



**BİR BİNEK ARAÇ AYDINLATMA ELEMANINDA DOĞAL FREKANSLARIN FARKLI
TEST SICAKLIĞINA BAĞLI DEĞİŞİMİNİN İNCELENMESİ**

Birhat SÖNMEZAY^{1,2}, Erhan AY², Ali DURMUŞ^{3,*}, Sevda TELLİ ÇETİN³

¹Bursa Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bursa, birhat@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8432-6192

²Magneti Marelli Mako Elektrik Sanayi ve Ticaret A.Ş., Bursa, birhat.sonmezay@magnetimarelli.com,
ORCID: 0000-0002-8432-6192

²Magneti Marelli Mako Elektrik Sanayi ve Ticaret A.Ş., Bursa, erhan.ay@magnetimarelli.com,
ORCID: 0000-0001-9621-6030

³Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Bursa, adurmus@uludag.edu.tr,
ORCID: 0000-0003-2487-7344

³Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Bursa, sevda@uludag.edu.tr,
ORCID: 0000-0002-3281-9112

Geliş Tarihi:08.02.2019

Kabul Tarihi: 25.09.2019

ÖZ

Bu çalışmada, %40 talk katkılı polipropilenden (PP TD40) imal edilmiş bir binek araç aydınlatma elemanını gövdesinin elektrodinamik sarsıcı kullanılarak doğal frekans taraması yapılmıştır. Testler 23 °C, 70 °C ve -10 °C farklı test sıcaklıklarında gerçekleştirilmiştir. Bu testlerin çıktısı olan zamana bağlı ivme grafikleri “Hızlı Fourier Dönüşümü” yöntemi yardımı ile frekansa bağlı ivme grafiklerine dönüştürülmüştür. Yarım güç metodu kullanılarak bu grafiklerden gövdenin doğal frekansları ve bu frekanslardaki sönüm oranları hesaplanmıştır. Ardından hesaplanan sönüm oranları Ansys yazılımına girilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda test ile analiz sonuçları arasında korelasyon en fazla %11,3 ve en az %0,26 olmuştur.

Anahtar kelimeler: *Doğal frekans, Binek araç aydınlatma, Modal analiz, Sönüm oranı, Hızlı fourier dönüşümü*

**INVESTIGATION OF NATURAL FREQUENCY CHANGE DEPENDING ON THE
DIFFERENT TEST TEMPERATURES IN PASSENGER CAR LIGHTING ELEMENTS**

ABSTRACT

In this study, natural frequency scanning of a passenger vehicle lighting housing made of 40% talc mixed polypropylene (PP TD40) was performed by using electrodynamic shaker. Tests were performed at different test temperatures of 23 °C, 70 °C and -10 °C. The time-dependent acceleration graphs of these tests have been converted to frequency-dependent acceleration graphs with the aid of the "Fast Fourier Transformation" method. The natural frequencies of the part and the damping rates at these frequencies were calculated from these graphs using the half power method. The calculated damping rates for each resonance frequency were then entered into the Ansys software and the results

were compared. The correlation between the results of the analysis in comparison with the test results were 11.3% and a maximum of at least 0.26%.

Keywords: *Natural frequency, Passenger vehicle lighting, Modal analysis, Damping ratio, Fast fourier transform.*

1. GİRİŞ

Günümüzde araçların, müşteri beklentilerini karşılayabilmek adına üstünde çok farklı testler yapılmaktadır. Binek araç farları da güvenlik bakımından önem teşkil ettiğinden üzerinde bir çok test gerçekleştirilmektedir. Bu testler müşteri şartnameleri ve otomotiv sektöründeki standart şartnamelerle belirlenmekte olup, rastgele titreşim testleri, harmonik tarama testleri ve tekrarlı şok testleri bunlardan bazılarıdır. Bu testlerin ardından parçalarda herhangi bir deformasyona rastlanmaması gerekmektedir. Bu parçalar, tasarım aşamasında sabit bir sönüm oranı ile nümerik analizleri gerçekleştirilmektedir. Fakat her doğal frekansta sönüm oranı farklı olabilmektedir. Sabit sönüm oranı ile yapılan nümerik analizler gerçek durumu tam olarak göstermemekle birlikte testler sırasında analizle öngörülemeyen deformasyonlar ortaya çıkabilmektedir. Öte yandan araçların kullanıldığı ortamlar sabit bir sıcaklıkta bulunmadığından testlerin hem sıcaklık yükü hem de dinamik yükler ile gerçekleştirilmesi durumunda gerçeğe çok daha yakın sonuçlar ortaya çıkacaktır.

Binek araç aydınlatma elemanı için test literatürüne bakıldığında, Schrader bir far üzerinde SAE J577 şok testini ele almış fakat bu makalede sadece 23 °C'ta test yapılmış ve analiz ile doğrulama kısmında modal analiz parametrelerine ve sönüm oranlarına değinmemiştir [1]. Elkhatib ve Poorman ise yaptıkları çalışmada farın ilk doğal frekansını etkileyen parametreleri belirlemeye çalışmış ve testlerin ardından ilk doğal frekans ile ilgili iki bilinmeyenli bir denklem oluşturmuşlardır. Oluşturduğu denklemler ile testler arasında % 95 benzerlik elde etmişlerdir [2]. Xie ise yaptığı çalışmada binek araç aydınlatma elemanı üzerinde SAE J577 testini gerçekleştirmiştir [3].

Diğer yandan titreşim, sıcaklık ve malzeme ile ilgili literatüre bakıldığında, Çolakoğlu polietilen fiber kompozitler ile çeşitli sıcaklıklarda malzemeyi test etmiş olmasına karşın tek bir doğal frekans noktasında ve sabit sönüm öngörüsü ile analiz gerçekleştirilmiştir. Elastik modül, frekans ve sönümlenme faktörünün sıcaklığa göre değiştiğini, ancak aralarındaki ilişkilerin farklı olduğu gözlenmiştir [4]. Ryu ve Yi tarafından turbo motorlarda kullanılan tel ağ yapılı sönümleyicilerin, sönümlenme ve katılık parametrelerini araştırmıştır [5]. Doh ve diğ. otomotiv sektöründe sıklıkla kullanılan polimer malzemelerin sıcaklığa bağlı sönüm oranlarını araştırmıştır [6]. Dippel ve diğ. elastomerin çeşitli sıcaklıklardaki modal analiz parametrelerini belirlemek için çalışmalar yapmıştır [7]. Pandiyanayagam ve diğ. yaptıkları çalışmada bir elektronik devre kartının doğal frekansı ve mod şekillerini tespit etmek amacı ile hem analitik çözüm hem de test gerçekleştirip sonuçları karşılaştırmışlardır. Ayrıca analiz programında mod toplama yöntemini kullanarak daha hızlı çözüm elde etmişlerdir. Doğal frekansları da en yüksek % 19,6 en düşük ise % 1,67 farkla tespit etmişlerdir [8]. Chowdhury ve diğ. elektronik devre kartları üzerinde Rayleigh sönüm oranını tespit etmeye çalışmışlardır [9]. Limaye ise yaptığı çalışmada değişik termal yükler altında elektronik devre kartının doğal frekans değişimlerini ve sönüm oranlarını bulabilmek için testler gerçekleştirmiş ve analiz ile korelasyonunu sağlamıştır [10].

Bu çalışmada ise aydınlatma elemanı gözde malzemesi olarak otomobiller üzerinde çok miktarda kullanılan PP TD40 malzeme kullanılmıştır. PP TD40 polipropilen ile %40 ağırlığı oranında talk katkısı yapılmasıyla elde edilir. PP TD40 malzemesinden üretilmiş bir binek araç aydınlatma

elemanını gövdesinin 23 °C, 70 °C ve -10 °C sıcaklık koşulları altında, 1-270 Hz frekans aralığında ilk 6 doğal frekans üzerindeki genlik ve frekans değişimleri incelenmiştir. Bu testler ardından çıktılar Ansys yazılımına özel bir komut olan MDAMP komutu ile her doğal frekans için ayrı sönüm oranı ile analiz edilmiştir. Ardından test çıktıları ve analiz çıktıları karşılaştırılmıştır.

2. MATERYAL ve YÖNTEM

2.1. Doğal Frekans Tarama Testi

Test düzeneği SAE J575 şartnamesi doğrultusunda hazırlanmıştır (Şekil 1). Testler, müşteri isteğine göre 1-270 Hz frekans aralığında, z ekseninde 2 g lik bir sinüs sinyali, 0,5 oktav/dk tarama hızında yapılmıştır. Sıcaklıklar ise mevcut test ekipmanlarının dayanabildiği en düşük sıcaklık olan -10 °C, ortam koşulu olan 23 °C ve ekipmanların dayanabildiği en yüksek sıcaklık olan 70 °C olarak belirlenmiştir. 70 Hz altında rezonans oluşmadığından 70 Hz altındaki değerler filtrelenmiştir. Test düzeneği (Şekil 1) ise 5 ana bölümden oluşmaktadır. Bu bölümlerin en dışında 1 nolu termal kabin yer alır ve diğer ana bölümler bu kabinin içindedir. Termal kabinin hemen altında termal olarak yalıtılmış biçimde 2 nolu sarsıcı yer alır. Sarsıcıya bağlı olarak 3 nolu araç fikstürü vardır. Binek araç aydınlatma elemanı gövdesi 3 nolu fikstüre bağlıdır ve üzerine 4 nolu ivme ölçerler yerleştirilmiştir. Şekil 2'deki veri toplama sistemi ise 4 nolu ivme ölçerlerden çıkan verileri kaydetmeye yarayan veri toplama cihazıdır.



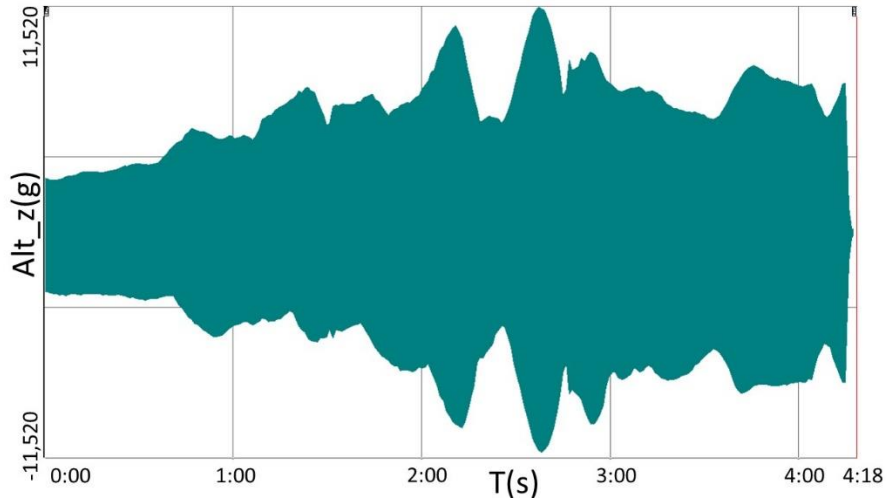
Şekil 1. Doğal frekans tarama test düzeneği.

Test düzeneğine bağlanan ivme ölçerler 3 eksenlidir. Bu ivme ölçerden alınan sinyaller (Şekil 2) bir veri toplama sistemi ile kaydedilmiştir. Veri sistemi olarak 16 kanallı, 200 kHz örnekleme hızına sahip DEWesoft Sirius HD 16xSTGS kullanılmıştır.



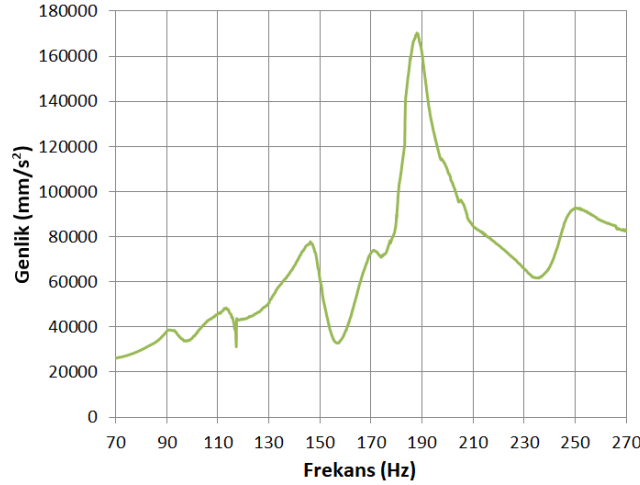
Şekil 2. Veri toplama sistemi.

Test ve analiz sonuçları karşılaştırılırken, test sadece sadece z ekseninde yapıldığından ötürü sadece z eksen verileri ile doğal frekans noktaları gözlemlenmiştir. Ayrıca en çok deplasmanın olduğu alt noktadaki z eksen verisi kullanılmıştır. Şekil 3'te alt nokta z eksen verisinin ham hali gösterilmiştir. Burada x eksen zaman bilgisini y eksen ise ivme bilgisini göstermektedir.



Şekil 3. Alt nokta z eksenden toplanan ham data.

Test esnasında toplanan veriler ise DEWESoft X3 programı kullanılarak “Hızlı Fourier Dönüşümü” yöntemi ile zamana bağlı ivme grafiğinden frekansa bağlı ivme grafiğine (Şekil 4) dönüştürülmüştür.

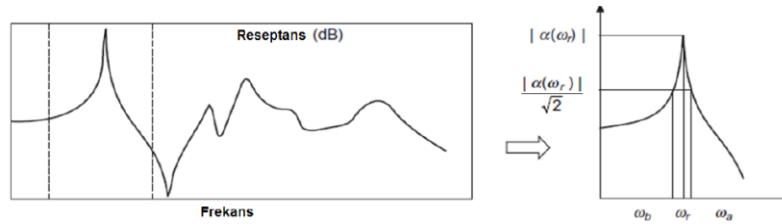


Şekil 4. 23 °C sıcaklıkta z ekseninde oluşan ivme-frekans grafiği.

3 farklı sıcaklıktaki frekansa bağlı zaman grafiklerinden tepe noktaları seçildikten sonra “Tepe Tutma” metodu kullanılarak sönüm oranları tespit edilmiştir.

2.2. Tepe Tutma Metodu

Rezonans tarama testi sırasında ölçülen frekansa bağlı değişen ivme sinyali tek serbestlik dereceli sistemler de kullanılan en basit modal analiz metodu olan tepe tutma metodu ile analiz edilmiştir [11]. Bu metod uygulanırken öncelikle sistemin doğal frekans ivmesinin maksimum olduğu frekans seçilir ve tepe noktasının sağ ve sol tarafındaki “Yarım Güç” noktaları; $\alpha(\omega_r)/\sqrt{2}$ olacak şekilde belirlenir. Şekil 5’de yarım güç noktalarının bulunması yöntemi görsel olarak gösterilmiştir.



Şekil 5. Yarım güç noktaları [11].

Rezonans frekansına ait sönüm kayıp çarpanı (η_r) ve sönüm oranı (ξ_r) aşağıdaki ifadelerden (Eşitlik 1, 2) çıkartılır:

$$\eta_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{2\omega_r^2} = \frac{\omega_b - \omega_a}{\omega_r} \quad (1)$$

$$\xi_r = \frac{\omega_b^2 - \omega_a^2}{4\omega_r^2} = \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_r} \quad (2)$$

2.3. Fourier Dönüşümü

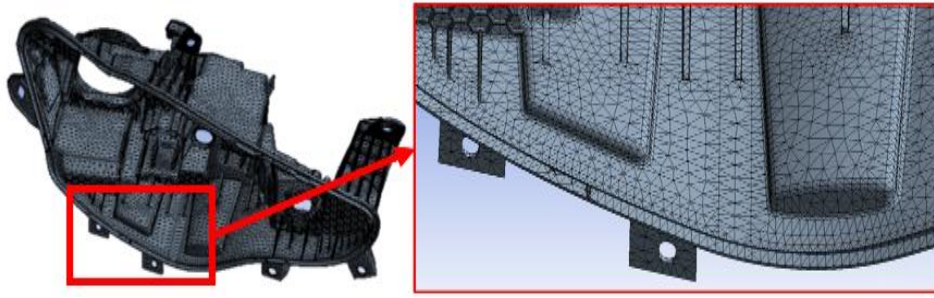
Harmonik uyarılı bir modal teste karakteristik frekansın belirlenmesi basit bir işlemdir ve cevap sinyali olarak sinüs dalgası elde edilir fakat çok sayıdaki titreşim sisteminin hareketi harmonik değildir [12].

Periyodik cevaba sebep olan periyodik bir uyarının durumu ele alındığında, deplasman fonksiyonu $x(t)$, periyodu T olan harmonik dalgaların toplamı olarak Fourier serileri (Eşitlik 3) ile temsil edilebilir [13].

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right) \quad (3)$$

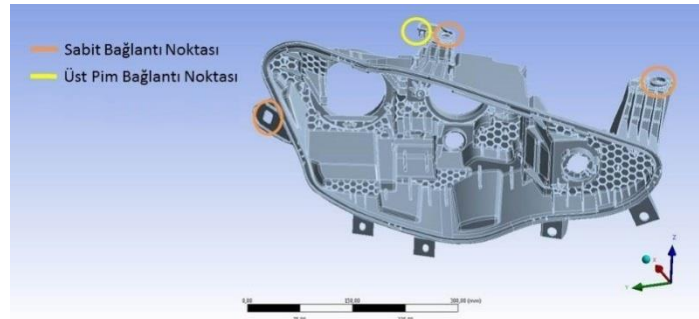
2.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Modal Analiz ve Harmonik Cevap Analizi

Bu çalışma için kullanılan binek araç aydınlatma elemanı gövdesi için dört yüzü; 2140444 adet düğüm noktası ve 1186867 adet eleman içeren sonlu elemanlar yöntemi çözüm ağı oluşturulmuştur (Şekil 6).

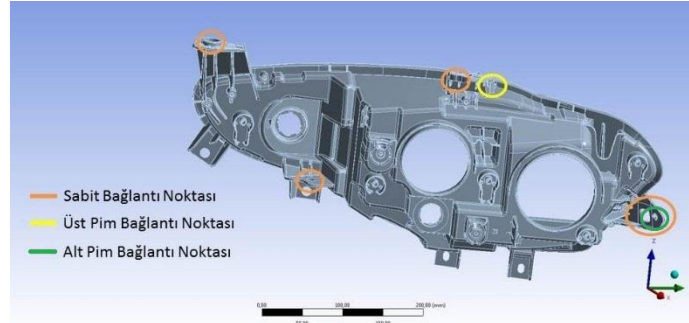


Şekil 6. Sonlu elemanlar ağı.

Gövde analiz programında, Şekil 7 ve Şekil 8’de gösterilen çalışma şartlarındaki gibi, bağlantı dış yüzeyleri x,y ve z yönlerinde sabitlenmiş, üst pim ise x ve y’de sabitlenip z’te serbest, alt pim ise z ve y’de sabitlenip x’te serbest bırakılmıştır. 270 Hz’e kadar sistemin sönümsüz modal analizi yapılmıştır. Zorlanmış titreşim analizi ise sabit 2g ivme, z yönünde, 1-270 Hz arasında yapılmıştır. Gövdenin elastisite modülü, poisson oranı, bulk modülü gibi mekanik özellikleri -10 °C, 23 °C, 70 °C ortam koşullarında testler yapılmış ve bulunan değerler Ansys programına girilmiştir.

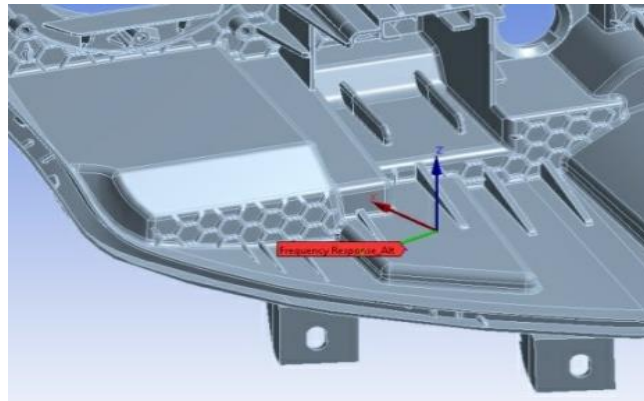


Şekil 7. Bağlantı şekilleri gösterimi.



Şekil 8. Bağlantı şekilleri gösterimi.

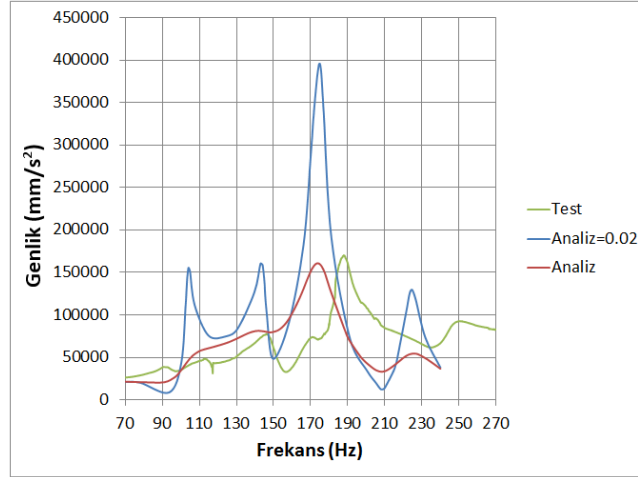
Harmonik analiz sonucunda, test sırasında ivme ölçerin konduğu bölgeye yakın noktadan (Şekil 9) yüzeye dik olacak şekilde z yönünde ivme frekans cevabı alınmıştır. Harmonik analizde sabit sönüm ve her doğal frekans için yarım güç metodu ile hesaplanan sönüm oranları ile analiz yapılmıştır. Sabit sönüm oranı için 0,02 değeri seçilmiştir. Hesaplanan sönüm oranıyla analizde ise MDAMP komutu sınırlarından dolayı sadece ilk 6 adet nokta karşılaştırılmıştır.



Şekil 9. Cevap toplanan ivme ölçer pozisyonu.

3. SONUÇLAR

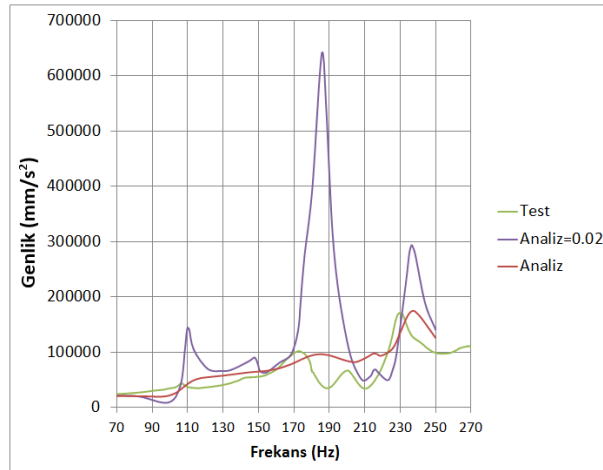
23 °C'taki test verileri ile sabit sönüm oranı ve her bir doğal frekans noktasından hesaplanan sönüm oranları ile ayrı iki adet analiz yapılmış, ardından sonuçlar karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçlarına bakıldığında (Şekil 10) sabit sönüm oranı ile yapılan analizler ile ayrı hesaplanmış sönüm oranı ile yapılan analizlerin genlik değerleri birbirinden çok farklıdır. Analizlerin temel amacı hem frekans hem de genlik bazında korelasyonu yakalamaktır. Ayrıca bazı doğal frekans modlarında analiz cevap fonksiyonunda tepe oluşmadığı görülmüştür. Bunun sebebi analiz programının tek eksen yönündeki cevap fonksiyonunu hesaplamasıdır. Diğer eksenlerdeki cevap fonksiyonları için yeniden analiz yapılması gereklidir. Bu işlem ise çözüm süresini uzatmaktadır. Çözüm süresini kısaltmak adına sadece z eksen üzerindeki etkiler göz önüne alınmıştır.



Şekil 10. 23 °C test ve analiz sonuçlarının karşılaştırılması.

Çizelge 1. 23 °C Test ve analiz doğal frekans noktalarının karşılaştırılması.

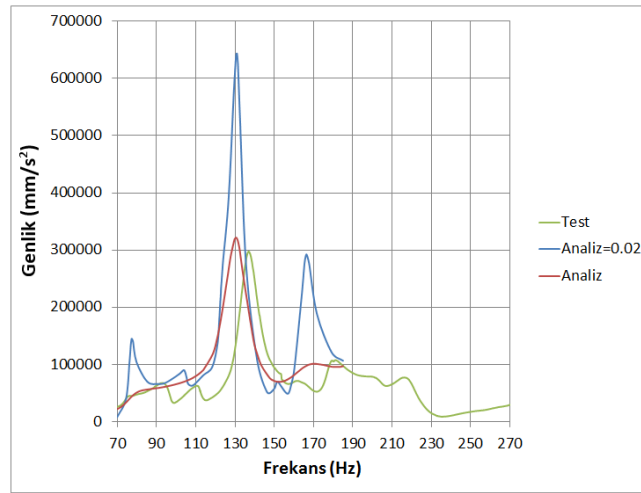
	Analiz	Test	Fark (%)
1. Mod	103,47 Hz	111,12 Hz	6,88
2. Mod	143,97 Hz	144,35 Hz	0,26
3. Mod	171,80 Hz	169,14 Hz	1,57
4. Mod	175,03 Hz	186,72 Hz	6,26
5. Mod	206,81 Hz	203,49 Hz	1,63
6. Mod	223,46 Hz	247,60 Hz	9,74



Şekil 11. -10 °C test ve analiz sonuçlarının karşılaştırılması.

Çizelge 2. -10 °C Test ve analiz doğal frekans noktalarının karşılaştırılması.

	Analiz	Test	Fark (%)
1. Mod	109,63 Hz	105,12 Hz	4,29
2. Mod	149,29 Hz	142,51 Hz	4,75
3. Mod	174,29 Hz	171,32 Hz	1,73
4. Mod	186,35 Hz	197,78 Hz	5,77
5. Mod	215,46 Hz	228,65 Hz	5,76
6. Mod	235,78 Hz	266,04 Hz	11,3



Şekil 12. 70 °C test ve analiz sonuçlarının karşılaştırılması.

Çizelge 3. 70 °C Test ve analiz doğal frekans noktalarının karşılaştırılması.

	Analiz	Test	Fark (%)
1. Mod	77,11 Hz	74,09 Hz	4,07
2. Mod	97,03 Hz	92,30 Hz	5,12
3. Mod	116,55 Hz	111,27 Hz	4,74
4. Mod	131,07 Hz	136,27 Hz	3,81
5. Mod	151,52 Hz	159,68 Hz	5,11
6. Mod	165,87 Hz	178,41 Hz	7,02

Yukarıdaki çizelgeler incelendiğinde Çizelge 1'de görüldüğü üzere doğal frekanslardaki karşılaştırmalarda en az % 0,26 en çok %9,74 fark olmuştur. Çizelge 2'de sonuçlar en az %1,73 en çok % 11,3, çizelge 3'te ise en az %3,81 en çok % 7,02 fark olmuştur. 23 °C 'ta yapılan analizdeki en yüksek alınan ivme cevabı sabit sönüm oranı ile yapılan analizde 394700 mm/s²'dir. Her doğal frekans için yarım güç metodu ile hesaplanan sönüm oranları ile yapılmış analizde ise 160090

mm/s²'dir. Test ile karşılaştırıldığında ise bu cevap 167350 mm/s²'dir. -10 °C'taki sonuçlara bakıldığında sabit sönüm oranı ile yapılan analizde 640250 mm/s²'dir , değişken sönüm oranları ile yapılmış analizde ise 171390 mm/s²'dir. Test ile karşılaştırıldığında ise bu cevap 168930 mm/s²'dir. 70 °C'taki sonuçlara bakıldığında sabit sönüm oranı ile yapılan analizde 641610 mm/s² ve her doğal frekans için yarım güç metodu ile hesaplanan sönüm oranları ile yapılmış analizde ise 319160mm/s²'dir. Test ile karşılaştırıldığında ise bu cevap 297630 mm/s²'dir. Sabit oranla yapılan analizlere bakıldığında sırasıyla 23 °C, -10 °C, 70 °C'taki değerler %135,85, %279 ve %115,57 gibi yüksek değerlerde çıkmış buna karşın değişken sönüm oranları ile yapılan analizlerde % 4,33, %1,45 ve %7,23 olmuştur.

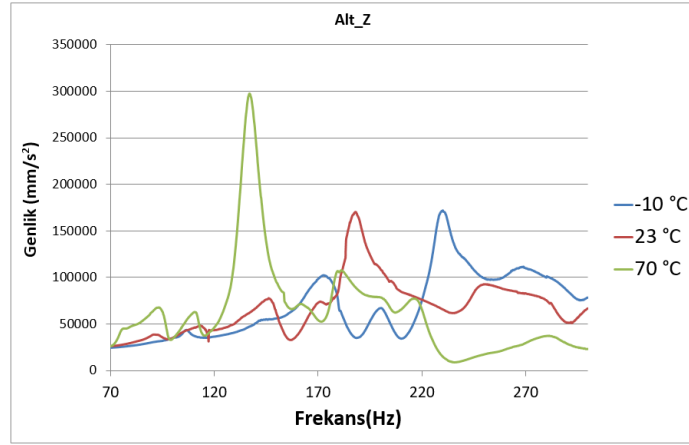
4. TARTIŞMA

Bu çalışmada far gövdesinin değişken sönüm oranları analiz programına girilerek doğal frekans değerleri en düşük %11,3 en yüksek %0,26 doğrulukta, maksimum ivme genlikleri ise en düşük %1,45 en yüksek %7,23 olarak hesaplanmıştır. Modların, 23 °C referans sıcaklığındaki doğal frekans değerlerinin -10 °C ve 70 °C ortam koşullarındaki değişimi Çizelge 4'te verilmiştir.

Çizelge 4. Tüm sıcaklık değerlerindeki analiz sonuçlarının karşılaştırılması.

	23 °C	-10 °C	Fark(%)	70 °C	Fark (%)
1. Mod	103,47 Hz	109,63 Hz	5,95	77,11 Hz	25,48
2. Mod	143,97 Hz	149,29 Hz	3,70	97,03 Hz	32,60
3. Mod	171,80 Hz	174,29 Hz	1,45	116,55 Hz	32,16
4. Mod	175,03 Hz	186,35 Hz	6,47	131,07 Hz	25,12
5. Mod	206,81 Hz	215,46 Hz	4,18	151,52 Hz	26,73
6. Mod	223,46 Hz	235,78 Hz	5,51	165,87 Hz	25,77

Çizelge 4'te görüldüğü gibi doğal frekanslar sıcaklık arttıkça elastisite modülü ve kesme gerilimi gibi mekanik değerler ile paralel olarak düşmektedir. Gövde sıcaklığının -10 °C'ye düşmesiyle gövdedeki doğal frekanslar 23 °C deki referans doğal frekanslarına göre tüm doğal frekanslar olarak artmıştır ve alınan ivme cevapları düşmüştür. Şekil 13'te de görüldüğü üzere sıcaklığın 70 °C'ye yükseltilmesine paralel olarak gövdenin doğal frekansları düşmeye başlamıştır ve alınan ivme cevapları yükselmiştir. -10 °C'ta 109,63 Hz olan ilk doğal frekans 23 °C'ta 103,47 Hz'e düşmüştür. 70 °C'ta bu değer 77,11 Hz olmuştur. Bununla birlikte diğer frekanslarda aynı şekilde bir azalma göstermiştir. Tüm sonuçların ortalama korelasyonu ise %4,99'dür.



Şekil 13. Tüm sıcaklıklardaki test sonuçlarının karşılaştırılması.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada destekleri için Magneti Marelli Mako Elektrik AŞ'ye teşekkürlerimizi sunarız.

KAYNAKÇA

- [1] Schrader, C. D., (2006). Dynamic structural simulation of the SAE J577 vibration test, SAE Technical Paper Series, doi: 10.4271/2006-01-048.
- [2] Elkhatib, F. ve Poorman, T.,(2018) Resonant frequency prediction of automotive lamps, SAE Technical Paper Series, doi: 10.4271/2007-01-0603.
- [3] Xie, K. I.,(2007) Automotive light assembly failure detection, Yüksek Lisans Tezi, Queen's University, Ontario, Kanada.
- [4] Çolakoğlu, M.,(2006), Damping and vibration analysis of polyethylene fiber composite under varied temperature, Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences, 30, 6, 351-357.
- [5] Ryu, K., ve Yi, H., (2018), Wire mesh dampers for semi-floating ring bearings in automotive turbochargers: measurements of structural stiffness and damping parameters, Energies, 11(4),doi: 10.3390/en11040812.
- [6] Doh, J., Kim, S.-W., ve Lee, J., (2017), Reliability assessment on the degradation properties of polymers under operating temperature and vibration conditions, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D: Journal of Automobile Engineering, 232(13), 1782-1798, doi:10.1177/0954407017735263.
- [7] Dippel, B., Johlitz, M., ve Lion, A., (2014), Thermo-mechanical couplings in elastomers – experiments and modelling, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 95(11), doi: 10.1002/zamm.201400110

- [8] Pandiyanayagam, G., Bardia, P. ve Patil Y.,(2011), Experimental and modelling studies towards random vibration, SAE Technical Paper Series, doi: 10.4271/2011-26-0118.
- [9] Chowdhury, I. ve Dasgupta, P. S.,(2003), Computation of rayleigh damping coefficients for large systems, The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 8, Bundle 8C.
- [10] Limaye, G., (2013), High temperature vibration fatigue life prediction and high strain rate material characterization of lead-free solders, Yüksek Lisans Tezi, Auburn University, Alabama, ABD.
- [11] He, J. ve Fu Z. F., (2001), Modal analysis, Butterworth-Heinemann.
- [12] Rao, S., (2011), Mekanik titreşimler (Mechanical vibrations), 64, Pearson Education Inc, Prentice Hall.
- [13] Maia, S., He, L. Ve Skingle T. U., (1997), Theoretical and experimental modal analysis, Research Studies Press Ltd, England, 468pp.