı karşılaştırma veya karşılaştırıp karşılaştırılamayacağını bilme ile ilgili eksikliği yaşamaktadır.
4. Öğrencilerde kompleks sayılarla dört işlem yapabilme ile ilgili bilgi eksiklikleri oluşmuştur.
5. Öğrenciler ikinci dereceden denklemlerin köklerinin bulunması, kareköklü ifadelerin içlerinin negatif olması şeklinde matematikte sorun yaratan durumların kaynağını tam olarak anlayamamıştır.
6. Öğrenciler modül kavramını anlamada kavram yanılgıları yaşamaktadır.
7. Öğrencilerde kutupsal düzlemin algılanmasıyla ilgili sorunlar vardır.
8. Öğrenciler bir kompleks sayının kutupsal biçimi ile ilgili kavramları anlama ve uygulamayla ilgili sorunlar yaşamaktadır.

5.2 ÖNERİLER

1. Öğrenciye sayı kümelerinin genişletilme nedenleri tam olarak anlatılmalı ve algılamaları çeşitli örneklerle sağlanmalıdır. Aksi durumda kompleks sayı kümesinin anlatılması sırasında sorunlar yaşanmaktadır.
2. i sayısının anlamı üzerine çok değinilmelidir. i sayısı $\sqrt{-1}$ olarak algılanmaktadır. $i^2 = -1$ olması ile bu durum farklıdır. Çünkü $\sqrt{-1}$ iki değerlidir. İlk kavram yanılgısı burada başlayıp sonrasında büyüdüğünden konu anlatılmaya başlanırken bu eşitlik önemle vurgulanmalıdır.
3. Bir reel sayı ile bir kompleks sayının karşılaştırılmasına ilişkin öğrencilerde kavram yanılgıları oluşmaktadır. Bu nedenle kompleks bir sayının (sanal kısmı sıfırdan farklı), reel bir sayı ile karşılaştırılamayacağı gerçeği konu anlatımı sırasında vurgulanmalıdır.
4. Öğrencilerin kompleks sayı işlemlerini kavramalarını hızlandırmak amacıyla yeterli sayıda kompleks sayı örnekleri çözdürülüp olaylar arasındaki ilişkiler ve eşitlikler açığa çıkarılmalıdır.

5. Matematiğin farklı kısımlarında çıkan kimi sorunların aşılmasında kompleks sayıların önemi vurgulanmalıdır. Çeşitli ikinci dereceden denklem örnekleri (diskriminantı negatif olan) veya köklü sayılarda kökün derecesinin çift olması durumunda kökü alınacak sayının negatif olması halindeki çözümsüzlük biçimindeki soru tipleri bu anlamda yardımcı olabilir.
6. İki nokta arasındaki uzaklık ile modül kavramı arasındaki ilişki kurulmalıdır. Bu kavramın algılanması bu haliyle kolaylaştırılabilir.
7. Öğrencilere matematikteki dönüşümlerin öneminden bahsedilmelidir. Kutupsal koordinatlara çevirme anlatılırken bu noktaya vurgu yapılmalıdır.
8. Anlamli öğrenmeyi gerçekleştirmede grup tartışmalarının önemi; yani öğrencilere kendi fikirlerini yansıtabilecekleri tartışma fırsatları vermenin etkinliği ispatlanmıştır. Bu yüzden öğrencilere matematiksel ilişkiler hakkında kendi düşüncelerini tartışabilecekleri bir ortam sunulmalı; ayrıca öğrenciler, aralarındaki fikir ayrılıklarını çözmek için cesaretlendirilmelidir.
9. Sınavlarda öğrencilere matematik ders kitaplarından alınan soruların sorulması ve derste çözülen örneklerin aynısının sorulması, öğrencileri ezberciliğe yönelterek düşüncelerini ve yaratıcılıklarını kısıtlamaktadır. Öğretmenler ölçme değerlendirme için soru-test geliştirme tekniklerine yeterince özen göstermediği için böyle bir uygulama yapıyor olabilirler. Dolayısıyla öğretmenler ölçme-değerlendirme konusunda yeterli bilgiye sahip olmalıdır.
10. Matematik dersinde klasik bir anlatım yönteminden çok konunun özelliğine göre bir veya birkaç öğretim yöntemi bir arada kullanılmalıdır.
11. Öğrencilerin birbirleri ile iletişimi iyi sağlanmalı, birbirleri ile tartışarak matematik adına bir şeyler öğrenmesine ortam hazırlanmalıdır. Böylelikle hem kalıcı öğrenme gerçekleşir hem de matematik problemlerinde başka çözüm yollarının da olabileceği fikrini benimserler.
12. Matematik öğretiminde yalnızca işlemsel bilgiye önem verilmemelidir. İşlemsel bilginin temelini oluşturan kavramsal bilgi üzerinde durulmalıdır. Yapılan eğitim işlemsel bilgi ile kavramsal bilginin dengelenmesine yönelik olmalıdır. Halbuki yapılan bir araştırmaya göre mevcut eğitim sistemi içerisinde kavramsal bilgi çok daha önemli olmasına rağmen, matematik öğretiminde işlemsel bilginin çok gerisinde kalmıştır.(Baki,1998)
13. Bütün bilimlerin temelinde matematik vardır. O halde matematik, matematik eğitimi ve matematiğin metodolojisine eğitimin her kademesinde geçmişten daha fazla önem verilmesi ve titizlikle gereken ne ise yapılması zorunludur. Eğitimde, fertlerin anında memnun edilmesi gibi bir yanlış eğitim politikasına düşülmemesi gerekir.
14. Öğrenciyi merkeze alan ve onun özgürlüklerini kısıtlamayan, tam tersine gelişmesine yardımcı olan bir eğitim sistemine gereksinim duyan alanların başında belki matematik geliyor. Çağa ayak uydurabilen, bilimsel düşünen, yaratıcı bireyler yetiştirmek için, işe ilköğretimden itibaren, matematik öğretimindeki yaklaşımları değiştirmekle başlanabilir.(Umay,1996)
15. Öğrencilerin matematiğe karşı olan korku ve kaygılarının temelinde yatan, aslında bilinmeyene karşı duyulan korkudur.(Nesin,2001) Bu yüzden öğrencilere matematik en iyi şekilde öğretilmelidir. Matematik tam olarak öğretildiği zaman bu korku ve kaygı durumu ortadan kalkabilir.

16. Mevcut şartlarda uygulanması çok zor olsa da fakültelere giriş sınavı sadece test sınavıyla belirlenmemelidir. Belki bu test sınavı ön eleme sınavı olarak kullanılabilir. Fakat sonuçta analiz, sentez ve yorumlama gibi yüksek seviyeli bilişsel hedefleri ölçen bir sınavın daha fakülteler tarafından yapılması gerekir. (Köroğlu,1996)
17. Matematik öğretiminde yararlanılan ders kitapları ve yardımcı kitaplar, farklı isimler altında da olsa biri birinin kopyası biçiminde düzenlenmiştir. Ünitelerin ortaya konuluşunda ve problemin çözüm yollarının irdelenmesinde farklı yaklaşımlara rastlanmamaktadır. Kitaplarda amaca hizmet edecek, yeterli sayıda grafik, şekil ve çizelge bulunmamaktadır. Varolanların da pek çoğu önceden hazırlanmış kitaplardan aktarılmış durumdadır. Ünitelerin başında varılmak istenen özel hedefler yoktur. Kesim sonlarındaki alıştırmaların büyük bir bölümü tek bir bağıntının hatırlanması ya da yalnızca işlem yapılarak çözülebilecek türden seçilmiştir. Ünite sonlarında öğrencilerin kendi kendilerine örnekleme yapabilmelerine önem ve fırsat verilmemektedir.(Alkan,1996) Bütün bu eksikliklerin tekrar gözden geçirilerek çözüm yollarının aranması gerekmektedir.
18. Sınıftaki öğrenci sayısı süratle azaltılmalıdır. İdeal olan 15-20 kişilik sınıflarda ders yapılmasıdır. Gerçi, ülkemizin sosyal ve ekonomik durumuyla iç içe olan bu sorun çözülmez gibi görünüyorsa da okullarımızın süratle özelleştirilmesiyle halledilebileceği düşünülmektedir(Köroğlu,1996).
19. Öğrenciler işlenecek konu hakkında önceden bilgilendirilmelidir. Çünkü öğrenci için güvenlik çok önemlidir. Bir başka deyişle eğer sınıfta neler işlendiği-işleneceği ve bunların nasıl yapıldığı öğrenci tarafından bilinmiyorsa, bu anda kaygı ve stres oluşturur.
20. Öğretmen, değişik öğretim yöntem ve tekniklerini uygulayabilmelidir. Bu yöntem ve teknikleri, konunun amaçları, eldeki imkanlar, öğrencinin özellikleri ve konunun özelliklerini göz önünde bulundurarak seçebilmelidir. Ayrıca, matematik öğretiminde değişik yöntem ve teknikler kullanılarak öğrencilerin başarılı olmalarına, matematiği sevmelerine, matematikte kendilerine güvenmelerine, matematiksel düşünmelerine, matematiksel olarak iletişim kurmalarına ve matematiğin değerini anlamalarına yardımcı olunabilir.
21. Matematik dersi işlenirken, etkinliklerle, çalışma yaprağı, tartışma kavram haritası, soru-cevap yöntemi gibi farklı yöntemler kullanıldığı zaman öğrencilerin derse olan ilgileri artmakta ve eksik algılamaları da ortadan kalkmaktadır. Kavramların öğrencilerin zihnine tam anlamıyla yerleşebilmesi ve kalıcı olabilmesi için matematik öğretmenlerinin konuları etkinlik yaparak anlatması, kavramları soyut olmaktan çıkarıp somut hale getirebilmek için çalışma yapraklarından yararlanması gerekmektedir.
22. Öğretmenler konuları işlerken uygun zamanda, uygun öğretim yöntemlerini kullanmalıdır. Öğrenciler böylece kavramları tam olarak anlayabilecek ve kavramlar kalıcı olacaktır. Tüm öğretmenler öğrenme-öğretme yöntemlerini, öğrenmeyi daha etkin hale getirmek için kullanılacak reçeteler olarak görmelidir.(Mcneil,1990)
23. Unutulmamalıdır ki hızlı kalkınmanın yolu eğitimden geçmektedir. Gerçekten düşünce üretilmeden toplumlar kalkınmaz. Düşünce üretiminin başında matematik gelir. Bu yüzden matematiksiz kalkınma olmaz.(Kart,2002) Bu nedenle ilköğretimde temeli atılan matematik eğitime gerekli önemi vermeliyiz.
24. Öğrencilerin büyük çoğunluğu matematik öğretiminde hedeflenen düzeyden geri kalmaktadır. Bu durumun başta gelen sebeplerinden biri düz anlatım yönteminin

- okullarda yaygın olarak kullanılmasıdır. Bu yöntemle öğrencilerin çoğu hazırcı, pasif, ezberci ve bir problemi kendi kendine çözemeyen bir grup olarak yetiştirilmiş olmaktadır.(Nizamoğlu,1996)
25. Öğrencilerin görüşlerine değer verilmeli, belirli konularda seçme şansı tanınmalıdır. Ayrıca bir şeyler üretebilecekleri yönünde yöreklendirilmeli ve içlerindeki potansiyel yaratıcı gücü fark etmeleri sağlanmalıdır. Yeni bir şeyler ortaya koyan öğrenci kendine güven kazanacak ve kişisel gelişim noktasında önemli mesafe kat edecektir
26. Bu araştırma bir ön çalışma olarak kabul edilerek daha geniş bir örneklem üzerinde her yönüyle daha kapsamlı çalışmalar yapılmalıdır.

KAYNAKLAR

- Alkan, H. , Sezer, M. , ve Özçelik, A. Z. , (1996), "Matematik Öğretiminde ölçme ve Değerlendirmenin Etkisi", II. Ulusal Eğitim Sempozyumu Bildirileri, Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul, s.375 – 385.
- Baki, A. , (1996), "Matematik Eğitiminde Değişim, Ç.Ü Eğitim Fakültesi Dergisi 14(2), 41-47
- Baki, A. , Bell, A. , (1997), " Ortaöğretim Matematik Öğretimi , Cilt I, Ankara;YÖK
- Baki, A. , 1998, "Matematik Öğretiminde İşlemsel Ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi", Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Özel Sayı, Erzurum, s.259 – 263.
- Demetgül, Z. , (2001), Trigonometri Konusundaki Kavram yanlışlarının Tespit Edilmesi, Yüksek lisans tezi, KATÜ, Trabzon.
- Ersoy, Y. , Erbaş, A. K. (2000), Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavramyanılgıları, www.metu.edu.tr/UFBMEK5/bkitabi/PDF/Matematik/Bildiri/t225DA.
- Eryılmaz, A. , Sürmeli, E. ,(2002). Üç aşamalı sorularla öğrencilerin Isı ve Sıcaklık Konularındaki Kavram yanlışlarının Ölçülmesi, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara
- Karasar, N. , (1994), Bilimsel Araştırma Yöntemi,(6. Basım), Ankara: 3A Araştırma Eğitim Danışmanlık Ltd.
- Kart, C. , (2002), "Matematik Dersinin Önemi" , Çağdaş Eğitim Dergisi, Ekim sayı 291.
- Kart, C. , (1999), "Matematik Dersinin Önemi" , Çağdaş Eğitim, Ankara, sayı 252, s.3-6
- Koroğlu, H. , Albayrakoğlu, S. ,ve Kayser, S. , (1996), “ Matematik Öğretiminde Temel Kavramların Verilmesinde Karşılaşılan Güçlükler ve Giderilme Yolları”, II. Ulusal Eğitim Sempozyumu Bildirileri, Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, İstanbul.
- Mcneil, J.D. ,Wiles, J. , (1990), The Essentialsof Teaching.
- Nesin, A. , (2001), “ Matematik ve Sonsuz “, İstanbul Bilgi Üniversitesi Yayınları, İstanbul.
- Nizamoğlu, Ş. , Güney, Z. , ve Yılmaz, S. (1996), “ İlköğretim İkinci Kademesinde Matematik Öğretimi ve Sorunları”,DEÜ, İzmir.

- Orhun, N. , (1998), Cebir Öğretiminde Aritmetik İşlemlerdeki Üslü ve Köklü Çokluklardaki Yanılgılarının Tespiti, Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yılı Matematik Sempozyumu, Erzurum.
- Özbellek, S. (2003). İlköğretim 6. ve 7. Sınıf Düzeyindeki Açık Konusunda Karşılaşılan Kavram Yanılgıları, Eksik Algılamaların Tespiti ve Giderilme Yöntemleri, Yüksek Lisans Tezi, DEÜ; İzmir
- Özsoy, N. , Kemankaşlı, N. , (2004), Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel hataları ve Kavram Yanılgıları, TOJET.
- Schechter, E.(2006), The Most Common Errors Undergraduate Mathematics, <http://www.math.vanderbilt.edu/~schestex/commerz/>
- Şandır, H. , Ubuz, B. , ve Argün, Z. , (2002), Ortaöğretim 9. Sınıf Öğrencilerinin Mutlak Değer Konusundaki Öğrenme Hataları ve Kavram Hataları, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, s.252.
- Ubuz, B. (1999), 10.ve 11. Sınıf Öğrencilerinin Temel Geometri Konularındaki Hataları Ve Kavram Yanılgıları, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi, 16,17, 95-104
- Umay, A. , (1996), “ Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi “, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, sayı 12, Ankara, s. 145-149.
- Turanlı, N. ,Keçeli, V. , Türker, N. K. (2007), Ortaöğretim İkinci Sınıf Öğrencilerinin Karmaşık Sayılara Yönelik Tutumları ile Karmaşık Sayılar Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Ortak Hataları, BAÜ FBE dergisi, Cilt- 9, sayı: 2, 135- 149

EXTENDED ABSTRACT

One of the most important reasons of the low level of success in math classes is concept errors. Concept errors should be determined and materials to remove or reduce them should be developed (Baki, 1996). Özbellek states that concept errors constitute a significant obstacle in meaningful learning, and that unless permanent errors are removed in due time, they may cause difficulties in achieving mathematical objectives (Özbellek, 2003). According to Eryılmaz and Sürmeli, an idea of the student should meet three criteria in order to be considered as a concept error: First, the idea of the student should not comply with real science, second, the student should indicate reasons or make explanations to defend (or adopt) this idea, third, the student should be sure of his/her own answers and explanations (Eryılmaz, 2002).

The study by Turanlı, Keçeli, ve Türker(2007) [22] on concept errors in complex numbers was encountered as a result of our literature review. Also, there is the error that the rule $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ valid for the set of real numbers is valid also for complex numbers (Scheester 2006) [18]. The same rule error was also observed by (Turanlı, Keçeli, ve Türker 2007) [22]. This explicitly points to the significance of our study. Our study was considered significant in terms of determining the deficiencies of learning and concept errors of secondary school, second grade students in complex numbers, contributing to the removing of these errors and serving as a reference for forthcoming studies in this field.

Deficiencies in learning and concept errors in secondary education are carried on to higher education levels and significant problems are encountered in teaching maths.

The main objective of the study is to determine the deficiencies of knowledge and concept errors of students at second grade in secondary school in complex numbers and to contribute to removing these.

This study is descriptive of nature and it is a scanning model. Scanning models are research approaches that aim at describing a past or current situation as such. The subject or object under study is described as such under natural circumstances. There is no effort to influence or change it. There is something to be examined and it is there. It is important to observe and determine it appropriately (Karasar, 1994).

The main subject of study is “Determining concept errors in complex numbers in secondary education and suggestions for solution”. Eight sub-problems were formed and answers were sought in order to achieve the objective of this study. These sub-problems are as follows:

9. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to the need for the set of complex numbers and the comparison of the set of real numbers and that of complex numbers?
10. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to comprehending the i number and comparing it to a certain real number?
11. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to complex numbers and complex planes?
12. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to finding the conjugate and module of a complex number?
13. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to finding the relation between the roots of a quadratic equation and complex numbers?
14. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to making four operations with complex numbers?
15. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to comprehending the polar form of a complex number and making four operations?
16. **Sub-Problem:** Do secondary school second grade students have deficiency of knowledge or concept errors with regard to finding the roots of a complex number and rotating origin?

The population of this study consists of the students at second grade in secondary schools in Buca district of Izmir. The sample consists of the students at second grade randomly chosen in secondary schools in Buca district of Izmir. 489 students answered the questions in the test in this study carried out in 5 schools in total, however the answers by 6 students were not found serious enough to be included in the study. Therefore the answers of 483 students

were evaluated. 237 among them are males whereas 246 are females. It is assumed that: 1. The sample of the study is capable of representing the population. 2. The test has the features to assess the knowledge level of the students.

The following results were achieved as a result of the interpretation of the findings obtained:

- The students have a deficiency of knowledge with regard to understanding the need for the set of complex numbers.
- The students have a deficiency of knowledge with regard to comprehending the meaning of the i number.
- The students have a deficiency of knowledge with regard to comparing the i number with a real number or understanding whether they can compare them or not.
- The students have a deficiency of knowledge in making four operations with complex numbers.
- The students have not quite understood the source of situations causing problems in maths such as finding the roots of quadratic equations, or the negative content of statements with square roots.
- The students have concept errors in comprehending the concept of module.
- The students have problems perceiving the polar plane.
- The students have problems comprehending and applying the concepts related to the polar form of a complex number.