



2-Tuple Full Linguistic Intuitionistic Fuzzy Set Approach: An Application on Decision Making

Gürkan IŞIK^{1,*}

¹Bursa Technical University, Department of Industrial Engineering, 16310, Bursa/TÜRKİYE

Graphical/Tabular Abstract

Linguistic fuzzy modeling (LFM) is an approach that enables to express the uncertainties related to real life problems with the help of words and symbols. The 2-tuple LFM approach has been proposed in the literature to deal with the loss of information caused by the dependency of the position of the kernel and support points of fuzzy sets (FS) to linguistic terms (LT), in which a linguistic expression consists of a linguistic term and a numerical value called difference of information (DOI). 2-tuple LFM is useful for increasing accuracy, but it partially damages the "computing with words" concept and reduces interpretability, because of being a hybrid numerical-linguistic approach.

Article Info:

Research article
 Received: 4.04.2022
 Revision: 22.05.2022
 Accepted: 24.05.2022

Highlights

- Fuzzy Modeling,
- Linguistic Terms.
- 2-Tuple LFM.

Keywords

Decision making,
 Fuzzy set,
 Intuitionistic fuzzy
 set, 2-tuple linguistic
 fuzzy modeling,
 2-tuple linguistic
 intuitionistic fuzzy
 modeling

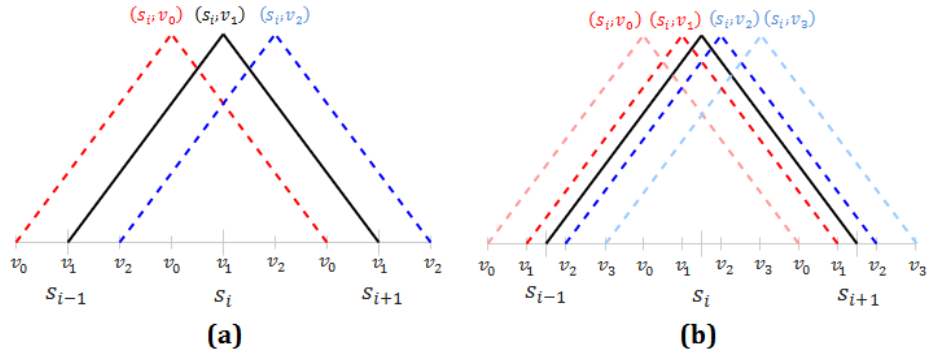


Figure A. 2-tuple full linguistic statements having secondary term set having (a) 3 and (b) 4 elements

Purpose: In this study, 2-tuple Full LFM (FLFM) approach having verbal BF, which is more inclusive version of ordinary 2-tuple LFM, has been proposed. To obtain a more useful modeling approach in real life problems, the proposed approach is extended for intuitionistic FSs (IFS) and 2-Tuple Full Linguistic Intuitionistic Fuzzy Modeling (FLIFM) has been proposed.

Theory and Methods: The proposed approach has been applied to a decision-making problem in the energy sector to test its ability to model real-life behaviors. By using a relatively small set of linguistic terms, sensitive and literature-compliant results that are suitable for sensitivity analysis were obtained.

Results: By using a relatively small set of linguistic terms, sensitive and literature-compliant results that are suitable for sensitivity analysis were obtained.

Conclusion: The proposed approach can be used for modeling different types of problems as it also covers the missing information situation encountered in real life problems. As future work, the proposed approach can be integrated with the context-free grammar approach. The proposed approach can be extended for Pythagorean fuzzy sets to cover the case of inconsistent data.



2-Tuple Full Linguistic Intuitionistic Fuzzy Set Approach: An Application on Decision Making

Gürkan IŞIK^{1,*}

¹Bursa Teknik Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 16310, Bursa/TÜRKİYE

Abstract

Linguistic fuzzy modeling (LFM) is an approach that enables to express the uncertainties related to real life problems with the help of words and symbols. Since the uncertainties can be expressed more understandably with LFM, it is often useful for modeling processes involving humans. A significant issue about LFM is the dependency of the position of the kernel and support points of fuzzy sets (FS) to linguistic terms (LT). This dependency causes loss of information and reduces the accuracy of modeling. 2-tuple LFM approach has been proposed in the literature to deal with this issue, in which a linguistic expression consists of a linguistic term and a numerical value called difference of information (DOI). 2-tuple LFM is useful for increasing accuracy, but it partially damages the "computing with words" concept and reduces interpretability, because of being a hybrid numerical-linguistic approach. In this study, 2-tuple Full LFM (FLFM) approach having verbal BF, which is more inclusive version of ordinary 2-tuple LFM, has been proposed. To obtain a more useful modeling approach in real life problems, the proposed approach is extended for intuitionistic FSs (IFS) and 2-Tuple Full Linguistic Intuitionistic Fuzzy Modeling (FLIFM) has been proposed. The proposed approach has been applied to a decision-making problem in the energy sector to test its ability to model real-life behaviors. By using a relatively small set of linguistic terms, sensitive and literature-compliant results that are suitable for sensitivity analysis were obtained.

Makale Bilgisi

Araştırma makalesi
Başvuru: 04.04.2022
Düzeltilme: 22.05.2022
Kabul: 24.05.2022

Keywords

Decision making,
Fuzzy set,
Intuitionistic fuzzy set,
2-tuple linguistic fuzzy
modeling,
2-tuple linguistic
intuitionistic fuzzy
modeling

Anahtar Kelimeler

Bulanık küme,
Karar verme,
Sezgisel bulanık küme,
2-öğeli dilsel bulanık
modelleme,
2-öğeli dilsel sezgisel
bulanık modelleme

2-Öğeli Tam Dilsel Sezgisel Bulanık Küme Yaklaşımı: Karar Verme Üzerine Bir Uygulama

Öz

Dilsel bulanık modelleme (DBM), gerçek hayat problemlerine ilişkin belirsizliklerin kelimeler ve semboller yardımıyla ifade edilmesini sağlayan bir yaklaşımdır. DBM sayesinde belirsizlikler daha anlaşılır bir şekilde ifade edilebildiği için genellikle insanların dâhil olduğu süreçlerin modellemesi için kullanışlıdır. DBM ile ilgili önemli bir zayıflık, dilsel terimlere karşılık gelen bulanık kümelerin (BK) çekirdek ve destek noktalarının dilsel terimlerle (DT) olan doğrudan bağımlılığıdır. Bu bağımlılık, hassas modellemeyi kısıtladığı için bilgi kaybına neden olur. Bu sorunun üstesinden gelmek için literatürde, bir dilsel ifadeye bilgi farkı (BF) adlı sayısal bir değer eşlik ettiği 2-öğeli DBM yaklaşımı önerilmiştir. 2-öğeli DBM tutarlılığı artırmada faydalı olsa da melez bir sayısal-dilsel yaklaşım olması nedeniyle "kelimelerle hesaplama" yaklaşımına zarar verir ve yorumlanabilirliği azaltır. Bu çalışmada, 2-öğeli DBM'nin daha kapsayıcı bir sürümü olan dilsel BF'ye sahip 2-Öğeli Tam DBM yaklaşımı önerilmiştir. Gerçek hayat problemlerinde daha kullanışlı bir modelleme yaklaşımı elde edebilmek amacıyla, önerilen yaklaşım sezgisel bulanık kümeler için genişletilmiş ve 2-öğeli tam dilsel sezgisel bulanık modelleme (DSBM) önerilmiştir. Önerilen yaklaşım, gerçek hayat davranışlarını modelleyebilme yeteneğini test etmek amacıyla enerji sektöründe bir karar verme problemi üzerinde uygulanmıştır. Görece küçük bir dilsel terim kümesi kullanılarak, duyarlılık analizi yapmaya elverişli, hassas ve literatür ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Mühendislik yöntemlerinin çoğu, elverişli sonuçlara ulaşmak için kesin bilgilere ihtiyaç duyar. Bu durum, gerçek hayat problemlerini temsil etmek açısından önemli bir zayıflık doğurur. Zadeh [1], gerçek hayattaki

belirsizlikleri modellemek için bulanık küme (BK) yaklaşımını önermiştir. Geleneksel BK'ler sayısal değerler kullanır fakat insanlar kelimelerle düşünür. Zadeh [2] tarafından önerilen dilsel bulanık modelleme (DBM), kelimelerle düşünmek ve bunları dilsel kestirim yardımıyla BK'lere dönüştürmeye olanak veren kullanışlı bir yaklaşımdır.

Bulanık modellemenin kalitesi yorumlanabilirlik ve doğruluk özellikleri ile ölçülür. Yorumlanabilirlik, modelin sistem davranışını anlaşılır bir şekilde ifade etme yeteneğini gösterirken doğruluk, gerçek sisteme yakınlığı temsil etmektedir. DBM'de yorumlanabilirliği arttırmak önceliklidir ve dilsel terim sayısı modellemenin en başında sabit olarak belirlenir. Bu yaklaşım doğruluğun azalmasına sebep olabilir. Çünkü DBM'de "yorumlanabilirlik-doğruluk değiş tokuşu" durumu söz konusudur. Terim kümesi küçükse, yorumlanabilirlik açısından kısıtlayıcı hale gelebilir. Öte yandan, terim kümesi boyutunun artması doğruluk artırır ancak yorumlanabilirliği azaltabilir. Yorumlanabilirliği korurken DBM'nin doğruluğunu artırmak zorlu bir iştir, bu nedenle ek mekanizmalar gerektirir. Literatürde, DBM doğruluğunu geliştirmek için model yapısını değiştirmeye veya veri analizi vb. teknikler kullanarak terim kümesi boyutunu ve BK şeklini ayarlamaya odaklanan çok fazla çalışma yapılmıştır (Casillas, Cordon, Herrera, & Magdalena, 2013). Model yapısının değiştirilmesine, bazı örnekleri, bulanık kural tabanlı hiyerarşik bir metodoloji kullanmak [4], sürekli dilsel terim kümeleri (DTK) formüle etmek [5] ve terimleri ölçek içinde eşit aralıklarla yerleştirilmemiş DTK'ler oluşturmak [6] gibi çalışmalar örnek verilebilir.

DBM ile ilgili diğer bir sorun, BK'lerin çekirdek ve destek noktalarının dilsel terimlere (DT) doğrudan bağımlılığıdır. Yönteme ilişkin bu kısıt, hassas modellemeyi engeller ve bilgi kaybına neden olur. Delgado vd. [7], DBM'deki bilgi kaybını en aza indirmek için DT'lere karşılık gelen BK'lerin çekirdek ve destek noktalarını, öncül ve ardıl BK'ler arasında kaydırmaya olanak veren, dilsel ve sayısal değerleri birlikte kullanan bir yaklaşım önermiştir. Herrera ve Martinez [8] bu yaklaşımı 2-öğeli DBM olarak adlandırmış ve temel işlemlerini formüle etmiştir. 2-öğeli DBM yaklaşımında, bir 2- öğeli dilsel ifade, bir dilsel terim ve buna eşlik eden bir tür kaydırma değiştiricisi olan "bilgi farkı" (BF) adlı bir sayısal değer ile temsil edilir. BF, öncül ve ardıl DT'ler arasındaki dilsel terime karşılık gelen BK'lerin kayma hareketinin ölçüsünü belirtir. Bu şekilde, BK'lerin çekirdek ve destek noktalarının konumlarının DT'lere bağımlılığı en aza indirilir ve uzmanlar nispeten küçük bir terim seti kullanarak ara değerlendirmeler yapma esnekliği kazanır. Herrera ve Martinez [9], dilsel tanımlama, tutarlılık ve doğruluk perspektiflerinde yaklaşık DBS ve 2-öğeli dilsel hesaplama modellerini (DHM) karşılaştırmış ve 2-öğeli DHM'nin tüm açılardan daha iyi sonuçlar verdiği sonucuna varmıştır.

Literatürde 2-öğeli DBM ile ilgili çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Martinez ve Herrera [10], 2-öğeli DBM ile ilgili bazı teorik ve uygulamalı çalışmaları özetlemiştir. 2-öğeli DBM tabanlı birleştirme, dilsel hiyerarşiler, genişletilmiş dil hiyerarşileri, birleştirme ve çeviri-manipülasyon-yeniden çeviri metodolojileri, çok parçalı, heterojen ve dengesiz DTK'lerle çalışma bağlamında analiz edilmiştir. Herrera vd. [11], farklı kaynaklardan toplanan ve farklı çok parçalılık ve anlambilime sahip dilsel bilgileri birleştirmek ve yönetmek için bir füzyon yaklaşımı geliştirmiştir. Herrera ve Martinez [12], farklı DTK'ler kullanılarak üretilen çok parçalı dilsel bilginin normalizasyonunun neden olduğu bilgi kaybını azaltmak için terim kümelerinin dilsel hiyerarşileri olarak adlandırılan bir tür çok parçalı dilsel bağlam önermiştir. Herrera vd. [6] terimleri, dilsel bir hiyerarşi kullanarak atanan parametrik üyelik fonksiyonları olarak temsil ederek, dengesiz DTK'lerle bilgi kaybı olmadan çalışmak için 2-öğeli birleştirilmiş bir prosedür inşa etmiştir. Estrella vd. [13] ise çok kriterli karar verme (ÇKKV) sorunlarını çok parçalı, heterojen ve dengesiz DTK'lerle baş ederek çözmek için 2-öğeli DBM'yi benimseyen bir yazılım geliştirmiştir. Xu ve Wang [14], bazı 2-öğeli dilsel güç operatörleri önermiştir. Merigo ve Gil-Lafuente [15], birkaç dilsel toplama operatörünün bir genellemesi olarak uyarılmış 2-öğeli toplama operatörünü sunmuştur.

2-öğeli DBM'nin farklı uzantıları da geliştirilmiştir. Oransal 2-öğeli DBM ve sayısal ölçek, Martinez ve Herrera [10] tarafından 2-öğeli DBM'ye dayalı yeni DHM'ler olarak tartışılmıştır. Wang ve Hao [16], BF'yi $\alpha + \beta = 1$ 'i sağlayan bir sembolik oran çifti olan α ve β ile değiştirerek 2-öğeli DBM'nin yeni bir versiyonunu önermiştir. BK, bu orantı çiftine bağlı olarak ardışık iki terim arasında kaydırılır. Dong vd. [17], sayısal ölçek kavramına dayalı olarak 2-öğeli DBM'yi genişletmiş ve DTK'nin sayısal ölçeğini hesaplamak için bir optimizasyon modeli önermiştir. Dong ve Herrera-Viedma [18], ÇKKV problemlerinde 2-öğeli DBM'lerin sayısal ölçeklerini belirlemek için otomatik bir mekanizma geliştirmiştir. 2-öğeli DBM, literatürde karar verme problemleri için sezgisel BK'ler [19], pisagor BK'ler [20], resim BK'ler [21] ve çift kutuplu BK'ler [22] ile birleştirilmiştir.

2-öğeli DBM doğruluğu artırsa da, melez sayısal-sözel ifadeler kullanılması nedeniyle "kelimelerle hesaplama" yaklaşımıyla tam olarak örtüşmez. Oysa "kelimelerle hesaplama" yaklaşımında uzmanlar, "daha az", "daha fazla", "+", "-", "daha yüksek", "daha düşük" gibi karşılaştırılabilir sözel kelimeler veya sembollerle özgürce düşünmelidir. Bu çalışmada, 2-öğeli DBM'nin değiştirilmiş ve daha kapsayıcı bir sürümü olan dilsel BF'ye sahip "2-öğeli tam DBM" yaklaşımı önerilmiştir ve matematik çerçevesi oluşturulmuştur. Bu matematik çerçeveyi temel alarak 2-öğeli tam dilsel sezgisel bulanık modelleme (DSBM) de önerilmiştir. Önerilen bu yeni modelleme yaklaşımı, insan faktörü içeren gerçek hayat problemlerinde kullanılmaya daha elverişlidir.

Bu çalışmanın geri kalan kısmı şu şekilde yapılandırılmıştır: Bölüm 2'de, 2-öğeli DBM hakkında kısa bir bilgi verilmiş, önerilen 2-öğeli tam DBM tanımlanmış ve sıradan 2-öğeli DBM'ye dönüşüm sunulmuştur. Ayrıca birden fazla 2-öğeli tam dilsel ifadeyi toplamak için operatörler önerilmiştir. Bölüm 3'te, 2-öğeli tam DSBM sunulmuş ve Bölüm 4'te bir sayısal örnek üzerinde uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar ve gelecek çalışma önerileri Bölüm 5'te verilmiştir.

2. 2-ÖĞELİ TAM DİLSEL BULANIK MODELLEME (2-TUPLE FULL LINGUISTIC FUZZY MODELING)

BK teorisinde, belirsizlik $[0,1]$ aralığında tanımlı sürekli bir üyelik fonksiyonu ile modellenir. Her bir küme elemanının bu fonksiyon ile belirlenen bir üyelik derecesi (ÜD) vardır. Bir küme elemanı kümeye kısmi olarak üye olabilir. Üyelik derecesi büyük ise belirsizlik düşük, aksi halde belirsizlik yüksektir. Her bir eleman için ÜD ve üye olmama derecelerinin (ÜOD) toplamı 1'e eşittir [1].

İnsanların dahil olduğu olaylar için sözlü yargıların sayısal ifadelerle dönüştürülmesinde güçlük yaşanır. Bu gibi durumlarda, dilsel bulanık yaklaşım yararlı olabilir. Dilsel bulanık değişken yaklaşımında, değişkenlere yönelik değerlendirmeler bir dildeki kelimeler veya tümcelerdir [2]. Bulanık dilsel yaklaşım, DTK'ler yardımıyla formüle edilir.

Tanım 1: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ sıralı yapıda bir DTK ve $Neg(s_i)$ olumsuzluk operatörü olsun. S kümesi şu koşulları sağlamalıdır [8]:

- $Neg(s_i) = s_j$ ve $j = g - i$.
- $s_i \leq s_j \Leftrightarrow i \leq j$.

DTK'ler normal şartlarda sadece DT'lere karşılık gelen değerlendirmeler yapmaya olanak tanır. Ara değerlendirmeler yapabilmek için dilsel değiştiriciler önerilmiştir.

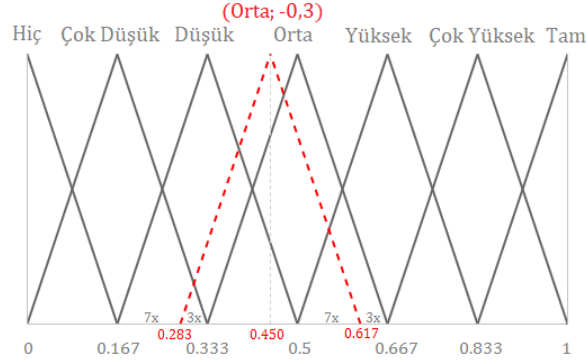
Tanım 2: $\alpha \in \mathbb{R}$ bir gerçek sayı, $\mathcal{F}(X)$, X uzayında tanımlı tüm BK'lerin sınıfı ve $\tilde{A} \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ bir BK olsun. Bir kaydırma değiştirici operatörü $M_\alpha, \mathcal{F}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{F}(\mathbb{R})$ arasında $M_\alpha(\tilde{A}(x)) = \tilde{A}(x - \alpha), \forall x \in \mathbb{R}$ şeklinde bir eşleştirme olarak tanımlanır [23].

2-öğeli DBM, Herrera ve Martinez [8] tarafından dilsel bilgiyi 2-öğeli bir formatta ($s \in S; \alpha$) karakterize etmek için önerilmiştir. Burada s , bir DTK olan S 'e ait bir DT'dir ve α , bir değiştirici olarak işlev gören gerçek bir sayıdır. Aşağıdaki tanımlar, 2-öğeli DBM'nin genel özelliklerini sunar.

Tanım 3: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ sıralı yapıda bir DTK, $\alpha \in [-0,5; 0,5]$ BF terimi, $A_{s_i \in S} = (s_i; \alpha)$ bir 2-öğeli dilsel ifade, $f_{s_i \in S}$ s_i dilsel terimine karşılık gelen BK, $F^-(s_i) = \{f_{i_j}^-\} = \{f_{i_0}^-, \dots, f_{i_g}^-\}, [s_{i-1}, s_i)$ aralığında eşit aralıklarla konumlandırılmış ardışık 10 adet BK içeren bir küme ve $F^+(s_i) = \{f_{i_j}^+\} = \{f_{i_0}^+, \dots, f_{i_g}^+\}, (s_i, s_{i+1}]$ aralığında eşit aralıklarla konumlandırılmış ardışık 10 adet BK içeren bir küme olsun. $A_{s_i \in S}$ 'ye karşılık gelen BK, Denklem (1)'deki gibi bulunur:

$$f_{s_i \in S} = \begin{cases} f_{10 \times (1-\alpha)}^- & , \alpha < 0 \\ f_{s_i} & , \alpha = 0 \\ f_{10 \times \alpha}^+ & , \alpha > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Örnek 1: $A_s = (Orta; -0,3)$ dilsel ifadesine karşılık gelen BK, Herrera ve Martinez [8] tarafından önerilen DTK kullanılarak Şekil 1’de görüldüğü gibi elde edilir.



Şekil 1. $(Orta; -0,3)$ 2-öğeli dilsel ifadesine karşılık gelen bulanık küme

Tanım 4: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ sıralı yapıda bir DTK ve $\beta \in [0, g]$ bir gerçek sayı olsun. β sayısına karşılık gelen $A_{s \in S} = (s_i; \alpha \in [-0,5; 0,5])$ 2-öğeli dilsel ifadesi Denklem (2)’deki gibi bulunur [8].

$$\Delta(\beta) = (s_{i=\text{round}(\beta)}; \alpha = \beta - i) = A_{s \in S} \quad (2)$$

Tanım 5: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ bir DTK ve $A_{s \in S} = (s_i; \alpha)$ bir 2-öğeli dilsel ifade olsun. 2-öğeli ifadeleri eşdeğer sayısal $\beta \in [0, g] \subset \mathcal{R}$ karşılıklarına dönüştüren Δ^{-1} fonksiyonu Denklem (3)’teki gibi tanımlanır [8]:

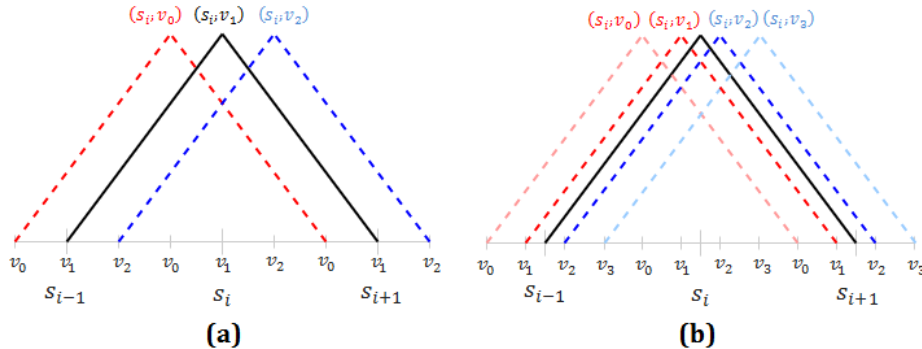
$$\Delta^{-1}(A_{s \in S}) = \Delta^{-1}(s_i; \alpha) = i + \alpha = \beta \quad (3)$$

Tanım 6: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ bir DTK ve $x_j = \{x_1, \dots, x_n\}$ dilsel ifadeler olsun. Bu n adet dilsel ifadenin aritmetik ortalaması (\bar{x}) eğer ifadeler olağan dilsel ifade ise Denklem (4)’teki gibi [24], eğer 2-öğeli dilsel ifade ($x_j = A_{j \in S} = (r_j; \alpha_j)$) ise Denklem (5)’teki gibi hesaplanır [8]:

$$\bar{x} = \begin{cases} \frac{x_{n+1}}{2}, & n \text{ tek sayı} \\ \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}), & n \text{ çift sayı} \end{cases} \quad (4)$$

$$\bar{x} = \Delta \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \Delta^{-1}(A_{j \in S}) \right) = \Delta \left(\sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \Delta^{-1}(r_j; \alpha_j) \right) = \Delta \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \beta_j \right) \quad (5)$$

2-öğeli DBM yaklaşımı melez bir sayısal-sözel yapısı olması nedeniyle tam anlamıyla dilsel bir modelleme yaklaşımı değildir. Çünkü dilsel modellemede sözlü anlamlara sahip kelime veya sembollerle özgürce değerlendirme yapılabilir. Amerikan harf derecelendirme sisteminin artı (+) veya eksi (-) ile ifade edilen ikinci kısmı, sembollerin kaydırma değiştiricileri olarak kullanılmasına uygulanabilir iyi bir örnek olabilir. Bu çalışma kapsamında L2TS’ler dilsel BF’ye sahip olacak şekilde modifiye edilmiştir. Önerilen 2-öğeli tam DBM yaklaşımında, BF sadece kelimelerden veya sembollerden oluşur. Bu nedenle, bir 2-öğeli tam dilsel bulanık ifade, bir çift dilsel değişkenden oluşur. Şekil 2’de, 3 ve 4 elemana sahip ikincil terim kümelerine sahip örnek 2-öğeli tam dilsel bulanık ifadeleri gösterilmektedir.



Şekil 2. (a) 3 ve (b) 4 elemanlı ikincil terim kümesine sahip örnek 2-öğeli tam dilsel ifadeler

Tanım 7: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ bir DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil bir DTK, $A_{s_i \in S, v_j \in V} = (s_i; v_j)$ bir 2-öğeli tam dilsel ifade, f_{s_i}, s_i dilsel terimine karşılık gelen BK, $F^-(s_i) = \{f_{i_k}^-\} = \{f_{i_0}^-, \dots, f_{i_{n-1}}^-\}$, $[s_{i-1}, s_i]$ aralığında eşit aralıklarla konumlandırılmış ardışık 10 adet BK içeren bir küme ve $F^+(s_i) = \{f_{i_k}^+\} = \{f_{i_0}^+, \dots, f_{i_n}^+\}$, $[s_i, s_{i+1}]$ aralığında eşit aralıklarla konumlandırılmış ardışık 10 adet BK içeren, $f_{i_{n-1}}^-$ ile $f_{i_0}^+$ arasındaki mesafe $f_{i_k}^-$ 'ler arasındaki ifadeler ile eşit olan bir küme olsun. $A_{s_i \in S, v_j \in V}$ 'ye karşılık gelen BK Denklem (6)'daki gibi bulunur:

$$f_{A_{s_i \in S, v_j \in V}} = \begin{cases} f_{(j + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1)}^- & , j < \frac{n}{2} \\ f_{s_i} = f_0^+ & , j = \frac{n}{2} \\ f_{(j - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor)}^+ & , j > \frac{n}{2} \end{cases} \quad (6)$$

Burada $\lfloor . \rfloor$ ifadesi kendisinden küçük en yakın tamsayıya yuvarlama işlemini temsil etmektedir.

Tanım 8: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_{s \in S, v \in V} = (s_i; v_j)$ bir 2-öğeli tam dilsel ifade olsun. Eşdeğer bir 2-öğeli dilsel $A'_{s \in S} = (s_i; \alpha)$ ifadesi Denklem (7)'deki dönüşüm ile elde edilir:

$$A_{s \in S, v \in V} = (s_i; v_j) \equiv A'_{s \in S} = \left(s_i; \alpha = \begin{cases} \left(j - \frac{n+1}{2} \right) \left(\frac{1}{n+1} \right) & , n \text{ tek sayı} \\ \left(j - \frac{n}{2} \right) \left(\frac{1}{n+1} \right) & , n \text{ çift sayı} \end{cases} \right) \quad (7)$$

Tanım 9: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK olsun. Verilen bir $\beta \in [0, g] \subset \mathcal{R}$ gerçekte sayısına en yakın eşdeğer 2-öğeli tam dilsel $A_{s \in S, v \in V} = (s_i; v_j)$ ifadesini veren Δ fonksiyonu Denklem (8)'deki gibi tanımlanır:

$$\Delta(\beta) = A_{s \in S, v \in V} = (s_{i=\lfloor \beta \rfloor}; v_{j=\lfloor (\beta - i + 0,5) \times (n+1) - 0,5 \rfloor}) \quad (8)$$

Burada $\lfloor . \rfloor$ ifadesi en yakın tamsayıya yuvarlama işlemini temsil etmektedir.

Tanım 10: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_{s \in S, v \in V} = (s_i; v_j)$ bir 2-öğeli tam dilsel ifade olsun. 2-öğeli tam dilsel ifadeleri eşdeğer $\beta \in [0, g] \subset \mathcal{R}$ gerçekte sayısına dönüştüren Δ^{-1} fonksiyonu Denklem (9)'daki gibi tanımlanır:

$$\Delta^{-1}(A_{s \in S, v \in V}) = \Delta^{-1}(s_i; v_j) = i - 0,5 + \frac{j+0,5}{n+1} = \beta \quad (9)$$

Örnek 2: $S = \{s_i\} = \{\text{hiç, düşük, orta, yüksek, tam}\}$ birincil DTK ve $V = \{v_j\} = \{-, =, +\}$ BF'ye ilişkin sembolik terimler içeren ikincil DTK olarak tanımlanmıştır. $\beta_1 = 2,538$, $\beta_2 = 2,875$ ve $\beta_3 = 3,438$ sayılarının en yakın eşdeğer 2-öğeli tam dilsel ifadeleri (10-12) no'lu Denklemlerdeki gibi elde edilir. (yüksek; -), (yüksek; =) ve (yüksek; +) 2-öğeli tam dilsel ifadelerine karşılık gelen sayısal değerler (13-15) no'lu Denklemlerdeki gibi elde edilir:

$$\Delta(2,538) = (s_{i=\lfloor 2,538 \rfloor} = 3; v_{j=\lfloor (2,538 - 3 + 0,5) \times 3 - 0,5 \rfloor = 0}) = (\text{yüksek}; -) \quad (10)$$

$$\Delta(2,875) = (s_{i=\lfloor 2,875 \rfloor} = 3; v_{j=\lfloor (2,875 - 3 + 0,5) \times 3 - 0,5 \rfloor = 1}) = (\text{yüksek}; =) \quad (11)$$

$$\Delta(3,438) = (s_{i=\lfloor 3,438 \rfloor} = 3; v_{j=\lfloor (3,438 - 3 + 0,5) \times 3 - 0,5 \rfloor = 2}) = (\text{yüksek}; +) \quad (12)$$

$$\Delta^{-1}(\text{yüksek}; -) = 3 - 0,5 + \frac{0+0,5}{3} = 2, \bar{6} \quad (13)$$

$$\Delta^{-1}(\text{yüksek}; =) = 3 - 0,5 + \frac{1+0,5}{3} = 3 \quad (14)$$

$$\Delta^{-1}(\text{yüksek}; +) = 3 - 0,5 + \frac{2+0,5}{3} = 3, \bar{3} \quad (15)$$

2-öğeli DBM, olumsuzluk ve karşılaştırma adı verilen iki temel operatöre sahiptir. Bu operatörler, aşağıda ayrıntılı olarak açıklandığı gibi değiştirilmiş 2-öğeli tam DBM için genişletilmiştir.

Tanım 11: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_{s \in S, v \in V} = (s_i; v_j)$ bir 2-öğeli tam dilsel ifade olsun. 2-öğeli tam dilsel ifadeler için olumsuzluk operatörü Denklem (16)'daki gibi tanımlanır:

$$Neg(A = (s_i; v_j)) = \Delta(g - \Delta^{-1}(s_i; v_j)) \quad (16)$$

Örnek 3: $S = \{s_i\} = \{\text{hiç, düşük, orta, yüksek, tam}\}$ birincil DTK ve $V = \{v_j\} = \{-, =, +\}$ BF'ye ilişkin sembolik terimler içeren ikincil DTK olarak tanımlanmıştır. 2-öğeli tam dilsel (yüksek; -), (yüksek; =) ve (yüksek; +) ifadeleri için olumsuzluk ifadeleri (17-19) no'lu denklemlerdeki gibi elde edilir:

$$Neg(\text{yüksek; -}) = \Delta(4 - \Delta^{-1}(\text{yüksek; -})) = \Delta(4 - 2, \bar{6}) = (\text{düşük; +}) \quad (17)$$

$$Neg(\text{yüksek; =}) = \Delta(4 - \Delta^{-1}(\text{yüksek; =})) = \Delta(4 - 3) = (\text{düşük; =}) \quad (18)$$

$$Neg(\text{yüksek; +}) = \Delta(4 - \Delta^{-1}(\text{yüksek; +})) = \Delta(4 - 3, \bar{3}) = (\text{düşük; -}) \quad (19)$$

2-öğeli tam dilsel ifadeler, 9 no'lu denklem yardımıyla eşdeğer sayısal değerlere dönüştürülerek karşılaştırılabilir. Ancak 20 no'lu denklemde sunulan kurallar kullanılarak, sayısal değerlere çevirmeksizin doğrudan da karşılaştırılabilirler.

Tanım 12: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK, $A = (s_{i_1}; v_{j_1})$ ve $B = (s_{i_2}; v_{j_2})$ 2-öğeli tam dilsel ifadeler olsun. İfadeler arasındaki karşılaştırma operatörü Denklem (20)'deki gibi tanımlanır:

$$Comp(A = (s_{\alpha}; v_{\beta}), B = (s_k; v_l)) = \begin{cases} A < B & , \alpha_1 < \alpha_2 \\ A > B & , \alpha_1 > \alpha_2 \\ A < B & , \alpha_1 = \alpha_2 \text{ ve } \beta_1 < \beta_2 \\ A > B & , \alpha_1 = \alpha_2 \text{ ve } \beta_1 > \beta_2 \\ A = B & , \alpha_1 = \alpha_2 \text{ ve } \beta_1 = \beta_2 \end{cases} \quad (20)$$

Örnek 4: $S = \{s_i\} = \{\text{hiç, düşük, orta, yüksek, tam}\}$ birincil DTK ve $V = \{v_j\} = \{-, =, +\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK olsun. $A = (s_3; v_2) = (\text{yüksek; +})$, $B = (s_3; v_1) = (\text{yüksek; =})$, $C = (s_2; v_2) = (\text{orta; +})$ ve $D = (s_3; v_0) = (\text{yüksek; -})$ dilsel ifadeleri arasındaki sıralama Denklem (13) yardımıyla $C < D < B < A$ olarak elde edilir.

Tanım 13: Let $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK, $A = (s_{i_1}; v_{j_1})$ ve $B = (s_{i_2}; v_{j_2})$ 2-öğeli tam dilsel ifadeler ve $\lambda_1, \lambda_2 [0,1]$ aralığında skaler değerler olsun. 2-öğeli tam dilsel ifadeler arasındaki Toplama ve Çarpma işlemleri (21-23) no'lu denklemlerde tanımlanmıştır:

$$A \oplus B = \Delta\left(\frac{\Delta^{-1}(s_{i_1}; v_{j_1}) + \Delta^{-1}(s_{i_2}; v_{j_2})}{2}\right) \quad (21)$$

$$\lambda_1 A \oplus \lambda_2 B = \Delta\left(\frac{\lambda_1 \times \Delta^{-1}(s_{i_1}; v_{j_1}) + \lambda_2 \times \Delta^{-1}(s_{i_2}; v_{j_2})}{\lambda_1 + \lambda_2}\right) \quad (22)$$

$$A \otimes B = \Delta\left(\sqrt{\Delta^{-1}(s_{i_1}; v_{j_1}) \times \Delta^{-1}(s_{i_2}; v_{j_2})}\right) \quad (23)$$

2-öğeli tam dilsel ifadeleri KV problemlerinde kullanabilmek için toplama operatörlerine ihtiyaç vardır. Takip eden tanımlarda aritmetik ve geometrik toplama operatörleri formüle edilmiştir.

Tanım 14: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_k = (s_{i_k}; v_{j_k})$, $(k = 1, 2, \dots, m)$ 2-öğeli tam dilsel ifadeler kümesi olsun. Dilsel 2-öğeli Ortalama Toplama Operatörü (L2TA) Denklem (24)'deki gibi tanımlanır:

$$L2TA(A_1, A_2, \dots, A_m) = \oplus_{k=1}^m A_k = A_1 \oplus A_2 \oplus \dots \oplus A_m = \Delta\left(\frac{1}{m} \times \sum_{k=1}^m \Delta^{-1}(A_k)\right) \quad (24)$$

Tanım 15: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_k = (s_{i_k}; v_{j_k})$, $(k = 1, 2, \dots, m)$ 2-öğeli tam dilsel ifadeler kümesi ve $w_k = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ ise A_k 'lere ait

ağırlıklar olsun. Dilsel 2-öğeli Ağırlıklı Ortalama Toplama Operatörü (L2TWA) Denklem (25)'deki gibi tanımlanır:

$$L2TWA(w_1A_1, w_2A_2, \dots, w_mA_m) = \bigoplus_{k=1}^m w_k A_k = \Delta \left(\frac{\sum_{k=1}^m (w_k \times \Delta^{-1}(A_k))}{\sum_{k=1}^m (w_k)} \right) \quad (25)$$

Tanım 16: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_k = (s_{i_k}; v_{j_k})$, ($k = 1, 2, \dots, m$) 2-öğeli tam dilsel ifadeler kümesi ve $w_k \in [0,1] = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ ise A_k 'lere ait $\sum w_k = 1$ eşitliğini sağlayan ağırlıklar olsun. Dilsel 2-öğeli Sıralı Ağırlıklı Ortalama Toplama Operatörü (L2TOWA) Denklem (26)'deki gibi tanımlanır:

$$L2TOWA(w_1A_{(1)}, w_2A_{(2)}, \dots, w_mA_{(m)}) = \bigoplus_{k=1}^m w_k A_{(k)} = \Delta \left(\sum_{k=1}^m (w_k \times \Delta^{-1}(A_{(k)})) \right) \quad (26)$$

Burada $A_{(k)}$, k . büyük 2-öğeli tam dilsel ifadeyi ve w_k ise k . Pozisyona ait ağırlık değerini temsil eder.

Tanım 17: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_k = (s_{i_k}; v_{j_k})$, ($k = 1, 2, \dots, m$) 2-öğeli tam dilsel ifadeler kümesi olsun. Dilsel 2-öğeli Geometrik Toplama Operatörü (L2TG) Denklem (27)'deki gibi tanımlanır:

$$L2TG(A_1, A_2, \dots, A_m) = \bigotimes_{k=1}^m A_k = \Delta \left(\left(\prod_{k=1}^m \Delta^{-1}(A_k) \right)^{1/m} \right) \quad (27)$$

Tanım 18: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_k = (s_{i_k}; v_{j_k})$, ($k = 1, 2, \dots, m$) 2-öğeli tam dilsel ifadeler kümesi ve $w_k = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ ise A_k 'lere ait ağırlıklar olsun. Dilsel 2-öğeli Ağırlıklı Geometrik Toplama Operatörü (L2TWG) Denklem (28)'deki gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned} L2TWG(w_1A_1, w_2A_2, \dots, w_mA_m) &= \bigotimes_{k=1}^m w_k \times A_k \\ &= \Delta \left(\left(\prod_{k=1}^m (\Delta^{-1}(A_k))^{w_k} \right)^{1/\sum_{k=1}^m (w_k)} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

Tanım 19: $S = \{s_i\} = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK ve $A_k = (s_{i_k}; v_{j_k})$, ($k = 1, 2, \dots, m$) 2-öğeli tam dilsel ifadeler kümesi ve $w_k \in [0,1] = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ ise A_k 'lere ait $\sum w_k = 1$ eşitliğini sağlayan ağırlıklar olsun. Dilsel 2-öğeli Sıralı Ağırlıklı Geometrik Toplama Operatörü (L2TOWG) Denklem (29)'deki gibi tanımlanır:

$$L2TOWG(w_1A_{(1)}, w_2A_{(2)}, \dots, w_mA_{(m)}) = \bigoplus_{k=1}^m w_m \times A_{(k)} = \Delta \left(\prod_{k=1}^m (\Delta^{-1}(A_k))^{w_k} \right) \quad (29)$$

Burada $A_{(k)}$, k . büyük 2-öğeli tam dilsel ifadeyi ve w_k ise k . Pozisyona ait ağırlık değerini temsil eder.

Örnek 5: $S = \{s_i\} = \{\text{hiç}, \text{düşük}, \text{orta}, \text{yüksek}, \text{tam}\}$ birincil DTK, $V = \{v_j\} = \{-, =, +\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK, $A_k = \{(\text{yüksek}; -), (\text{tam}; -), (\text{düşük}; +), (\text{orta}; =)\}$ 2-öğeli tam dilsel ifadeler, $w_k = \{4, 7, 3, 6\}$ A_k 'lere ait ağırlıklar ve $w'_k = \{0,2; 0,35; 0,15; 0,3\}$ pozisyonlara ait $\sum w_k = 1$ eşitliğini sağlayan ağırlıklar olarak tanımlanmıştır. L2TA, L2TWA, L2TOWA, L2TG, L2TWG, L2TOWG değerleri sırasıyla (30-35) no'lu Denklemlerdeki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} L2TA((\text{yüksek}; -), (\text{tam}; -), (\text{düşük}; +), (\text{orta}; =)) \\ = \Delta \left(\frac{(2, \bar{6} + 3, \bar{6} + 1, \bar{3} + 2)}{4} \right) = \Delta(2,417) = (\text{orta}; +) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} L2TWA((4) \times (\text{yüksek}; -), (7) \times (\text{tam}; -), (3) \times (\text{düşük}; +), (6) \times (\text{orta}; =)) \\ = \Delta \left(\frac{4 \times 2, \bar{6} + 7 \times 3, \bar{6} + 3 \times 1, \bar{3} + 6 \times 2}{20} \right) = \Delta(2,617) = (\text{yüksek}; -) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} L2TOWA((0,2) \times (\text{tam}; -), (0,35) \times (\text{yüksek}; -), (0,15) \times (\text{orta}; =), (0,3) \times (\text{düşük}; +)) \\ = \Delta(0,2 \times 3, \bar{6} + 0,35 \times 2, \bar{6} + 0,15 \times 2 + 0,3 \times 1, \bar{3}) = \Delta(2,367) = (\text{orta}; +) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} L2TG((\text{yüksek}; -), (\text{tam}; -), (\text{düşük}; +), (\text{orta}; =)) \\ = \Delta \left((2, \bar{6} \times 3, \bar{6} \times 1, \bar{3} \times 2)^{1/4} \right) = \Delta(2,260) = (\text{orta}; +) \end{aligned} \quad (33)$$

$$L2TWG((4) \times (\text{yüksek}; -), (7) \times (\text{tam}; -), (3) \times (\text{düşük}; +), (6) \times (\text{orta}; =)) \\ = \Delta((2, \bar{6}^4 \times 3, \bar{6}^7 \times 1, \bar{3}^3 \times 2^6)^{1/20}) = \Delta(2,465) = (\text{orta}; +) \quad (34)$$

$$L2TOWG((0,2) \times (\text{tam}; -), (0,35) \times (\text{yüksek}; -), (0,15) \times (\text{orta}; =), (0,3) \times (\text{düşük}; +)) \\ = \Delta(3, \bar{6}^{0.2} \times 2, \bar{6}^{0.35} \times 2^{0.15} \times 1, \bar{3}^{0.3}) = \Delta(2,211) = (\text{orta}; +) \quad (35)$$

3. 2-ÖĞELİ TAM DİSEL SEZGİSEL BULANIK MODELLEME (2-TUPLE FULL LINGUISTIC INTUITIONISTIC FUZZY MODELING)

Gerçek hayattaki bazı durumlarda bir küme elemanına ilişkin (ÜD) ve (ÜOD)'nin toplamı 1'e eşit olacak şekilde belirlemek mümkün olmayabilir. Bu durum eksik bilgi durumu olarak tanımlanır. Sezgisel BK'ler (SBK) bu durumu modellemek için önerilmiştir [25].

Tanım 20: X tanım uzayı, $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ üyelik fonksiyonu ve $\vartheta_{\tilde{A}}(x)$ üye olmama fonksiyonu olsun. Bir SBK, $\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x), \vartheta_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\}$ şeklinde tanımlanır ve Denklem (36)'daki koşulu sağlar [25]:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) + \vartheta_{\tilde{A}}(x) \leq 1 \quad (36)$$

SBK'lar için ÜD ve ÜOD'nin toplamı 1'e eşit olmadığı için, birden fazla SBK'nın büyüklüğünün sıralanması zorlaşmaktadır. Bu tip bir sıralama için farklı yaklaşımlar olmasına karşın en yaygın yaklaşım Skor ve Doğruluk fonksiyonları kullanarak karşılaştırmaktır.

Tanım 21: \tilde{A} bir SBK olsun. \tilde{A} için Skor fonksiyonu ($S_{\tilde{A}}(x)$) ve Doğruluk fonksiyonu ($H_{\tilde{A}}(x)$) (37) ve (38) no'lu Denklemlerdeki gibi tanımlanır [26]:

$$S_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) - \vartheta_{\tilde{A}}(x) \quad (37)$$

$$H_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \vartheta_{\tilde{A}}(x) \quad (38)$$

Tanım 22: \tilde{A} ve \tilde{B} iki SBK olsun. \tilde{A} ve \tilde{B} aşağıdaki kurallara göre sıralanabilir [26]:

- Eğer $S_{\tilde{A}}(x) > S_{\tilde{B}}(x) \Rightarrow \tilde{A} > \tilde{B}$
- Eğer $S_{\tilde{A}}(x) = S_{\tilde{B}}(x)$
 - Eğer $H_{\tilde{A}}(x) > H_{\tilde{B}}(x) \Rightarrow \tilde{A} > \tilde{B}$
 - Eğer $H_{\tilde{A}}(x) = H_{\tilde{B}}(x) \Rightarrow \tilde{A} = \tilde{B}$

SBK'lerin dilsel modellemede kullanılması için çalışmalar da mevcuttur. Beg ve Rashid [19], 2-öğeli DBM'yi SBK'ler için uyarlamıştır. Bu yaklaşımda ÜD ve ÜOD birbirinden ayrı 2-öğeli ifadeler ile temsil edilmektedir.

Tanım 23: $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ bir DTK ve (s_i, s_j) bir sezgisel dilsel ifade ve $\alpha, \eta \in [-0,5; 0,5]$ aralığında gerçek sayılar olsun. Bir 2-öğeli dilsel sezgisel ifade Denklem (39)'daki gibi tanımlanır [19]:

$$A_{s \in S} = \langle (s_i; \alpha), (s_j; \eta) \rangle \quad (39)$$

Tanım 24: $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ bir DTK ve $A_{s \in S} = \langle (s_i; \alpha), (s_j; \eta) \rangle$ bir 2-öğeli dilsel sezgisel ifade ve β, δ gerçek sayılar olsun. 2-öğeli ifadeleri eşdeğer sayısal $\beta \in [0, g] \subset \mathcal{R}$ karşılıklarına dönüştüren Δ^{-1} fonksiyonu ve bu fonksiyonun tersi olan Δ fonksiyonu sırasıyla Denklem (40) ve (41)'deki gibi tanımlanır [19]:

$$\Delta^{-1} \left(\langle (s_i; \alpha), (s_j; \eta) \rangle \right) = (\beta; \delta) \quad (40)$$

$$\Delta(\beta; \delta) = \langle (s_i; \alpha), (s_j; \eta) \rangle \quad (41)$$

Burada $[\cdot]$ ifadesi en yakın tamsayıya yuvarlama işlemini temsil etmek üzere $i = \lfloor \beta \rfloor$, $j = \lfloor \eta \rfloor$ ve $\alpha = \beta - i$, $\eta = \delta - j$ olarak hesaplanır.

Tanım 25: $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK olsun. Bir 2-öğeli tam dilsel sezgisel ifade Denklem (42)'deki gibi tanımlanır:

$$A_{S \in S, v \in V} = \left((s_i; v_a), (s_j; v_b) \right) \quad (42)$$

Tanım 26: $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ birincil DTK, $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ BF'ye ilişkin ikincil DTK olsun. Verilen bir $(\beta; \delta)$ sezgisel sayı çiftine en yakın eşdeğer 2-öğeli tam dilsel sezgisel $A_{S \in S, v \in V} = \left((s_i; v_a), (s_j; v_b) \right)$ ifadesini veren Δ fonksiyonu ve bu fonksiyonun tersi olan Δ^{-1} fonksiyonu sırasıyla Denklem (43) ve (44)'deki gibi tanımlanır:

$$\Delta(\beta, \delta) = \left((s_{i=\lfloor \beta \rfloor}; v_{a=\lfloor (\beta-i+0,5) \times (n+1) - 0,5 \rfloor}), (s_{j=\lfloor \delta \rfloor}; v_{b=\lfloor (\delta-j+0,5) \times (n+1) - 0,5 \rfloor}) \right) \quad (43)$$

$$\Delta^{-1}(A_{S \in S, v \in V}) = (\beta; \delta) = \left(i - 0,5 + \frac{a+0,5}{n+1}; j - 0,5 + \frac{b+0,5}{n+1} \right) \quad (44)$$

2-öğeli tam dilsel sezgisel ifadelerin Δ^{-1} yardımıyla dönüştürüldüğü $(\beta; \delta)$ sezgisel sayı çifti, bir SBK'dır. Dolayısıyla birden fazla 2-öğeli tam dilsel sezgisel ifade, sayısal karşılıklarına dönüştürüldüğünde Tanım 22'de verilen kurallar ile sıralanabilir. Skor ve doğruluk fonksiyonlarının 2-öğeli tam DSBM için uyarlanması ile bu karşılaştırma işlemi daha pratik hale gelebilir. Ayrıca, Beg ve Rashid [19], dilsel ifadeleri sayısal karşılıklarına çevirmeden de karşılaştırma yapmaya olanak sağlayan kural kümesi sunmuştur. Bu kurallar, 2-öğeli tam DSBM için de kullanılabilir.

Tanım 27: Verilen bir $A_{S \in S, v \in V}$ 2-öğeli tam dilsel sezgisel ifadesine karşılık gelen sezgisel sayı çifti $(\beta; \delta)$ olsun. Bu ifade için Skor fonksiyonu ($S_{A_{S \in S, v \in V}}$) ve Doğruluk fonksiyonu ($H_{A_{S \in S, v \in V}}$) (45) ve (46) no'lu Denklemlerdeki gibi tanımlanır:

$$S_{A_{S \in S, v \in V}} = \beta - \delta \quad (45)$$

$$H_{A_{S \in S, v \in V}} = \beta + \delta \quad (46)$$

2-öğeli tam DSBM, 2-öğeli DSBM'nin genelleştirilmiş versiyonudur. Bu sebeple birden fazla dilsel ifade arasındaki işlemler Beg ve Rashid [19] tarafından sunulan işlemlerin uyarlanması ile elde edilebilir. Fakat belirtilmelidir ki Beg ve Rashid tarafından sunulan tanımlar kullanılarak yapılan çarpma ve toplama işlemleri sonucunda elde edilen değerler dilsel terim kümesinin tanım aralığının dışına çıkabilmektedir. Bu durumda elde edilen değerler için Δ ve Δ^{-1} fonksiyonları kullanılamaz hale gelir. Takip eden tanımlar, bu durum oluşmayacak şekilde düzenlenerek oluşturulmuştur.

Tanım 28: $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ bir DTK, $(\beta_A; \delta_A)$, $(\beta_B; \delta_B)$ sezgisel sayı çiftleri, $A = \left((s_{i_1}; v_{a_1}), (s_{j_1}; v_{b_1}) \right)$, $B = \left((s_{i_2}; v_{a_2}), (s_{j_2}; v_{b_2}) \right)$ 2-öğeli tam dilsel sezgisel ifadeler ve $\lambda, \lambda_1, \lambda_2$ ise $[0,1]$ aralığında skaler değerler olsun. 2-öğeli tam dilsel sezgisel ifadeler arasındaki Toplama ve Çarpma işlemleri (47-49) no'lu denklemlerde tanımlanmıştır:

$$A \oplus B = \Delta \left(\frac{\beta_A + \beta_B}{2}; \frac{\delta_A + \delta_B}{2} \right) \quad (47)$$

$$\lambda_1 A \oplus \lambda_2 B = \Delta \left(\frac{\lambda_1 \times \beta_A + \lambda_2 \times \beta_B}{\lambda_1 + \lambda_2}; \frac{\lambda_1 \times \delta_A + \lambda_2 \times \delta_B}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \quad (48)$$

$$A \otimes B = \Delta \left(\sqrt{\beta_A \times \beta_B}; \sqrt{\delta_A \times \delta_B} \right) \quad (49)$$

KV problemlerinde 2-öğeli tam dilsel sezgisel ifadeleri kullanabilmek için (24-29) no'lu Denklemlerdeki aritmetik ve geometrik toplama operatörleri kullanılabilir. Fakat burada, dilsel ifadeler arasındaki işlemlerin (47-49) no'lu Denklemlere göre ve sayısal karışıklara dönüşüm işlemlerinin (43-44) no'lu Denklemlere göre yapılması gerekmektedir.

4. UYGULAMA: HİDROJEN ENERJİSİ DEPOLAMA ALTERNATİFİ SEÇİMİ (APPLICATION: SELECTION OF HYDROGEN ENERGY STORAGE ALTERNATIVE)

Önerilen yaklaşım, Gümüş vd. [27] tarafından ele alınan hidrojen enerjisi depolama alternatifi seçimi probleminin bir benzeri üzerinde uygulanmıştır. Hidrojen enerjisi yatırımları tüm dünya için yeni bir problem olduğu için belirsizliği yüksek ve karar vermesi zor problemler içerir. Uzmanların konuyla ilgili yetersizlikleri dolayısıyla eksik veri durumu oluşabilir. Bu sebeple SBK ile modellemeye uygun problemlerdir.

Önerilen karar verme yaklaşımında, birbirinin olumlu-olumsuz eşleniği olan kriter grupları için değerlendirmeler alınıp birleştirilerek SBK haline getirilir. Böylece değerlendirmelerin tersinden sağlanması yapılmış olur ve eksik bilgi durumu göz ardı edilmemiş olur.

Ele alınan problemde ağırlıkları sırasıyla 0,3, 0,4 ve 0,3 olan “Depolama Verimliliği-Fire Oranı”, “Güvenlik-Tehlike”, “Ekonomik Sürdürülebilirlik- Birim Depolama Maliyeti” kriter grupları üzerinden değerlendirme yapılmıştır ve “Sıkıştırılmış Gaz”, “Metal Hidrit”, “Kimyasal Hidrojen” depolama seçenekleri arasında tercih yapılmıştır. Değerlendirmeler, karar ağırlıkları sırasıyla 0,45, 0,35 ve 0,2 olan 3 uzman tarafından gerçekleştirilmiş ve değerlendirmeler Tablo 1 ve Tablo 2’de verilen dilsel terim kümeleri aracılığıyla gerçekleştirilmiştir.

Tablo 1. Birincil dilsel terim kümesi

Dilsel Terim	Kısaltma	β
Aşırı Düşük	AD	0
Düşük	D	1
Orta	O	2
Yüksek	Y	3
Aşırı Yüksek	AY	4

Tablo 2. Bilgi farkı için ikincil dilsel terim kümesi

Dilsel Terim	Kısaltma	δ
Altında	A	-0,4
Biraz Altında	BA	-0,2
Aşağı Yukarı	AY	0
Biraz Üstünde	BÜ	+0,2
Üstünde	Ü	+0,4

Uzmanlar Tablo 3’teki değerlendirmeleri gerçekleştirmişlerdir. Tablodaki değerlendirmeler kısaltma şeklinde verilmiştir. Değerlendirmeler sözel olarak okunacak olursa örneğin Uzman 1, sıkıştırılmış gaz seçeneğinin güvenliğini “aşırı yüksek biraz altında”, kimyasal hidrojen seçeneğinin güvenliğini ise “aşağı yukarı yüksek” olarak değerlendirmiştir.

Tablo 3. Uzman değerlendirmeleri

Karar Vericiler	Depolama Seçenekleri	Olumlu Kriterler			Olumsuz Kriterler		
		C1P: Depolama Verimliliği	C2P: Güvenlik	C3P: Ekonomik Sürdürülebilirlik	C1N: Fire Oranı	C2N: Tehlike	C3N: Birim Depolama Maliyeti
Uzman 1 (w=0,45)	Sıkıştırılmış Gaz	(Y; A)	(O; AY)	(Y; BA)	(AD; Ü)	(D; BÜ)	(D; AY)
	Metal Hidrit	(D; BÜ)	(AY; BA)	(Y; BÜ)	(O; AY)	(AD; AY)	(AD; BÜ)
	Kimyasal Hidrojen	(D; Ü)	(Y; AY)	(O; BÜ)	(D; BA)	(D; A)	(O; A)
Uzman 2 (w=0,35)	Sıkıştırılmış Gaz	(Y; AY)	(O; BÜ)	(Y; AY)	(D; BA)	(D; BÜ)	(D; BA)

	Metal Hidrit	(D; BA)	(Y; BÜ)	(O; Ü)	(O; A)	(AD; BÜ)	(D; BA)
	Kimyasal Hidrojen	(D; BA)	(Y; Ü)	(Y; BÜ)	(D; Ü)	(D; A)	(AD; BÜ)
Uzman 3 (w=0,2)	Sıkıştırılmış Gaz	(AY; A)	(O; Ü)	(Y; BA)	(AD; BÜ)	(D; AY)	(D; AY)
	Metal Hidrit	(D; BA)	(Y; BÜ)	(Y; AY)	(D; BÜ)	(D; A)	(D; A)
	Kimyasal Hidrojen	(D; BÜ)	(O; Ü)	(Y; AY)	(D; BA)	(O; A)	(D; BA)

Bu değerlendirmeler kriter grupları bazında birleştirilerek Tablo 4'teki 2-öğeli tam dilsel sezgisel bulanık değerlendirmeler elde edilmiştir. Uzmanların değerlendirmeleri, karar ağırlıkları dikkate alınarak, Denklem (25)'de verilen toplama operatörü kullanılarak birleştirilerek tablonun alt kısmında yer alan birleştirilmiş değerlendirmeler elde edilmiştir.

Tablo 4. 2-Öğeli Tam Dilsel Sezgisel Birleştirilmiş Değerlendirmeler

Karar Vericiler	Depolama Seçenekleri	2-Öğeli Tam Dilsel Sezgisel Değerlendirmeler		
		C1: (Depolama Verimliliği; Fire Oranı) (w=0,3)	C2: (Güvenlik; Tehlike) (w=0,4)	C3: (Ekonomik Sürdürülebilirlik; Birim Depolama Maliyeti) (w=0,3)
Uzman 1 (w=0.45)	Sıkıştırılmış Gaz	((Y; A), (AD; Ü))	((O; AY), (D; BÜ))	((Y; BA), (D; AY))
	Metal Hidrit	((D; BÜ), (O; AY))	((AY; BA), (AD; AY))	((Y; BÜ), (AD; BÜ))
	Kimyasal Hidrojen	((D; Ü), (D; BA))	((Y; AY), (D; A))	((O; BÜ), (O; A))
Uzman 2 (w=0.35)	Sıkıştırılmış Gaz	((Y; AY), (D; BA))	((O; BÜ), (D; BÜ))	((Y; AY), (D; BA))
	Metal Hidrit	((D; BA), (O; A))	((Y; BÜ), (AD; BÜ))	((O; Ü), (D; BA))
	Kimyasal Hidrojen	((D; BA), (D; Ü))	((Y; Ü), (D; A))	((Y; BÜ), (AD; BÜ))
Uzman 3 (w=0.2)	Sıkıştırılmış Gaz	((AY; A), (AD; BÜ))	((O; Ü), (D; AY))	((Y; BA), (D; AY))
	Metal Hidrit	((D; BA), (D; BÜ))	((Y; BÜ), (D; A))	((Y; AY), (D; A))
	Kimyasal Hidrojen	((D; BÜ), (D; BA))	((O; Ü), (O; A))	((Y; AY), (D; BA))
Birleştirilmiş Değerlendirme (Dilsel)	Sıkıştırılmış Gaz	((Y; AY), (D; A))	((O; BÜ), (D; BÜ))	((Y; BA), (D; AY))
	Metal Hidrit	((D; AY), (O; BA))	((Y; Ü), (AD; BÜ))	((Y; BA), (AD; Ü))
	Kimyasal Hidrojen	((D; BÜ), (D; AY))	((Y; AY), (D; BA))	((Y; BA), (D; AY))
Birleştirilmiş Değerlendirme ($\beta; \delta$)	Sıkıştırılmış Gaz	(2,94; 0,5)	(2,15; 1,16)	(2,87; 0,93)
	Metal Hidrit	(0,98; 1,7)	(3,47; 0,19)	(2,88; 0,49)
	Kimyasal Hidrojen	(1,15; 1,01)	(3,02; 0,8)	(2,71; 0,95)

Devam eden işlemlerin ($\beta; \delta$) sayısal değerleri kullanılarak yapılması daha doğru bir yaklaşımdır. Aksi halde Denklem (43)'teki yuvarlama işlemleri sebebiyle veri kaybı yaşanmaktadır. Bu sebeple geri kalan birleştirme işlemleri sayısal değerler üzerinden yapılmış ve Tablo 5'teki sonuçlar elde edilmiştir. Nitekim, bu örnekte birleştirme işlemleri tekrar dilsel değerlere dönülerek yapılırsa Sıkıştırılmış Gaz ve Metal Hidrit alternatiflerine ilişkin birleştirilmiş dilsel ifadeler birbiriyle aynı elde edileceği için sıralama yapılamayacaktır.

Tablo 5. Birleştirilmiş Sayısal Değerlendirmeler

	Depolama Seçenekleri	Birleştirilmiş Kriterler (b;g)	Skor Değeri	Doğruluk Değeri
Birleştirilmiş Değerlendirmeler ($\beta; \delta$)	Sıkıştırılmış Gaz	(2.603; 0.893)	1,71	3,496
	Metal Hidrit	(2.546; 0.733)	1,813	3,279
	Kimyasal Hidrojen	(2.366; 0.908)	1,458	3,274

Elde edilen Skor ve Doğruluk değerleri kullanılarak Tanım 22 yardımıyla alternatifler şu şekilde sıralanır: Metal Hidrit > Sıkıştırılmış Gaz > Kimyasal Hidrojen. Buradan hareketle, belirlenen kriterlere ve kriter ağırlıklarına göre değerlendirildiğinde Metal Hidrit en iyi alternatif olarak belirlenir. Gümüş vd. [27] tarafından yapılan çalışmada farklı ölçüt grupları ve daha sistematik bir karar verme yaklaşımı kullanılmasına karşın her iki çalışmada da Metal Hidrit en iyi alternatif olarak belirlenmiştir. Fakat 2. ve 3. alternatiflerin sıralaması farklı elde edilmiştir.

Önerilen yöntem, görece küçük bir dilsel terim kümesi kullanılmasına karşın hassas sonuçlar elde etmeye olanak sağlamıştır. Uzman değerlendirmelerinde eksik bilgi durumu söz konusu olduğu için %81 ile %87 (3,496/4 ile 3,274/4) arasında doğruluk derecesine sahip sonuçlar elde edilmiştir. Metal Hidrit, ikinci alternatiften %6, üçüncü alternatiften %24 daha büyük skor değerine sahiptir. Her ne kadar alternatiflerin doğruluk dereceleri birbirine yakın olsa da doğruluk derecesi en yüksek alternatif Sıkıştırılmış Gaz olarak karşımıza çıkmaktadır. Eksik bilgi durumundan kaynaklı veri kaybı (o kısmın da benzer bir üyelik/üye olmama dağılımına sahip olduğu varsayımı ile) normalizasyon yöntemiyle giderilirse, Metal Hidrit yönteminin skor değeri ikinci alternatifin skorundan %11,54 daha büyük hale gelir. Eksik bilgi durumundan kaynaklı veri kaybı hiçbir oranlama yapılmaksızın tamamen üyelik veya tamamen üye olmama durumları gibi ele alınarak limit değerler bulunduğu, $S_{sıkıştırılmış\ gaz} \in [1,206; 2,214]$, $S_{metal\ hidrit} \in [1,092; 2,534]$, $S_{kimyasal\ hidrojen} \in [0,732; 2,184]$ değerleri elde edilir. Aralıkların hepsinin birbirleriyle çakışmasının yanı sıra, Metal Hidrit seçeneğinin skor değerinin alt limiti, Sıkıştırılmış Gaz alternatifinin skor değerinin alt limit değerinden küçük kalmaktadır. Buradan hareketle, eksik bilgi durumuna sebep olan faktörlerin giderilmesi durumunda en iyi alternatifin değişebileceği sonucuna varılabilir.

5. SONUÇ (CONCLUSION)

DBM'nin doğruluk konusunda bir dezavantajı vardır, çünkü BK'lerin DT'lere doğrudan bağımlılığı, modellemenin hassasiyetine zarar verir ve bilgi kaybına neden olur. 2-öğeli DBM'de dilsel bilgi, ara değerlendirmeler yapmak için DT'lerin karşılık gelen BK'lerini tanım ölçeği arasında kaydırma yeteneği verilerek neredeyse sürekli bir yapı olarak modellenmiştir. Avantajlarına rağmen, 2-öğeli DBM, sayısal BF'ye sahip olması nedeniyle “kelimelerle hesaplama” yaklaşımını kısmen ihlal eder.

Bu çalışmada, dilsel BF'ye sahip 2-öğeli tam DBM önerilmiştir. Kavram, temel özellikleri ile inşa edilmiş ve sıradan 2-öğeli DBM'lerle arasındaki dönüşüm tanımlanmıştır. Gerçek hayat problemlerinde karşılaşılan, belirsizlik hakkında bilgi yetersizliği durumunu da kapsayan bir modelleme çerçevesi oluşturabilmek için 2-öğeli tam DSBM yaklaşımı da geliştirilmiş ve karar verme problemlerinde kullanılabilmesi için gerekli olan toplama operatörleri ve sıralama ölçütleri de formüle edilmiştir. Önerilen yapı enerji sektöründeki örnek bir ÇKKV probleminin çözümü için kullanılmış ve duyarlılık analizi yapmaya elverişli, hassas sonuçlar elde edilmiştir. Yöntem, görece küçük dilsel terim kümeleri kullanarak yüksek yorumlanabilirliğe ve doğruluğa sahip, tamamen dilsel ifadelerden oluşan modellemeler yapmaya olanak sağlamaktadır. Gerçek hayat problemlerinde karşılan eksik bilgi durumunu da kapsadığı için farklı türlerde problemlerinin modellenmesi için kullanılabilir. Gelecek çalışma olarak, önerilen yaklaşım bağlam bağımsız dilbilgisi yaklaşımı ile entegre edilebilir. Ayrıca, tutarsız veri durumunu da kapsamak adına Pisagor bulanık kümeler için genişletilebilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, (8)3, 338-353.
- [2] Zadeh, L. A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. *Information Sciences*, 8(3), 199-249.
- [3] Casillas, J., Cordon, O., Herrera F., Magdalena, L. (2013). Accuracy improvements to find the balance interpretability-accuracy in linguistic fuzzy modeling: an overview. in *Accuracy Improvements in Linguistic Fuzzy Modeling*, Springer, 3-24.
- [4] Cordón, O., Herrera F., Zwir, I. (2002). Linguistic modeling by hierarchical systems of linguistic rules. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(1), 2-20.
- [5] Xu, Z. (2004). A method based on linguistic aggregation operators for group decision making under linguistic preference relations. *Information Sciences*, 166(1-4), 19-30.
- [6] Herrera, F., Herrera-Viedma, E., Martínez, L. (2008). A fuzzy linguistic methodology to deal with unbalanced linguistic term sets. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(2), 354-370.
- [7] Delgado, M., Herrera, F., Herrera-Viedma, E., Martinez, L. (1998). Combining numerical and linguistic information in group decision making. *Information Sciences*, 107(1-4), 177-194.
- [8] Herrera, F., Martínez, L. (2000). A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6(8), 746-752.
- [9] Herrera, F., Martinez, L. (2001). The 2-tuple linguistic computational model: advantages of its linguistic description, accuracy and consistency. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(1), 33-48.
- [10] Martínez, L., Herrera, F. (2012). An overview on the 2-tuple linguistic model for computing with words in decision making: extensions, applications and challenges. *Information Sciences*, 207, 1-18.
- [11] Herrera, F., Herrera-Viedma, E., Martínez, L. (2000). A fusion approach for managing multi-granularity linguistic terms sets in decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 114(1), 43-58.
- [12] Herrera, F., Martínez, L. (2001). A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranular hierarchical linguistic contexts in multi-expert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 31(2), 227-234.
- [13] Estrella, F. J., Espinilla, M., Herrera, F., Martínez, L. (2014). Flintstones: a fuzzy linguistic decision tools enhancement suite based on the 2-tuple linguistic model and extensions. *Information Sciences*, 280, 152-170.
- [14] Xu, Y., Wang, H. (2011). Approaches based on 2-tuple linguistic power aggregation operators for multiple attribute group decision making under linguistic environment. *Applied Soft Computing*, 11(5), 3988-3997.
- [15] Merigó, J. M., Gil-Lafuente, A. M. (2013). Induced 2-tuple linguistic generalized aggregation operators and their application in decision-making. *Information Sciences*, 236, 1-16.
- [16] Wang, J. H., Hao, J. (2006). A new version of 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 14(3), 435-445.
- [17] Dong, Y., Xu, Y., Yu, S. (2009). Computing the numerical scale of the linguistic term set for the 2-tuple fuzzy linguistic representation model. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(6), 1366-1378.
- [18] Dong, Y., Herrera-Viedma, E. (2014). Consistency-driven automatic methodology to set interval numerical scales of 2-tuple linguistic term sets and its use in the linguistic gdm with preference relation. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 45(4), 780-792.
- [19] Beg, I., Rashid, T. (2016). An intuitionistic 2-tuple linguistic information model and aggregation operators. *International Journal of Intelligent Systems*, 31(6), 569-592.
- [20] Wei, G., Lu, M., Alsaadi, F. E., Hayat, T., Alsaedi, A. (2017). Pythagorean 2-tuple linguistic aggregation operators in multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33(2), 1129-1142.
- [21] Wei, G., Alsaadi, F. E., Hayat, T., Alsaedi, A. (2018). Picture 2-tuple linguistic aggregation operators in multiple attribute decision making. *Soft Computing*, 22(3), 989-1002.

- [22] Lu, M., Wei, G., Alsaadi, F. E., Hayat, T., Alsaedi, A. (2017). Bipolar 2-tuple linguistic aggregation operators in multiple attribute decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33(2), 1197-1207.
- [23] De Cock, M., Kerre, E. E. (2004). Fuzzy modifiers based on fuzzy relations. *Information Sciences*, 160(1-4), 173-199.
- [24] Truck, I., Akdag, H. (2009). A tool for aggregation with words. *Information Sciences*, 179(14), 2317-2324.
- [25] Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 87-96.
- [26] Xu, Z. (2007). Intuitionistic fuzzy aggregation operators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(6), 1179-1187.
- [27] Gümüş, A. T., Yayla, A. Y., Çelik, E., Yıldız, A. (2013). A combined fuzzy-ahp and fuzzy-gra methodology for hydrogen energy storage method selection in Turkey. *Energies*, 6(6), 3017-3032.