

BİST-100 ENDEKSİNDE VOLATİLİTENİN MODELLENMESİ VE ÖNGÖRÜLMESİNDE ARCH MODELLERİ

Semra TAŞPUNAR ALTUNTAŞ

İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi

Finans Anabilim Dalı

Fatma Deniz ÇOLAK

Yapı ve Kredi Bankası A.Ş.

ÖZET

Günlük hayatta birçok konuda olan belirsizlik en büyük risk faktörü olarak görülür ve daima azaltılmaya, hatta mümkünse tamamen ortadan kaldırılmaya çalışılır. Bu çalışmada finansal piyasalardaki belirsizliğin sonucunda piyasada oluşan düzensiz fiyat hareketleri yani volatilité BİST-100 Endeksi üzerine uygulama yapılarak incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, krizlerin yaşandığı 03.01.1994-28.12.2001 tarihleri arasında BİST-100 endeksi değerlerine simetrik koşullu varyans modelleri uygunken görülürken; görelî stabil dönem olan 02.01.2002-31.12.2009 tarihleri arasında BİST-100 Endeksi değerlerine hem simetrik hem de asimetric koşullu varyans modellerinin uygun olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Değişkenlik (Volatilité), Koşullu Değişen Varyans, Volatilité Kümelenmesi, BİST-100 Endeksi, ARCH

MODELLING AND ESTIMATING VOLATILITY WITH ARCH MODELS AT ISE-100 INDEX

ABSTRACT

In everyday life, uncertainty is one of the common problems, and seen as a risk factor. So, uncertainty is always tried to be reduced or eliminated completely if possible. In this study, the result of uncertainty in the financial markets, volatility, was investigated on the ISE-100 index. As a result of this study, between 03.01.1994 and 28.12.2001, three important crises occurred which can be considered as breaking points for Turkish economy, symmetric conditional variance models are appropriate for ISE-100 index. Between 02.01.2002 and 31.12.2009, Turkish economy has undergone a period of relative stability, both symmetrical and asymmetrical conditional variance models are appropriate for ISE-100 index.

Keywords: Volatility, Conditional Variance, Volatility Clustering, ISE 100, ARIMA, ARCH

GİRİŞ

Riskin temel göstergesi olarak kabul edilen volatilité, finansın en önemli kavramlarından birini oluşturmakta ve bu nedenle finansal zaman serilerindeki volatilitenin modellenmesi ve öngörülmesi; gerek yatırımcılar ve finans sektörü çalışanları, gerekse akademisyenlerin önemle üzerinde durduğu bir konudur. Gelişmiş piyasaların birbirleriyle yüksek korelasyon içinde olması yatırımcıların riski dağıtmak için geliştirmekte olan piyasalara yönelmesine yol açmaktadır. Borsa ise, geliştirmekte olan ülkeler içinde yüksek getiri oranıyla yatırımcılar için oldukça cazip bir seçenektir; fakat aynı zamanda yüksek risk oranına da sahiptir. Bu çalışmada ekonominin görece stabil olduğu ve krizlerin yaşandığı dönemlerde volatilitenin modellenmesinde ve öngörülmesinde hangi modellerin başarılı olduğu BİST-100 Fiyat Endeksi yardımıyla araştırılmıştır. Araştırma kısmı üç alt bölümden oluşmaktadır. Her bir alt bölümde BİST-100 Fiyat Endeksi'nin değişik zaman aralığındaki değerleri ile modelleme ve öngörüler yapılmıştır. İlk alt bölümde, BİST-100 Fiyat Endeksi'nin uzun dönem özellikleri hakkında bilgi sahibi olmak amacı ile 02.01.1991 – 30.12.2011 tarihleri arasındaki BİST-100 Fiyat Endeksi değerleri kullanılmıştır. İkinci alt bölümde, BİST-100 Fiyat Endeksi'nin 03.01.1994 – 28.12.2001 tarihleri arasındaki değerleri kullanılmıştır. Bu tarih aralığı Türkiye ekonomisinin önemli kırılma noktaları olan 1994, Kasım 2000 ve Şubat 2001 krizlerini içermektedir. Böylece BİST-100 Fiyat Endeksi'nin kriz dönemlerinde gösterdiği özellikler tespit edilmiştir. Üçüncü ve son olarak da, 02.01.2002 – 31.12.2009 tarihleri arasındaki BİST-100 Fiyat Endeksi değerleri kullanılarak analiz yapılmıştır. Bu dönemde ABD'de başlayan ve etkisini küresel anlamda her ülkede az ya da çok gösteren 2008 Küresel Ekonomik Kriz yaşanmıştır. Türkiye ekonomik bakımdan bu krizden etkilense de seçilen aralığın son 2 yılında krizin etkilerinin görülmesi, bir önceki aralık olan 1994-2001 yıllarında ise dönemin başından sonuna kadar aralıklarla krizlerin yaşanması 2002-2009 aralığını görece olarak stabil dönem olarak alınmasına yol açmıştır. 2002-2009 aralığına bakılarak BİST-100 Fiyat Endeksi'nin ekonominin görece stabil olduğu dönemde gösterdiği özellikler tespit edilmiştir.

BİST-100 Fiyat Endeksi'nin modellenmesi ve öngörülmesinde ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedastic - Ardışık Bağımlı Koşullu Değişen Varyans) modelleri kullanılmıştır. Finansal zaman serilerinde varyansın sabit olmaması sık karşılaşılan bir durum olmasına rağmen, geleneksel ekonometrik yöntemler varyansın sabit olduğunu varsaymaktadır. Bunun yerine önerilen bir yöntem ARCH modelleridir. Ayrıca bu çalışmada her bir koşullu varyans modelinin hata teriminin dağılımında normal dağılım, student-t dağılımı ve GED kullanılmıştır.

1. FİNANSAL PİYASALAR, VOLATİLİTE VE FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ

Finansal piyasalar, fon talep edenler ile fon arz edenlerin buluştuğu yer olarak ifade edilir. Fon ihtiyacı olan birimler veya finansal aracılardan, finansal varlıkları ihraç ederek yatırımcılardan fon toplarlar. Finansal aracılardan, fon arz edenlerle fon talep edenler arasında aracılık sağlamanın dışında, işlem ve bilgi edinme maliyetini azaltma, vade ve miktar ayarlama, riski dağıtma, finansal danışmanlık hizmeti sunmak gibi faydaları vardır. Bu kurumlara merkez bankası, borsalar, mevduat bankaları, kalkınma bankaları, yatırım bankaları, kredi kooperatifleri, sigorta şirketleri, emeklilik şirketleri, leasing şirketleri, factoring şirketleri, tüketici finansman şirketleri, yatırım ortaklıkları örnek olarak sayılabilir.

Finansal anlamda volatilitenin varlık getirilerinin standart sapması veya varyansı olarak ifade edilmekte ve finansal varlıkların toplam riskini ifade etmekte kullanılmaktadır (Mazıbaşı, 2005).(yıl kaynakçada farklı) Volatilitenin öngörülebilmesi için öncelikle birçok finansal zaman serisinde rastlanan değişen varyansın varlığının saptanması ve modellenmesi gerekmektedir. Geleneksel ekonometrik modellerin varsayımlarından biri olan sabit varyans (homoskedasticity), klasik doğrusal regresyon modelinde, bağımsız değişkenlerdeki değişimlere karşılık hata terimi varyansının aynı olması durumudur. Değişen varyans ise, sabit varyans varsayımının geçerli olmaması durumunu ifade eder. Volatilitenin sorununa hisse senedi piyasası özelinde bakıldığında, hisse senedi piyasalarındaki volatilitenin planlanandan büyük boyutlarda olması riskten kaçınan yatırımcıların mali tasarruflarını menkul kıymetler borsasından çıkarmalarına neden olur. Bu durum etkisini en çok kurumsal, bilgisel olarak sığ olan gelişen piyasalarda gösterir.

Dünyada en çok takip edilen volatilitenin endekslerinden biri CBOE (Chicago Opsiyon Borsası - Chicago Board Options Exchange) tarafından oluşturulan VIX (Volatility Index), S&P 500 endeksi üzerine yazılan opsiyonların volatilitesi kullanılarak hesaplanır. Opsiyon fiyatlarındaki volatilitenin, piyasa volatilitesi ile ilişkisinden yola çıkarak, yatırımcılar VIX'e dayanarak piyasanın beklenen volatilitelerini tahmin ederek pozisyon alırlar. Genel olarak, VIX endeksinde 20 ve altındaki değerler düşük kabul edilir ve yatırımcı bu durumda rahat hareket ederken; 30 ve üstü değerler yüksek kabul edilir ve yatırımcılar bu durumda karar verirken daha dikkatli davranır.

Zaman serileri verileri, değişkenlerin bir dönemden diğerine ardışık şekilde gözlenmesi ile elde edilir. Gözlenen verilerin zaman içerisinde ardışık bir biçimde olması gerekli bir koşul değildir; fakat verilerin düzenli zaman aralıklarıyla gözlenmesi dizinin gelişiminin takip edilmesi ve doğru analiz açısından önemlidir (Seddighi, Lawyer, Katos, 2000). Eğer bir zaman serisi tam olarak öngörülebiliyorsa, deterministik (kesin) zaman serisi olarak ifade edilir; fakat zaman

serilerinin birçoğu stokastik (olasılıklı) yapıdadır, yani gelecekte serinin alabileceği değerler, geçmiş değerleri tarafından kısmen öngörülebilmektedir (Patterson, 2000).

Finansal serilerin modellenmesindeki yaklaşımlardan iktisadi teorilere dayalı modellerin kullanımı, değişkenlerdeki değişimleri alternatif iktisadi teorilerle açıklamaya çalışırken; diğer bir yaklaşım olan zaman serisi analizine dayalı modellerin kullanımı, değişkenleri kendi geçmiş değerleri yardımıyla açıklanır (Orhunbilge, 1999). Dolayısıyla, zaman serisine dayalı modeller değişkenlerdeki kısa dönemli hareketlerin modellenmesine ve öngörülmesine daha uygundur.

2. ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNDE KULLANILAN MODELLER VE PERFORMANSLARININ ÖLÇÜMÜ

Zaman serisi analizleri ile serinin ortalamasının ve varyansının modellenmesi yapılmaktadır. Ortalama ve varyansın modellenmesi esnasında iki ayrı varsayımdan faydalanılır. İlk varsayım koşulsuzluk varsayımdır ki değerlerin geçmiş dönem değerlerinden bağımsız olduğunu ifade eder. Bu varsayımdan hareket eden modeller, varlık getirilerinin bağımsız ve benzer dağıldığını (independent and identically distributed (i.i.d.) $[N \sim (\mu, \sigma^2)]$) kabul etmektedirler. İkinci varsayım olan koşulluluk varsayımına göre ise, herhangi bir zaman dönemine ilişkin öngörü değeri, kendinden önceki belli sayıdaki geçmiş dönem gözlem değerinden ve/veya hata teriminden etkilenmektedir (Sarıoğlu, 2006).

2.1. ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) Modeli

Engle (1982) tarafından öne sürülen ARCH modelleri, faiz oranlarının vade yapısını ölçme, opsiyonları fiyatlandırma, varlık fiyatlaması ve risk primini modelleme gibi alanlarda geniş yer bulmuş; bunun yanı sıra gelişmekte olan ülkelerin borç portföylerini oluşturmada, döviz kuru belirsizliğinin incelenmesinde, enflasyonun yarattığı belirsizliğin ölçülmesinde, merkez bankası müdahalelerinin etkilerinin araştırılmasında da kullanılmaktadır.

Geleneksel zaman serisi modellerine bir alternatif olarak sunulan ARCH(p) modeli, geleneksel zaman serisi yöntemlerindeki sabit varyans varsayımı yerine varyansın, gecikmeli öngörü hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak değişmesini mümkün kılmıştır.

ARCH(p) modeli, ARMA ya da en küçük kareler yöntemlerine ait tahmin hatalarının karelerini kullanarak,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

şeklinde genelleştirilebilir (Gökçe, 2001).

ARCH(p) modelinin parametrelerinin tahmin edilmesinde, en küçük kareler yöntemi ve en çok olabilirlik yöntemi kullanılmaktadır. Hata teriminin normal dağıldığı varsayımı altında,

örneklem büyüklüğü arttığında, en küçük kareler yöntemi ile en çok olabilirlik yönteminin tahmin edicileri birbirine yakınsamaktadır.

ARCH modeli zaman serisi verilerinde karşılaşılan değişen varyans ve bağımlılığı modellenmesine karşın, önemli zayıflıklara da sahiptir. Söz konusu zayıflıkları aşağıdaki gibi sıralanabilir:

1. Model, volatilité üzerinde pozitif ve negatif şokların aynı etkiye sahip olduklarını ve volatilitenin önceki şokların karelerine bağılı olduğunu kabul eder. Pratikte, bir finansal varlığın pozitif ve negatif şoklara farklı cevaplar verdiği bilinmektedir.

2. ARCH modeli, bir finansal zaman serisinin kaynağını anlamak için yeni bir anlayış sunmaz. Yalnızca koşullu varyansın davranışını açıklamak için mekanik bir yol sağlar. Böyle bir davranışı neyin ortaya çıkardığını göstermez.

3. ARCH modelleri büyük izole şoklara yavaş tepki vermesinden dolayı oynaklığı geç tahmin etmektedir (Tsay, 2002).

2.2. GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) Modeli

Bollerslev (1986) ARCH modelinin eksiklerini gidermek amacıyla bu modeli genişleterek, hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan GARCH modelini önermiştir.

GARCH(p,q) modeli,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

şeklinde formüle edilebilir. GARCH(p,q) modeli, ω olarak gösterilen sabit terimde, $\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ ile ifade edilen ARCH parçası olarak adlandırılan bölümden, $\beta_j \sigma_{t-j}^2$ ile sembolize edilen geçmiş dönem volatilité tahminlerinden, yani gecikmeli koşullu varyans değerlerinden oluşur. GARCH(p,q) modeli aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

$$\begin{aligned} p &\geq 0, & q &> 0 \\ \omega &> 0, & \alpha_i &\geq 0 & i = 1, \dots, p \\ \beta_i &\geq 0, & & & i = 1, \dots, q \end{aligned}$$

Varyansın pozitif olması beklendiğinden, ω , α_i , β_j parametrelerinin de her zaman pozitif olması gereklidir. Süreç, $q=0$ olduğunda ARCH(p) sürecine indirgenir. Eğer $p = q = 0$ alınırsa süreç ε_t , saf hata terimine eşit olacaktır. ARCH(p) modelinde varyans, gecikmeli öngörü hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilirken, GARCH(p,q) sürecinde ARCH(p) farklı olarak geçmiş koşullu varyans değerleri de denkleme girer.

GARCH (1,1) modelinde katsayılar geometrik olarak azalan sonsuz dereceli ARCH modeline dönüşmektedir. Bu nedenle sonsuz mertebeli ARCH modelini tahmin etmek yerine daha az parametrelili GARCH (1,1) modelini tahmin etmek daha mantıklıdır.

GARCH modelinde, yüksek frekanslı veri kullanıldığında, volatilité doğrudan gözlenebilir ve tahminleme için kullanılabilir (Barunik vd., 2015). Mcmillan ve Speight (2012) bu doğrultuda gün içi verileri kullanmış ve GARCH (1,1) modelinden üstün tahmin elde edebileceğimizi söylemiştir. Louzis vd. (2013), Riske Maruz Değer (VaR) tahmininde ise RGARCH (Realized GARCH) kullanarak alternatif volatilité tahmin edicilerinin bilgi içeriğini değerlendirmişlerdir.

2.3. Diğer Modeller

Finans literatüründe birçok model daha fazla risk alan yatırımcıların daha fazla getiri elde ederek ödüllendirileceği varsayımına dayanır. Bu varsayımı doğrulamak için de finansal varlık getirisini hesaplarken finansal varlığın riskinin hesaba katılması gerekmektedir (Brooks, 2002). Engle, Lilien ve Robins (1987) *Econometrica*'da yayımladıkları makalelerinde faizlerin vade yapısıyla ilgili çalışmalarını anlatmışlar; burada ARCH modelini geliştirerek, bir serinin ortalamasının kendi koşullu varyansına bağlı olduğunu ileri sürmüşler ve ortalama modeline koşullu varyansı ya da standart sapmayı dahil ederek modellerine ARCH-M (ARCH in Mean) modeli ismini vermişlerdir. Ortalamanın varyans'tan etkilenmesi durumu özellikle finansal varlıklar için geçerli olmaktadır. Finansal varlık daha riskli hale geldikçe, getirisindeki herhangi bir artış risk primi olarak tanımlanır (Engle vd., 1987). Nelson (1991), volatilitédeki asimetriyi de hesaba katacak şekilde koşullu varyansı modellerken gecikmeli hata terimlerinin ve koşullu standart sapmanın hem işaretleri hem de büyüklükleri dikkate almış ve EGARCH (the exponential GARCH) modelini geliştirmiştir.

Zakoian, 1991 yılında volatilité üzerinde asimetrik yapıyı açıklamaya çalışan TGARCH (the Threshold GARCH) isimli modeli tanıtmıştır. Bu modelde, olumlu ve olumsuz şokların koşullu varyans üzerindeki etkileri farklı olarak ele alınmaktadır. Sermaye piyasalarında yeterli derinliğin olmaması nedeniyle, hisse senetlerinde, aşağı hareketler sırasında, yukarı hareketlere göre daha yüksek volatilité meydana gelmektedir (Engle, Victor, 1993).

3. UYGULAMA

Çalışmada ekonominin görece stabil olduğu ve krizlerin yaşandığı dönemlerde volatilitenin modellenmesinde ve öngörülmesinde hangi modellerin başarılı olduğu BİST-100 Fiyat Endeksi yardımıyla araştırılmıştır. Araştırma kısmı üç alt bölüme ayrılmıştır. Her bir alt bölümde BİST-100 Fiyat Endeksi'nin değişik zaman aralığındaki değerleri ile modelleme ve öngörüler yapılmıştır. İlk alt bölümde, BİST-100 Fiyat Endeksi'nin uzun dönem özellikleri hakkında bilgi

sahibi olmak amacı ile 02.01.1991–30.12.2011 tarihleri arasındaki BİST-100 Fiyat Endeksi değerleri kullanılmıştır. İkinci alt bölümde, BİST-100 Fiyat Endeksi'nin 03.01.1994–28.12.2001 tarihleri arasındaki değerleri kullanılmıştır. Bu tarih aralığı Türkiye ekonomisinin önemli kırılma noktaları olan 1994, Kasım 2000 ve Şubat 2001 krizlerini içermektedir. Böylece BİST-100 Fiyat Endeksi'nin kriz dönemlerinde gösterdiği özellikler tespit edilmiştir. Üçüncü ve son olarak da, 02.01.2002–31.12.2009 tarihleri arasındaki BİST-100 Fiyat Endeksi değerleri kullanılarak analiz yapılmıştır. Ancak uygulamanın genişliği sebebiyle en uzun aralığı içeren 02.01.1991–30.12.2011 dönemi ayrıntılı ele alınacak, diğer alt dönemlerin sadece sonuçlarına yer verilecektir.

Şekil 1: 02.01.1991 - 30.12.2011 Dönemi, Günlük BİST-100 Fiyat Endeksi



Şekilde, yukarı doğru görülen eğim ortalamasının sabit olmadığını gösterir. Ortalama yukarı doğru eğim gösterirken düz bir şekilde yukarı tırmanmamakta, dalgalanmalar yapmaktadır. Bu da varyansın sabit olmadığını göstermektedir. Buna göre BİST-100 Fiyat Endeksi durağan değildir.

Tablo 1: 02.01.1991 - 30.12.2011 Dönemi, Günlük BİST-100 Fiyat Endeksi ADF (Augmented Dickey-Fuller) Birim Kök Testi

	Sabit Terim, Doğrusal Trend İçermez		Sabit Terim İçerir		Sabit Terim, Doğrusal Trend İçerir	
	Student t İstatistiği	Olasılık *	Student t İstatistiği	Olasılık *	Student t İstatistiği	Olasılık *
Augmented Dickey-Fuller Test İstatistiği	0.630985	0.8526	-0.427531	0.90220	-2.39597	0.38160
Kritik Test Değerleri	1%	-2.56540	-3.43141		-3.95979	
	5%	-1.94088	-2.96189		-3.41066	
	10%	-1.61665	-2.56700		-3.12711	

*MacKinnon (1996) tek yönlü olasılık değerleri

Tablo 1'de yer alan regresyon denklemlerinin her birinin ADF test istatistikleri, % 1, % 5, % 10 kritik test değerleri ile yani sırasıyla %99, %95, %90 güven düzeyindeki tablo değerleri ile

karşılaştırıldığında, ADF test istatistiklerinin farklı düzeylerde verilmiş kritik değerlerden mutlak değerce küçük değerlere sahip olduğu görülmüştür.

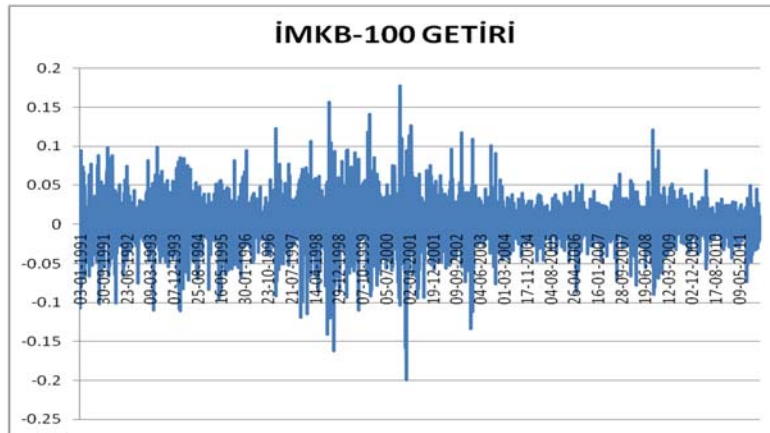
Durağanlığı sağlamak için BİST-100 Fiyat Endeksi'nin günlük kapanış değerlerinin birinci logaritmik farkları alınarak günlük fiyat endeksi değerleri yerine günlük getiri oranları hesaplanarak yeni bir zaman serisi elde edilmiştir. Günlük getirilerin hesaplanmasında aşağıda verilen sürekli bileşik getiri formülü kullanılmıştır.

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$$

$$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

Burada r_t : BİST-100 Fiyat Endeksi'nin t dönemindeki getirisini, P_t : t döneminde BİST-100 Fiyat Endeksi'nin kapanış değerini, P_{t-1} ise t-1 döneminde BİST-100 Fiyat Endeksi'nin kapanış değerini göstermektedir. Bundan sonra BİST-100 Fiyat Endeksi değerlerinin logaritmik farkı alınarak oluşturulmuş getiri serisi BİST-100 Getiri Endeksi serisi olarak adlandırılacaktır.

Şekil 2: 02.01.1991 - 30.12.2011 Dönemi, Günlük BİST-100 Getiri Endeksi



Şekil 2'ye bakıldığında BİST-100 Fiyat Endeksi serisi, getiri serisine dönüştürüldüğünde yani logaritmik farkı alındığında artık sabit bir ortalama etrafında dalgalandığı görülmektedir. Şekil 2'den ayrıca kriz dönemlerinde volatilitenin arttığı gözlenmektedir (getirilerdeki yüksek miktarlı değişimi yine yüksek miktarlı değişimler, küçük miktarlı değişimleri de yine aynı şekilde küçük miktarlı değişimler takip etmektedir). BİST-100 Getiri Endeksi değerlerinin durağanlığı konusunda daha kesin bir karar verebilmek için BİST-100 Fiyat Endeksi değerlerinin durağanlığı test edilirken yapıldığı gibi korelogram ve ADF birim kök testlerine de bakılmıştır.

Tablo 2: 02.01.1991 - 30.12.2011 Dönemi, Günlük BİST-100 Getiri Endeksi ADF Birim Kök Testi (Sabitli-Constant)

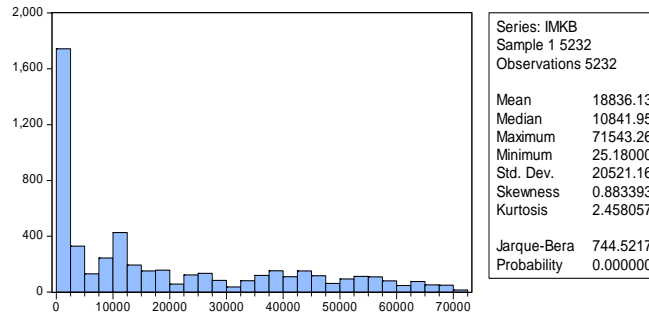
	Sabit Terim, Doğrusal Trend İçermez		Sabit Terim İçerir		Sabit Terim, Doğrusal Trend İçerir	
	Student t İstatistiği	Olasılık *	Student t İstatistiği	Olasılık *	Student t İstatistiği	Olasılık *
Augmented Dickey- Fuller Test İstatistiği	-67.18374	0.00010	-67.34268	0.00010	-67.39138	0.00000
Kritik Test Değerleri	1%	-2.565404	-3.431419		-3.959792	
	5%	-1.940885	-2.861897		-3.410663	
	10%	-1.616659	-2.567003		-3.127114	

*MacKinnon (1996) tek yönlü olasılık değerleri

Tablo 2’de yer alan ADF birim kök testi sonuçları regresyon denkleminde sabitin eklenmesi, sabit ve trendin aynı anda eklenmesi ya da hiçbirinin eklenmemesi yoluyla elde edilmiştir. ADF test istatistiklerinin farklı düzeylerde verilmiş kritik değerlerden mutlak değerce büyük değerlere sahip olduğu görülmüş; bulunan serinin durağan olduğu sonucu ADF birim kök testi ile de desteklenmiştir.

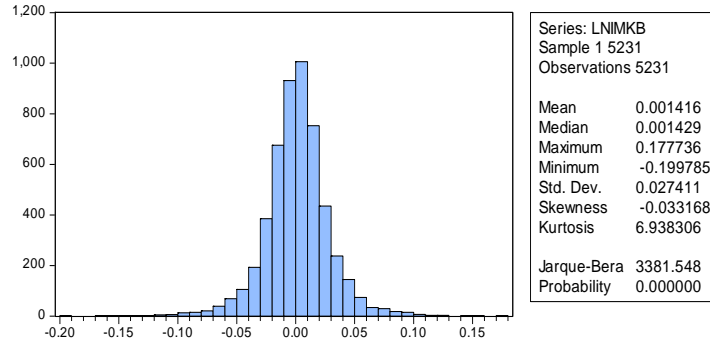
Aşağıda Şekil 3 ve Şekil 4 ile BİST-100 Fiyat Endeksi ve BİST-100 Getiri Endeksi serilerinin betimsel özellikleri karşılaştırılmıştır. Şekil 3 ve Şekil 4’e bakarak BİST-100 Fiyat Endeksi serisinin logaritması alınarak BİST-100 Getiri Endeksi serisine dönüştürülmesi ile ortalamanın 18836.13’ten 0.001416’ya indiğine, standart sapmanın azalarak 20521.16’dan 0.027411’e düştüğüne yani dalgalanmanın azalıp durağanlaştığına, çarpıklığın 0.883393 iken -0.033168 olması ile normal dağılıma göre sağa çarpıklık serinin yerini sola çarpıklık serinin aldığı ama kuyruk uzunluğunun kısaldığını ve basıklığın da 2.458057’den 6.938306 ‘ya çıkması ile normal dağılıma göre daha sivri dağılıma sahip olduğu görülmektedir. Buna göre BİST-100 Fiyat Endeksi serisinin ve BİST-100 Fiyat Endeksi serisinin logaritmik farkı alınarak oluşturulan BİST-100 Getiri Endeksi serisinin, finansal zaman serilerinde ortak olarak gözlenen normal dağılıma göre sivri ve çarpık olma ile normal dağılıma göre kalın kuyruğa sahip olma özelliklerini taşıdığı görülmektedir.

Şekil 3: 02.01.1991 - 30.12.2011 Dönemi, Günlük BİST-100 Fiyat Endeksi’nin Histogram ve Betimsel İstatistik Sonuçları



Şekil 4: 02.01.1991 - 30.12.2011 Dönemi, Günlük BİST-100 Getiri Endeksi'nin

Histogram ve Betimsel İstatistik Sonuçları



3.1. ARCH Modelinin Oluşturulması Ve Varyansın Modellenmesi

Burada koşullu ortalama modelinin AR(1) hatalarının karelerinde görülen ARCH etkisi sadece geçmiş dönem hata terimlerinin karelerine dayanan ARCH(p) modeli ile giderilmeye çalışılmış, sadece bir dönemlik gecikme alınmıştır. ARCH(1) modelinin hata terimlerinin dağılımında GED, student-t dağılımı ve normal dağılım kullanılmıştır.

ARCH(p) modeli, $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ şeklinde formüle edilir. Burada σ_t^2 : t dönemindeki volatilité tahminini, ω : sabit terimi, ε_{t-i}^2 : geçmiş dönem hata terimlerinin karelerini, α_i : geçmiş dönem hata terimlerinin karelerinin katsayısını göstermektedir.

Tablo 3: ARCH(1) Modeli Sonuç Tablosu

	ARCH(1)		
	Normal Dağılım	Student-t Dağılımı	GED
ω	0.000528	0.000518	0.000508
Olasılık	0.000000	0.000000	0.000000
α_1	0.294386	0.357105	0.317620
Olasılık	0.000000	0.000000	0.000000
Schwartz Bilgi Kriteri	-4.449664	-4.542883	-4.534560
Olasılık Ki-Kare (1)	0.284500	0.044200	0.109000

ARCH(1)-Normal Dağılım

$$\sigma_t^2 = 0.000528 + 0.294386 \varepsilon_{t-1}^2$$

ARCH(1)-Student-t Dağılımı

$$\sigma_t^2 = 0.000518 + 0.357105 \varepsilon_{t-1}^2$$

ARCH(1)-GED

$$\sigma_t^2 = 0.000508 + 0.31762 \varepsilon_{t-1}^2$$

Tablo 3'e göre ω ve α_1 'e ilişkin olasılık $\alpha = 0.01$ 'den küçük olduğu için (Olasılık = $0.00 < \alpha = 0.01$) ω istatistiksel olarak anlamlı değil ve α_1 katsayısı istatistiksel olarak anlamlı değil

sıfır hipotezleri reddedilmiştir. Ayrıca değişik dağılım yöntemleriyle kurulmuş ARCH(1) modellerinin ω ve α_1 terimleri negatif olmama koşulunu sağlamıştır.

3.2. BİST-100 Fiyat Endeksi Değerleriyle Yapılan Öngörünün Başarısının İncelenmesi

Bu bölümde kullanılan modellerden katsayıları anlamlı ve gerekli kısıtları sağlayan, aynı zamanda hata terimlerinin karelerinde ARCH etkisi mevcut olmayanlar ile öngörüler yapılmıştır ve en iyi modelleme yapan model ile en iyi öngörü yapan modelin aynı olup olmadığı test edilmiştir. Aşağıdaki tablolarda ARCH(1), ARCH-M(1), GARCH(1,1), TGARCH(1,1) modellerinin her birinin normal dağılım, student-t dağılımı ve GED ile ayrı ayrı yapılan öngörülerinin gerçekleştirene ne kadar yakın olduğu simetrik hata istatistiklerinden Karekök Ortalama Hata Karesi (KOHK), Ortalama Mutlak Hata (OMH) ve Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi (OMHY) yardımıyla incelenmiştir.

Tablo 4: Normal Dağılım ile Kurulmuş ARCH(1), GARCH(1,1) ve ARCH-M(1,1)

Modellerinin Öngörülerinin Karşılaştırılması

	KOHK	Sıralama	OMH	Sıralama	OMHY	Sıralama
ARCH(1)-Normal	0.027405	1	0.019541	1	111.934	1
GARCH(1,1)-Normal	0.027405	1	0.019541	1	113.549	2
ARCH-M(1)-Normal	0.027473	2	0.019625	2	143.743	3

Tablo 4'te ARCH(1), GARCH(1,1) ve ARCH-M(1) modelleri normal dağılım ile kurulmuştur. Karekök Ortalama Hata Karesi, Ortalama Mutlak Hata'ya göre ARCH(1) ve GARCH(1,1) modelleri öngöründe en iyi iken onları ARCH-M(1) modeli takip etmektedir. Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi ise bu iki simetrik hata istatistiğinden farklı olarak ARCH(1) modelinin GARCH(1,1) modelinden daha iyi öngöründe bulunduğunu göstermektedir.

Tablo 5: Student-t Dağılımı ile Kurulmuş ARCH(1), TGARCH(1,1) ve ARCH-M(1)

Modellerinin Öngörülerinin Karşılaştırılması

	KOHK	Sıralama	OMH	Sıralama	OMHY	Sıralama
ARCH(1)-Student-t	0.027405	1	0.019541	1	113.9096	2
TGARCH(1,1)-Student-t	0.027405	1	0.019541	1	113.4531	1
ARCH-M(1)-Student-t	0.027423	2	0.019564	2	128.2986	3

Tablo 5'te ARCH(1), ARCH-M(1) ve TGARCH(1,1) modelleri student-t dağılımı ile kurulmuştur. Karekök Ortalama Hata Karesi, Ortalama Mutlak Hata'ya göre ARCH(1) ve TGARCH(1,1) modelleri en iyi öngörüyü yaparken onları ARCH-M(1) modeli takip etmektedir. Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi'ne göre öngörü başarısında TGARCH(1,1) modeli, ARCH(1) modelinin önüne geçmekte ve onları ARCH-M(1) modeli takip etmektedir.

Tablo 6: GED ile Kurulmuş ARCH(1) ve ARCH-M(1) Modellerinin Öngörülerinin Karşılaştırılması

	KOHK	Sıralama	OMH	Sıralama	OMHY	Sıralama
ARCH(1)-GED	0.027405	1	0.019541	1	112.9622	1
ARCH-M(1)-GED	0.027420	2	0.019560	2	126.8751	2

Tablo 6’da ARCH(1) ve ARCH-M(1) modelleri GED ile kurulmuştur. Her üç simetrik hata istatistiği de ARCH(1) modelini en iyi öngörü yapan model olarak seçerken ARCH-M(1) modelini en kötü model seçmiştir.

Tablo 7: Normal Dağılım, Student-t Dağılımı ve GED ile Kurulan ARCH(1) Modelinin Öngörülerinin Karşılaştırılması

	KOHK	Sıralama	OMH	Sıralama	OMHY	Sıralama
ARCH(1)-Normal	0.027405	1	0.019541	1	111.9343	1
ARCH(1)-Student-t	0.027405	1	0.019541	1	113.9096	3
ARCH(1)-GED	0.027405	1	0.019541	1	112.9622	2

Tablo 7’de ARCH(1) modeli normal dağılım, student-t dağılımı ve GED ile kurulmuştur. Karekök Ortalama Hata Karesi ve Ortalama Mutlak Hata Karesine göre ARCH(1) modelinin farklı dağılımlar ile kurulması öngörü performansını etkilememektedir. Ortalama Mutlak Hata Yüzdesine göre normal dağılım ile kurulan ARCH(1) modeli en iyi öngörü yapan model olarak onu sırasıyla GED ve student-t dağılımı ile kurulan ARCH(1) modeli takip etmektedir.

Tablo 8: Normal Dağılım ve GED ile Kurulan ARCH-M(1) Modelinin Öngörülerinin Karşılaştırılması

	KOHK	Sıralama	OMH	Sıralama	OMHY	Sıralama
ARCH-M(1)-GED	0.02742	1	0.01956	1	126.8751	1
ARCH-M(1)-Normal	0.027473	2	0.019625	2	143.7425	2

Tablo 8’de ARCH-M(1) modeli normal dağılım ve GED ile kurulmuştur. Her üç simetrik hata istatistiği de GED ile kurulan ARCH-M(1) modelini en iyi öngörü yapan model olarak seçerken normal dağılım ile kurulan ARCH-M(1) modelini en kötü öngörü yapan model seçmiştir.

Yukarıdaki tablolarda ARCH(1), ARCH-M(1), GARCH(1,1) ve TGARCH(1,1) modelleri normal dağılım, student-t dağılımı ve GED ile kurularak öngörü performansları değerlendirilmiştir. BİST-100 Fiyat Endeksi değerleriyle yapılan öngöründe, modellemenin tersine ARCH(1) gibi daha basit yapıdaki modellerin öngörü başarısı ARCH-M(1) gibi daha komplike yapıdaki modellere göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Dağılım detayında öngörü

başarısı incelediğinde herhangi bir dağılımın modelin performansını diğer dağılımlardan farklı etkilediğine dair bulguya rastlanmamıştır. Bunun yanı sıra her üç simetrik hata istatistiği de birbirine benzer sonuçlar vermektedir. Bu durum veri setinde uç değerlerin olmamasına bağlanabilir.

SONUÇ

Bu çalışmada finansal piyasalardaki belirsizlik ve bunun sonucunda piyasada oluşan düzensiz fiyat hareketleri yani volatilité tespit edilip çeşitli ekonometrik yöntemler ile modellenmeye ve öngörölmeye çalışılmıştır.

02.01.2002–31.12.2009 tarihleri arasında BİST-100 Getiri Endeksi'nde haberin asimetric etkisi ve getiri risk ilişkisi mevcuttur. Buna göre her ne kadar bu dönemde ekonomi göreceli olarak durağan olsa da yatırımcıların edindikleri tecrübelerle olumsuz haberlere çok duyarlı olduğu alım satım kararlarını çabuk verdiği ve aldıkları riski yüksek miktarlı getiriler ile telafi etmek istedikleri ileri sürülebilir.

Üç farklı tarih aralığındaki BİST-100 Getiri Endeksi serisinin betimsel istatistiklerinde ortak olarak BİST-100 Getiri Endeksi serisinde normal dağılıma göre kalın kuyruğa sahip olma ve sivri olma, volatilité kümelenmesi gözlenmektedir. Bu özellikler finansal zaman serilerinin gösterdiği ortak özelliklerdir. Üç farklı tarih aralığındaki BİST-100 Getiri Endeksi serisi modellendiğinde bazı özellikler ortak olarak gözlenmiştir. Bunlar;

- Koşullu varyans dağılımının hata teriminde kullanılan farklı dağılımların modelin veri setine uyumunu arttırmaktadır. En iyi uyum student-t dağılımında sağlanırken onu GED ve normal dağılım takip etmektedir.
- Modelin yapısı karmaşıklaştıkça asimetri, üs parametresi gibi modelin veriye uyumu artmaktadır.

KAYNAKÇA

BOLLERSLEV, Tim, 1986, “Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31, North Holland, pp. 307-327.

BROOKS, Chris, 2002, **Introductory Econometrics For Finance**, England, Cambridge University Press.

BARUNIK, Jozef, KREHLIK, Tomas, VACHA, Lukas, “Modeling and Forecasting Exchange Rate Volatility in Time-frequency Domain”, <http://arxiv.org/pdf/1204.1452.pdf>, 5 Ekim 2015.

ENGLE, Robert F., July 1982, “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, *Econometrica*, 50(4), pp. 987-1007.

ENGLE, Robert F., LILIEN, David M., ROBINS, Russell P., March 1987, “Estimating Time Varying Risk Premia In The Term Structure: The Arch-M Model”, *Econometrica*, 55(2), pp. 427-431.

ENGLE, Robert F., NG, Victor K., 1993, “Measuring and Testing the Impact of News on Volatility”, *The Journal of Finance*, 48(5), pp. 1749-1778.

GÖKÇE, Atilla, 2001, “İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi”, *G.Ü., İ.İ.B.F. Dergisi*, 1, s. 35-58.

LOUZIS, D. P., XANTHOPOULOS-SISINIS, S, REFENES, A. P., (2013), “The role of highfrequency intra-daily data, daily range and implied volatility in multi-period value-at-risk forecasting”, *Journal of Forecasting*, 32 (6), 561-576.

MAZIBAŞ, Murat, “İMKB Piyasalarındaki Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesi: Asimetrik GARCH Modelleri ile Bir Uygulama”, www.ekonometridernegi.org/bildiriler/o16s3.pdf, 28 Temmuz 2013.

MCMILLAN, D. G., SPEIGHT, A. E., 2012, “Daily FX Volatility Forecasts: Can the GARCH (1, 1) Model be Beaten using High-Frequency Data?” *Journal of Forecasting*, 31 (4), 330–343.

NELSON, Daniel B., 1991, “*Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach*”, *Econometrica*, 59(2), pp. 347-370.

ORHUNBİLGE, Neyran, 1999, **Zaman Serileri Analiz Tahmin ve Fiyat İndeksleri**, İstanbul, İşletme Fakültesi Yayınları.

PATTERSON, Kerry, 2000, **An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach**, England, Antony Rowe Ltd.

SARIOĞLU, Serra Eren, 2006, “*Değişkenlik Modelleri ve İMKB Hisse Senetleri Piyasası’nda Değişkenlik Modellerinin Kesitsel Olarak İrdelenmesi*”, İstanbul: İktisadi Araştırmalar Vakfı.

SEDDIGHI, H.R., LAWYER, K.A., KATOS, A.V., 2000, **Econometrics: A Practical Approach**, London, Routledge Taylor and Francis Group.

TSAY, Ruey S., 2002, **Analysis of Financial Time Series**, Willey Series in Probability and Statistics, ABD, John Willey & Sons Inc.