

Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Kesirlerle Bölmeye Yönelik Dönüşüm Bilgilerindeki Değişim

Changes in Middle School Pre-Service Mathematics Teachers' Transformation Knowledge of Fraction Division

Ebru Mutlu¹, Asuman Duatepe Paksu²

¹ Sorumlu Yazar, Öğr. Gör. Dr., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye, emutlu@pau.edu.tr, (<https://orcid.org/0000-0003-3314-8346>)

² Prof. Dr., Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, Türkiye, aduatepe@pau.edu.tr, (<https://orcid.org/0000-0003-2504-6294>)

Geliş Tarihi: 18.03.2022

Kabul Tarihi: 25.10.2022

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, kesirlerle bölme öğretimine yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimi Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenine dayalı olarak tespit etmektir. Çalışma 2019-2020 öğretim yılında bir devlet üniversitesinde öğrenim gören dört son sınıf ortaokul matematik öğretmeni adayı ile nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeline dayalı olarak yürütülmüştür. Çalışmada öğretmen adayları ilk olarak herhangi bir müdahale olmadan kesirlerle bölmenin öğretimine yönelik ilk ders planlarını hazırlamışlardır. Ardından bölme ve kesir konularını içeren Mesleki Gelişim Süreci oturumlarına katılmışlar ve bu süreç tamamlandıktan sonra ikinci ders planlarını ve kesirlerle bölme konusunu içeren Mesleki Gelişim Süreci oturumlarının tamamlanmasından sonra da üçüncü ders planlarını hazırlamışlardır. Daha sonra, her öğretmen adayının kesirlerle bölmeye yönelik öğretim süreçleri gözlemlenmiştir. Çalışmanın verileri öğretmen adaylarının yazılı dokümanları, gerçekleştirilen yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve gözlemlerden oluşmaktadır. Veriler Dönüşüm Bilgisi'nin alt bileşenleri (örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı) ile ilişkili tematik kodlamalar kullanılarak içerik analizi ile analiz edilmiş ve öğretmen adaylarının bilgilerindeki değişimler ortaya çıkarılmıştır. Öğretmen adaylarının örneklerin seçimi ve temsillerin seçimi alt bileşenleri kapsamındaki değişimleri diğer alt bileşenlere göre daha fazla olmuştur.

Anahtar Kelimeler: Dörtlü bilgi modeli, dönüşüm bilgisi, ortaokul matematik öğretmeni adayı, kesirlerle bölme.

ABSTRACT

The aim of this study is to determine the change in the content and pedagogical content knowledge of pre-service mathematics teachers who participated in the Professional Development Process for teaching division with fractions, based on the Transformation Knowledge component of the Knowledge Quartet Model. The study was conducted with four senior secondary school mathematics pre-service teachers studying at a state university in the 2019-2020 academic year, based on the case study model, one of the qualitative research methods. In the study, pre-service teachers first prepared their first lesson plans for the teaching of fractions division without any intervention. Then, they participated in the Professional Development Process sessions on division and fractions, and after this process was completed, they

*Bu makale birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında yürüttüğü PAU BAP Koordinasyon Birimi tarafından 2019EĞBE006 nolu proje desteği alınarak hazırlanmış doktora tezinden üretilmiştir.

prepared the second lesson plans and after the completion of the Professional Development Process sessions on fractions division , they prepared the third lesson plans. Then, they participated in the Professional Development Process sessions on division and fractions, and after this process was completed, they prepared the second lesson plans and after the completion of the Professional Development Process sessions on fraction divisions, they prepared the third lesson plans. Then, the teaching processes of each pre-service teachers for dividing by fractions were observed. The data of the study consists of written documents of pre-service teachers, semi-structured interviews, and observations. The data were analyzed by content analysis using thematic codings related to the sub-components of Transformation Knowledge (selection of examples, teacher's demonstration, selection of representations, and use of teaching materials) and changes in pre-service teachers' knowledge were revealed. The changes of the pre-service teachers within the scope of the selection of examples and the selection of representations sub-components were more than the other sub-components.

Key words: Knowledge quartet, transformation knowledge, middle school pre-service mathematics teachers, division of fraction.

GİRİŞ

Kesirler, kesirlerle yapılan işlemler ve bu işlemlerin anlamları gerçek hayat durumlarının anlaşılması ve daha ileri matematik konularının öğrenilmesi için oldukça önemlidir. Kesirlerle yapılan işlemlerden özellikle bölme işlemine yönelik kavramsal anlamının eksik olduğu ve ezberle yaklaşımın ön planda olduğu görülmektedir. Bölme işleminin diğer işlemlere göre daha zor ve kesirlerin doğal sayılara göre daha karmaşık bir yapıya sahip olması kesirlerle bölmeyi anlaşılması en zor konulardan biri yapmaktadır (Ma, 1999).

Alanyazın öğretmen ve öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye ilişkin yapmış oldukları işlemlerde kavram yanlışlarının ve sınırlılıklarının olduğunu göstermektedir (Ball, 1990; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Li ve Kulm, 2008; Ma, 1999; Seçir, 2017; Tanışlı, Ayber ve Karakuzu, 2018; Tirosh, 2000). Yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin alan ve alan öğretim bilgilerindeki eksiklikler nedeniyle kesirlerle bölmeyi tam olarak anlamlandıramadıkları ve verilen bir kesirlerle bölme işlemine uygun bir problem kurmada sorunlar yaşadıkları (Ball, 1990; Doğan-Coşkun, 2019; Getenet ve Callingham, 2021; Wahyu, Kuzu, Subarinah, Ratnasari ve Mahfudy, 2020), kesirlerle bölme işlemi daha çok ters çevir çarp algoritmasını kullanarak yaptıkları ancak algoritmanın gereçlendirmesini yapamadıkları için öğretim süreçlerinde öğrencilerin daha çok işlemsel becerilerine odaklandıkları ve bilgilerinin daha çok işlemsel düzeyde kaldığı (Alenazi, 2016, Kayhan-Altay ve Kurt-Erhan, 2017; Kılcan, 2006; Li ve Smith, 2007; Ma, 1999; Seçir, 2017; Tanışlı vd., 2018; Toluk-Uçar, 2011; Rayner, 2007; Zembat, 2004), bölmenin paylaşırma ya da ölçme anlamına yönelik modellere doğru bir şekilde yer vermede eksiklikler olduğu (Doğan-Coşkun, 2019; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Simon, 1993), bölme işlemi açıklarken kullandıkları modellerde bölme işlemi yerine çarpma işleminin anlamını yükleme nedeniyle de modelleri kullanırken sınırlılıklarının olduğu belirlenmiştir (Ball, 1990; Lamberg ve Wiest, 2015; Li ve Kulm, 2008; Orrill, Sexton, Lee ve Gerde, 2008). Ayrıca öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin kesirlerle bölmeyi içeren farklı temsil şekillerini birbirleri ile ilişkilendiremedikleri, öğretimlerinde algoritmaları öğrencilere ezberleterek yer verdikleri ve kavramın gelişiminin sağlanabilmesi için herhangi bir materyal kullanmadıkları tespit edilmiştir (Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones ve Agard, 1992; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Tanışlı vd., 2018; Toluk-Uçar, 2011).

Tüm bunların yanı sıra öğretmen adaylarına ve öğretmenlere, kesirlerle bölme işleminin anlamını, farklı temsilleri kullanabilmeyi, kuralların gereçlerini açıklamayı, problem oluşturabilmeyi içeren öğretim fırsatları verildiğinde alan ve alan öğretimi bilgilerinde gelişim gösterdikleri belirtilmiştir (Lamberg ve Wiest, 2015; Rayner, 2007; Seçir, 2017; Tirosh, 2000; Zembat, 2004).

Ball (1988) matematik öğretmenlerinin “kendi için” matematik bilme ile “matematiği başkasına öğretme” arasındaki farkı ayırt edebilmeleri gerektiğini belirtmektedir. Öğretmenler, alan bilgilerinin öğretimsel olarak kullanılabilir duruma dönüştürürken, seçtikleri örnekler ve gösterimlerle, kullandıkları temsiller ve materyallerle bilginin öğrencilere ulaşmasında yol gösterici olmalıdır. Bu nedenle öğretmenlerin derin alan ve alan öğretimi bilgilerinin olması önemli olup bu bilgilerin belirlenmesi ve eksikliklerin tespit edilerek geliştirilmesi gerekmektedir. Alanyazında öğretmen ve öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini birlikte değerlendiren pek çok çalışma bulunmaktadır (Ball, 1990; Lee, 2010; Li ve Kulm, 2008; Lin, 2017; Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2005; Tirosh, 2000; Tirosh, Tsamir ve Hershkovitz, 2008). Alan öğretimi bilgisi gerçek sınıf ortamlarında öğretim sırasında daha iyi gözlenen bir bilgi türü olup (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Tanışlı vd., 2018) sadece sınıf ortamları dışında yapılan görüşmeler, hazırlanan ders planları ya da anketlerin değerlendirilmesi öğretmenlerin alan öğretimi bilgilerinin gerçek anlamda ortaya çıkarılmasında yetersiz kalabileceğinden dolayı sınıf içi uygulamalar da dikkate alınmalıdır (Ball, Hill ve Bass, 2005; Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016). Sınıf içi uygulamaların incelenmesi gerekliliği göz önünde bulundurulduğunda, matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının hem alan bilgilerinin hem de alan öğretimi bilgilerinin değerlendirilmesi ve geliştirilmesi için araştırmacılar öğretmenlerin uygulamalarını detaylı bir şekilde analiz ederek Dörtlü Bilgi Modeli (Knowledge Quartet) olarak isimlendirilen bir model önermişlerdir (Rowland vd., 2005). Bu nedenle Dörtlü Bilgi Modeli, matematik öğretmeni adaylarının bilgilerini değerlendirmede ve geliştirmede güçlü bir model olarak ele alınabilir.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerine Dörtlü Bilgi Modeli perspektifiyle odaklanılmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının ardışık öğretim süreçleri incelenerek ortaya çıkarılmış olan Dörtlü Bilgi Modeli sadece öğretmenin ne bildiğine değil öğretimini nasıl gerçekleştirdiğine de yönelik değerlendirme ve bunları geliştirme imkânı sunmaktadır (Rowland vd., 2005). Dörtlü Bilgi Modeli'nin öğretimle ilişkili bir şekilde matematik içerik bilgisine yönelik önemli fikirler sunması ve öğretim süreci sırasında hem alan bilgisi hem de alan öğretimi bilgisinin gözlemlenebileceği yollarının ayrıntılı olarak tanımlaması (Rowland, 2013) çalışmanın amacı doğrultusunda kullanışlı olarak değerlendirilmiştir.

Dörtlü Bilgi Modeli, temel bilgi, dönüşüm bilgisi, ilişki kurma bilgisi ve beklenmeyen olaylar bilgisi olmak üzere dört bileşenden ve bu bileşenlerin alt bileşenlerinden oluşmaktadır. Bu bileşenlerden temel bilgi bileşeni, öğretmenin teorik alt yapı ve inançlarını kapsamaktadır. İlişki kurma bilgisi bileşeni derslerin birbirleri ile ilişkili bir şekilde yürütülmesi için gerekli durumları; beklenmeyen olaylar bilgisi bileşeni ise öğretmenin öğrencilerin düşüncelerine cevap verme ve sınıf ortamında planlanmayan beklenmeyen durumlara karşı verdikleri tepkiler ile ilgilidir. Dönüşüm bilgisi bileşeni öğretimin hem planlanmasında hem de uygulanması sürecinde kullanılan örnekleri, gösterimleri, temsilleri ve materyalleri içermektedir. Dönüşüm bilgisi planlanma ve öğretimi gerçekleştirme aşamalarıyla doğrudan ilişkili olması ve öğretmenin kendi matematiksel bilgisini öğrencilerinin öğrenebileceği forma dönüştürmesini kapsamaması (Rowland, Turner, Thwaites ve Huckstep 2009) yönleriyle bu çalışmada odak noktası olarak belirlenmiştir. Dönüşüm bilgisi, öğretmenin bir kavramın oluşumuna yardımcı olmak için kullandığı; i) örneklerin seçimi, ii) öğretmenin gösterimleri, iii) temsillerin seçimi, iv) öğretim materyallerinin kullanımını alt bileşenlerini kapsamaktadır (Rowland, 2005; 2013; Rowland, Turner ve Thwaites; 2014). Dönüşüm bilgisinin alt bileşenlerine yönelik açıklamalar aşağıda verilmektedir.

1.1. Örneklerin Seçimi

Örnekler, kavramın oluşturulmasında ve işlemlerin gösterilmesinde önemli bir yere sahip (Rowland vd., 2009; 2014) olup öğretimde genellikle iki şekilde kullanılmaktadır: matematiksel kavramların ve işlemlerin öğrenilmesi için verilen örnekler ve öğrencilere alıştırmaya yapmaları için verilen örnekler (pekiştirme örnekleri) (Kula-Ünver, Bukova-Güzel, Tekin-Dede, ve Hıdıroğlu; 2015; Rowland vd., 2009). Kavramların ve işlemlerin öğrenilmesi için kullanılan

örnekler öğrenim kazanımlarına ve sırasına uygun, gerçek yaşam bağlamı dikkate alınarak seçilmelidir (Rowland vd., 2009). Alıştırma örnekleri ise hatırlamayı kolaylaştıran ve işlem hızını artıran pekiştirme uygulamalarını (Schoenfeld, 1992) içermelidir. Rowland ve diğerleri (2009) alıştırmaların yeni verilen bir düşünce ya da yöntemin ardından bunları pekiştirme yapma amacıyla kullanılması gerektiğini belirtmiş olmalarına rağmen, öğretmenlerin öğretimlerinde daha çok birbirini tekrarlayan alıştırmaya örneklerine yer verdikleri tespit edilmiştir (Yusof ve Zakaria, 2010).

1.2. Öğretmenin Gösterimleri

Öğretmenler öğrencilerin kavramları ve işlemleri anlamalarını geliştirmek için etkili öğretim tekniklerine yer vererek işlemlerin nasıl yapılacağını açık bir şekilde göstermeli (Rowland vd., 2009) ve analogileri kullanmalıdırlar (Ball ve Sleep, 2007). Ayrıca öğretmenin soru sormayı öğrencilerin bilgilerini değerlendirmek ve geliştirmek amacıyla etkili bir şekilde kullanılması gerekmektedir (Rowland vd., 2009). Kula (2011) soru sormayı etkili/etkili olmayan soru sorma olarak iki başlık altında ele almış ve etkili soru sormayı, öğrenciyi düşünmeye yöneltme, öğrenci yanıtlarını genişletme, önceki bilgileri hatırlatma, öğrenciye yanlış buldurma amaçlı sorular, etkili olmayan soru sormayı ise doğrudan işlemsel sonucu öğrenme ve kendi sorduğu soruyu kendi cevaplama olarak tanımlamıştır.

1.3. Temsillerin Seçimi

Öğretmenler bilgilerini öğrenciler için anlaşılabilir hale dönüştürmek ve kavramın yapılandırılmasına yardımcı olmak amacıyla farklı temsillerden yararlanmaktadırlar (Rowland vd., 2009). Matematik öğretiminde kullanılan temsiller öğrencilerin kavramları yapılandırırken ve akıl yürütmelerini ortaya çıkarmada önemli olup (Greeno ve Hall;1997) ayrıca aynı durumun farklı temsil şekilleri ile ilişkilendirilmesi öğrencilerin kavram ve işlemleri anlamalarına katkı sağlamaktadır (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Özmantar ve Yeşildere, 2010; Turner, 2009). Temsil şekilleri i) grafiksel, ii) sayı doğrusu, iii) tablo, iv) cebirsel gösterimler (Kula; 2011) olarak sınıflandırılırken ayrıca temsil şekillerinden biri olan gerçek yaşam temsillerinin problem çözerken kavramların anlaşılması için önemli bir yere sahip olduğu belirtilmektedir (Akkuş-Çıkla, 2004).

1.4. Öğretim Materyallerinin Kullanımı

İyi ve kalıcı bir öğrenme, öğrenme işlemine katılan duyu organlarının sayısının çokluğu, yaparak öğrenme ortamının sağlanması, somuttan soyuta ve basitten karmaşığa doğru konuların işlenmesiyle gerçekleşmektedir (Çilenti, 1988). Bu bağlamda öğretim materyalleri yardımıyla somut nesnelere kullanılarak öğrencilerin soyut anlamaları desteklenebilecek (Skemp, 1987), modelleri oluşturmada, algoritmalar ve işlemler arasındaki geçişleri kavramalarına fırsatlar verilebilecektir (Masalski, 1999). Ancak bu materyallerinin dersin kazanımlarına ve amaçlarına uygun şekilde tasarlanması, materyalin basit, sade ve anlaşılabilir olması gerekmektedir (Rowland vd., 2009; Yanpar-Şahin ve Yıldırım, 1999).

1.5. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Öğretmenlerinin öğretme yaklaşımları öğrenci öğrenmelerini etkileyen önemli faktörlerden birisidir (Cochran, DeRuitter ve King, 1993). Matematik öğretmenlerinin derin matematik bilgilerinin olması ve bu bilgiyi öğretme süreçlerinde etkili bir şekilde kullanabilecekleri çalışmalara dahil edilmeleri gerekmektedir. Ülkemizde hizmet içi mesleki gelişim süreçlerinin içerikleri ve öğretmenlerin bu süreçlere katılım motivasyonlarının düşük olması (Yirci, 2017) göz önüne alındığında öğretmen yetiştirme programlarının önemi ortaya çıkmaktadır. Öğretmen eğitimcilerinin, matematik öğretmeni adaylarının hem alan hem de alan öğretimi bilgilerini geliştirecek yaklaşımlara sahip olarak tüm süreci yürütmeleri bilgi ve beceri yönünden güçlü öğretmenlerin olmasında oldukça etkilidir. Bu çalışmanın katılımcı öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusuna yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişiminin desteklenmesinin yanı sıra öğretmen yetiştirme programlarının içeriğine yönelik fikirler

sunacağı düşünülmektedir. Çalışma, tasarım aşamasının ve sonuçlarının farklı matematiksel kavramlar üzerinde öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmek için nasıl bir süreç izleneceği ve bu sürecin nasıl yürütüleceği konusunda yol gösterici nitelikte olması nedeniyle önemli görülmektedir.

Çalışmada öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin bileşenlerinden Dönüşüm Bilgisi açısından ele alınmıştır. Dönüşüm Bilgisi planlanma ve öğretimi gerçekleştirme aşamalarıyla doğrudan ilişkili olması ve öğretmenin kendi matematiksel bilgisini öğrencilerinin öğrenebileceği forma dönüştürmesini kapsamaması (Rowland vd., 2005, 2009) yönleriyle çalışmada odak noktası olarak belirlenmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının öğretim süreçlerinde kullanacakları örnekleri, gösterimleri, temsil seçimleri ve öğretim materyalleri öğrenci öğrenmelerini destekleyecek şekilde seçme ve kullanma yaklaşımlarını geliştirme imkânını sağlayacağı düşünülmüştür.

Ortaokul öğretim programında yer alan kesirler ve kesirlerle yapılan işlemlerde özellikle kesirlerle bölme işlemindeki öğretmen ve öğretmen adaylarının sınırlı anlayışları ve bu doğrultuda hatalı yaklaşımları göz önüne alındığında öğretmen adaylarının etkili bir öğretim gerçekleştirmeleri için gelişimlerinin desteklenmesi gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır. Bu nedenle öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini geliştirmek için bir Mesleki Gelişim Süreci düzenlenmiştir. Mesleki Gelişim Süreci hizmet ettiği amaçlar dikkate alındığında kesirlerle bölme konusunun uygun bir şekilde planlanıp uygulanabilmesi olanağını sağlaması açısından oldukça önemlidir. Bu amaçlar doğrultusunda gerçekleştirilen çalışmanın ilgili alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.6. Araştırmanın Problem Sorusu ve Alt Problemler

Bu çalışmada kesirlerle bölmeye yönelik bir Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimleri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeni çerçevesinde incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırmanın problemi "Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretim bilgilerindeki değişimleri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeninde nasıldır?" olarak belirlenmiştir.

1.7. Alt Problemler

Araştırmanın problem cümlesi doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere yanıt aranmıştır.

1) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimleri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki örneklerin seçimi alt bileşenine göre nasıldır?

2) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimleri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki öğretmenin gösterimleri alt bileşenine göre nasıldır?

3) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimleri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki temsillerin seçimi alt bileşenine göre nasıldır?

4) Kesirlerle bölmeye yönelik Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimleri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşenindeki öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenine göre nasıldır?

YÖNTEM

Bu çalışmada kesirlerle bölmeye yönelik bir Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişim Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeni çerçevesinde nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması modeli ile incelenmiştir.

2.1. Çalışma Grubu

Bu çalışma, 2019-2020 öğretim yılında bir devlet üniversitesinin Eğitim Fakültesi Matematik Eğitimi lisans programında öğrenim gören son sınıf ortaokul matematik öğretmeni adayları ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. Öğretmen adaylarının öğretim programında yer alan kavramlara ait kazanımları ve öğretim yöntemlerini bilmeleri önemli olduğu için ilk olarak, Özel Öğretim Yöntemleri I-II derslerini başarı ile tamamlamaları dikkate alınmıştır. Daha sonra, öz değerlendirme formundan elde edilen bilgiler, alan ve alan öğretimi derslerinin not ortalamaları ve kesirlerle bölme alan testi puanları ölçütleri dikkate alınarak dört öğretmen adayı (3 kadın, 1 erkek) belirlenmiştir. Katılımcı öğretmen adaylarının gerçek isimleri gizli tutularak bulgularda ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4 takma isimleri kullanılmıştır. Daha sonra katılımcı öğretmen adayları ile çalışmanın içeriğine yönelik bireysel olarak görüşmeler yapılmıştır. Öğretmen adayları çalışmaya gönüllü olarak katılacaklarını belirtmişler ve çalışmanın gerektirdiği tüm görevleri içtenlikle yerine getirmişlerdir.

2.2. Mesleki Gelişim Süreci

Bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerindeki değişimi belirlemek ve eksiklerinin giderilmesini sağlayarak gelişimlerine destek olmak amacıyla Mesleki Gelişim Süreci adı altında oturumlar düzenlenmiştir. Mesleki Gelişim Süreci'nin bölme, kesir ve kesirlerle bölme oturumlarının içerikleri, Behr, Lesh, Post ve Silver'dan (2005) kesrin anlamları, Ma'dan (1999) kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramlar, Toluk ve Olkun'dan (2003) kesir modelleri, kesir büyüklüklerini tahmin, kesirlerde sıralama, denk kesir oluşturabilme, Lamon'dan (2005) kesir gösterimleri ve birim kavramı, Lamon (2012) ve Izsák, Jacobson, Araujo ve Orrill'den (2010) kesirlerle bölme işlemi model kullanma, Tirosh'tan (2000) kesirlerle bölme işleminde kullanılan algoritmayı gerekçelendirebilme, Vergnaud'tan (1988) kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumlarından esinlenerek oluşturulmuştur.

Mesleki Gelişim Süreci, birinci yazar ve öğretmen adayları ile yazarların görevli olduğu fakültenin yüksek lisans dersliğinde sessiz bir ortamda video kamera ve ses kayıt cihazıyla kayıt altına alınan ortalama birer saatlik 11 oturumdan oluşan bir süreci kapsamaktadır. Tablo 1'de Mesleki Gelişim Süreci oturumları ve oturumların içerikleri verilmektedir.

Tablo 1. Mesleki Gelişim Süreci Oturumları ve Oturumların İçerikleri

Oturumlar	Oturumların İçerikleri
1., 2, 3., 4.	Bölme ve bölmenin anlamları Kesir ve kesrin anlamları Kesir modelleri, kesir büyüklüklerinin tahmini Kesirlerde sıralama Denk kesir oluşturabilme Kesir gösterimleri
5., 6., 7., 8., 9.,10., 11.	Kesirlerle bölmenin ilişkili olduğu kavramlar Kesirlerle bölmede tahmin Kesirlerle bölme işlemi model kullanarak gösterebilme Algoritmayı gerekçelendirebilme Kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem durumları oluşturabilme

Problemlerde öğrencilerin sahip olabilecekleri hataları belirleme
Öğrenci hatalarını düzeltmek için kullanılacak stratejileri
belirleme

Tablo 1’de görüldüğü gibi ilk dört oturum bölme ve kesir konularını diğer oturumlar ise kesirlere bölme konusuna ilişkin başlıkları içermektedir. Oturumlarda öğretmen adaylarının örnek seçimlerini, temsilleri nasıl kullandıklarını, algoritmaları gerekçeleri ile açıklayıp açıklayamadıklarını, öğrencilerin olası hatalarını tespit edip edemediklerini belirlemeyi içeren görevlerden oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının bu görevlere yazılı olarak yanıt vermeleri istenmiştir. Verilen görevlere ilişkin cevap verilmeyen konularda kavramsal çerçeveye uygun sorular sorularak öğretmen adaylarının bu konuları tartışmalarına olanak verilip alanyazındaki karşılıklarını bulmalarını sağlamıştır.

2.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmanın verilerini katılımcı öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusuna ilişkin hazırladıkları dörder saatlik ders planları, ders planlarını değerlendiren bireysel görüşmeler, öğretim süreçlerinin gözlemi, öğretim süreçlerini değerlendiren bireysel görüşmeler ve birinci yazarın öğretim sürecini gözlemlerken tuttuğu notlar oluşturmaktadır. Katılımcı öğretmen adaylarının öğretim süreçleri birinci yazar tarafından gözlemlenmiş ve video kamera ile kayıt altına alınmıştır. Ayrıca ders planlarını ve öğretim süreçlerini değerlendirmeye yönelik yapılan tüm bireysel görüşmelerde de video kayıt cihazı kullanılmıştır.

2.4. Veri Toplama Süreci

Bu çalışmanın verileri, 2018-2019 eğitim öğretim yılında pilot çalışması yapılarak ve uzman görüşü dikkate alınarak revize edilmiş ve 2019-2020 eğitim öğretim yılının güz döneminde toplanmıştır. Çalışmanın veri toplama süreci Tablo 2’de verilmektedir.

Tablo 2. Veri toplama süreci

Aşamalar	Gerçekleştirilen Eylemler
Birinci Aşama	İlk ders planlarının hazırlanması İlk ders planlarını değerlendiren bireysel görüşmeler Mesleki Gelişim Süreci (Bölme ve Kesir Oturumları)
İkinci Aşama	İkinci ders planlarının hazırlanması İkinci planlarını değerlendiren bireysel görüşmeler Mesleki Gelişim Süreci (Kesirlerle Bölme Oturumları)
Üçüncü Aşama	Üçüncü ders planlarının hazırlanması Üçüncü ders planlarını değerlendiren bireysel görüşmeler Öğretim süreçlerinin gözlemi, gözlem notları, öğretim süreçlerini değerlendiren bireysel görüşmeler

Tablo 2’de görüldüğü gibi ilk olarak her bir öğretmen adayı ile kesirlere bölmeye yönelik hazırladığı ilk ders planları bireysel görüşmeler yapılarak değerlendirilmiştir. Bu görüşmelerden sonra öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci’nin kesir ve bölme oturumlarına katılmışlardır. Bu oturumlarından sonra ikinci aşamada öğretmen adaylarının hazırladıkları ikinci ders planları bireysel görüşmeler ile değerlendirilmiştir. Bu görüşmelerden sonra, öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci’nin kesirlerle bölme oturumlarına katılmışlardır. Üçüncü aşamada ise öğretmen

adayları üçüncü ders planlarını hazırlamışlar ve ders planlarını değerlendiren bireysel görüşmelerden sonra öğretim süreçlerini gerçekleştirmişlerdir. Birinci yazar, öğretmen adaylarının öğretim süreçlerini gözlemlerken gözlem notları tutmuş ve sonrasında öğretmen adayları ile öğretim süreçlerini değerlendiren bireysel görüşmeler yapmıştır.

2.5. Veri Analizi

Bu çalışmanın veri analizi aşamasında içerik analizi kullanılmıştır. Çalışmanın verileri Dönüşüm Bilgisi'nin örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenleri çerçevesinde temalar oluşturularak ayrıntılı olarak incelenmiş ve kodlama yapılmıştır. Kodlamalar birinci yazar ve bir alan uzmanı tarafından gerçekleştirilmiştir. Analizler öncesinde uzman ile Dönüşüm Bilgisi'nin alt bileşenlerinin neler olduğu, bu bileşenlerin öğretim sürecinde hangi eylemlerle ilişkili olarak ortaya çıkabileceği gibi durumlar üzerinde tartışılarak bir ön hazırlık çalışması yapılmıştır. Daha sonra, ders planlarını değerlendirmek için yapılan bireysel görüşmelerin ve öğretim süreçleri birinci yazar ve uzman tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. İlk olarak, bu deşifreler ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar çerçevesinde bölümlere ayrılmıştır. Bu bölümler her bir bileşen için ayrı ayrı incelenmiştir. Tüm veriler analiz edilmeden önce her bileşeni incelemek için rastgele birer bölüm seçilerek araştırmacı ve uzman tarafından bireysel olarak analiz edilmiştir. Bireysel analizlerin tamamlanmasından sonra bir araya gelinerek analizler paylaşılmış ve bu aşamada fikir ayrılığı yaşanan durumlar üzerine tartışmalar yapılmıştır. Bu analiz aşaması tamamlandıktan sonra tüm veriler her bir bileşen için birinci yazar ve uzman tarafından bireysel olarak tekrar analiz edilmiştir. Bunun yanı sıra yapılan analizlerde hemfikir olunmayan durumlar üzerine tartışılarak, analizler için nihai karar verilmiştir.

Tablo 3'te veri analizi yapılırken dönüşüm bilgisinin alt bileşenleri (örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi, öğretim materyallerinin kullanımı) kapsamında dikkate alınan durumlar verilmektedir.

Tablo 3. Veri analizi yapılırken dikkate alınan durumlar

Örneklerin Seçimi	<ul style="list-style-type: none">• Kavram ve işlemlerin öğrenilmesini içeren örnekler/algoritmaları ezberleten örnekler, sadece işlem becerisini geliştiren örnekler• Pekiştirme örneklerine yer verme/yer vermeme
Öğretmenin Gösterimleri	<ul style="list-style-type: none">• Kavram ve işlemleri açıklama/ezberletme• Etkili soru sorma/sormama
Temsillerin Seçimi	<ul style="list-style-type: none">• Temsilleri birbirleriyle ilişki kullanma/kullanmama• Günlük yaşam temsillerine yer verme/vermeme
Öğretim Materyallerinin Kullanımı	<ul style="list-style-type: none">• Uygun öğretim materyalini kullanma/kullanmama

Tablo 3 incelendiğinde çalışmanın verilerinin, öğretmen adaylarının örneklerin seçimi alt bileşeninde kavram ve işlemlerin öğrenilmesini içerip içermediği, seçilen pekiştirme örnekleri (alıştırmalar) dikkate alınarak analiz edildiği görülmektedir. Örneğin, bir doğal sayıyı bir kesre bölme işlemi yapmayı gerektiren örnekte matematiksel kavram ve işlemlerin olmadığı bunun yerine algoritmanın ezberlenmesini içeren ifadelerin olduğu, örneklerin günlük yaşam ile ilişki kurulmadan sadece öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmeyi amaçladığı ya da sonucu sadece doğal sayı çıkan örneklerin kullanıldığı durumlar örnek seçimlerinin geliştirilmesini gerektiren durumlar olarak değerlendirilmiştir. Öğretmenin gösterimleri alt bileşeninde elde edilen veriler öğretmen adaylarının kavram ve işlemleri açıklarken sergiledikleri yaklaşımlar dikkate alınarak

analiz edilmiştir. Örneğin, kesirlerle bölme gerektiren işlemlerin sadece algoritmaların ezberleterek açıklandığı ya da sorulan sorularda öğretmen adayının kendini onaylattığı, evet/hayır gibi kısa yanıtları içerdiği veya sadece işlem yapmayı gerektirdiği durumlar bu alt bileşen için geliştirilmesi gereken durumlar arasındadır. Temsillerin seçimi alt bileşeninde elde edilen veriler öğretmen adaylarının temsilleri birbirleriyle ilişkili bir şekilde kullanıp kullanmadıkları ya da günlük yaşam temsillerine yer verip vermedikleri dikkate alınarak analiz edilmiştir. Örneğin, farklı temsil şekillerinin birbiri ile ilişkisiz bir şekilde kullanılması ya da tek bir temsil şekli kullanılarak kavramın açıklanması veya günlük yaşam ile ilişkisiz bir şekilde temsilleri kullanmak öğretmen adaylarının bu alt bileşende yetersiz olduklarının bir göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşeninde elde edilen veriler ise öğretmen adaylarının kavram ve işlemleri açıklarken uygun öğretim materyalini kullanıp kullanmadıkları dikkate alınarak analiz edilmiştir.

Çalışmada, öğretmen adaylarının tüm ders planları için yapılan bireysel görüşmeleri, öğretim süreçleri ve öğretim süreçleri değerlendirme görüşmelerini içeren video kayıtları deşifre edilerek veriler elde edilmiş ve aşağıdaki sıra takip edilerek analiz edilmiştir.

- Birinci ders planı ve bireysel görüşmeler
- İkinci ders planı ve bireysel görüşmeler
- Üçüncü ders planı ve bireysel görüşmeler
- Öğretim süreçleri ve gözlem notları
- Öğretim süreçlerini değerlendiren bireysel görüşmeler

Öğretmen adaylarının kesirlerle bölmeye yönelik alan ve alan öğretimi bilgilerini daha net görebilmek için ders planı ve öğretim sürecinin analizleri, ön bilgileri hatırlatma ve 2018’de yayınlanan ortaokul matematik öğretim programının altıncı sınıf seviyesinde yer alan kesirlerle bölmeyi içeren beş kazanım bazında yapılmıştır. Bu beş kazanım aşağıda belirtilmektedir.

1. Kazanım: Bir doğal sayıyı bir birim kesre ve bir birim kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.
2. Kazanım: Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.
3. Kazanım: İki kesrin bölme işlemini yapar ve anlamlandırır.
4. Kazanım: Kesirlerle yapılan işlemlerin sonucunu tahmin eder.
5. Kazanım: Kesirlerle işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.

Analiz sürecinde görüşmelerin deşifreleri ve ders planları birlikte incelenerek, birinci yazar ve bir uzman tarafından çalışmanın kavramsal çerçevesi dikkate alınarak kategoriler belirlenmiştir. Bu kategoriler arasında benzerlikler ve farklılıklar belirlenerek fikir birliğine varılan kategoriler Dönüşüm Bilgisi’nin alt bileşenleri bağlamında Tablo 4’teki gibi gruplandırılmıştır.

Tablo 4. Dönüşüm Bilgisi’nin Alt Bileşenlerine Göre Belirlenen Kategoriler

Alt Bileşenler	Kategoriler
Örneklerin Seçimi	Kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik örnekler
	Kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler (alıştırmalar)
Öğretmenin Gösterimleri	Kavram ve işlemleri açıklama
	Soru sorma
Temsillerin Seçimi	Gerçek yaşam durumu içeren temsiller
	Model temsili
	<ul style="list-style-type: none"> • Alan modeli • Sayı doğrusu modeli

Sayısal temsil	
	<ul style="list-style-type: none">• Ters çevir çarp algoritması• Ortak payda algoritması
Öğretim Materyallerinin Kullanımı	Uygun materyali kullanma

2.6. Geçerlik ve Güvenirlik

Bu çalışmanın geçerliği iç ve dış geçerlik olarak iki başlık altında incelenmiştir. Çalışmanın iç geçerliğinin sağlanması için öğretmen adaylarının ders planları, ders planlarını değerlendirmeye yönelik yapılan görüşmeler, öğretim süreçlerinin gözlemleri ve öğretim süreçlerini değerlendirmeye yönelik yapılan görüşmeler kullanılarak veri toplama sürecinde çeşitleme yapılmıştır. Veri toplama araçlarının hazırlanmasından veri analizinin yapılmasına kadar geçen süreçte uzman görüşüne başvurulmuştur. Dış geçerliği sağlamak amacıyla veri kaynaklarının farklılığı, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile sağlanmıştır. Ayrıca veri toplama ve analiz süreçlerinin detaylı bir şekilde açıklanması ile çalışmanın aktarılabirliği desteklenmiştir.

Bu çalışmanın güvenilirliği tutarlık ve teyit edilebilirlik açısından incelenmiştir. Bu bağlamda, çalışmanın tutarlığı için bir uzman tarafından toplanan verilerin kavramsal çerçeve ile uyumlu olduğu ve yapılan analizlerin uygunluğu belirlenmiştir. Yapılan analizlerin uygunluğunu sağlamada birinci yazar ile birlikte alan uzmanının analiz sürecinde birlikte çalışması etkili olmuştur. Ayrıca yapılan analiz sürecinde kodlamalar arası güvenirlığın %91 olduğu tespit edilmiştir. Miles ve Huberman'a (1994) göre güvenirlığın en az %80 olması gerektiği düşünüldüğünde, çalışmada yapılan analizlerin güvenirlığının yüksek olduğu tespit edilmiştir. Çalışmada tüm görüşmeler video kayıt altına alınarak ve ayrıntılı olarak deşifre edilerek teyit edilebilirlik açısından desteklenmiştir.

BULGULAR

Bu bölümde araştırma problemi ile ilgili olarak öğretmen adaylarının ders planlarının ve öğretim süreçlerinin Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeninin alt bileşenleri bağlamında analiz edilmesi sonucunda ortaya çıkan kategorilerdeki bulgulara yer verilmiştir. Bulgularda öğretmen adaylarının birinci, ikinci ve üçüncü ders planları ve öğretim süreçleri dikkate alınarak alan ve alan öğretimi bilgileri incelenmiştir.

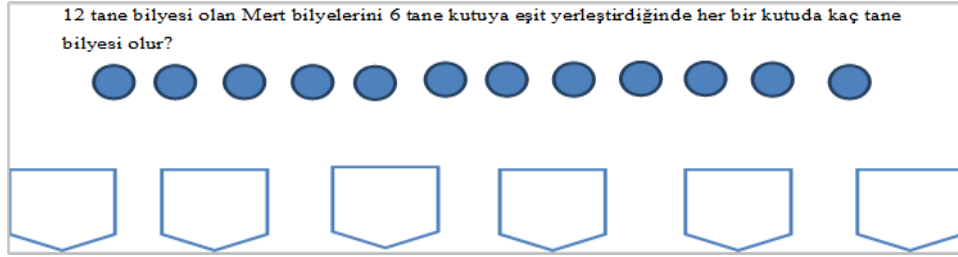
3.1. Örneklerin Seçimi Bileşenine Yönelik Bulgular

Örneklerin seçimi alt bileşeni Tablo 3'te de belirtildiği gibi kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik örnekler ve kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler (alıştırmalar) kategorilerinde değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik seçtikleri örnekler öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma ve kesirlerle bölme konusunun öğretim programında yer alan kazanımları bazında, kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örneklere (alıştırmalar) yönelik bulgular ise ders planları ve öğretim süreçleri çerçevesinde incelenmiştir.

Ön bilgileri hatırlatırken öğretmen adaylarından üçü bölme kavramı ve işlemini içeren örneklere yer vermişlerdir. İlk ders planında bölmenin sadece eş paylaşırma anlamını içeren örnekler kullanmışlar, ikinci ve üçüncü ders planlarında ve öğretim süreçlerinde bölmenin eş paylaşırma ve grupta anlamına ve işlemsel yönüne vurgu yapmışlardır. Bir öğretmen adayı (ÖA3) ise kesir kavramını ve kesirleri karşılaştırmaya yönelik örnekler kullanmış ve bu örnekleri tüm ders planlarında ve öğretim sürecinde değıştirmemiştir. Genel olarak öğretmen

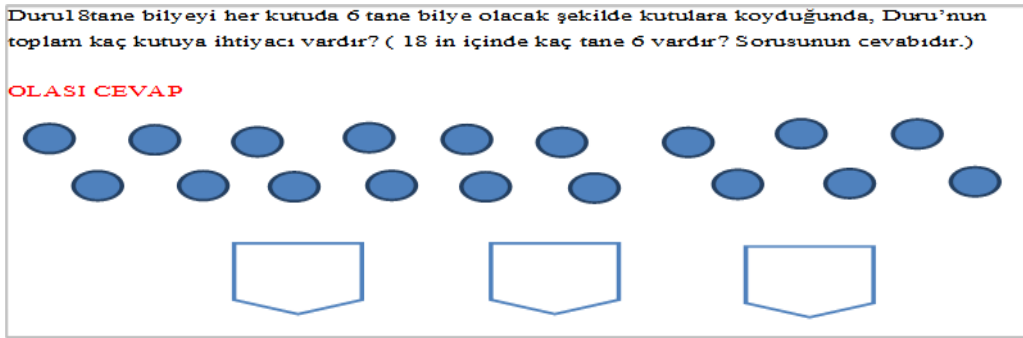
adaylarının Mesleki Gelişim Süreci'nin bölme ve kesir oturumlarının tamamlanmasının ardından ön bilgileri hatırlatırken seçtikleri örneklerde değişimler gözlemlenmiştir.

Örnek olarak ÖA1 birinci ders planında öğrencilere ön bilgileri hatırlatırken sadece bölmenin eş paylaşma anlamını içeren örneğe yer vermeyi planlarken ilerleyen süreçlerde (ikinci-üçüncü ders planları ve öğretim süreci) öğrencilerin bölme kavramının eş paylaşma ve gruplama anlamlarını tartışmalarını sağlayacak iki örneğe yer vermiştir. ÖA1 Şekil 1'de gösterilen ilk örnekte bölmenin eş paylaşma anlamını içeren bir örnek seçmiş ve nesne ve grup sayısını 12 ve 6 olarak belirlemiştir.



Şekil 1. ÖA1'in Bölmenin Eş Paylaşma Anlamını İçeren Örneği

Şekil 2'de ÖA1'in bölmenin gruplama anlamını içeren örnek seçiminde de benzer yaklaşımlarının olduğu söylenebilir. Eş paylaşma anlamı için belirlediği örnekteki bölme yapılacak nesneyi değiştirmeden gruplama örneğine dönüştürmüştür. Bu sayede öğrenciler bölmenin iki anlamı arasındaki farklılığı da fark edebilmişlerdir.



Şekil 2. ÖA1'in Bölmenin Gruplama Anlamını İçeren Örneği

Birinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak birinci ve ikinci ders planlarında kazanımı içeren kesirlerin yanı sıra ve kazanımın dışındaki kesirleri içeren örnekleri ele almışlardır. Üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde öğretmen adaylarının tümü " $1:\frac{1}{2}$ " ve " $1:\frac{1}{4}$ " işlemlerinin ne anlama geldiği üzerine tartışmışlardır. Öğretmen adayları, öğrencilerin bütün içindeki parça sayısını bulmaları için 1 doğal sayısını kullanmışlar ve katılımlarını sağlamışlardır.

İkinci ve üçüncü kazanımlar için öğretmen adayları ilk iki ders planında matematiksel kavram ve işlemleri içermeyen, sonucu doğal sayı çıkan örnekler seçmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu örnekleri seçmelerinin altındaki düşüncenin genel olarak algoritma temelli çözüm yaklaşımları kullanma düşüncelerinin olduğu görülmüştür. Öğretmen adayları üçüncü ders planlarına ve öğretim süreçlerinde sonucu doğal sayı çıkan ve çıkmayan gerçek yaşam durumu içeren örnekler de eklemişler böylece ve öğrencilerin kavramları ve işlemleri yapılandırmalarını sağlamışlardır.

Örneğin, ÖA1 ilk ders planında aşağıda verilen metnin iki öğrenci tarafından okunmasını planlamaktadır.

Hacivat: Ben söyleyeyim o zaman. 15'i böl $\frac{3}{2}$

Karagöz: Nasıl bölünür bilmem ki 15, $\frac{3}{2}$ 'ye

Hacivat: $\frac{3}{2}$ 'ye takla attır ve çarp 15 ile.

Karagöz: Hay aklınla yaşa. Çarptım da 10 buldum bile.

Metnin içeriği incelendiğinde Hacivat ve Karagöz karakterlerinin bir doğal sayıyı bir kesre bölerken ters çevir çarp algoritmasından yararlandıkları görülmektedir. Öğretmen adayı öğrencilerin bölme işleminin anlamlarına odaklanmak yerine, ters çevir çarp algoritmasını ezberletmek için ilk olarak $\frac{3}{2}$ kesrine takla attırıp daha sonra 15 ile çarpma işlemi yapmalarını istemeyi planlamıştır.

ÖA1 ilerleyen süreçlerde sadece işlem yapmayı gerektiren “ $3:\frac{3}{5}=?$ ” tarzında sonucu bir doğal sayı olan örneklere yer vermiştir. Sonucu doğal sayı çıkan bu örnekler yardımı ile öğrenciler bütün içindeki parçaların ne kadar olduğunu sayarak bulabilecekler ve elde ettikleri sonuç ile bölme işleminin sonucuna da ulaşmış olacaklardır. Öğrencilerin sayarak ulaşabilecekleri sonuçları içeren benzer bölme işlemi örnekleri üzerinde çalışmalarının farklı kesirleri içeren bölme işlemlerine yönelik çıkarımlarını destekleyeceği düşünülmektedir. Buna karşın ilk olarak 3'ün içinde $\frac{3}{5}$ yerine $\frac{3}{4}$ 'leri saymak daha anlaşılır olacaktır.

Dördüncü kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk ders planında kesirlerin yuvarlanmasını gerektiren örneklere, daha sonra ise tahminle kesirlerle bölme işlemi gerektiren sözel problemleri içeren örneklere yer vermişlerdir.

Beşinci kazanımda ise öğretmen adayları ilk iki ders planında kesirlerle bölmeyi gerektiren eş paylaşırma ve gruplamayı içeren sözel problemlere yer vermişlerdir. Seçtikleri örnekleri üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde karşılaştırmalı bölmeyi de içeren örneklerle genişletmişlerdir. Öğretmen adaylarının örnek seçimlerindeki değişimlerin Mesleki Gelişim Süreci'nde yer alan kesirlerle bölme problemlerini içeren oturumların tamamlanmasıyla değişim gösterdikleri düşünülebilir.

Birinci ve ikinci ders planlarında öğretmen adaylarının üçü (ÖA1-ÖA4-ÖA3) bölmenin gruplama ve eş paylaşırma anlamlarını ve sadece büyük kesri küçük kesre bölmeyi içeren aynı örnekleri kullanmışlardır. Örneğin, ÖA3 ilk iki ders planında aşağıdaki örnekleri vermeyi planlamıştır.

Buket $12\frac{1}{2}$ metre kumaş almış ve bu kumaştan gömlek diktirmeyi düşünmektedir. Terzi $2\frac{1}{2}$ metre kumaştan bir gömlek dikebildiğine göre Buket elindeki kumaştan kaç tane gömlek diktirir?

$\frac{3}{5}$ kg elma 2 kişi arasında eşit olarak paylaşılırsa bir kişinin payına düşen elma miktarının ne kadar olacağını bulalım.

Öğretmen adayları küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren problemleri tercih etmemişler ve bunun sebebini ÖA3 yapılan görüşmede aşağıdaki gibi açıklamıştır.

ÖA3: *Hocam. ben kitaplarda hiç görmedim, görseydim verirdim.*

ÖA3 örnek seçimlerini sadece ders kitabından faydalanarak hazırlamış ve kitapta küçük kesri büyük kesre bölmeyi gerektiren sözel problemler ile karşılaşmadığı için ders planlarında yer vermemiştir. Öğretmen adayları ilk iki ders planında kumaş, kabak çekirdeği vb. gibi günlük yaşamdan nesnelere içeren örnekler kullanarak daha önceden aşına oldukları bölmenin gruplama ve eş paylaşırma anlamlarına odaklanmışlar farklı örnek türlerini kullanmamışlardır.

Öğretmen adayları üçüncü ders planı ve öğretim süreçlerinde seçtikleri örneklerde değişim göstererek karşılaştırmalı bölme problemlerine de yer vermişlerdir. Örneğin, ÖA4 üçüncü ders planında aşağıdaki örnekleri kullanmıştır.

Fatma $\frac{9}{4}$ litre su almıştır. Suyun tamamını 3 eşit şişeye dolduran Fatma'nın şişeleri kaç litre su almaktadır?

Beyza bir kitabın $\frac{2}{3}$ 'ünü okumuştur. Yiğit ise aynı kitabın $\frac{1}{4}$ 'ünü okumuştur. Beyza, Yiğit'ten kaç kat fazla kitap okumuştur?

ÖA4'ün birinci örneği daha önceki kazanımlarda yer verdiği türden bölmenin eş paylaşma anlamını içermektedir. İkinci örneğinde ise karşılaştırmalı bölme problemi kullanmıştır. Örnekte Beyza ve Yiğit'in okuduğu kitapları karşılaştırmak için kesirlerle bölme işlemi yapılması gerekmektedir.

Kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örneklerde öğretmen adayları genel olarak ikinci ve üçüncü ders planlarında öğrencilere kesirlerle bölme işlemi gerektiren alıştırmaları ödev olarak vermişlerdir. Bu alıştırmalarda ders planlarında yer verdikleri örneklerin sadece sayılarını değiştirip öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmeyi düşünmüşler ve yeterli özeni göstermemişlerdir.

Tablo 5. Öğretmen Adaylarının Örneklerin Seçimi Alt Bileşenine Göre Değişimi

Kategoriler	1. Ders Planı	2. Ders Planı	3.Ders Planı	Öğretim Süreci
Kavram ve İşlemlerin Öğrenilmesine Yönelik Örnekler	Sonucu doğal sayı çıkan örnekler, kazanım dışı örnekler	Sonucu doğal sayı çıkan örnekler	Sonucu doğal sayı çıkan/çıkmayan günlük yaşam örnekleri	Sonucu doğal sayı çıkan/çıkmayan günlük yaşam örnekleri
Alıştırmalar		Ders planındaki örneklerin sayıları değiştirilerek verilen ödevler	Ders planındaki örneklerin sayıları değiştirilerek verilen ödevler	

Tablo 5'te öğretmen adaylarının örneklerin seçimi alt bileşenine göre değişimi verilmektedir. Tablo 4 incelendiğinde öğretmen adaylarının kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik seçtikleri örnekler ilk iki ders planında daha çok sonucu doğal sayı çıkan ve kazanım dışı örneklere yer verdikleri görülmektedir. Ancak öğretmen adayları Mesleki Geşim Süreci tamamlandıktan sonra üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde sonucu doğal sayı çıkan/çıkmayan ve günlük yaşam örneklerini kullanarak örnek seçimlerinde değişim gösterdikleri tespit edilmiştir. Bu değişimin Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında kesirlerle bölmeyi gerektiren farklı örneklere yer verilmesinden kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adayları alıştırmaları ise sadece ikinci ve üçüncü ders planlarında kullanmışlardır. Öğretmen adaylarının kavram ve işlemlerin öğrenilmesinde kullandıkları örneklere verdikleri özeni alıştırmaya örneklerinde göstermedikleri görülmektedir.

3.2. Öğretmenin Gösterimleri Bileşenine Yönelik Bulgular

Öğretmenin gösterimleri alt bileşeni Tablo 3'te de belirtildiği gibi kavramları ve işlemleri açıklama ile soru sorma kategorilerinde değerlendirilmiştir. Kavram ve işlemleri açıklamaya yönelik bulgular ön bilgileri hatırlatma ve kazanımlar çerçevesinde, soru sormaya yönelik

bulgular ise öğretmen adaylarının ders planlarında ve öğretim süreçlerinde yer verdikleri sorular çerçevesinde sunulmuştur.

Ön bilgileri hatırlatırken öğretmen adayları genel olarak ilk ders planında kesir kavramı ve kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini, birinci ders planından sonra kesir ve bölmenin farklı anlamlarını, sadece bir öğretmen adayı (ÖA3) kesir ve kesirlerle karşılaştırmayı içeren kavram ve işlemleri açıklamıştır. Öğretmen adaylarının açıklamalarında genel olarak birinci ders planından sonra farklı kavram ve işlemlere yer vermelerinin sebebinin Mesleki Gelişim Süreci'nin bölme ve kesir oturumlarında yapılan açıklamalardan olduğu düşünülmektedir.

Birinci kazanımda öğretmen adaylarının genel olarak ilk iki ders planında bütün, yarım, çeyrek gibi kavramları, üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde bu kavramlara ek olarak bölme işlemi ve anlamlarını, bir öğretmen adayının ise bu kavramların yanında ortak payda algoritmasının açıklamasına yer verdiği tespit edilmiştir. Öğretmen adayları genel olarak ikinci ders planından sonra kavram ve işlemleri A4 kâğıdı üzerinden açıklamışlar ve bölme ve kesir oturumlarından sonra bütün, yarım, çeyrek gibi kavramları bölmenin farklı anlamları ile ilişkilendirmişlerdir.

Örneğin, ÖA2 ilk ders planında bütün ve yarım kavramlarına yer vermiş ve bu kavramları yapılan görüşmede aşağıdaki şekilde açıklamayı planlamıştır.

ÖA2: *Burada verdiğim örnekte 3 bölü $\frac{1}{2}$. 3 tamin arasında kaç tane $\frac{1}{2}$ olduğunu buldurdum burada...yani ilk etapta $\frac{1}{5}$ seçmektense $\frac{1}{2}$ ile başlayım dedim. Ama 3'te herhangi bir şey yok...bölme işlemi aslında 3 ün içinde kaç tane $\frac{1}{2}$ olduğunu buluyorum bu işlemde onu göstererek yaptım 3 ü temsil eden kesri yaptım.*

ÖA2 $\frac{1}{5}$ kesri yerine öğrencilerin aşına oldukları yarım kavramını kullanarak kesirlerle bölme işlemini doğal sayılardaki bölme işlemi ile ilişkilendirmeyi amaçlamıştır. Vermiş olduğu örneği ortak payda algoritmasını kullanarak çözmeyi planlamıştır. İkinci ders planında da aynı kavramlara yer vermiş, üçüncü ders planında çeyrek kavramını ve bölme işleminin anlamlarını da eklemiştir. Üçüncü ders planında bir doğal sayıyı yarıma bölme örneğinden sonra bir doğal sayıyı çeyreğe bölmeye geçiş yapacağını yapılan görüşmede aşağıdaki ifadeleri ile belirtmiştir.

ÖA2: *Burada da 1'i $\frac{1}{2}$ 'ye böldürdüm, bir de $\frac{1}{4}$ 'e bir tane örnek var, bu aslında hani bu ikinci örnekleri ders süresinden dolayı da yetişirse $\frac{1}{4}$ 'e böldürürüm mesela... Kazanımın bir doğal sayıyı bir birim kesre, yani burada sadece 1: $\frac{1}{2}$ olduğu için 3 tane A4 kâğıdı götürdüğün için soruyorum. 1 tanesini kullandık şu an. Şey de düşündüm hocam burada hani 1: $\frac{1}{4}$ yerine hani 2: $\frac{1}{2}$ mi yapsa diye düşündüm. Orada da ne bileyim hani 1 tanesine 2 tane 2 taneyse 4 tanedir der çocuk onu düşünebilir diye de düşündüm. Bilmiyorum ben kesin veririm bunda şimdi bir örnek ile geçmek beni de şey yapmayabilir orada. Pekıştirmeleri için hani.*

Tüm öğretmen adayları seçtiği kavramları açıklamak için bütün, yarım ve çeyreği kullanarak bir doğal sayıyı bir birim kesre bölme işlemini A4 kâğıdı üzerinden açıklamayı planlamışlar ve öğretim sürecinde bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını kullanarak kesirlerle bölme işlemini açıklarken A4 kâğıtları dağıtmışlardır. ÖA2'nin dersinde gerçekleşen sınıf içi diyalog aşağıdaki gibidir:

ÖA2: *...şimdi herkes 1 tane kâğıdını bir alsın... bu kâğıttan yarım kâğıtlar elde etmek istiyorum çocuklar...*

Ö (Öğrenci): *2 ye mi böleceğiz?*

ÖA2: *Yarım kâğıtlar elde etmek istiyorum. Keserek kopararak.*

Ö: 2 yarım mı elde edeceğiz.

ÖA2: Kaç tane yarım elde edeceğine bulacaksın. Yarımlar elde etmeni istiyorum sadece. (sınıfın etkinliği yapmasını bekliyor) Herkes yaptı mı?

Ö: Evet. 2 yarım kâğıt.

ÖA2: Evet. Şimdi, çocuklar herkesin kaç tane yarım kâğıdı oldu?

Ö: 2

ÖA2: Evet. biz şimdi burada 1 tane kâğıdın içinde kaç tane yarım kâğıt olduğunu bulduk.

ÖA2 işlemsel bir çözüme yer vermek yerine A4 kâğıdını bir bütün olarak kullanmış bütün içindeki yarımaları ve çeyrekleri bulmayı öğrencileri de bu sürece dahil ederek gerçekleştirmiştir. ÖA2 ilk ders planında, bir birim kesri bir doğal sayıya bölme kazanımı için " $\frac{1}{2}:5$ " işlemsel örneği ele almıştır. Bu işlemi açıklamak için ortak payda algoritmasını kullanmayı planlamasına rağmen görüşmede aşağıdaki açıklamadan anlaşılacağı gibi algoritmayı nasıl açıklayacağını bilmemektedir.

ÖA2: Hiçbir şey yok ortak payda burası direk ezber gibi geldi bana. Gibi geldi değil öyle zaten ama bunu nasıl açıklayabilirim ki burayı? Öğrenciyi nasıl katabilirim ki şu işlem kısmına.

Üçüncü ders planında ise yine A4 kâğıdını kullanarak bu işlemi açıklamayı planlamıştır. Öğretim sürecinde ise daha önceki etkinlikte elde edilen yarım A4'lerle aşağıdaki diyalog içinde geçen etkinliği yapmıştır.

ÖA2: ...şimdi yarım kâğıdı 2 ye bölmenizi istiyorum.

Ö: Çeyrek olur.

Bu etkinlikle yarım A4 kâğıdı 2'ye bölündüğünde elde edilen çeyrek A4 kâğıdının kesir karşılığının $\frac{1}{4}$ olduğu öğrencilere işlem yapmadan uygulamalı olarak gösterilmiştir. ÖA1 ve ÖA4 de öğretim sürecinde aynı işlemi aynı etkinlik yardımıyla açıklamışlardır.

İkinci kazanımda üç öğretmen adayı genel olarak ilk iki ders planında algoritmaları kullanmış, üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde ise modeller yardımıyla kavram ve işlemleri açıklamışlardır. Bir öğretmen adayı (ÖA4) tüm süreçte kavram ve işlemleri modeller ile açıklamıştır. Öğretmen adayları kesirlerle bölme model kullanımına yönelik (6. ve 7. oturumlar) yapılan Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında, sayı doğrusu ve alan modellerinin nasıl kullanıldığına ilişkin tartışmalar sonrası üçüncü ders planında modelleri kullanmayı planlamışlar ve öğretim süreçlerinde açıklamalarını bu doğrultuda yapmışlardır.

Üçüncü kazanımda öğretmen adayları ilk iki ders planında kavram ve işlemleri açıklarken algoritmaları kullanmayı planlamış, üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde bu kavram ve işlemleri ilk olarak modeller yardımıyla açıklamışlar ardından algoritmaları kullanmışlardır. Öğretmen adaylarıyla ters çevir çarp algoritmasının gerekçelendirilmesine yönelik Mesleki Gelişim Süreci oturumundan (8. oturum) sonra bu gerekçeleri üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde kullanmışlar, kuralı ezberletme eğiliminden vazgeçmişlerdir. Ayrıca kesirlerle bölme işlemini ve içerdiği kavramları öğrenmede etkili olabilecek modelleri kullanmışlardır.

Dördüncü kazanımda öğretmen adayları ilk ders planında kesirlerle yuvarlama veya tahminle kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini, birinci ders planından sonra kesirlerle yuvarlama ve tahminle kesirlerle bölme işlemini açıklamışlardır. Bu kazanıma yönelik yapılan Mesleki Gelişim Süreci oturumundan (5. oturum) sonra öğretmen adayları genel olarak ikinci ve üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde kesirlerle bölme işleminin sonucunu tahmin etmeye ilişkin örnekleri açıklamışlar ancak bu kazanımı yeterince önemsememişler, öğrencileri sürece dahil etmeden kendileri hızlı bir şekilde kazanımı verme eğiliminde olmuşlardır.

Beşinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk iki ders planında bölmenin eş paylaşırma ve grupta anamlarını içeren sözel problemleri, üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde bunlara ek olarak kesirlerle bölmede karşılaştırmayı içeren problemleri açıklamışlardır. Öğretmen adayları bu kazanıma yönelik yapılan Mesleki Gelişim Süreci oturumlarından (9. ve 10. oturumlar) sonra üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde bölmenin eş paylaşırma ve grupta anlamına ek olarak karşılaştırmayı içeren sözel problemlere yer vererek örneklerini genişletmiş olsalar da sözel problemleri açıklarken çözümleri genel olarak kendileri yapmışlardır.

Öğretmen adayları tüm ders planlarında genel olarak öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular sorarak soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamışlardır. Ancak öğretim sürecinde öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorulara daha az yer verip, kendini onaylatan, sadece işlem gerektiren ve evet/hayır şekilde kısa cevapları içeren sorular sormuşlar ve sordukları soruları kendileri cevaplamışlardır. Bu nedenle öğretmen adaylarının öğretim sürecinde soru sormayı etkili bir şekilde kullanmadıkları söylenebilir.

Örneğin, ÖA1 ders planlarında genel olarak öğrencileri düşünmeye yönlendiren sorular sormayı planlamış ve ikinci ders planında “8: $\frac{2}{3}$ ” örneğine ilişkin aşağıdaki soruları öğrencilere soracağını belirtmiştir.

ÖA1: ...Şimdi 8'i $\frac{2}{3}$ kesrine bölmek demek ne demek? Ne anlıyorsunuz sorudan? şeklinde sorabilirim mesela...

ÖA1 ilk olarak “bölmek ne demek?” gibi sorularla öğrencilerin kavrama yönelik bilgilerini öğrenmek amacıyla sorular sormuştur. Genel olarak tüm ders planlarında yer verdiği örneklerin ve bu örneklerdeki gerekli işlemlerin ne anlama geldiğini öğrencilerden öğrenmeyi hedefleyen sorular sormayı planlamıştır. Ancak öğretim sürecinde öğrenciyi sadece işlem yapmayı gerektiren ($3: \frac{3}{2}$) ya da kendini onaylattığı soruları kullanmıştır. Aşağıda öğretim sürecinde soru sormayı nasıl kullandığına ilişkin bir kesit verilmiştir.

ÖA1: ... 3 tane kağıdımız vardı. Biz burada 3 tane kağıdımızın içerisinde $\frac{1}{2}$ 'lik kağıtlardan kaç tane var diye bulduk dimi? Peki burada ne işlemi yapacağız o zaman?

Ö: 3 bölü $\frac{3}{2}$ 'yi bulacağız.

ÖA1: 3 ün içerisinde, 3 kâğıt içerisinde $\frac{3}{2}$ 'lik kağıtlardan kaç tane olduğunu bulacağız? Yani 3'ün içerisinde $\frac{3}{2}$ 'liklerden ne kadar vardır? dimi. (tahtaya yazıyor) Bunu yazın sorunun yanına.

ÖA1 “ $3: \frac{3}{2}$ ” işlemini gerektiren örnek için daha önceki yapılan işlemin aynısını ima ederek öğrencinin düşünmesini engellemiş ve öğrenciyi sadece işlem yapmaya yönlendirmiştir. Daha sonra işlemin ne anlama geldiğini kendisi açıklamış ve öğrenciyi onaylatmıştır. ÖA1 genel olarak ders planlarında öğrencilerin örneklere ilişkin düşüncelerini öğrenmek için soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamış fakat öğretim sürecinde planladığı şekilde sorular sormamıştır.

Tablo 6. Öğretmen Adaylarının Öğretmenin Gösterimleri Alt Bileşenine Göre Değişimi

Kategoriler	1. Ders Planı	2. Ders Planı	3.Ders Planı	Öğretim Süreci
Kavram ve İşlemleri Açıklama	- Ortak payda algoritması	- Ortak payda algoritması	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması

			- Ters çevir çarp algoritması	- Ters çevir çarp algoritması
Soru Sorma	- Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular	- Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular	- Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular	- Kendini onaylatan sorular - Sadece işlem gerektiren sorular - Evet/hayır şeklinde cevapları içeren sorular - Öğrenciyi düşünmeye yönlendiren sorular

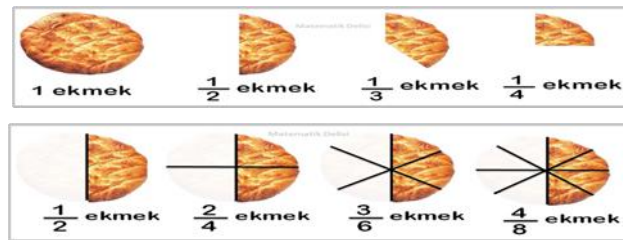
Tablo 6 incelendiğinde kavram ve işlemleri, ilk iki ders planında genel olarak Tablo 6'da öğretmen adaylarının öğretmenin gösterimleri alt bileşenine göre değişimi verilmektedir. algoritmaları kullanarak açıklamayı planladıkları ancak üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde algoritmalara ek olarak model temsillerine de yer vererek açıklamalarını genişlettikleri söylenebilir. Ayrıca bu alt bileşende yer alan soru sormayı öğretim sürecinde etkili bir şekilde kullanamadıkları görülmektedir. Bu durumun kaynağının öğretmen adaylarının öğretim deneyimi açısından yetersiz olmaları kaynaklı olduğu düşünülebilir.

3.3. Temsillerin Seçimi Bileşenine Yönelik Bulgular

Temsillerin seçimi alt bileşeni Tablo 3'te de belirtildiği gibi gerçek yaşam durumu içeren temsiller, model temsili (alan ve sayı doğrusu modelleri), sayısal temsil (ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları) kategorilerinde değerlendirilmiştir.

Ön bilgileri hatırlatırken kullanılan temsillerde tüm süreç boyunca öğretmen adaylarının üçü doğal sayılarda bölme işlemini, sadece biri gerçek yaşam temsillerini kullanmıştır. Gerçek yaşam temsili kullanan öğretmen adayı, gerçek yaşam durumu ile alan modelini ilişkilendirerek öğrenci anlamalarını da desteklemiştir.

Örneğin, ÖA3 her ders planı kapsamında ve öğretim sürecinde öğrencilere ön bilgilerini hatırlatmak amacıyla gerçek yaşam durumlarından yararlanmıştır. Bu aşamada kesirlerin karşılaştırılmasını ele almış ve örnek olarak alan modelinde sıklıkla kullanılan daireyi dikkate alarak bir bütün pidenin farklı parçalarının karşılaştırılması fikrinden yararlanmıştır. Şekil 3'te ÖA3'ün kullandığı gerçek yaşam temsili verilmektedir.



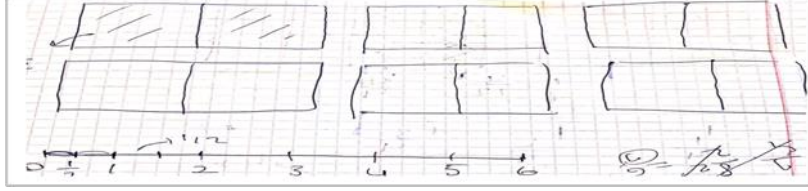
Şekil 3. ÖA3'ün Ön Bilgileri Hatırlatırken Kullandığı Gerçek Yaşam Temsili

ÖA3, 1 bütündeki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirleri ve $\frac{1}{2}$ 'e denk olan $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ ve $\frac{4}{8}$ kesirlerini alan modeli ile temsil ederek öğrencilerin bütün parça ilişkisini ve denk olan kesirleri anlamalarını desteklemiştir.

Birinci kazanımda öğretmen adaylarının üçü genel olarak tüm süreç boyunca model temsillerini, sadece biri alan modeli temsili ortak payda algoritması ile ilişkili bir şekilde kullanmıştır. Öğretmen adayları üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde A4 kâğıdı

yardımla alan modeli temsilini kullanarak öğrencilerin aktif katılımını sağlayan bir öğretim gerçekleştirmişlerdir.

Örneğin, ÖA4 birinci ders planında sayı doğrusu ve alan temsillerine yer vermiştir. Şekil 4'te ÖA4'ün birinci ders planında " $6: \frac{1}{2}$ " işlemi için kullandığı temsiller verilmiştir.



Şekil 4. ÖA4'ün Yararlandığı Temsillere Yönelik Gösterimleri

ÖA4 " $6: \frac{1}{2}$ " işleminin sonucunu alan modeli ve sayı doğrusu temsilleri olmak üzere iki temsilden yararlanarak göstermeyi planlamıştır. İlk olarak 6 bütünü 6 tane dikdörtgen ile temsil edip ardından dikdörtgenleri iki eş parçaya ayırarak içindeki $\frac{1}{2}$ 'leri işaretlemiş ve böylelikle 12 tane yarımı göstermiştir. Aynı işlemi sayı doğrusu temsiline gösterirken ilk olarak sayı doğrusunu 0'dan 6'ya kadar sınırlandırmıştır. Ardından 6'nın içindeki $\frac{1}{2}$ 'leri gösterebilmek için her bir 1 birimi bütün olarak ele alıp bu bütünlüğü iki eş parçaya ayırmış ve sayı doğrusu üzerinde $\frac{1}{2}$ 'e karşılık gelen yerleri belirlemiştir. Bu şekilde 6'nın içinde toplam 12 tane $\frac{1}{2}$ olduğunu göstermiştir. ÖA4'ün gösterimlerinden alan modeli temsilini kullanırken bütün içindeki parçaları sayma yaklaşımı ile sayı doğrusu temsiline kullanırken yararlandığı yaklaşımın birbirini ile ilişkili olduğu görülmüştür. ÖA4 her iki temsilde de bütün içindeki parçaları belirleyerek temsilleri birbirileri ile ilişkilendirmeyi planlamaktadır. Birinci ders planında bu iki modeli tahtada öğrencilere göstermeyi, üçüncü ders planında diğer öğretmen adayları gibi Şekil 5'te gösterilen A4 kâğıdı yardımıyla öğrencilerin alan modeli temsili üzerinde kendilerinin çabalarının sağlayan bir öğretim planlamış ve öğretim sürecinde bunu gerçekleştirmiştir.



Şekil 5. ÖA4'ün Birinci Kazanıma İlişkin Alan Temsili

ÖA4, A4 kâğıdı yardımıyla ilk olarak 1 bütün içindeki $\frac{1}{2}$ 'leri daha sonra $\frac{1}{4}$ 'leri temsil etmek için kâğıdı katlayarak alan modelini kullanmıştır. Mesleki Gelişim Süreci'nin 6. ve 7. oturumlarında doğal sayıların birim kesre bölünmesi incelenirken önce küçük doğal sayılar seçilmiş ve bölme işlemi modeller yardımıyla temsil edilmiştir.

İkinci kazanımda öğretmen adayları genel olarak ilk iki ders planında kesirlerle bölmeyi ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları ile üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde alan ve sayı doğrusu modellerini birbirleri ile ilişkilendirerek temsil etmişlerdir. Öğretmen adaylarından biri model temsillerini ortak payda algoritması ile ilişkiler kurarak kullanmıştır. Öğretmen adaylarının üçüncü ders planlarında ve öğretim süreçlerinde kullandıkları modellerde, kesirlerle bölmede modellerin kullanımını içeren Mesleki Gelişim Süreci oturumlarından (6.-7. oturumlar) sonra örnek çözümlerinde model temsillerini birbirleri ile ilişkilendirdikleri belirlenmiştir.

Üçüncü kazanımda öğretmen adayları ilk iki ders planında kesirlere bölmeyi temsil ederken genel olarak, ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarını kullanmış, üçüncü ders planı

ve öğretim sürecinde ise alan ve sayı doğrusu modellerini ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiş ardından ters çevir çarp algoritmasına yer vermişlerdir. Öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci'nin kesirlerle bölmede algoritma ve model temsillerini içeren oturumları (6.-7.-8. oturumlar) sonrası temsilleri modellerle ilişkilendirmişlerdir.

Dördüncü kazanımda ise öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller ters çevir çarp ve ortak payda algoritmaları ile sınırlı kalmıştır. Öğretmen adayları, kesirlerle bölmenin ne anlama geldiğini öğrencilerin bildiklerini varsaymışlar ve süreyi daha verimli kullanmak için sadece sayısal temsillere yer vermişlerdir.

Beşinci kazanımda öğretmen adaylarının üçü tüm süreç boyunca ters çevir çarp ya da ortak payda algoritmalarını kullanmışlardır. Sadece bir öğretmen adayı hem modelleri ortak payda algoritması ile ilişkilendirmiş hem de ters çevir çarp algoritmasına yer vermiştir.

Tablo 7. Öğretmen Adaylarının Temsillerin Seçimi Alt Bileşenine Göre Değişimi

Kategoriler	1. Ders Planı	2. Ders Planı	3.Ders Planı	Öğretim Süreci
Günlük Yaşam Durumu İçeren Temsiller	Günlük yaşam temsili (ÖA1; 1. Kazanım, ekmek, ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)	Günlük yaşam temsili (ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)	Günlük yaşam temsili (ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)	Günlük yaşam temsili (ÖA3: Ön bilgileri hatırlatma, pide)
Model ve Sayısal Temsiller	- Sayısal temsil - Alan modeli temsili	- Sayısal temsil - Alan modeli temsili	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması	- Alan ve sayı doğrusu modelleri, ortak payda algoritması - Ters çevir çarp algoritması

Tablo 7'de öğretmen adaylarının temsillerin seçimi alt bileşenine göre değişimi verilmektedir. Tablo 7 incelendiğinde öğretmen adaylarının günlük yaşam durumu içeren temsilleri model ve sayısal temsillere göre daha az kullandıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının model ve sayısal temsillere ilk iki ders planında birbiri ile ilişki kurmadan yer verdikleri ancak üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde alan ve sayı doğrusu modellerinin ve bu modellerin ortak payda algoritması ile ilişkilerinin açıklandığı görülmektedir. Bu durumun Mesleki Gelişim Süreci oturumlarından sonra değiştiği gözlemlenmiştir.

3.4. Öğretim Materyallerinin Kullanımı Bileşenine Yönelik Bulgular

Öğretmen adayları öğretim materyallerini sadece üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde kullanmışlardır. Birinci kazanım için bir bütün içindeki yarım ve çeyrekleri göstermek amacıyla bir A4 kâğıdını katlayarak/ keserek öğretim materyali olarak kullanmış diğer kazanımlar için herhangi bir öğretim materyali kullanmamışlardır. Tablo 8'de öğretmen adaylarının öğretim materyallerinin kullanımı alt bileşenine göre değişimi verilmektedir.

Tablo 8. Öğretmen Adaylarının Öğretim Materyallerinin Kullanımı Alt Bileşenine Göre Değişimi

Kategoriler	1. Ders Planı	2. Ders Planı	3.Ders Planı	Öğretim Süreci
Uygun Materyali Kullanma	-	-	Öğretim materyali kullanma	Öğretim materyali kullanma

Tablo 8 incelendiğinde öğretmen adaylarının hem ders planlarında hem de öğretim sürecinde öğretim materyali kullanımı açısından yetersiz kaldıkları görülmektedir. Bu tutumun sebepleri, öğretmen adaylarının kendi öğretim süreçlerinde öğretim materyalleri ile çok sık karşılaşmaması, Mesleki Gelişim Süreci'ndeki oturumlarda materyal kullanımının önemine ilişkin açıklamaların yapılmaması, öğretmen adaylarının öğretimde kullanılabilecek potansiyel öğretim materyallerini araştırmamaları olabilir.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada kesirlerle bölmeye yönelik bir Mesleki Gelişim Süreci'ne katılan ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgileri Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeninin alt bileşenleri çerçevesinde incelenmiştir. Bu bölümde öğretmen adaylarının Dönüşüm Bilgisi'nin alt bileşenleri olan örneklerin seçimi, öğretmenin gösterimleri, temsillerin seçimi ve öğretim materyallerinin kullanımına ilişkin tartışma ve sonuçlara yer verilmiştir.

4.1. Örnek Seçimlerine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Örnekler öğretimde genellikle iki şekilde kullanılmaktadır: matematiksel kavramların ve işlemlerin öğrenilmesi için verilen örnekler ve öğrencilere alıştırmaya yapmaları için verilen örnekler (pekiştirme örnekleri) (Kula-Ünver vd., 2015; Rowland vd., 2009). Bu çalışmada da öğretmen adaylarının seçtikleri örnekler ders planları ve öğretim süreçleri değerlendirildiğinde “kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik örnekler” ve “kavram ve işlemleri pekiştirmeye yönelik örnekler (alıştırmalar)” olmak üzere iki kategoride tespit edilmiştir.

Rowland (2013) konuya başlamadan önce öğrencilere ön bilgilerinin hatırlatılmasının konunun anlaşılmasında önemli bir yere sahip olduğunu vurgulamaktadır. Bu çalışmada da öğretmen adayları kavram ve işlemlerin öğrenilmesine yönelik hazırladıkları ilk ders planlarında öğrencilere ön bilgileri hatırlatmak amacıyla örnekleri kullanarak derse başlamayı planlamışlardır. Öğretmen adayları ön bilgileri hatırlatmak için bölmenin sadece eş paylaşım anlamını içeren örneklerden yararlanmışlardır. Aynı şekilde ilk ders planından sonra bölme ve kesirleri içeren Mesleki Gelişim Süreci'nin bölme oturumunda öğretmen adaylarıyla bölme işlemi üzerine yapılan tartışmalarda da adayların sadece eş paylaşım anlamını içeren örneklerle yer verdikleri gözlemlenmiştir. Alanyazında öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin genellikle bölme işleminin eş paylaşım anlamını içeren örneklerle odaklandıkları belirtilmektedir (Leung ve Carbone, 2013; Simon, 1993). Bu çalışmada öğretmen adaylarının başlangıçta sadece eş paylaşım anlamını tercih etmelerinin nedeni bölmeye ilişkin yeterli alan bilgisine sahip olmamaları veya eş paylaşım anlamını daha iyi bilmeleri ile ilgili olabilir. Mesleki Gelişim Süreci'nin bölme oturumunda, bölmenin anlamları üzerine tartışmalar yapılmış ve bu tartışmalarda gruplama anlamının da önemi vurgulanarak farkındalık oluşturulmuştur. Böylece öğretmen adaylarının ikinci ders planları ve sonraki süreçlerde bölmenin eş paylaşım anlamı yanında gruplama anlamını içeren örnekleri de kullanarak örnek seçimlerinde değişim gösterdikleri belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının kesirlerle bölme kazanımları için seçtikleri örnekler incelendiğinde ilk iki ders planında “eş gruplu ölçme bölme” ve “eş gruplu parçalama bölme” şeklinde iki farklı türe odaklanarak sonucu doğal sayı çıkan örneklerle yer verdikleri belirlenmiştir. Alanyazında da kesirlerle bölmeye yönelik çalışmalarda (Doğan-Coşkun, 2019; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Ma, 1999; Tanışlı vd., 2018) öğretmenlerin/öğretmen adaylarının genellikle kesirlerle bölme konusunda bu iki türe odaklandığı belirtilmektedir. Ayrıca, bu çalışmanın katılımcı öğretmen adayları, bu örnekleri 6. sınıf ders kitaplarından ve ortaöğretim matematik öğretim programından (MEB, 2018) seçtiklerini belirtmişlerdir. Bu açıdan, mevcut kaynaklarda ve öğretim programlarında genellikle bu iki örnek türüne yer verildiği görülmektedir. İkinci ders planından sonra Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında, öğretmen

adayları ile kesirlerle bölmeyi içeren farklı problem türleri üzerine yapılan tartışmalar sırasında “karşılaştırmalı ölçme bölme”, “karşılaştırmalı parçalama bölme” ve “dikdörtgensel alan bölme” türleri de incelenmiştir. Öğretmen adayları bu tartışmalardan etkilenerek üçüncü ders planlarında öğrenci anlamalarını sağlayacak şekilde yukarıdaki belirtilen örneklere de yer vererek örnek seçimlerini genişletmişlerdir.

Öğretmen adaylarının ilk iki ders planında kesirlerle bölmeyi içeren örnek seçimlerinde sadece sonucu doğal sayı çıkan ve büyük kesri küçük kesre bölen örneklere yer verdikleri görülmüştür. Bazı öğretmen adaylarının öğretim programına ve bu doğrultuda öğretime yönelik ayrıntılı bir irdeleme yapmamış olmaları ve kesirlerle bölmenin öğretimine yönelik deneyimsiz olmaları nedenleriyle kazanımların sırasına dikkat etmeden ve bazı kazanımları da dışarıda bırakarak örnekler seçtikleri görülmüştür. Alanyazında kesirlerle bölmede ilk önce doğal sayıyı bir kesre bölmeyi içeren ve daha sonra bir kesri başka bir kesre bölmeyi içeren örnek sıralamasının öğrenci anlamalarında önemli olduğunu vurgulayan ve günlük yaşam ilişkilerinin kurularak yer verildiği çalışmalar yer almaktadır (Getenet ve Callingham, 2021; Wahyu vd., 2020). Bu çalışmada da öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci'nin kesirlerle bölme oturumlarından sonra üçüncü ders planlarında tüm kazanımların sırasına da dikkat ederek örnekler seçmişler ve her kazanımla ilgili sonucu doğal sayı çıkan ve sonucu doğal sayı çıkmayan örnekleri gerçek yaşam ile ilişkilendirerek vermişlerdir. Günlük yaşam durumlarını içeren örnek seçimlerine yer vermiş olmaları öğrencilerin anlamalarını destekleme açısından zengin içerikli ders planı hazırladıklarının göstergelerinden biri olmuştur. Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında farklı örnek türleri üzerine yapılan tartışmaların öğretmen adaylarının alan bilgilerinin gelişimini destekleyerek örnek seçimlerini güçlendirdiği söylenebilir. Bu süreçte farklı gerçek yaşam durumlarını içeren, farklı kesirlerin kullanımını gerektiren örnek türleri üzerinde tartışmalar yapılmasının öğretmen adaylarındaki bu değişime sebep olduğu düşünülmektedir.

Rowland ve diğerleri (2009) yeni öğrenilen kavram ve işlemlerin pekiştirilmesi için uygun örnekler verilmesinin gerekliliğine vurgu yapmaktadır. Bu çalışmada sadece iki öğretmen adayının birinci ders planından sonra kavram ve işlemlerin pekiştirilmesini içeren örneklere yer verdiği görülmüştür. İkinci ders planında iki öğretmen adayı, kesirlerle bölmedeki kazanımların tümünü dikkate almadan sadece sonucu doğal sayı çıkan ve daha çok işlemsel yapıda pekiştirme örneklerini rastgele seçtiklerini ve bunları öğrencilere ödev olarak vereceklerini belirtmişlerdir. Ayrıca, pekiştirme örneklerinin ders planlarındaki örneklerle çok benzer olduğu tespit edilmiştir. Yusof ve Zakaria (2010) da öğretmenlerin kavram ve işlemleri pekiştiren örneklerin derste verilen örneklere benzer olduğunu ve bunları genellikle ödev olarak verdiklerini belirtmişlerdir. Üçüncü ders planında ise bu öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci oturumlarındaki tartışmalardan etkilenerek hem tüm kazanımların sırasını gözetmiş hem de sonucu doğal sayı çıkmayan alıştırmalara da yer vermişlerdir. Ancak bu örneklerde de ders planlarında kullandıkları örneklerin sayılarını değiştirerek öğrencilerin işlemsel becerilerinin artırılması hedeflenmiş, ancak akıl yürütmelerini gerektiren (problem oluşturma gibi) örnekler kullanılmamıştır.

Kavramların öğrenciler tarafından anlamlandırılması için öğretimin planlamasının ve uygulanmasının temelinde uygun örnek seçimleri yer almaktadır. Bu çalışmada öğretmen adayları genel olarak ilk iki ders planında örnek seçimlerinde ve ödev olarak verilen alıştırmalarda sonucu doğal sayı çıkan, rastgele iki kesrin bölünmesini içeren örnekler verirken, Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında yapılan tartışmalar sonrasında üçüncü ders planında daha sistematik bir yaklaşım sergileyerek tüm kazanımları sırasına dikkate alarak daha zengin içerikli örnekler kullanmayı planlamışlardır. Sonuç olarak Mesleki Gelişim Süreci'nde farklı örnekleri yorumlamaya teşvik etmenin ve bunlar üzerine tartışmanın öğretmen adaylarının alan öğretimi bilgilerini farklı yönlerden geliştirdiği söylenebilir.

4.2. Öğretmenin Gösterimlerine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Öğretmenin gösterimleri, öğretmenin öğrencilerin kavramların ve işlemlerin anlamlarını geliştirmeleri ve değerlendirmeleri için etkili öğretim tekniklerini kullanmasını, işlemlerin nasıl yapılacağını açık bir şekilde göstermesini, öğrencilerin bilgilerini değerlendirmek ve geliştirmek amacıyla soru sormayı etkili bir şekilde kullanmasını içermektedir (Rowland vd., 2009). Öğretmen adaylarının ders planları ve öğretim süreçleri değerlendirildiğinde öğretmenin gösterimleri ile ilişkili olarak “kavram ve işlemleri açıklama” ve “soru sorma” olmak üzere iki kategori tespit edilmiştir.

Bu çalışmada öğretmen adayları kavram ve işlemleri açıklarken, genel olarak ilk iki ders planında algoritmaları ezberletmeyi planlamışlardır. Mesleki Gelişim Süreci oturumları tamamlandıktan sonra üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde kavram ve işlemleri modeller kullanarak ve algoritmaların gerekçelerini içeren açıklamalara yer vererek kesirlerle bölme anlamlandırma süreçlerini ön plana çıkarmışlardır.

Öğretmen adayları ilk olarak öğrencilere kesirlerle bölme konusu için gerekli olan bölmenin anlamlarına, kesirler ve kesirlerde karşılaştırma kavramlarına yönelik açıklamalara ön bilgilerini hatırlatırken yer vermişlerdir. Öğretmen adayları genel olarak ilk ders planında seçtikleri örnekler ile kesir kavramı, kesirlerle toplama çıkarma yapmayı gerektiren işlemleri, kesirlerle karşılaştırmayı ve bölmenin eş paylaşım anlamını açıklamayı planlamışlardır. Bu açıklamalarda, öğretmen adayları gerçek yaşamdan öğrencilerin aşına oldukları bütün, yarım, çeyrek gibi kesirleri kullanarak ve bölme işleminin eş paylaşım anlamını dikkate alarak doğal sayılardaki bölme işlemi ile kesirlerle bölme işlemi arasındaki bağlantıyı sağlamaya çalışmışlardır. Bu sonuçlar alanyazında öğretmen adaylarının bölmenin eş paylaşım anlamına odaklanarak yaptıkları açıklamalar ile benzerlik göstermektedir (Simon, 1993). Mesleki Gelişim Süreci'nin bölme oturumunda yapılan tartışmalar sonrasında öğretmen adayları ikinci ders planı ve sonrasında kavram ve işlemlerin açıklamasında bölmenin gruplama anlamını da dikkate almışlardır. Öğretmen adayları bölmenin eş paylaşım ve gruplama anlamlarını tahtaya çizdikleri şekiller ile açıklayarak öğrencilere ön bilgilerini hatırlatmış ve böylece kesirlerle bölme konusuna başlamadan etkili bir öğretim sergilemişlerdir. Ayrıca, bölmenin gruplama anlamının öneminin farkına vararak alan öğretimi bilgilerini de geliştirmişlerdir.

Kesirlerle bölme konusu ile ilgili kavram ve işlemleri öğretmen adayları algoritmaları ve modelleri kullanarak açıklamışlardır. Öğretmen adayları genel olarak ilk iki ders planında kavram ve işlemleri algoritmaları kullanarak açıklamışlar ancak bu algoritmaları gerekçelendirmek yerine öğrencilere ezberletmeyi düşünmüşlerdir. Ayrıca ders planlarını değerlendirmek için yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının genel olarak algoritmaların gerekçelerini açıklayamadıkları, işlemin anlamından çok kuralların uygulanması ile ilgilendikleri görülmüştür. Öğretmen ve öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarında ezber ve kurala dayalı bir yaklaşım sergilediklerine yönelik bulguları ortaya koyan araştırmacılar (Borko vd., 1992; Işıksal, 2006; Kılcan, 2006; Leung ve Carbone, 2013; Li ve Smith, 2007; Rowland, 2013; Tanışlı vd., 2018; Toluk-Uçar, 2011) bu yaklaşımın uygun olmadığını belirtmektedir. Ayrıca alanyazındaki çalışmalarda (Alenazi, 2016; Ball, 1990; Doğan-Coşkun vd., 2021; Kılcan, 2006; Ma, 1999; Tanışlı vd., 2018; Tirosh, 2000; Toluk-Uçar, 2011, Zembat, 2004) alan ve alan öğretimi bilgisi yetersiz olan öğretmenlerin/öğretmen adaylarının işlemsel düzeyde bilgilere sahip oldukları yapılan işlemi açıklamak yerine kuralı uygulama yönünde açıklamalar yaptıkları belirtilmektedir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının kesirlerle bölme konusundaki alan ve alan öğretimi bilgilerindeki eksikliklerin ilk iki ders planına yansıdığı görülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının belli kazanımları (bir doğal sayıyı bir birim kesre bölme, bir kesri bir doğal sayıya bölerken bölme) farklı temsiller (alan modeli, ortak payda algoritması) ile eş paylaşım anlamını kullanarak açıklayabildikleri fakat üçüncü kazanımı (kesri kesre bölme) temsilleri kullanarak açıklayamadıkları ve tüm kazanımlarda bölmenin gruplama anlamını modellerle tam olarak açıklayamadıkları belirlenmiştir. Alanyazında da (Ma, 1999; Orrill vd., 2008; Rayner, 2007; Seçir, 2017; Zembat, 2004) öğretmenlerin ve öğretmen

adaylarının kesri kesre bölme işlemini açıklarken uygun modellerin seçiminde zorluklar yaşadıkları ve seçilen modellerin açıklanmasını öğrencilerin anlamalarını sağlayacak şekilde yapamadıkları ve bu durumun öğretmen/öğretmen adaylarının alan bilgilerindeki yetersizliklerden kaynaklandığı belirtilmiştir. Bu çalışmada öğretmen adayları ders planlarını değerlendirme görüşmelerinde, kendi öğrencilik dönemlerini hatırlayarak, kesirlerle bölme konusunda öğretmenlerinin yaptığı uygulamaları örnek aldıklarını ve bu nedenle işlemsel açıklamalara yöneldiklerini ve ters çevir çarp ve ortak payda algoritmalarının ezbere bir şekilde öğretilmesini tercih ettiklerini belirtmişlerdir.

Öğrencilerin kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirebilmesi için öğretmenlerin gösterimlerinde farklı temsilleri kullanarak kavramı etkili bir şekilde açıklayabilmesi gereklidir (Zembat, 2004). Bu çalışmada öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci oturumlarından sonra üçüncü ders planları ve öğretim süreçlerinde algoritmaları ezberletmek yerine gerekçeleri ile açıklamışlardır. Ayrıca alan ve sayı doğrusu modelleri ile ortak payda algoritmasını ilişkilendirerek, açıklamalarını daha etkili bir şekilde yapmışlardır. Mesleki Gelişim Süreci oturumlarından sonra tüm öğretmen adaylarının temsilleri kullanarak açıklamalarını iyileştirdikleri gözlemlenmiştir. Benzer şekilde alanyazındaki çalışmalarda da (Lamberg ve Wiest, 2015; Rayner, 2007; Seçir, 2017, Tirosh, 2000; Zembat, 2004) bir konu hakkındaki kavram ve işlemleri açıklamaya yönelik verilen eğitimler sonunda öğretmen adaylarının gösterimlerinin değiştiği tespit edilmiştir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarıyla kavram ve işlemlerin açıklandığı Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında yaratılan tartışma ortamları öğretmen gösterimlerinin güçlenmesine yardımcı olmuştur.

Bu çalışmada öğretmen adayları genel olarak ders planlarında soru sormayı etkin bir şekilde kullanmayı planlamışlar ancak öğretim sürecinde bu planlarını gerçekleştirememişlerdir. Ders planlarını değerlendirme görüşmelerinde öğretmen adayları planladıkları sorularla önce öğrencilerin örnekler hakkındaki düşüncelerini öğrenmek istediklerini, sonra buldukları çözümlere nasıl ulaştıklarını ortaya çıkarmaya çalıştıklarını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin aktif katılımlarını sağlamayı, yanıtlarını sorgulatmayı düşünerek soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamışlardır. Ders planı değerlendirme görüşmelerinde öğretmen adaylarına, seçtikleri örnekler ile ilgili olarak “Neden bu örneği seçtin?”, “Öğrenciler bu örnekte nasıl hata yapabilir?” vb. sorularla nasıl etkili sorular sorulacağı gösterilmeye çalışılmıştır. Ayrıca ilk yazar, Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında da öğretmen adaylarına verdiği görevlerde sürekli olarak sorular yönelterek onların fikirlerini öğrenmek istemiş ve bu şekilde etkili soru sormada örnek olmaya çalışmıştır.

İlk ders planından sonraki süreçlerde öğretmen adayları yukarıda açıklandığı gibi soru sormayı etkili bir şekilde kullanmayı planlamışlar, ancak ders planlarındaki planladıkları etkili soru sormayı öğretim sürecinde genel olarak yerine getirememişlerdir. Öğretmen adayları genel olarak derste, kendini onaylatan kısa cevaplı (... di mi?(değil mi?) gibi) ve işlem gerektiren ($\frac{3}{2}$ sonucu nedir? gibi) sorular kullanmışlardır. Alanyazında, öğretmen adaylarının çoğu zaman tek kelimelik yanıtları içeren sorular sormalarının (Kula, 2011), sorulan soruya verilen yanlış yanıtların neden yanlış olduğunun sorgulanmamasının (Rowland, 2008), sorulan sorulara öğrencilerin yanıtlamasına fırsat vermeden cevap verilmesinin (Tanışlı vd., 2018; Yusof ve Zakaria, 2010) sınıf ortamında sıklıkla görüldüğü ve bu tür davranış sergileyen öğretmen adaylarının/ öğretmenlerin soruları etkili sormadığı belirtilmektedir. Bu çalışmada da öğretmen adayları öğretim sürecinde, sordukları soruları kendileri yanıtlayarak, evet/hayır gibi kısa yanıt gerektiren sorular sorarak soru sormayı etkili bir şekilde kullanamamışlardır. Sonuç olarak, Tanışlı ve diğerlerinin de (2018) belirttiği gibi öğretmen adaylarının etkili soru sormamaları mesleki deneyimlerinin yetersizliğine bağlanabilir.

4.3. Temsillerin Seçimine Yönelik Tartışma ve Sonuç

Öğretmen adayları ilk iki ders planında, örnekleri açıklamak için gerçek yaşam, model ve sayısal temsillerinden faydalanmışlar fakat bu temsilleri birbirleriyle ilişkilendirememişlerdir.

Matematiksel kavramların daha iyi kavranması için ders içinde kullanılan farklı temsillerin birbirleriyle ilişki olarak açıklanması gerekmektedir (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Turner, 2009). Bu çalışmada öğretmen adayları, ilk iki ders planında sayısal ve model temsiller arasındaki ilişkileri göz ardı etmişlerdir. Öğretmen adayları Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında temsiller üzerine yapılan tartışmalardan sonra üçüncü ders planlarında temsilleri birbirleri ile ilişkilendirerek kullanmayı planlamışlar ve öğretim süreçlerinde bu planları uygulamışlardır. Ayrıca, ilk iki ders planında kullanılmayan sayısal temsillerden ortak payda algoritmasını ve model temsillerinden sayı doğrusunu üçüncü ders planlarına eklemişler ve Bukova-Güzel ve Kula-Ünver'in (2016) belirttiği gibi temsillerin birbirleriyle ilişkilerini açıklayarak uygun bir öğrenme ortamı yaratmışlardır.

Bu çalışmada gerçek yaşam temsilleri öğretmen adayları tarafından oldukça az kullanılmıştır. Alanyazında gerçek yaşam temsilleri problem çözerken kavramların anlaşılmasında, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutumlar geliştirmesinde ve matematik ile günlük yaşam arasında ilişki kurmalarında önemli bir yeri olduğunu belirtilmektedir (Akkuş-Çıkla, 2004; Blum ve Ferri, 2009). Bu nedenle, gerçek yaşam temsilleri öğrencilerin bir konuyu daha iyi ve kalıcı olarak öğrenmelerine yardımcı olduğu söylenebilir. Bu çalışmada iki öğretmen adayı ders planlarında ve öğretim sürecinde gerçek yaşam temsillerini sınırlı bir şekilde kullanmıştır. Öğretmen adaylarının ders planları ve öğretim süreçlerinde gerçek yaşam temsillerini sınırlı bir şekilde kullanmaları, Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında alan ve sayı doğrusu temsillerini içeren tartışmaların daha çok yapılması ve gerçek yaşam temsillerinin önemine yeterince vurgu yapılmamasına bağlı olabilir.

Bu çalışmada öğretmen adayları, ilk iki ders planında ters çevir çarp algoritmasını gerekçelerini açıklamadan, pratik bir yöntem olarak ezberletmeyi planlamışlar ve modeller ile ortak payda algoritması arasındaki ilişkilerden faydalanmamışlardır. Bir öğretmen adayı ters çevir çarp algoritmasını ezberletmek amacıyla matematiksel kavram ve işlemleri içermeyen diyalogu kafiyeli bir şekilde anlatan hazır bir metni kullanmayı planlamıştır. Öğretmen adaylarının bu yaklaşımları, alan bilgilerindeki yetersizliklerle ve öğrencilik hayatlarındaki kendi öğretmenlerinin öğretimlerini taklit etmeleri ile açıklanabilir. Turner (2009) öğretmenlerin farklı temsilleri birbirleri ile ilişki kurarak kullandığında kavramın anlamlı hale geldiğini ve temsilleri ilişkilendirmenin güçlü alan ve alan öğretimi bilgisinin bir göstergesi olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada öğretmen adayları ilk iki ders planında modelleri sadece ilk üç kazanımda (doğal sayının birim kesre bölünmesi, kesrin bir doğal sayıya bölünmesi ve kesrin kesre bölünmesi) ve belli örneklerde (örneğin sonucu doğal sayı çıkan gibi) kullanarak sınırlı bir yaklaşım sergilemişlerdir. Sonucu doğal sayı çıkmayan örneklerde (örneğin $\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$ gibi) model temsillerini nasıl kullanacaklarını bilmedikleri için öğretmen adayları bu örneklerde modelleri kullanmamışlardır. Borko ve diğerleri (1992) ve Kılcan (2006) katılımcıların model temsillerini kullanırken çözümü geçiştirmelerinin veya temsili doğru kullanamamalarının alan bilgilerindeki eksikliklere bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının alan bilgilerindeki eksikliklerden dolayı model temsillerini belirli örneklerde kullandıkları özellikle kesri kesre bölmeyi gerektiren durumlarda model temsillerini kullanmada yetersiz kaldıkları söylenebilir.

Ayrıca öğretmen adaylarının alanyazındaki diğer çalışmalarda (Kılcan, 2006; Li ve Smith, 2007; Tanışlı vd., 2018) da görüldüğü gibi sayısal temsilleri daha çok tercih ettiği tespit edilmiştir. Bu sonuçlardan, öğretmen adaylarının temsilleri kullanmada yeterli bir düzeyde alan ve alan öğretimi bilgilerine sahip olmadıkları söylenebilir.

İkinci ders planından sonra öğretmen adayları, model temsilleri üzerine yapılan Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında bir doğal sayının bir birim kesre bölme işlemi, bölmenin eş parçalama anlamını dikkate alarak alan modeli ile temsil edebileceklerini belirtmişlerdir. Ancak, kesrin kesre bölüldüğü, sonucu doğal sayı olmayan ve özellikle de küçük kesrin büyük kesre bölünmesini gerektiren işlemleri modellerle nasıl temsil edeceklerini açıklayamamışlardır.

Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında kesirlerle bölme işleminde alan modelinin ve ilave olarak sayı doğrusu modelinin tüm kazanımlar için kullanımını ayrıntılı bir şekilde ele alınmış ve oturumların ardından öğretmen adayları üçüncü ders planlarında alan modeline ek olarak sayı doğrusu modeli temsilini de etkin bir şekilde kullanmaya başlamışlar, model temsillerini, bölmenin sadece eş paylaşma anlamı ile ilişkilendirmenin yanında gruplama/ölçme anlamı için de kullanmışlardır. Ayrıca, iki öğretmen adayı modelleri ortak payda algoritması ile ilişkilendirebilmişlerdir. Mesleki Gelişim Süreci oturumunda algoritmaların gerekçeleri üzerine yapılan tartışmalar sonucunda öğretmen adayları üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde algoritmalara gerekçeleriyle yer vermişlerdir. Öğretmen adayları üçüncü ders planında hazırladıkları etkinlikleri öğretim sürecinde uygulayarak önce kesirlerle bölme işleminin anlamını model temsilleri ile açıklamışlar ve bu yaklaşım ile öğrencilerin kavramsal anlamalarını desteklemişlerdir. Daha sonra sayısal temsillerden ters çevir çarp algoritmasını gerekçeleri ile açıklamışlar ve böylece işlemsel becerilerinin gelişmesine katkı sağlamışlar. Kula'nın (2011) çalışmasında tespit ettiği gibi, bu çalışmada da öğretmen adayları öğretim sürecinde farklı gösterimleri birbirleri ile ilişkili bir şekilde kullanarak öğrencilerin kavramsal anlamalarına destek olmuşlardır.

4.4. Öğretim Materyallerinin Kullanıma İlişkin Tartışma ve Sonuç

Öğretmen adayları ilk iki ders planında ön bilgilerin hatırlatılmasında ve kazanımların öğrenilmesinde herhangi bir materyal kullanmamışlar, sadece öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmek istemişler, üçüncü ders planı ve öğretim sürecinde materyal olarak A4 kâğıdından yararlanmışlardır. Öğretim sürecinde öğrencilere öğretim materyali olarak A4 kâğıtları dağıtmışlar ve bu kâğıtları katlayarak ya da keserek, bölmenin ölçme anlamından faydalanarak bir bütün içindeki yarımların veya çeyreklerin sayısını öğrencilerin katılımlarını sağlayarak buldurmuşlardır. Kullanılan A4 kâğıdı öğrencilerin daha fazla duyu organını aktif hale getirerek katılımlarını desteklediği (Çilenti, 1988) için bir doğal sayının bir kesre bölünmesini içeren fikri anlamlandırmalarına yardımcı olmuştur. A4 kâğıdının materyal olarak öğrenciler için basit, sade ve anlaşılabilir olması da onların anlamalarını güçlendirmede (Yanpar-Şahin ve Yıldırım, 1999) etkili bir faktör olmuştur. Ayrıca materyal kullanımı ile öğrencilerin modelleri oluşturabilmelerine, algoritmaları anlayabilmelerine ve işlemler arasındaki geçişleri kavrayabilmelerine (Masalski, 1999) fırsat verilmiştir.

Kılcan (2006) ve Tanışlı ve diğerleri (2018) deneyimsiz öğretmenlerin materyal kullanmak yerine daha çok öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmeye odaklandıklarını tespit etmişlerdir. İlk iki ders planında öğretmen adaylarının herhangi bir materyal kullanmamaları bu bulgu ile paralellik göstermiştir. Diğer taraftan, üçüncü ders planında A4 kâğıdını materyal olarak kullanmalarının nedeni ise Mesleki Gelişim Süreci oturumlarında alan modelleri üzerine yapılan tartışmalarda dikdörtgen şeklinin kullanılması olabilir. Her ne kadar yarım ve çeyrek gibi kesirleri içeren bölme işlemlerini A4 kâğıdı kullanarak açıklamaları öğrencilerin birinci kazanımı anlamlandırmalarını desteklemiş olsa da öğretmen adaylarının tüm süreçteki materyal kullanımları yeterli olarak değerlendirilmemiştir. Örneğin, öğretmen adayları A4 kâğıdını diğer kazanımlar ($\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ gibi işlemler) için de bir materyal olarak kullanabilirlerdi. Alternatif olarak, öğretmen adaylarının kesir çubukları, şeritler gibi farklı materyallerden yararlanabilecekleri veya teknoloji (GeoGebra gibi yazılımlar) kullanımını içeren materyaller ile öğretim süreçlerini destekleyebilecekleri düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının sınırlı materyal kullanma sebepleri materyal kullanmanın öğretimdeki öneminin yeterince farkında olmamaları, uygun materyalleri ve bu materyalleri nasıl kullanacaklarını bilmemeleri, tahtada işlemsel çözümlerin cazip olması, kendi öğrencilik hayatlarında materyallerin çok kullanılmamış olması, teknolojik imkanları nasıl veya nerede kullanacaklarını bilmemeleri olabilir.

ÖNERİLER

Bu çalışmada öğretmen adaylarının Dörtlü Bilgi Modeli'nin Dönüşüm Bilgisi bileşeni çerçevesinde kesirlerle bölme konusuna ilişkin alan ve alan öğretimi bilgilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının örnek seçimleri, gösterimleri, temsilleri ve öğretim materyalini nasıl kullandıkları incelenmiştir. Çalışmanın başlangıcında öğretmen adaylarının hazırladıkları ilk ders planları incelendiğinde ve daha sonra kesirlerle bölme konusunda yapılan Mesleki Gelişim Süreci oturumlarındaki tartışmalarda alan ve alan öğretimi bilgilerinde eksiklikler olduğu belirlenmiştir. Çalışma kapsamında yapılan değerlendirmeler ve Mesleki Gelişim Süreci oturumlarındaki tartışmalar sonucunda öğretmen adayları kesirlerle bölme konusunda olumlu yönde değişim göstermişlerdir. Lisans eğitimindeki öğretim derslerinde, ortaokul öğretim programında yer alan konuların bu çalışmadaki gibi kazanımları dikkate alarak uygun örnek seçimleri, gösterimleri ve temsilleri dikkate alarak ayrıntılı bir şekilde ele alınması öğretmen adaylarının öğretimlerine katkı sağlayabilir. Bu nedenle lisans eğitimindeki öğretim derslerinin hem ders sayısı hem de içeriği genişletilebilir. Böylece öğretmen adayları konulara ait kazanımları ve kavramları birbiriyle ilişkilendiren örnek seçimleri yaparak işlemsel bilginin yanında kavramsal öğrenmeyi de amaçlayan ders planları hazırlayabileceklerdir. Ayrıca ders kitaplarında yer alan örneklerin öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmenin yanında akıl yürütmelerini ön plana alan içerik ve çeşitliliğe sahip olması önerilebilir.

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının kavram ve işlemleri pekiştirmek amacıyla seçtikleri örneklerle yeterli önemi vermedikleri tespit edilmiştir. Pekiştirme örneklerinin, derste çözülen örnekler dışında öğrencilerin akıl yürütebilecekleri şekilde seçilmesi kavramsal öğrenmenin gelişimi için oldukça önemlidir. Bu nedenle lisans ders içeriklerinde pekiştirme örneklerinin önemine daha çok vurgu yapılabilir. Ayrıca ders kitaplarının bölüm sonlarında verilen pekiştirme örneklerinin çeşitliliği artırılabilir.

Lisans öğrenimindeki derslerde ezberden uzak, kavramların altında yatan gerekçelerin ve birbirleriyle olan ilişkilerinin açıklanması önemli olduğu düşünülmektedir. Bu açıdan lisans eğitimindeki öğretim elemanlarının da derslerini bu çerçevede öğretmen adaylarına örnek olacak şekilde yürütmeleri önerilebilir.

Öğrenci düşüncelerini değerlendirmek ve geliştirmek açısından soru sorma etkili bir şekilde kullanılmalıdır. Öğretmen adaylarına lisans derslerindeki öğretim derslerinde soru sormanın önemi daha çok vurgulanıp derslerde gerçek sınıf ortamları oluşturularak deneyimlerinin artırılması sağlanabilir.

Kavramsal öğrenmenin gerçekleşebilmesi için konuya ilişkin temsillerin birbirleriyle ilişkili ve etkili bir şekilde kullanılması gereklidir. Öğretmen adaylarının öğrencilik dönemlerinde yaşadıkları deneyimler öğretimlerini etkilediğinden, öğretim elemanlarının lisans eğitimindeki derslerde temsilleri ilişkili bir şekilde kullanarak öğretmen adaylarına örnek olmaları gerektiği düşünülmektedir.

Öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini destekleyen önemli bir unsur da öğretimde konulara uygun öğretim materyallerinin kullanılmasıdır. Lisans eğitimindeki derslerde materyal kullanımına yönelik içerikler olsa da öğretmen adaylarının materyal kullanımları sadece ders içeriğinde kalmayıp bu materyalleri konunun içeriğine uygun olacak şekilde düzenleyerek kullanmaları teşvik edilebilir. Derslerde teknolojik materyal kullanımının önemine daha fazla vurgu yapılarak öğrencilerin de teknolojik materyal olarak örnekleri ve çözümlerini sadece akıllı tahtada görmelerinin yanında akıllı tahtayı ve diğer teknolojik araçları (örneğin, GeoGebra) kullanmaları sağlanabilir.

Öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin alan ve alan öğretimi bilgilerinin gelişimine odaklanan araştırmalarda bu çalışmadaki gibi hem eğitimin hem de gözlem sürecinin birlikte ele alınması alanyazına daha çok katkı sağlama fırsatı vereceği düşünülmektedir. Bu bağlamda

özellikle öğrencilerin kavramsal anlamalarında zorluk çektikleri konularda çalışmalar yapılarak öğretmen ve öğretmen adaylarına rehber olunabilir.

Öğretmen adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerindeki gelişmelerinin incelendiği çalışmalar sadece öğrencilik dönemlerini değil öğretmen olarak meslek yaşamlarını da kapsayacak şekilde genişletilebilir. Öğretmenlik sürecinde elde edilen veriler değerlendirilerek çalışmanın bulguları gözden geçirilip bu bulgular öğretmenlerle paylaşılabilir.

KAYNAKÇA

- Adu-Gyamfi, K., Schwartz, C. S., Sinicrope, R., & Bossé, M. J. (2019). Making sense of fraction division: domain and representation knowledge of preservice elementary teachers on a fraction division task. *Mathematics Education Research Journal*, 31(4), 507-528.
- Akkuş-Çıkla, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference*. Unpublished doctoral dissertation, Middle East Technical University, Ankara.
- Alenazi, A. (2016). Examining middle school pre-service teachers' knowledge of fraction division interpretations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(5), 696-716.
- Ball, D. L. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*. Unpublished Doctoral dissertation, Michigan State University, East Lansing.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D. L., Hill, H. C. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade and how can we decide?. *American Educator*, 29, 14-26.
- Ball, D. L. & Sleep (2007). What is knowledge for teaching, and what are features of tasks that can be used to develop MKT? Presentation made at the center for proficiency in teaching mathematics (CPTM). *Pre-session of the Annual Meeting of The Association of The Mathematics Teacher Educators (AMTE) Irvine CA*, January.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, (pp. 91-125). New York: Academic Press.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D. & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), 194-222.
- Bukova-Güzel, E. ve Kula-Ünver, S. (2016). Matematik öğretimi için dörtlü bilgi modeli. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (ss. 721-745). Ankara: Pegem.
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of teacher Education*, 44(4), 263-272.

- Çilenti, K. (1988). *Eğitim Teknolojisi ve Öğretim*, Ankara: Kadioğlu Mat.
- Doğan-Coşkun, S. (2019). The analysis of the problems posed by pre-service elementary teachers for the addition of fractions. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1517-1532.
- Getenet, S., & Callingham, R. (2021). Teaching interrelated concepts of fraction for understanding and teacher's pedagogical content knowledge. *Mathematics Education Research Journal*, 33(2), 201-221.
- Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). *Practicing representation: learning with and about representational forms*. Phi Delta Kappan, 78, 361–367.
- Işıksal, M. (2006). *A study on pre-service elementary mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the multiplication and division of fractions*. Unpublished doctorate dissertation. Middle East Technical University, Ankara.
- Izsák, A., Jacobson, E., de Araujo, Z., & Orrill, C. H. (2010). Teachers' levels Of Units And Fraction Division. Brosnan, P., Erchick, D. B., & Flevares, L. (Eds.). *Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Columbus, OH: The Ohio State University.
- Kayhan-Altay, M., & Erhan, G. K. (2017). Pre-service elementary mathematics teachers' informal strategies for multiplication and division of fractions. *Başkent University Journal of Education*, 4(2), 136-146.
- Kılcan, S., (2006). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin kavramsal bilgileri: Kesirlerle bölme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Kula, S. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının dörtlü bilgi modeli ile alan ve alan öğretimi bilgilerinin incelenmesi: Limit örneği*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Kula Ünver, S., Bukova Güzel, E., Tekin Dede, A. & Hidiroglu, Ç. N. (2015). A Student Teacher's Choice and Use of Examples in Teaching Probability. *Acta Didactica Napocensia*, 8(4), 55-70.
- Lamberg, T., & Wiest, L. R. (2015). Dividing Fractions Using an Area Model: A Look at In-Service Teachers' Understanding. *Mathematics Teacher Education and Development*, 17(1), 30-43.
- Lamon, S. J. (2005). *More: In-depth discussion of the reasoning activities in Teaching fractions and ratios for understanding*. Routledge.
- Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Routledge.
- Lee, S. J. (2010). *Exploring middle grade teachers' knowledge of partitive and quotitive fraction divisions*. Doctoral Dissertation, University of Georgia, Georgia.
- Leung, I. K. C. & Carbone, R. E. (2013). Pre-service teachers' knowledge about fraction division reflected through problem posing. *The Mathematics Educator*, 14(2), 80-92.

- Li, Y., & Kulm, G. (2008). Knowledge and confidence of pre-service mathematics teachers: The case of fraction division. *ZDM*, 40(5), 833-843.
- Li, Y. & Smith, D. (2007). Prospective middle school teachers' knowledge in mathematics and pedagogy for teaching: The case of fraction division. *Proceedings of the 31. Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 185-192.
- Lin, P. J. (2017). Fostering Novice Teachers' Knowledge of Students' Errors on Fraction Division by Using Researched-Based Cases. *Journal of Mathematics Education*, 10(1), 76-91.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Masalski, W. (1999). *How to Use to The Spreadsheet as a Tool in The Secondary School Mathematics Classroom*, National Council of Teachers of Mathematics Inc, Virginia.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. SAGE.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). Ortaokul matematik dersi (1.- 8. Sınıflar) öğretim programı. 2 Ağustos 2022 tarihinde <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf> adresinden alındı.
- Orrill, C. H., Sexton, S., Lee, S. J. & Gerde, C. (2008) Mathematics teachers' abilities to use and make sense of drawn representations. *Proceedings of the 8. International Conference for the Learning Sciences*, 2, 140-147.
- Özmantar, M. F. ve Yeşildere, S. (2010). Limit ve süreklilik konularında kavram yanlışları ve çözüm arayışları. Özmantar, Bingölbali ve Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanlışları ve Çözüm Önerileri* içinde. (2. baskı, s.181-221). Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Rayner, V. (2007). *An examination of the type of instruction that facilitates pre-service teachers' development of specialized content knowledge of division with fractions*. Master's Thesis, Canada Concordia University, Canada.
- Rowland, T. (2005). The Knowledge Quartet: A tool for developing mathematics teaching. *In Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association*, 11-24.
- Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus—Journal of Education*, 1(3), 15-43.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Rowland, T., Turner, F., & Thwaites, A. (2014). Research into teacher knowledge: a stimulus for development in mathematics teacher education practice. *ZDM*, 46(2), 317-328.

- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the Knowledge Quartet*. London: Sage.
- Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 179-214.
- Seçir, S. (2017). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Simon, M. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 233-254.
- Skemp, R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Tanırlı, D., Ayber, G. ve Karakuzu, B. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Ders Tasarımlarının Öğretime Entegrasyonu, *AJESI-Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 8(2): 514-567.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Tirosh, D., Tsamir, P., & HersHKovitz, S. (2008). Insights into children's intuitions of addition, subtraction, multiplication, and division. In A. Cockburn, & G. Littler (Eds.), *Mathematical misconceptions*. New Delhi: Sage Publications.
- Toluk-Uçar, Z. (2011). Öğretmen Adaylarının Pedagojik İçerik Bilgisi: Öğretimsel Açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(2), 87-102.
- Toluk, Z. ve Olkun, S. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Turner, F. (2009). Kate's Conception of Mathematics Teaching: Influences in The First Three Years. *Proceedings of CERME 5. Fifth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. February, Lyon, France.
- Wahyu, K., Kuzu, T. E., Subarinah, S., Ratnasari, D., & Mahfudy, S. (2020). Partitive Fraction Division: Revealing and Promoting Primary Students' Understanding. *Journal on Mathematics Education*, 11(2), 237-258.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (141-161). Hillsdale, NJ: Erlbaum and Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yanpar-Şahin, T. ve Yıldırım, S. (1999). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. Ankara: Anı yayıncılık.

- Yirci, R. (2017). Öğretmen profesyonelliğinin önündeki engeller ve çözüm önerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 18(1), 503-522.
- Yusof, Y. M., & Zakaria, E. (2010). Investigating secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge: A case study. *Journal of Education and Sociology*, 1(1), 32-39.
- Zembat, İ. Ö. (2004). *Conceptual development of prospective elementary teachers: The case of division of fractions*. Doctoral dissertation, The Pennsylvania State University. ProQuest Digital Dissertations Database.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Fractions, operations with fractions and meaning of these operations are increasingly important to understand real life situations and learn more advanced mathematics topics. It's been concluded that conceptual understanding for fraction calculations that are oriented for divisions are lacking, and approaches based on memorization are more common.

In literature, pre-service teachers and teachers do not fully understand fraction divisions because of lacking pedagogical content knowledge and it is stated that they have problems in posing suitable problems for division with fractions (Ball, 1990; Doğan-Coşkun, 2019; Getenet & Callingham, 2021; Wahyu et.al., 2020). Pre-service teachers and teachers have shown improvement when they were given teaching opportunities that include the meaning of fraction division, using different representations, explaining the reasons for the rules, and posing problems (Lamberg & Wiest, 2015; Rayner, 2007; Zembat, 2004). Therefore, for an efficient education, it is important for pre-service teachers and teachers to have deep field and pedagogical content knowledge.

In this study, the focus is the pre-service teachers' content and pedagogical content knowledge with the perspective of Knowledge Quartet. Consistent with the purposes of the study that the Knowledge Quartet presents important ideas about content knowledge of mathematics in relation to teaching and that it describes in detail the ways in which both content knowledge and pedagogical content knowledge can be observed during the teaching process. In the study, pre-service teachers' content and pedagogical content knowledge was discussed in terms of Transformation Knowledge which is one of the components of the Knowledge Quartet. Transformation Knowledge has been determined as the focus of the study in that it is directly related to the stages of planning and teaching, and that it covers the teachers' transformation of her own mathematical knowledge into a form that their students can learn (Rowland et.al., 2005, 2009).

Method

The case study design which is one of the qualitative research methods was used in this research. In the study, how the secondary school mathematics pre-service teachers use their content knowledge about fraction division and their knowledge of pedagogical content knowledge was examined with the case study model within the framework of Transformation Knowledge. The study was conducted with four senior secondary school mathematics pre-service teachers studying at a state university in the 2019-2020 academic year. In the study, pre-service teachers first prepared their first lesson plans for the teaching of fraction divisions before any intervention. Then, they participated in the Professional Development Process sessions on division and fractions. After this first part of the intervention process was completed, they prepared the second lesson plans. Later the second part of the Professional Development Process sessions on division with fractions was conducted and participants prepared the third lesson plans. Then, the teaching

processes of each pre-service teacher for fraction division were observed. The data of the study consists of written documents of pre-service teachers, semi-structured interviews and observations. The data were analyzed by content analysis using thematic coding related to the sub-components of Transformation Knowledge and changes in pre-service teachers' knowledge were revealed.

Discussion and Conclusion

In this section, the discussion and results regarding the selection of examples, the teacher's representations, the selection of representations and the use of teaching materials, which are the sub-components of the pre-service teachers' Transformation Knowledge, are given.

When the examples chosen by the pre-service teachers for division with fractions were examined, it was determined that in the first two lesson plans, they focused on two different types as "equal group measurement" and "equal group partition" and included examples with natural numbers. This is consistent with the studies (Doğan-Coşkun, 2019; Kılcan, 2006; Leung & Carbone, 2013; Ma, 1999; Tanışlı vd., 2018) which revealed that teachers/pre-service teachers generally focus on these two types of division with fractions. After the second lesson plan, in the Professional Development Process sessions, "comparison measurement division", "comparison partition division" and "rectangular area division" types were also examined with pre-service teachers during the discussions on different problem types involving fraction division. It was interpreted as the pre-service teachers were influenced by these discussions and expanded their sample selection by including the above-mentioned sample types in their third lesson plans in a way that would enable students to understand fraction division. In this study, pre-service teachers generally planned to teach concepts and operations by memorizing algorithms in the first two lesson plans. After the Professional Development Process sessions, in the third lesson plan and teaching process they explained the algorithms with their reasons instead of memorizing. Moreover, they made their explanations more effectively by associating the area and number line models with the common denominator algorithm. Similarly, in studies in the literature (Lamberg & Wiest, 2015; Rayner, 2007; Zembat, 2004), it has been determined that pre-service teachers' representations have changed as a result of the training given to explain the concepts and operations about a subject. As a result, the discussion environments created in the Professional Development Process sessions helped to strengthen the teacher representations of the pre-service teachers. In addition, pre-service teachers generally could not apply asking questions in their lesson plans as effectively as they planned. In the literature (Tanışlı vd., 2018), it was stated they could not ask effective questions due to their insufficient professional experience.

In the first two lesson plans, pre-service teachers used real life, model, and numerical representations to explain the examples, but they did not associate these representations with each other. For a better understanding of mathematical concepts, different representations used in the course should be explained in relation to each other (Bukova-Güzel ve Kula-Ünver, 2016; Turner, 2009). In this study, pre-service teachers ignored the relationships between numerical and model representations in the first two lesson plans. After the discussions on representations in the Professional Development Process sessions, they planned to use the representations by associating them with each other in the third lesson plan and implemented these plans in the teaching process. Pre-service teachers did not use any materials in the first two lesson plans, they used A4 paper as a material in the third lesson plan and teaching process. The fact that A4 paper is simple, plain and understandable for students as a material has also been an effective factor in strengthening their understanding (Yanpar-Şahin ve Yıldırım, 1999).

Suggestions

When the results of this study were examined, it was determined that there were positive changes in the content and pedagogical content knowledge of pre-service mathematics teachers after the Professional Development Process for dividing by fractions. Considering the subjects and expectations in the secondary school curriculum in the undergraduate education courses

appropriate sample selection, representations and representations will contribute to the teaching of teacher candidates. For this reason, both the number of courses and the content of the teaching courses in undergraduate education should be expanded.