



## Adapted large neighborhood search algorithm with optimized golden ratio spiral initial solution for capacitated vehicle routing problem with time windows

Alperen Ekrem Çelikdin<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Planning and Logistics Manager, Süttaş Aksaray Integrated Facilities, Aksaray, Turkey

### Highlights:

- An adapted large neighborhood search algorithm
- The initial solution is achieved by the optimized golden ratio spiral
- Significant solution improvements of up to 6.53%

### Keywords:

- Vehicle routing problem with time windows
- Optimized golden spiral clustering
- Adapted large neighborhood search
- Heuristic algorithm

### Article Info:

Research Article  
Received: 24.05.2022  
Accepted: 19.04.2023

### DOI:

10.17341/gazimmfd.1120447

### Correspondence:

Author: Alperen Ekrem  
Çelikdin  
e-mail:  
a.celikdin@gmail.com  
phone: +90 530 186 69 60

### Graphical/Tabular Abstract

The capacitated vehicle routing problems with time windows aims to meet customer demands on time with the lowest cost. Since it is not always possible to find the optimal solution in this problem type, which is described as NP-Hard, the most reasonable solution is searched with heuristic methods. One of these heuristic solutions, which is frequently preferred due to its ease of implementation and various local search tools, is the large neighborhood search algorithm. Usually, the first assignment of customers to vehicles is made randomly, and then improvements are made with local search operators. In this study, it is aimed to make an adaptation of the large neighborhood search heuristic, where the initial solution is started by optimizing the golden ratio spiral which can be seen from Figure A to return from the closest points to the customers, instead of random assignment. The initial assignment of the customers to the vehicles starts by clustering by this novel method and the routes are being improved by the local search operators.

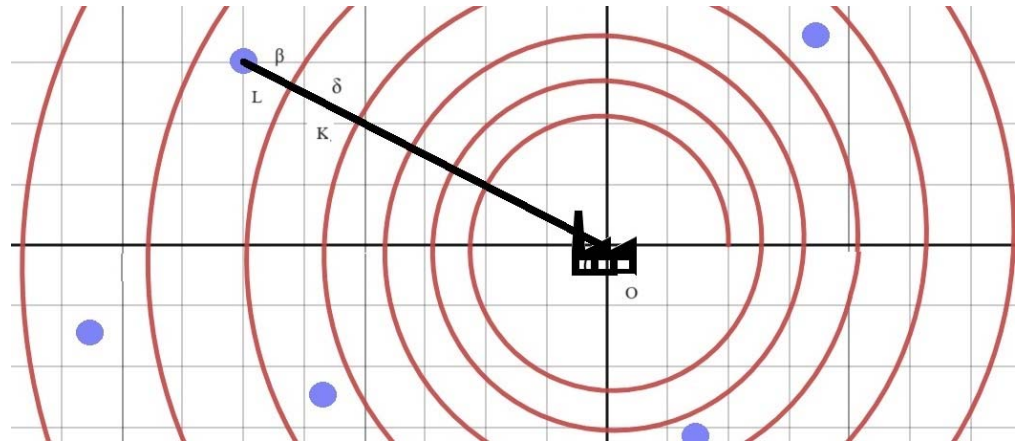


Figure A. Golden spiral is clustering Solomon instance R107

### Purpose:

In this study, it is aimed to make an adaptation of the large neighborhood search heuristic, where the initial solution is started by optimizing the golden ratio spiral to return from the closest points to the customers, instead of random assignment.

### Theory and Methods:

The golden ratio, which is frequently encountered in nature, art and architecture, has been used to find the initial solution to the vehicle routing problem. The equation that creates the spiral turns has been transferred to a mathematical model and optimized to cluster the customers close to golden ratio at most.

### Results:

It is seen that the proposed method improves a total of 15 test problems up to 6.53% in problem classes R1, R2, RC1 and RC2.

### Conclusion:

Initial solution clustering procedure which helps to find good feasible solutions obtained. It can be said that the method can be beneficial in reducing transportation costs in sectors with non-clustered, narrow time windows and randomly distributed customers.



## Tektürel zaman pencereci araç rotalama problemi için eniyilenmiş altın oran sarmalı başlangıç çözümlü uyarlanmış büyük komşuluk arama algoritması

Alperen Ekrem Çelikdin<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Planlama ve Lojistik Müdürü, Süttaş Aksaray Entegre Tesisleri, Aksaray, Türkiye

### ÖNEÇIKANLAR

- Uyarlanmış bir büyük komşuluk arama algoritması
- İlk çözüme, optimize edilmiş altın oran sarmalı ile ulaşılmıştır
- Çözüm sonuçlarında % 6,53'e varan önemli iyileştirmeler elde edildi

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 24.05.2022

Kabul: 19.04.2023

### DOI:

10.17341/gazimmfd.1120447

### Anahtar Kelimeler:

Zaman pencereci araç rotalama problemi, eniyilenmiş altın oran sarmalı kümelemesi, uyarlanmış büyük komşuluk arama, sezgisel algoritma

### ÖZ

Zaman pencereci tektürel sığılı araç rotalama problemlerinde, müşteri taleplerini zamanında ve en düşük maliyetle karşılamak amaçlanmaktadır. NP-Zor olarak tanımlanan bu problem tipinde optimal çözümü bulmak her zaman mümkün olmadığından sezgisel yöntemlerle en makul çözüm aranmaktadır. Uygulama kolaylığı ve çeşitli yerel arama araçlarının uygulanabilirliği nedeniyle sıklıkla tercih edilen bu buluşsal çözümlerden biri de büyük komşuluk arama algoritmasıdır. Genellikle müşterilerin araçlara ilk ataması rastlantısal yapılır ve ardından yerel arama operatörleri ile iyileştirmeler sağlanır. Çağın ihtiyaçlarına bağlı olarak karmaşıklık düzeyi arttıkça, komşuluk yerel arama alanının belirli bir algoritmaya göre başlatılması çözüm hızını ve kalitesini artırmada önem taşımaktadır. Belirtilen sebeplerle, bu çalışma ile daha çok mimarlık ve sanatsal alanda kullanımıyla daha sık karşılaşılan altın oran yaklaşımı yenilikçi bir buluşsal yöntemle eklenerek ARP alan yazınına katkıda bulunmak amaçlandı. Altın oran sarmalının müşterilere en yakın noktalardan dönüş yapacak şekilde eniyilenmiş sarmalı ile ilk çözümün başlatıldığı bir uyarlama yapıldı. Müşterilerin araçlara ilk ataması, bu yenilikçi yöntemde kümeleme ile başlamaktadır ve güzergahlar yerel arama operatörleri tarafından iyileştirilmektedir. Bu uyarlama ile alan yazında sıklıkla tercih edilen Solomon ve Gehring-Homberger test problemlerinin en iyi bilinen sonuçlarında %6,53 e varan önemli iyileşmeler sağlanmıştır.

## Adapted large neighborhood search algorithm with optimized golden ratio spiral initial solution for capacitated vehicle routing problem with time windows

### HIGHLIGHTS

- An adapted large neighborhood search algorithm.
- The initial solution is achieved by the optimized golden ratio spiral
- Significant improvements of up to 6.53%

### Article Info

Research Article

Received: 24.05.2022

Accepted: 19.04.2023

### DOI:

10.17341/gazimmfd.1120447

### Keywords:

Vehicle routing problem with time windows, optimized golden spiral clustering, Adapted large neighborhood search, heuristic algorithm

### ABSTRACT

In vehicle routing problem with time windows, it's aimed to meet customer demands on time and at the lowest cost. Since it is not always possible to find the optimal solution in this problem type, which is defined as NP-Hard, the most reasonable solution is sought with heuristic methods. One of these heuristics, which is frequently preferred due to its ease of implementation and existence of various local search tools, is the large neighborhood search algorithm. Usually, customers' initial assignment to vehicles is random and then improvements are made with local search operators. As the level of complexity increases depending on the needs of the age, starting the neighborhood local search area according to a certain algorithm is important for the sake of the speed and quality of the solution. For the stated reasons, in this study, it's aimed to contribute to the literature by adding the golden ratio approach, which is more commonly used in architecture and artistic fields, to a novel heuristic method. An adaptation was made in which the first solution was initiated with the optimized spiral of the golden ratio, where spiral returns from the closest points to the customers. The first assignment of customers to vehicles starts with clustering in this innovative method and routes are improved by local search operators. With this adaptation, significant improvements of up to 6.53% were achieved in the best-known results of the Solomon and Gehring-Homberger test problems, which are frequently preferred in the literature.

\*Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : / a.celikdin@gmail.com / Tel: +90 530 186 69 60

## 1. Giriş (Introduction)

Araç rotalama problemleri (ARP), belirli bir müşteri kümesine taşıma hizmeti götürülmesi istenen araç filosunun ulaştırma maliyetlerinin enküçüklenmesi amacıyla, tüm müşterilere kısıtlar dahilinde en uygun rota kümesinin oluşturulmaya çalışıldığı problem çeşididir. ARP, tedarik zinciri yönetimi literatüründe en çok karşılaşılan konulardan biridir. Yöntem ilk olarak Dantzig ve Ramser [1] tarafından “Kamyon Sevk Problemi” olarak tanıtılmıştır. Birden fazla aynı kamyon şıgasına sahip Gezgin Satıcı Probleminin (TSP) genelleştirilmesi olarak tanımlanan ilk çalışmadan sonra geçen elli yıldan fazla bir süre boyunca, 100’den fazla kısıtlama ile gerçek dünya problem gereksinimlerini karşılamak için yöntemler geliştirilmiştir [2]. ARP, Covid-19 pandemisinin hızlandırıcı etkisi ve elektronik ticaret ile mikro dağıtımın bütünlük olarak gelişmesi ile birlikte bulut tabanlı yazılımlar sayesinde anlık çözümlerin sağlandığı mobil uygulamalara kadar etki alanına sahip olmuştur. Son dönemde nesnelerin interneti teknolojisinin gelişmesi ile birlikte, anlık sensör verilerini okuyarak, dinamik araç rotalama çözümleri üretmek de mümkün olmaktadır [3].

ARP’nin ulaştırma sektöründe, hızlı bozulan ürünlerin toplaması/dağıtımı, kargo, posta, gıda, sıcak/soğuk yemek gibi mikro dağıtımlar, çoklu depolardan dağıtım, ara aktarmalı dağıtım gibi çok çeşitli uygulamalara örnek olarak verilebilir. Huang ve Cao [4] sözleşmeli üçüncü taraf lojistiği için, harita yazılımları ile eniyileme yazılımlarının haberleştirerek, araç filosu için coğrafi bilgi sistemi üzerinde hem rotalar hem de yol tarifi özelliği sağlayan bir karar destek sistemi oluşturmuşlardır. Yıldız ve Çiçekdeğ [5] bir otomotiv firmasının günlük araç ihtiyaç planlaması ve rotalama problemini çözmek için, sürücü maliyeti, araç kiralama maliyeti ve seyahat maliyeti olan tüm maliyet kalemlerini dikkate alan bir algoritma tasarlamışlardır. Tellez vd. [6] engelli çocukların evlerinden Fransa’nın Lyon kentindeki tıp merkezlerine nakli bağlamında gerçek bir vakaya da uyguladıkları, ayarlanabilir araç şıgalı özel bir çeşit toplama ve dağıtım problemini çözmüşlerdir.

Bazı ek özellikler, zaman pencereleri (müşteri teslimatlarına uygun zaman aralıkları), tektürel araçlar için sığa kısıtlı KK\_ZP\_ARP (CVRPTW)’dir. Zaman penceresi ARP ’de, müşteriler kendilerine belirlenmiş, başlangıç ve bitiş hizmet zamanları çerçevesinde ziyaret edilebilir. Yani bir araç, hizmet vereceği müşteriye, izin verilen ilk ziyaret zamanından önce vardığında, aradaki süreyi bekleyerek geçirmek durumunda kalacaktır. Bununla birlikte, son ziyaret zamanına yetişemeyen, ilk ziyaret zamanına kadar bekleyecek veya ziyareti ertelemek zorunda kalacaktır. Sığa kısıtından kasıt ise, araçların azami istiap haddinin kanunlarca sınırlı olması kastedilmektedir. Karayolları mevzuatına göre, araç tipleri kapsamında belirlenen üst limitlere uyulmak zorundadır. Aksi takdirde, cezai yaptırımlar ve/veya araç arızaları ile karşılaşılabilir. Zaman penceresinin katı/yumuşak olarak ayrıldığı ARP tipleri de mevcuttur. Zaman penceresi katı ise, toplama/dağıtım işlemi gerçekleştirilemeyecektir. Yumuşak zaman penceresi mevcut ise belirli bir esneklik dahilinde hizmet ifa edilebilecektir. Bununla birlikte araçların ilk çıkış noktası olan depoların da zaman penceresi tanımlanarak probleme dahil edilebilmektedir. Depodaki zaman penceresi ise mesaiye başlangıç ve bitiş saatleri olarak değerlendirilebilir.

Bu çalışma, Ekşioğlu vd. [7] tarafından yapılan ARP sınıflandırması baz alınarak, Tan ve Yeh’in [8] çalışmalarında önerdiği üçlü model kategorileri olan, araç-ilişkili, müşteri-ilişkili ve depo-ilişkili bağlamında incelendiğinde, Tablo 1 de verilen konuma yerleşmektedir. Ekşioğlu vd. [7]’nin sınıflandırmasında, problemin fiziksel özellikleri kategorisine güncel çalışmalar bağlamında, “yakıt türü kaynaklı kısıtlar” hanesinde, elektrikli ve fosil yakıtlı araçlara ait bileşenler de

eklenebilir. KK\_ZP\_ARP’nin çözümü için alan yazında çok sayıda sezgisel kullanılmıştır. Tektürel, tek depo ve sığalı araç filosuna sahip bir dağıtım şirketinin araç rotalama probleminin, şoförlerin vardiyalı çalışması ve toplam çalışma zamanı kısıt nedeniyle, müşteriye aracın zaman penceresi başlangıç zamanını bekleme süresini enküçüklemek için, depodan ilk çıkış zamanı karar verici tarafından belirlendiği çalışmada [9] değişken komşuluk arama algoritma meta-sezgiselinden faydalanan sütun türetme temelli mat-sezgisel kullanılmıştır. Aynı ARP varyantı için yapılan bir diğer çalışmada [10], zaman penceresi ve araç sığası kısıtlarına bir de üç boyutlu yükleme kısıtları eklenmiştir. Araçların sadece ağırlık kısıtları değil aynı zamanda üç boyutlu yerleşim ve hacim kısıtları da dikkate alınmıştır. Problemin çözümü için tabu araması ve yapay arı kolonisi mat-sezgiselleri karma olarak kullanılmıştır. KK\_ZP\_ARP için tüm müşterilere hizmet ulaştırma zamanlarının toplamına göre maliyet hesaplamasının yapıldığı yeni bir ARP varyantı içeren çalışmada [11] büyük komşuluk arama ve genetik algoritmanın sentezlenerek kullanılmıştır. Önerilen algoritma ile kısıt gevşetme yoluyla arama uzayı genişletilmiş, olurlu ve olursuz komşuluk içeren sonuçlar ilk çözüme dahil edilmiştir. Ardından genetik algoritma yardımıyla daha kısa işlem zamanları dahilinde çözüm iyileştirme yoluna gidilmiştir. Yine başka bir yaklaşımla, birden çok sezgisel sentezlenerek melez mat-sezgiseller kullanıldığı görülmektedir [14-17]. Zaman penceresi kısıtını, düğümler bazında farklı maliyetler ve hızlar açısından inceleyen çalışmalar da bulunmaktadır. Kuo [18] yaptığı çalışmada, düğümler arasında araçta kalan yükün farklı ağırlıkları olması nedeniyle yakıt maliyetlerini değiştirilerek, toplam yakıt tüketimini enküçükleyen tavlama benzetimi sezgiseli kullanmıştır. Bu yaklaşım ile yakıt tüketimi, yolculuk süresi ve mesafesi arasındaki fırsat maliyetleri dengelemeye çalışılmıştır. Zaman bağımlılık ile ilgili bir diğer çalışma ise [19], ilk giren ilk çıkar (FIFO) kısıtlarını sağlayan, zamana bağlı hız fonksiyonunu göz önünde bulunduran ve doğrusal karma tam sayılı matematiksel model önermişlerdir.

ARP NP-Zor olduğu kanıtlanan [20] bir problem olması nedeniyle, optimal sonuçlara ulaşmak problemin büyüklüğüne bağlı olarak her zaman mümkün olmamaktadır. Optimal çözüme yaklaşım sağlamak, arama uzayını daraltmak ve hesaplama sürelerini kısaltmak için sezgiseller ve algoritmalar kullanılmaktadır. Bu araçlardan biri de Büyük Komşuluk Arama (LNS) ve Uyarlanmış Büyük Komşuluk Arama algoritmasıdır (ALNS). LNS ilk defa Shaw [21] tarafından önerilmiştir. LNS, sürekli bir gevşeme ve yeniden eniyileme sürecine dayanmaktadır. ARP için, bazı müşteri ziyaretlerinin konumları gevşetilir (ziyaretler rota planından çıkarılır) ve ardından rota planı serbest konumlar üzerinde yeniden eniyenir (bu ziyaretleri yeniden ekleyerek). Çıkarma ve yeniden yerleşiminin bir yinelemesi, bir komşuluk hareketinin incelenmesi olarak düşünülebilir. Şimdiye kadar bulunan en iyi rota planının maliyetinin altında bir maliyetle sonuçlanan bir yeniden ekleme bulunursa, bu yeni çözüm mevcut çözüm olarak tutulur. Yeniden yerleştirme işlemi, sezgisel yöntemleri ve kısıtlama yayılımını kullanır. Enküçük maliyet yeniden ekleme, dal ve sınır yoluyla değerlendirilebilir veya arama ağacını yalnızca kısmen keşfeden teknikler kullanılabilir. Çıkarma ve ekleme prosedürleri çoğul olarak çeşitli biçimlerde de yapılabilir. Aynı anda birçok düğüm eklenip çıkarılabilir [3]. ARP ’ye uygulandığında LNS’nin çalışma şeklini iki faktör etkiler: müşteri ziyaretlerinin kaldırılması yönteminin seçimi ve yeniden ekleme süreci. Ropke ve Pisinger [22] LNS üzerinde bazı uyarlamalar yaparak yöntemi revize etmişlerdir. LNS genel mantığındaki küçük yeniden eniyileme süreçleri yerine olurlu olmasa da bazı kısıtları gevşeterek %30-40’lık değişimlere neden olacak büyük komşuluk hareketlerini mümkün kılmışlardır. Birkaç rakip çıkarma ve ekleme sezgisel yöntemi kullanılan ve arama sırasında toplanan istatistikleri kullanarak, bu sezgiseller arasında sırasını yapan sezgisel yöntemi ALNS olarak adlandırmışlardır. Daha iyi bir çözüm değeri elde etmek

**Tablo 1.** Çalışmanın alan yazındaki konumu (VRP variant of the study)

Çalışma Türü	Varyantlar	Senaryo Özellikleri	Varyantlar	Fiziksel Özellikleri	Varyantlar
Kuramsal		Güzergah üzerindeki		Ulaşım ağı tasarımı	
Uygulamalı	Tam Çözüm Yöntemleri Sezgisel Yöntemler	durak sayısı	Bilinen (deterministik) Kısmen bilinen, kısmen olasılıksal	Adreslerin konumu (müşteriler)	Yönlendirilmiş ağ Yönlendirilmemiş ağ
	Benzetim Gerçek Zamanlı Çözüm Yöntemi	Yük bölme kısıtlaması	Bölmeye izin verilir		Düğümlerdeki müşteriler
Uygulama belgelenmiştir Anket, inceleme veya meta-araştırma		Müşteri hizmetleri talep miktarı	Bölmeye izin verilmez	Menşe noktası	Yay yönlendirme örnekleri
			Deterministik Stokastik		Tek menşeli Birden fazla köken
Bilgi Özellikleri	Varyantlar	Yerinde servis/bekleme süreleri	Bilinmeyen	Yükleme/boşaltma nokta sayısı	
Bilginin evrimi	Durağan Kısmen dinamik		Deterministik Zaman bağımlı Araç tipine bağlı Stokastik Bilinmeyen	Zaman aralığı türü	Tek depo Birden fazla depo
Bilgi kalitesi	Bilinen (Deterministik)	Zaman penceresi yapısı			Müşteriler kısıtlama Yollarda kısıtlama Depo kısıtlama Sürücülere/araçlara kısıtlama
	Stokastik		Yumuşak zaman pencereleri Sıkı zaman pencereleri Her ikisinin karışımı	Araç sayısı	
Bilgilerin kullanılabilirliği	Tahmin Bilinmeyen (Gerçek zamanlı)	Zaman ufku			Tam olarak n araç (Gezgin Satıcı bölümü) En fazla n araç Sınırsız sayıda araç
	Yöresel		Tek dönem	Araç sığası değerlendirilmesi	
Bilgilerin işlenmesi	Küresel		Çok periyotlu		Sığalı
		Dönüş yükü var mı?	Düğümler eşzamanlı, topladağıt teslimatları içerir		Sığasız
	Merkezi		Düğüm ya dönüş teslimatı, ya da doğrusal teslimat içerir lakin her ikisi birden değil	Araç türü	Tektürel Yük türüne göre özel araçlar Karma filo Müşteri araç tipi tercihi olan
Veri Özellikleri	Varyantlar				
Kullanılan Veriler	Gerçek dünya verileri			Seyahat süresi	Öncelik ve bağlantı kısıtlamaları
	Yapay veriler Hem gerçek hem de sentetik veriler				İşleve bağlı Stokastik Bilinmeyen
Veri kullanılmaz				Nakliye maliyeti	Seyahat süresine bağlı Mesafeye bağlı Sabit maliyet

için yüksek maliyetli istekleri kaldırıp, çözümde başka bir yere yerleştirmeye çalışmak mantığı olarak önerdikleri buluşsal yöntemle “en kötüyü çıkarma” ismini verdiler. Bir diğer çıkarma sezgiselinde, Shaw [21] tarafından önerilen alaka ölçütüne, mesafe, zaman, kapasite ve ikili düğümlere servis yapılabilirlik parametreleri ile revize etmişlerdir. [22] Ekleme sezgiseli olarak paralel eklemeyi kullanmayı tercih etmişlerdir (detay için [23]). Rota oluşturma için

kullandıkları bir diğer buluşsal yöntem ise temel ağgözlü buluşsal yöntemdir. Her yinelemede bir istek rotaya eklenir. Her istek rota maliyetini en az artıracak şekilde, en uygun pozisyona eklenir. Bu süreç, tüm istekler eklenene veya daha fazla istek eklenene kadar devam eder. Aynı çalışmanın bir diğer önerisi ise pişmanlık buluşsalıdır. Pişmanlık değeri, isteği en iyi rotaya ve ikinci en iyi rotaya ekleme maliyetindeki fark olarak tanımlanmıştır. Her

yinelemede pişmanlık buluşsal yöntemi, bu değeri maksimize eden isteği eklemeyi seçer. İstek, minimum maliyet konumuna eklenir. En düşük maliyetli eklemeye seçilerek, bağlar kopar. Bu yinelemede yapılmazsa en çok pişman olunacak eklemeye seçilir. Bir diğer yöntem ise değiştirme operatörleridir [11]. K-değişimi yol içi komşuluk, KK\_ZP\_ARP için yapılan araştırmalarda yaygın olarak kullanılmıştır. Bu, bir rota içindeki bir dizi k kenarını başka bir k kenar kümesiyle değiştirir. Hesaplama süresi göz önüne alındığında, 2 seçeneikli operatör, n düğüm için  $O(n^2)$ 'dir.

Eklemeye ve çıkarma sezgiselleri amaç fonksiyonunu belirli bir durma kriteri sağlanana kadar çalışarak iyileştirmeye devam eder. Bu durma kriteri, zaman sınırı, yineleme sayısı sınırı veya uygun çözüme katkı sunmayan (iyileştirme olmayan) tekrar sayısına ulaşılması [24] olarak belirlenebilmektedir.

Alan yazında ALNS yöntemlerinin ilk atamayı rastlantısal [3, 24] ya da ağırlıklı buluşsal ile yapıldığı görülmektedir [25, 12, 13]. Bu çalışma ile büyük komşuluk arama sezgiseli ilk başlangıç çözümünün daha yenilikçi bir yöntemle, altın oran sarmalının müşterilere en yakın noktalardan dönüş yapacak şekilde eniyilenmiş sarmal ile başlatıldığı bir uyarılama yapılması amaçlanmaktadır.

Çalışmanın geri kalanı şu biçimde düzenlenmiştir: 2. bölümde problemin matematiksel modeli ve özellikleri tanıtılmaktadır. 3. bölümde, altın oran kavramı, altın oran sarmalının ilk çözümü oluşturma yöntemi, geliştirilen uyarlanmış büyük komşuluk sezgiseli anlatılmaktadır. Bilgisayarlı deney sonuçları 4. bölümde verilmektedir. Son olarak, 5. bölümde sonuçlar özetlenmektedir.

## 2. Problemin Tanımı ve Matematiksel Modeli (Problem Description and Its Mathematical Model)

Bu çalışma ile, tek depodan sevkiyat yapılmak üzere, taktürel ve sığıl araç filosuna sahip bir dağıtım organizasyonu tarafından portföyde bulunan müşterilere hizmet verilen bir zaman pencere KK\_ZP\_ARP incelenmektedir. Dağıtım organizasyonunun araçları, müşteri ziyaretlerinde müşteri tarafından iletilen sipariş miktarı kadar teslimat yapmaktadır. Araç depodan çıktuktan sonra da sipariş revizesi kabul edilmemektedir. Dağıtım organizasyonu teslimat yaparken her müşterinin tanımladığı zaman penceresi aralığına kati olarak uymak zorundadır. Bu şartlarda herhangi bir araç, bir müşterinin zaman penceresi başlangıç saatinden önce müşterinin bulunduğu noktaya varsa bile zaman penceresinin başlangıcını beklemek durumundadır. İlâveten araç, müşterinin zaman penceresinin bitiş zamanından sonra müşteriye ulaşır, dağıtım hizmetini ifa edememektedir.

Matematiksel model KK\_ZP\_ARP'nin alan yazında genel kabul görmüş formasyonundan esinlenilerek, amaç fonksiyonunda sabit giderlerin yanında değişken sürüş maliyetleri de dikkate alınacak şekilde hazırlanmıştır. Genel olarak KK\_ZP\_ARP'yi şu şekilde tanımlayabiliriz:  $G(F, A)$  tam bağlı (tüm düğümleri arasında bağlantısı olan) bir serim olsun. Burada  $F = \{0, \dots, n\}$  düğüm kümesi,  $A = \{(i, j); i \neq j, i, j \in F\}$  ise bu düğümler arasında tanımlanan hat kümesidir. Düğüm kümesinde "0" düğümü depoyu,  $1, \dots, n$  düğümleri ise müşterileri ifade etmektedir.

KK\_ZP\_ARP tanımlanan bu serim üzerinde aşağıdaki kısıtlar kapsamında en küçük maliyetli rotaları sağlayan çözümleri araştırır:

- Her müşteriye sadece bir kez uğranmalı,
- Bir rota depodan başlamlı, müşterilere uğrandıktan sonra tekrar depoda bitmelidir,
- Rota üzerindeki müşterilerin talepleri toplamı araç sığından küçük veya eşit olmalıdır,
- Her müşteriye zaman penceresi içerisinde hizmet verilmeli (ilk uğrama zamanı ile servis süresi toplamı açısından),
- Her bir rota, en fazla izin verilen süre içerisinde (sürüş zamanı, çalışma zamanı vb.) tamamlanmalıdır.

Varsayımlar:

- Araçlar eşit sığaya sahiptir.
- Araçlar çalışma süresince daima hizmete hazırdır.
- Hizmet ve yol süreleri, yol ve günlük koşullara göre değişmemektedir.
- Yolculuk süresi, mesafe ile doğru orantılı olarak artıp azalmaktadır.
- Şoförler hizmet süresince duruş/mola/bekleme zamanlarından muafırlar.

"0<sub>(x,y)</sub>" Deponun kartezyen koordinatlarını ifade etmektedir. Aynı şekilde  $F = \{0_{(x,y)}, 1_{(x,y)}, \dots, n_{(x,y)}\}$  düğüm kümesi içerisindeki her müşterinin de koordinat bilgileri mevcuttur.

$p_i$  Depodan i müşterisine teslim edilmek için yüklenen miktarı  $r_i$  ise teslimat miktarını ifade etmektedir (eksik teslimat durumları hariç  $p_i = r_i; i \in F$ ). Müşteriye ulaşıldıktan sonra, müşterinin ürünleri boşaltım süresi  $q_i$ . Müşterilerin servisi kabul etmesine olanak veren zaman penceresinde kabul başlangıç ve bitiş zamanları sırasıyla  $[s_i, e_i]$  olarak tanımlanmıştır. Dağıtım organizasyonuna ait hizmete hazır araç filo kümesi  $V$  ile belirtilmiş olup, her araç  $v \in V$ . Her araç için başlangıç noktası depo olup  $z^v \in F$ . Araçların işe başlama zamanı  $\beta^v$ , her  $v$  aracının sabit maliyeti  $\gamma^v$ ,  $v$  aracının sığıası  $C^v$ , sürüş mesafesini kısıtlamak üzere  $L^v$ , çalışma süresini kısıtlamak için  $E^v$  tanımlanmıştır. Tüm düğümler için (i, j) ayrıtının uzunluğu  $d_{ij}$  ile gösterilmekte ve tüm ayrıtlarda üçgen eşitsizliği ( $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{kj}$ ) sağlanmaktadır. (i, j) ayrıtı için sürüş zamanı ise  $\tau_{ij}$  olarak verilmiştir. İlâveten (i, j) ayrıtı için değişken maliyet  $c_{ij}$ , müşteride hizmet süresi ise  $S_j$  olarak tanımlanmıştır. Model için belirlenen karar değişkenleri ise aşağıdaki gibidir:

Eğer  $v$  aracı i den j ye direkt olarak geçerse ikili değişken  $x_{ij}^v$  1 değerini aksi takdirde 0 değerini alır. Eğer araç  $v$  i ye gider ve hizmet verirse ikili değişken 1 değerini aksi durumda 0 değerini alır. (i, j) düğümü üzerinde  $v$  aracının teslim ettiği sipariş  $d_{ij}^v$ . Zaman penceresi kısıtlamaları için değişken  $\Omega_i^v$  araç  $v$ 'nin i köşesine vardığı süre olarak tanımlanır.

Bu şekildeki bir tanımlama dizisinde her değişken, olurlu bir araç rotasının oluşmasına karşılık gelmektedir. Olurlu bir araç rotasında yukarıda belirtilen tüm kısıtlar sağlanmalı ve herhangi bir müşteriyi en fazla bir defa ziyaret yapılmalıdır.

Verilen notasyona göre KK\_ZP\_ARP için istenilen matematiksel model şu şekilde verilebilir:

Enk

$$\sum_{(i,j) \in A} \sum_{v \in V} c_{ij}^v x_{ij}^v + \sum_{j \in F_C} \sum_{v \in V} \gamma^v x_{z^v, j}^v \quad (1)$$

öyle ki

$$\sum_{v \in V} a_i^v = 1 \quad \forall i \in F_M \quad (2)$$

$$\sum_{v \in V} a_i^v \leq 1 \quad \forall i \in F_C \setminus F_M \quad (3)$$

$$\sum_{j \in F \setminus \{i\}} x_{ij}^v \leq \sum_{j \in F \setminus \{i\}} x_{ji}^v \quad \forall i \in F_C, v \in V, \quad (4)$$

$$\sum_{p \in S, r \in F \setminus S} x_{pr}^v \geq a_i^v \quad \forall i \in F_C, v \in V, S \subset F : z^v \in S, i \in F \setminus S, \quad (5)$$

$$\sum_{j \in F_C} x_{z^v, j}^v \leq 1 \quad \forall v \in V \quad (6)$$

$$\sum_{j \in F \setminus \{i\}} d_{ij}^v - \sum_{j \in F \setminus \{i\}} d_{ji}^v = r_i a_i^v \quad \forall i \in F_C, v \in V, \quad (7)$$

$$\sum_{i \in F_C} d_{z^v, j}^v = \sum_{i \in F_C} r_i a_i^v \quad \forall v \in V, \quad (8)$$

$$\Omega_i^v + (\tau_{ij} + q_i) x_{ij}^v - E^v(1 - x_{ij}^v) \leq \Omega_j^v \quad \forall (i, j) \in A: j \in F_C, v \in V, \quad (9)$$

$$s_i \leq \Omega_i^v \leq e_i - q_i \quad \forall i \in F_C, v \in V, \quad (10)$$

$$\Omega_{z^v}^v = \beta^v \quad \forall v \in V, \quad (11)$$

$$\rho_{ij}^v + d_{ij}^v \leq C^v x_{ij}^v \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (12)$$

$$\sum_{(i, j) \in A} \tau_{ij} x_{ij}^v \leq L^v \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (13)$$

$$\sum_{(i, j) \in A} \tau_{ij} x_{ij}^v + \sum_{i \in F_C} q_i a_i^v \leq E^v \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (14)$$

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (15)$$

$$a_i^v \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F_C, v \in V, \quad (16)$$

$$\rho_{ij}^v \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (17)$$

$$d_{ij}^v \geq 0 \quad \forall (i, j) \in A, v \in V, \quad (18)$$

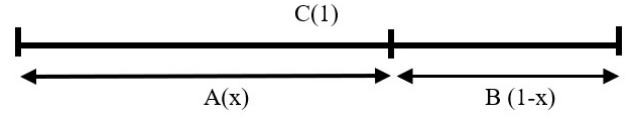
Amaç fonksiyonu (Eş. 1) toplam maliyeti en aza indirir (sabit giderler ve değişken sürüş maliyeti). Ziyaret kuralları, (Eş. 2) numaralı kısıta göre tüm müşterilerin yalnızca bir kez ziyaret edilmesi gerekir. (Eş. 3) Araçlar tarafından tüm müşterilerin ziyaret edilmesi anlamına gelir. (Eş. 4) Akış koruma kısıtlamasıdır, yani, eğer bir giriş varsa, müşteri sahasında da bir çıkış olmalıdır.  $v$  aracının ziyaret edilen müşteri ve depo arasındaki bağlantısı (Eş. 5) ile garanti edilmektedir. Araçlar, (Eş. 6) ile belirtildiği üzere sadece bir rotada (bir kez) kullanılabilir. Müşteri siparişi tamamlama kısıtlamaları (Eş. 7) – (Eş. 8) olup, bunlar teslimat tamamlama içindir. Kısıt (Eş. 9), Miller-Tucker-Zemlin alt tur eliminasyon kısıtlamaları [26] için belirtilir ve zaman pencereleri için çerçeve sağlar. (Eş. 10) Üst ve alt zaman sınırlarını tasarlar. Araç kısıtlamaları, (Eş. 11)  $v$  aracı için başlama zamanını belirler. (Eş. 12)  $C^v$  araç kapasitesinin ihlalini yasaklar, (Eş. 13) sürüş süresini sınırlar, (Eş. 14) her araç için toplam çalışma süresini sınırlar şeklinde verilmiştir. Bütünlük ve negatif olmama kısıtlamaları (Eş. 15-Eş. 18) arasındaki kısıtlar ile belirtilmiştir.

### 3. Eniyelenmiş Altın Oran Sarmalı Başlangıç Çözümü Uyarlanmış Büyük Komşuluk Algoritması (Adaptive Large Neighborhood Search - Alns Algorithm With an Initial Solution Optimized by Golden Spiral)

Altın oranın kimin tarafından keşfedildiği bilinmese de, birçok araştırmada, köklerinin İ.Ö. ilk 500 yıl aralığında yaşamış Yunanlı düşünce insanlarına ve bilim insanlarına (Phidas, Platon, Pythagoras, Euclid vd.) kadar uzanmaktadır. Bu zamanlarda üzerinde araştırmalar yapıldığı ve büyük bir hassasiyetle hayata uyarlandığı görülmektedir. Euclid'in (İ.Ö 365-300), Elementler adlı eserinin 6. yazmasında altın oranın tam bir izahatını yapmış olması, birçok düşünürün kendisini altın oranın ilk tanıtıcısı olarak görmüş olsa da; Markowsky'nin [27] tespitine dayanılarak altın oranla ilgili ilk yazılı bilgi, Euclid'ten önce Proclus'un İ.Ö. 370 yılında, Eudoxus'un Plato'nun bölüme ilgili izah ettiği teoremleri oluşturmaya yönelik yaptığı atıflarda karşılaşılmaktadır.

Sanat ve bilimde bu kadar öneme sahip olan altın oranın hesaplanması gayet basittir. Altın oran en basit tanımla şöyle izah edilebilir: Bir doğru öyle bir noktadan ikiye bölünmeli ki, doğrunun büyük olan kısma oranı, büyük kısmın küçük kısma oranına eşit olmalıdır. Yani kısa olan kısmın uzun olan kısma oranı ile uzun olan kısmın doğruya

oranı eşit olmalıdır. Euclid bunu “bir doğrunun en üstün ve en anlamlı bölünmesi” olarak tanımlamıştır.



Şekil 1. Doğru üzerinde altın oran gösterimi (Golden ratio representation on the line)

Altın oran, matematiksel olarak Eş. 19'da verildiği gibidir.

$$C / A = A / B \quad (19)$$

Şekil 1'de görüldüğü gibi, C'ye 1 ve A'ya x değeri verilirse B, (1-x) olarak formüle edilebilir. Bu durumda Eş. 20 elde edilir.

$$1 / x = x / (1-x) \quad (20)$$

Eş. 20'nin pozitif kökü Eş. 21'de verildiği gibi bulunur.

$$x = (-1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 0,61803398875.. \quad (21)$$

Bu durumda Eş. 22'de verilen irrasyonel rakam elde edilir.

$$C / A = (1 + \sqrt{5}) / 2 \approx 1,61803398875... \quad (22)$$

Eş. 22 bulunan irrasyonel sayı altın oran olarak ifade edilip genellikle 1,618 rakamına yuvarlanarak kullanılmaktadır. Bu sayı Yunan harfi olan  $\phi$  (phi) ile gösterilmektedir.

#### 3.1. Altın sarmal (Golden spiral)

Altın sarmal, altın oranın kullanıldığı özel bir logaritmik sarmal çeşididir. Sarmallar tanımlanırken genellikle tanımlama kolaylığı açısından kutupsal koordinatlar kullanılmaktadır. Logaritmik sarmalın tanımı Eş. 23'de verildiği gibidir [28].

$$r = \alpha e^{\theta \cot b} \quad (23)$$

Bu denklemde  $r$  orijine (veya kutba) olan mesafeyi ifade etmektedir.  $\alpha$  Sabit bir değerdir.  $\theta$  ise radyan cinsinden yatay eksene olan açıyı ifade etmektedir. Eğri üzerindeki bir noktanın kutupsal koordinatları ( $r, \theta$ ) ile ifade edilmektedir.  $b$ , spiralin merkezinden gelen çizginin sarmala teğet ile yaptığı açıdır (radyan cinsinden - "eşit" açı).

Altın sarmal bu mantıkla, altın sarmal,  $\rho$  kullanılarak kutupsal koordinatlarda bir fonksiyon olarak Eş. 24'de verildiği gibi yazılabilir [28].

$$r(\rho) = \alpha e^{\rho \cot b} \quad (24)$$

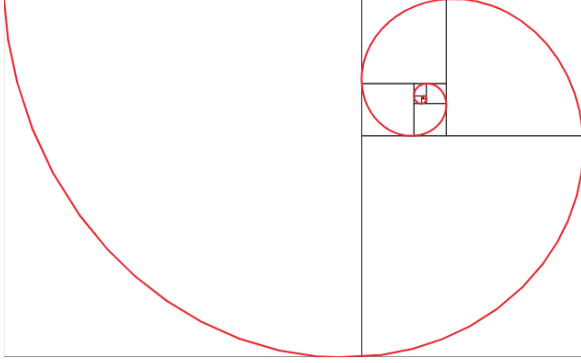
Burada  $\alpha$  yine sabit bir değerdir. Altın oran sarmalının özelliği  $\frac{1}{4}$  oranında yapılan her bir dönüşte ( $90^\circ$  veya  $\pi/2$ ) spiral merkez noktasından altın oran kadar uzaklaşmaktadır  $\phi = 1,618$ . Bu değerinin oluşabilmesi için  $\cot b$  0,30634896253 değerini Eş. 25'de verilen formüle göre almalıdır.

$$\cot b = \frac{\ln \phi - \log_e 1,61803398875..}{\pi/2} = 0,30634896253 \quad (25)$$

Eş. 25'de verilen bu özel koşula göre Eş. 26 denklemi aşağıdaki biçimi alacaktır.

$$r(\rho) = \alpha e^{0,30634896253(\rho\theta)} \quad (26)$$

Bu sarmalın gösterimi Şekil 2 de verildiği gibi olacaktır.



Şekil 2. Altın sarmal (Golden spiral)

Alan yazında altın oran yaklaşımı, ARP için rotalama algoritmalarında bilindiği kadarıyla ilk çözümü bulmada kullanılmamıştır. Keçeci vd. [29] altın oran yaklaşımını, heterojen filo topla-dağıt ARP varyantında, topla ve dağıt siparişlerinin ayrıştırmasında kullanmışlardır. Buna göre  $i$  müşterisinin orijinal talep değeri ( $q_i$ );  $i$  tek ise  $d_i = [(2q_i)/(1+\sqrt{5})]$ ,  $p_i = q_i - d_i$ ;  $i$  çift ise  $p_i = [(2q_i)/(1+\sqrt{5})]$ ;  $d_i = q_i - p_i$  olacak şekilde dağıtım ve toplama taleplerine altın oran sabitine göre ayrıştırmışlardır. Demir [30] veri kümeleme için, uygulama yazılımları geliştirilirken, altın oranın parametrelerdeki etkilerini incelemiştir. Çalışmada, uygulama yazılımlarında parametreler, öncelikle rastgele daha sonra altın oran değeri, altın oran değerine yakın değerler ve altın oran değerine uzak

değerler etrafında denenmiştir. Uygulama yazılımlarında, parametrelerin tanımlı olduğu aralıklarda altın oran değerinin genelde en iyi sonuçları verdiği görülmüştür.

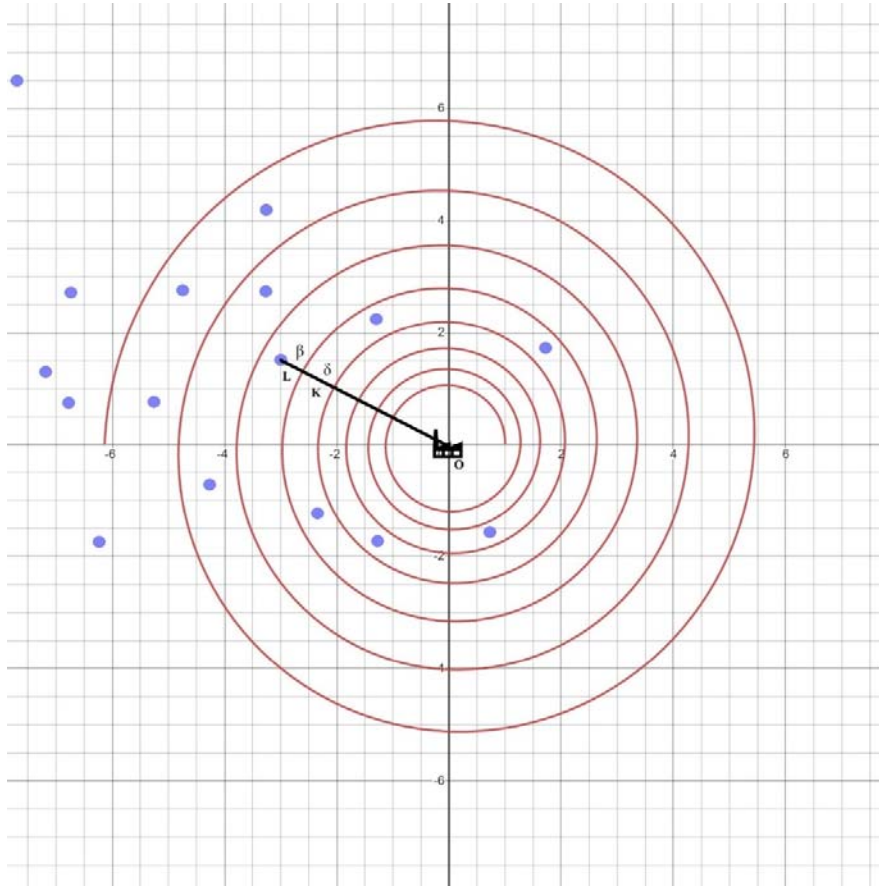
Çalışmanın bahsedilen amacına göre, altın sarmal, ilk defa ARP ilk çözümü bulmada, müşterileri tarayarak seçim yapmada kullanılmaktadır. Bu tarama işleminin görselleştirilmesi Şekil 3'te verilmiştir.

Şekil 3 ile görselleştirilen mesafe ölçümlerine göre, [OL] müşterilerin depoya olan mesafesini ifade etmektedir. Bu mesafe Eş. 27'de gösterildiği şekilde hesaplanmaktadır.

$$[OL] = \sqrt{(n_x - 0_x)^2 + (n_y - 0_y)^2} \quad (27)$$

[OK] yani  $\delta$  ise müşteriye en yakın noktadan geçen altın oran sarmalının depoya (orijine) olan mesafesini ifade etmektedir. Ölçümü Eş. 24 numarada gösterildiği gibi yapılır.

Altın oran sarmalının müşterilere en yakın noktalardan dönüş yapacak şekilde sarmalın en iyilenmesinde Eş. 24'de verilen  $\rho$  değeri kullanılabilir. Burada  $\rho$  değeri değiştiğinde sarmalın takip eden dönümleri arasındaki mesafe değişecektir. Bu değişim ise Şekil 3'te verilen [LK] yani müşterinin altın oran sarmalına olan mesafesini, müşteri kümesinin tamamında en iyi değere getirecek şekilde matematiksel modelle tasarlanabilir. Böylelikle altın oran, büyük komşuluk sezgiselinde başlangıç araç-müşteri atamasının daha başarılı sonuçlar vereceği varsayılmıştır. Bu varsayım alan yazında genel kabul gören test problemleri ile doğrulanmaya çalışılacaktır.



Şekil 3. Altın sarmal tarama görseli (Golden spiral scan image)

$N = \{0_{(x,y)}, 1_{(x,y)}, \dots, n_{(x,y)}\}$  düğüm kümesi içerisindeki müşterilerin en yakın sarmala uzaklığı olan  $[LK]$  mesafesi Eş. 28 de matematiksel olarak ifade edilmiştir.

$$[LK]_{n_{(x,y)}} = | \alpha e^{0,30634896253(\rho\theta)} \pi^{\frac{\text{arctanjant}(n_{x,y})}{\pi/2}} - \sqrt{(n_x - 0_x)^2 + (n_y - 0_y)^2} | ; \forall n \in N \quad (28)$$

$[LK]$  Değerini  $N$  düğüm kümesinin tamamı için en iyi değere getirecek matematiksel model ise şu şekilde modellenebilir:

**Amaç Fonksiyonu**

Enküçük

$$\sum_{1_{(x,y)} \in N} [LK]_{n_{(x,y)}} \quad (29)$$

**Karar değişkeni  $\rho$**

**Kısıtlar**

$$[LK]_{n_{(x,y)}} > 0 \quad \forall n \in N \quad (30)$$

$$\rho > 0 \quad (31)$$

Matematiksel modelde Eş. 29 numaralı eşitlik amaç fonksiyonunda, tüm  $N$  düğümündeki müşteriler için altın oran sarmalının bir sonraki sarmal döngüsü arasındaki mesafeyi  $\rho$  değişkeni ile en uygun şekilde ayarlayan ve böylece tüm  $N$  kümesi içerisindeki müşterilerin her birinin altın oran sarmalına olan toplam mesafesini en küçük değere getiren denklemi ifade etmektedir. Eş. 30,  $N$  düğüm kümesinde  $0_{x,y}$  depo noktası (orijin) dışındaki  $[LK]_{n_{(x,y)}}$  mesafelerinin sıfırdan büyük olması gerekliliğini ifade eden kısıttır (müşterilerin depodan belirli bir pozitif mesafede olması gerekliliği). Eş. 31 ise, amaç fonksiyonun enküçükleme yönlü olması nedeniyle  $\rho = 0$  değerini alıp sarmalın oluşmasını engellemesi için sıfırdan büyük olma kısıtını ifade etmektedir.

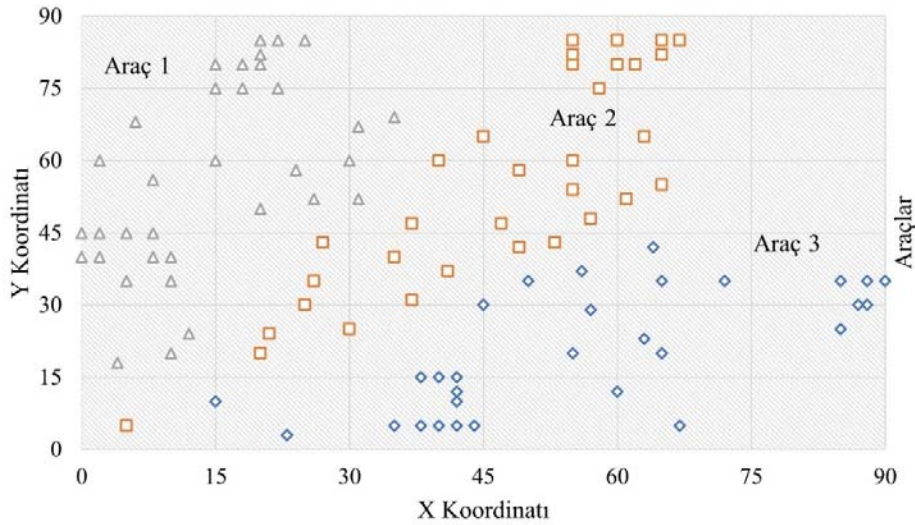
Model çalıştırılıp en iyi  $\rho$  değeri tespit edilerek sarmal oluşturulduktan sonra müşterilerin araçlara ataması ise Tablo 2’de verilen algoritmaya göre gerçekleştirilmektedir.

Algoritmanın testi ve diğer sezgiseller ile kıyaslama için, Solomon [31] ve Gehring-Homberger [32] test problemleri kullanılacak olup, bu problemlerin şimdiye kadarki en başarılı çözümündeki minimum araç sayıları baz alınmıştır.

Şekil 4’te Solomon test problemlerinden RC207 problemi için, algoritma çalıştırılarak elde edilen ilk atama görselleştirilmiştir. RC207 problemi sezgisellerce bulunan en iyi çözüm [33] üç araçla sağlandığı için, algoritma üç araçla uygulanmıştır. Müşterilerin belirli

**Tablo 2.** Altın sarmal başlangıç araç-müşteri ataması algoritması (Golden spiral initial vehicle-customer assignment algorithm)

1: Başla
2: Girdiler: Depo ve müşteri konum bilgileri, mesafeler, araç sığıları
3: Müşterilerin depoya olan mesafelerini [OL] (Eş. 6) ya göre hesapla
4: $\sum_{n_{(x,y)} \in N} [LK]_{n_{(x,y)}}$ mesafesini enküçükle, $\rho$ değerini tespit et
5: Tüm müşterilerin $\rho, \theta$ değeri tespit edilene kadar süreci tekrar et
6: Müşterileri $\rho, \theta$ değerine göre küçükten büyüğe sırala
7: Sıralı müşterileri araçlara atamaya başla
8: Toplam Yük / Toplam Araç sayısına* göre araç başı yük miktarını tespit et
9: $\rho, \theta$ değeri en küçük müşteriyi ilk araca ata
10: Eğer araç başı yük miktarı araç sığısından küçük ise müşteriyi ilk araca ata
11: Tüm müşteriler tüm araçlara atanana kadar süreci tekrar et
12: Büyük komşuluk algoritmasında ilk çözüm değeri olarak kaydet
13: Bitir
*: Araç sayısı gerçek hayat problemleri için toplam yükü taşıyabilecek minimum araç sayısı olarak alınabilir.



**Şekil 4.** RC207 test problemi üç araçlı ilk atama (RC207 test problem three vehicle initial assignment)



bir orantı ile açığı aralığında kümelendiği görülmektedir. Bu kümelenemenin altın oran kapsamında en iyi kümelenemeyi matematiksel model kısıtları çerçevesinde sağladığı söylenebilir.

Altın sarmal başlangıç ataması içeren algoritma, müşterileri eldeki çözümden rastgele çıkararak aramayı çeşitlendirir ve müşterilerin yeniden eklenmesi ve yerel arama yoluyla çözüme yoğunlaşır. Alan yazında yapılan incelemelerde, yerel arama operatörlerinden 1-OPT, 2-OPT ve rota DEĞİŞTİR algoritmalarının büyük komşuluk arama algoritmalarında etkili sonuçlar sağladığı görüldüğünden, buluşsal uyarılma bu yönde yapılmıştır. Daha detaylı örnekler vermek gerekirse; Chen vd. [34] dinamik kısmi kaldırma adını verdikleri, sinir ağı tasarımı yani hiyerarşik tekrarlayan grafik evrimsel ağ tekniğini yerel arama operatörlerine uyarlayarak, yıkım avantajı ve geniş bir ölçekte arama potansiyelinin yanı sıra hem uzamsal hem de zamansal perspektifte farkındalık sağlamışlardır.

Gonzales vd. [35] yerel arama algoritmalarını, müşteri rassal tekrar atama, en iyi müşteri tekrar ataması, müşteri rassal göç etme, müşteri rassal en iyi rota konumu aktarımı, müşteri çifti rassal değiştirme, en iyi müşteri değiştirme, zaman penceresi uyan müşterileri aynı rotaya planlama gibi yöntemleri benzetim tavlama algoritması kapsamında ihtimal yüzdeleri dahilinde rassal olarak uygulayan algoritma geliştirmişlerdir. Kyriakakis vd. [36] Kümülatif Kapasiteli ARP çözümü için iki sürü zekâsı algoritması uygulamışlardır. Her iki algoritmada da karınca-çözüm popülasyonu, yerel arama operatörlerinin karınca geçiş kuralları tarafından oluşturulan tek bir çözüme uygulanmasıyla oluşturulmaktadır. İlk çözüm ağözlü buluşsal yöntemi ile oluşturulmaktadır. Sonrasında en yakın komşu ekleme algoritması ile ilk eklenen müşteriye en yakın komşu müşteri eklenmektedir. Araç kapasitesi dolana kadar eklemeye devam edilip, sonrasında yeni bir araç ile yeni bir rota planlaması yapılmaktadır. Bir diğer çalışmada, 1-OPT, 2-OPT, iki rota değiştirme algoritmaları uyarlanarak rotaların iyileştirildiği görülmektedir [37].

Değiştirme operatörü müşteri çiftlerini değiştirir ve amaç fonksiyon değerinin düşüp düşmediğini kontrol eder. 1-OPT, müşterinin rotadaki sırasını değiştirir ve minimizasyonu kontrol eder. 2-OPT, düğüm a-b ve c-d'yi kaldırır ve düğümü a-c ve c-d olarak değiştirir, fizibiliteyi ve objektif değerde iyileştirme olup olmadığını kontrol eder. Her iki operatörün de komşuluk büyüklüğü  $O([F]^2)$ 'dir. Belirtilen operatörler hakkında detaylı bilgi almak için [38] tarafından yapılan derleme çalışması incelenebilir.

8. adımda, yapıcı buluşsal yöntemlerden ikisi uygulanır. Bunlar ağözlü ekleme yöntemi ve maksimum pişmanlık yöntemidir. İkinci buluşsal yöntem, en ucuz ekleme maliyeti ile ikinci en ucuz ekleme kararı arasındaki farkın en büyük olduğu müşteriyi seçer. Her yinelemede buluşsal yöntemlerin seçimi eşit olasılıkla yapılır. Her buluşsal yöntem bir dizi en iyi adayı arar ve her adımda aralarından rastgele seçer. Bir aday çözümü reddetme olasılığı  $p$ , ön aşamada %15'e ayarlanır ve zamanla doğrusal olarak azalır ve bilgi işlem zaman sınırının sonunda %0'a ulaşır. Bu çalışmada uygulanan buluşsal algoritma, Tablo 3'te yüksek seviyeli bir sözde kod dizilimi ile açıklanmaya çalışılmıştır.

#### 4. Bilgisayimsal Sonuçlar (Computational Results)

Bu çalışmada incelenen ARP varyantını çözmek için geliştirilen eniyilenmiş altın oran sarmalı başlangıç çözümlü uyarlanmış büyük komşuluk sezgiselinin nasıl kalitede sonuçlar ürettiğini görmek ve birbirleriyle ve tarihi en iyi sonuçlar ile karşılaştırmak için Solomon'un [31] ve Gehring-Homberger'in [32] iyi bilinen kıyas test örnekleri kullanılmıştır. Solomon test örneklerinin her biri 100 müşteri içeren, kümeli müşteri, rasgele kümeli müşteri ve rasgele müşterili olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Kümeli test örnekleri sınıfında C101..C109 grubu dar zaman pencereci, C201..C208 grubu geniş zaman pencereci olarak tasarlanmıştır. Rasgele kümeli test örnekleri sınıfında RC101..RC108 yine dar zaman pencereci, RC201..RC208 geniş zaman pencereci ve rasgele test örnekleri sınıfında R101..R112 aynı şekilde dar zaman pencereci, R201..211 geniş zaman pencereci örnekler yer almaktadır. Her örnek için araç sığası, müşteri talep miktarları, azami süre ve zaman pencereleri aynı orijinal haliyle 100 müşterili olarak kullanılmıştır. Gehring\_Homberger test örnekleri de aynı sınıflama ile tasarlanmış olup, 200 müşteri içeren problem kümesi orijinal haliyle kullanılmıştır.

Önerilen algoritma Visual Basic dilinde kodlanmıştır. Tüm test örnekleri bir saatlik çözüm süresi ile sınırlandırılarak Intel(R) Core (TM) i7-6500U CPU @ 2.50GHz 8 GB RAM içeren Windows 10 işletim sistemi ile çalışan bir iş istasyonunda test edilmiştir. Çözüm süresinin ne uzunlukta olması gerektiği ile ilgili yapılan denemelerde, Şekil 5 ten de görüleceği üzere çözüm süresinde verilen taviz ile amaç fonksiyonunun enküçükleme yönlü başarımı artmıştır. Uygun çözümün bulunması için en az 600 saniye geçmesi gerekmiştir. Sezgisel kullanılarak çözülen her problem için amaç fonksiyonunda

**Tablo 3.** Uyarlanmış büyük komşuluk arama algoritması (Adapted large neighborhood search algorithm)

---

1: ALNS Başla
2: Girdiler: Depo, mesafe matrisi, müşteriler, araçlar, süreler, araç kapasite limiti, işlem zaman limiti, zaman pencereleri
3: Zaman penceresi kısıtlarını gevşet, altın sarmal başlangıç araç-müşteri ataması algoritması kullanarak müşterileri araçlara ata, ilk çözümü oluştur.
4: Geliştir: Zaman penceresi kısıtlarını uygulayarak, yerel arama operatörleri olan, DEĞİŞTİR, 1-OPT ve 2-OPT kullanarak aday çözümü her aşamada en çok maliyet düşüren çözümü benimseyecek şekilde geliştir.
5: Aday çözümü "bilinen en iyi" çözüm olarak kaydet.
6: Tekrar et
7: Köşeleri rastgele kaldırarak aday çözümü yok et
8: Köşeler ekleyerek aday çözümü buluşsal olarak onar
9: Yerel arama operatörleri olan, DEĞİŞTİR, 1-OPT ve 2-OPT, kullanarak aday çözümü her aşamada en çok maliyet düşüren çözümü benimseyecek şekilde geliştir.
10: Eğer aday çözüm > "bilinen en iyi" çözüm
11: Aday çözümü = "bilinen en iyi" çözüm
12: Değilse
13: $p$ ihtimalle, "bilinen en iyi" çözümü koru, aday çözümü bununla değiştir.
14: Tâki izin verilen işlem zaman uzunluğu dolana kadar
15: Yazdır "en iyi çözüm"
16: ALNS Bitir

---

kazanılan iyileştirme karşılığında çözüm süresi gevşetilmektedir. Çözüm süresindeki uzama karşılığında amaç fonksiyonundaki kazancın da bu minvalde yeterli olması gerekmektedir. Rastgele ilk atama ve eniyilenmiş altın sarmal algoritması ile ilk atama yapıldığında sezgisel çözümün süre kullanım karşılığında gerçekleştirdiği amaç fonksiyonu enküçüklemesi sonuçları mukayese edilmiştir. Bu mukayesenin yapılabilmesi için çözüm süresi ile amaç fonksiyonu değeri arasındaki Pearson korelasyonuna bakılmıştır. Rastgele ilk atama ile çözüme başlandığında, her bir birim çözüm süresi artışı için amaç fonksiyonu 0,168 birim iyileştiği görülmüştür (Çift kuyruklu anlamlılık düzeyi yeterlidir). Eniyilenmiş altın sarmal algoritması ile ilk atama yapıldığında her bir birim çözüm süresi artışı için amaç fonksiyonu 0,903 birim iyileştiği görülmüştür (Çift kuyruklu anlamlılık düzeyi yeterlidir). Bu sonuçlara göre altın sarmal algoritması ile ilk atama yapılmasının, zamanı verimli kullanma ve çözüm süresini kısaltmak açısından 5,37 kat verim sağladığı söylenebilecektir. Bu farklılık Şekil 5'te sağ kısımdaki eniyilenmiş altın sarmal algoritması ile ilk atama yapılan çözümün, amaç fonksiyonu ve çözüm süresindeki doğrusallıktan da görülebilmektedir. Sol kısımdaki rassal atama başlangıçlı çözümün hem bu denli doğrusal olarak çözüm süresi artışı ile amaç fonksiyonunu iyileştirememesinden hem de düzensiz dağılmasından da görülebilmektedir.

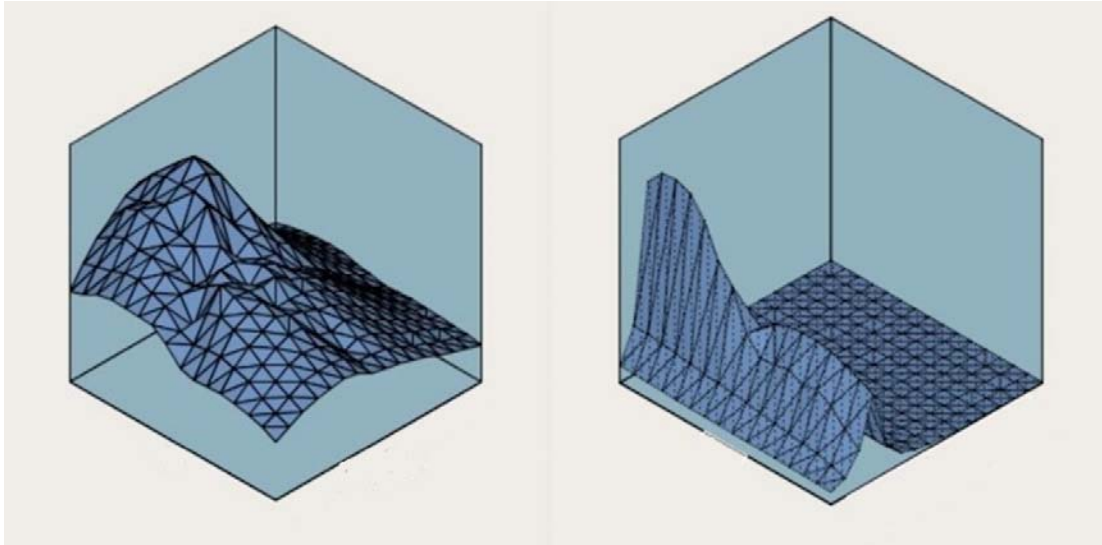
Eniyilenmiş altın sarmal algoritmasının katkısını belirleyebilmek için, algoritma iki ayrı biçimde test edilmiştir. Her kıyas test probleminin ilk sınıfı örnek olarak alındığında, rastlantısal ilk atama yoluyla müşteriler araçlara ilk çözüm olarak atanmış sonrasında büyük komşuluk algoritması çalıştırılmıştır. İkinci çözümde ise eniyilenmiş altın sarmal algoritması ile ilk atama yapılarak test edilmiştir. Tablo 4 ile katedilen toplam mesafeler mukayesesi verilmiştir.

Tablo 4'den de görüldüğü üzere rastlantısal test problemlerinde eniyilenmiş altın sarmal ilk atamasıyla, rastgele ilk atamaya göre daha iyi sonuçlar elde edilmektedir. Çalışmada verilen yöntemin alan yazındaki kayıtlı sonuçlara karşılaştırması şöyledir:

AS'nin ihtiyaç duyulan Araç Sayısı olduğu Tablo 5'te sunulmuştur ve TM Toplam Mesafedir. Son sütun Fark %, elde edilen çözüm ile alan yazında en iyi bilinen çözüm (EİBS) olarak bildirilen çözüm arasındaki toplam seyahat mesafesinin yüzde farkıdır. İtalik yazılan çözümler, diğer tarihsel en iyi çözümlerle karşılaştırıldığında önerilen yöntem tarafından sağlanan daha iyi çözümlere karşılık gelir. Çözümler arasındaki yüzde farkını hesaplama yöntemi Eş. 32'de verilmiştir. Öyle ki;  $x_m$  = önerilen yöntem ile elde edilen çözüm,  $x_0$  = alan yazında bilinen en iyi çözüm.

$$x = \frac{x_m - x_0}{x_0} \times 100 \quad (32)$$

Tablo 5'te sunulan sonuçların ilk analizi, önerilen yöntem, toplam mesafeye göre en iyi bilinen çözümlere kıyasla 56 örnekten 15'inin (vakaların %26,78'i) çözümlerini önemli ölçüde eşitlemiş veya iyileştirmiştir. Önerilen yöntemin problem sınıflarından R1, R2, RC1 ve RC2 de toplamda 15 test problemini %6,53 e kadar iyileştirdiği görülmektedir. Bu problem sınıflarında R1 grubunda 5 test probleminin sonucunu iyileştirmekle birlikte, problem grubunun genel ortalamasını da %0,23 iyileştirdiği görülmektedir. R2 grubunda 2 test probleminin sonucunu iyileştirilmiştir. RC1 grubunda 5 test probleminin sonucunu iyileştirmekle birlikte, problem grubunun genel ortalamasını da %1,33 iyileştirdiği görülmektedir. R2 grubunda 1 test probleminin sonucunu iyileştirilmiştir. Rastlantısal kısmı olmayan kümelenmiş müşteri gruplarının olduğu test problemlerinde (C1, C2), alan yazın sonuçlarına yakın sonuçlar üretilmekle birlikte,



Şekil 5. Çözüm süresinin uzunluğu ile çözüm kalitesinin değişimine ait görsel  
(Visual of the change in the solution quality with the length of the solution time)

Tablo 4. Katedilen toplam mesafenin rastgele ilk atama ve eniyilenmiş altın sarmal algoritmalı ilk atamaya göre karşılaştırma sonuçları  
(Total distance travelled random initial assignment versus optimized golden spiral assignment results)

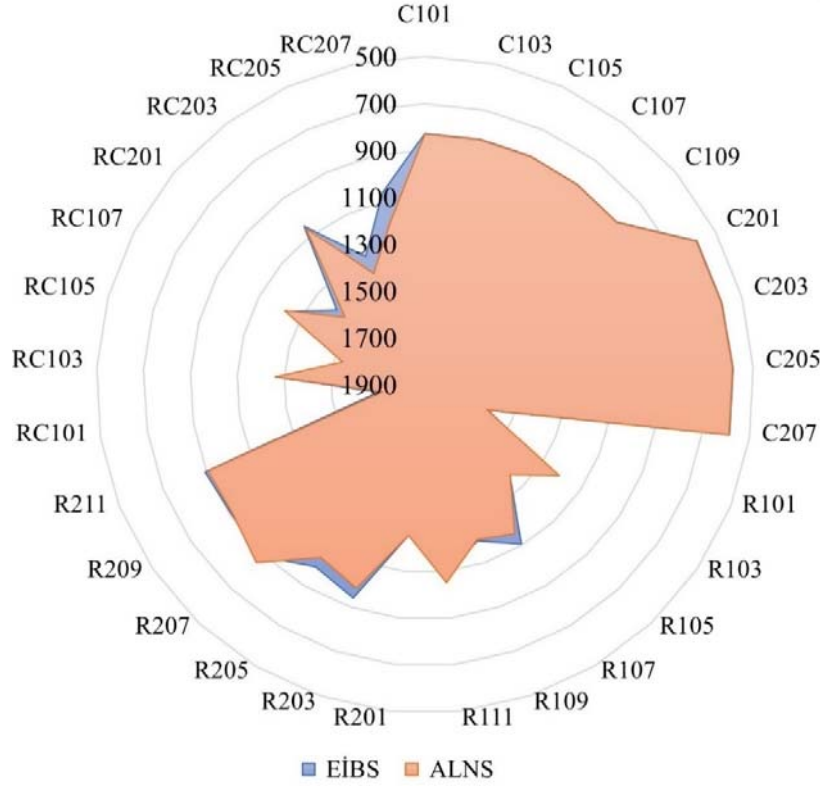
Test Problemi	Rastlantısal Atama	Eniyilenmiş Altın Sarmal
C101	828,94	828,94
C201	591,56	591,56
RC101	1716,07	1716,07
RC201	1463,10	1453,47
R101	1622,75	1615,15
R201	1281,04	1253,38

**Tablo 5.** 100 Müşteri örneklerinde elde edilen en iyi sonuçlar ile geçmişteki en iyi sonuçlar arasında karşılaştırma (Comparison between the best results obtained and the historical best ones on the 100-Customer instances)

Problem	EİBS		Bu çalışma		Fark %
	AS	TM	AS	TM	
C101	10	827,30	10	828,94	0,20
C102	10	827,30	10	828,94	0,20
C103	10	826,30	10	828,69	0,29
C104	10	822,90	10	824,78	0,23
C105	10	827,30	10	828,94	0,20
C106	10	827,30	10	828,94	0,20
C107	10	827,30	10	828,94	0,20
C108	10	827,30	10	828,94	0,20
C109	10	827,30	10	828,94	0,20
C201	3	589,10	3	591,56	0,42
C202	3	589,10	3	591,56	0,42
C203	3	588,70	3	591,17	0,42
C204	3	588,10	3	607,97	3,38
C205	3	586,40	3	588,88	0,42
C206	3	586,00	3	588,49	0,42
C207	3	585,80	3	588,29	0,43
C208	3	585,80	3	588,32	0,43
R101	18	1607,70	19	1615,15	0,46
R102	17	1434,13	17	1472,60	2,68
R103	13	1292,68	14	1208,32	- 6,53
R104	9	1007,24	11	987,67	- 1,94
R105	14	1377,11	14	1373,00	- 0,30
R106	12	1251,98	12	1273,25	1,70
R107	10	1104,66	10	1160,12	5,02
R108	9	960,88	9	972,21	1,18
R109	11	1194,73	11	1202,07	0,61
R110	10	1118,59	12	1081,59	- 3,31
R111	10	1096,70	12	1051,72	- 4,10
R112	9	982,14	9	997,37	1,55
R201	4	1252,37	4	1253,38	0,08
R202	3	1191,70	3	1188,64	- 0,26
R203	3	939,54	3	984,62	4,80
R204	2	825,52	2	865,09	4,79
R205	3	994,42	3	1039,79	4,56
R206	3	906,14	3	941,35	3,89
R207	2	890,61	3	854,87	- 4,01
R208	2	726,75	2	774,55	6,58
R209	3	909,16	3	914,78	0,62
R210	3	939,34	3	966,77	2,92
R211	2	892,71	2	905,87	1,47
RC101	14	1696,94	14	1716,07	1,13
RC102	12	1554,75	12	1516,06	- 2,49
RC103	11	1261,67	11	1263,67	0,16
RC104	10	1135,48	10	1135,52	0,00
RC105	13	1629,44	15	1534,36	- 5,84
RC106	11	1424,73	11	1424,27	- 0,03
RC107	11	1230,48	11	1221,78	- 0,71
RC108	10	1139,82	11	1114,20	- 2,25
RC201	4	1406,91	4	1453,47	3,31
RC202	3	1367,90	3	1335,94	- 2,34
RC203	3	1049,62	3	1062,90	1,27
RC204	3	798,41	3	849,32	6,38
RC205	4	1297,19	4	1378,17	6,24
RC206	3	1146,32	3	1196,60	4,39
RC207	3	1061,14	3	1196,55	12,76
RC208	3	828,14	3	868,32	4,85

rastlantısal boyutu olan test problemlerinde yakalanan iyileştirmeye ulaşamamıştır. Alan yazındaki çalışmalar incelendiğinde kümelenen müşteri gruplarında aynı sorunun yaşandığı görülmektedir [10, 39]. Rastlantısal boyutu olan test problemlerinin daha fazla iyileştirme

fırsatı barındırdığı söylenebilir. Yine yöntemin dar zaman pencereci C1, R1 ve RC1 problem kümelerinde daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Bunun sebebinin daha fazla araç kullanımı gerektiren dar zaman penceresi nedeniyle, altın oran sarmalının birçok açıda



**Şekil 6.** 100 Müşteri örneklerinde elde edilen en iyi sonuçlar (ALNS) ile en iyi bilinen sonuçlar (EİBS) arasında karşılaştırma (Comparison between the best results obtained and the historical best ones on the 100-Customer instances)

tarama yapması sonucu daha başarılı bir kümeleme oluşturmasına bağlayabiliriz. Sonuç karşılaştırmaların görsel sunumu ise Şekil 6’da verilmiştir. Bu şekilde hangi çözüm daha başarılı ise (amaç fonksiyonu küçük olan) öne çıkmaktadır.

Algoritmanın daha geniş müşteri kümelerindeki başarımını da görebilmek için, Gehring-Homberger test problemlerinin 200 müşterili sınıflamasında da bilgisayarlı testler yapılmıştır. Test sonuçları Tablo 6’da verildiği gibidir.

**Tablo 6.** Gehring-Homberger 200 Müşteri örneklerinde elde edilen en iyi sonuçlar ile geçmişteki en iyi sonuçlar arasında karşılaştırma (Comparison between the best results obtained and the historical best ones on the Gehring-Homberger 200-Customer instances)

Problem	EİBS		Bu Çalışma		Fark %
	AS	TM	AS	TM	
C1_2_1	20	2705,57	20	2704,58	-0,04
C2_2_1	6	1931,44	6	1977,60	2,39
R1_2_1	20	4829,21	22	4818,50	-0,29
R2_2_1	4	4502,17	5	4285,66	-4,81
RC1_2_1	18	3946,11	19	3786,03	-4,06
RC2_2_1	6	3136,86	8	3142,51	0,18

Önerilen yöntemin problem sınıflarından C1, R1, R2 ve RC1 de %4,81 e kadar iyileştirdiği görülmektedir. Solomon test problemlerinde ulaşılan sonuçlara paralel olarak rastlantısal kısmı olmayan kümelmiş müşteri gruplarının olduğu test problemlerinden C2 grubunda, alan yazın sonuçlarına yakın sonuçlar üretilmekle birlikte, rastlantısal boyutu olan test problemlerinde yakalanan iyileştirmeye ulaşamamıştır. Bu sonuçlara göre rastlantısal boyutu olan test problemlerinin daha fazla iyileştirme fırsatı sağladığı söylenebilecektir. Örneklem büyüklüğünün artmasıyla birlikte,

Solomon test problemlerinin aksine, geniş zaman pencere, az araç kullanımı olan test problemlerinde de yöntem yüksek performans göstermiştir. R2 problem tipinde %4,81 iyileştirme sağlanması bunun göstergesi sayılabilir. Bunun sebebinin daha fazla düğüm içerisinden, altın oran sarmalı ile kümeleme yapılması sonucu, daha uygun kombinasyonlar tespit edilme ihtimalinin artmasına bağlanabilir. Sonuçlar Solomon test problemlerinde yakalanan başarıya yakın görülmektedir. Müşteri sayısının 200 noktaya çıkması, yöntemin başarımını anlamlı biçimde düşürmemiştir.

### 5. Sonuçlar (Conclusions)

ARP, yönelem araştırmasının bir başarı öyküsü olduğu kadar, gerçek hayat problemlerini çözmeye daha pratik hale getirmek için yeni uzantılara ve sezgisel çözümlere ihtiyaç vardır. Bu çalışma ile, tek depodan sevkiyat yapılmak üzere, taktürel ve sığalı araç filosuna sahip bir dağıtım organizasyonu tarafından portföyde bulunan müşterilere hizmet verilen bir zaman pencere, araç rotalama problemi ele alınmıştır. Dağıtım organizasyonunun herhangi bir aracı, bir müşteriyi ziyaret ettiğinde müşterinin belirtmiş olduğu sipariş miktarına teslimat yapar. Dağıtım organizasyonu teslimat yaparken her müşterinin kendi belirlediği zaman penceresi kısıtına uygunluk göstermek durumdadır. Alan yazında karşılaşılan ALNS algoritmaları, çoğunlukla ilk atamayı rastlantısal değişkenler kullanarak yaptıktan sonra yerel arama operatörleri kullanılmaktadırlar. Çoğunlukla ihtiyaçları ve buna bağlı olarak karmaşıklık düzeyi arttıkça çözümün, komşuluk yerel arama alanının belirli bir algoritmaya göre başlatılması önem taşımaktadır. Bu nedenle bu çalışma ile daha çok mimarlık ve sanatsal alanda kullanımla daha sık görülen altın oran yaklaşımını yenilikçi bir buluşsal yöntemle eklenerek ARP alan yazınına katkıda bulunmak amaçlandı. Bu çalışma ile büyük komşuluk arama sezgiseli ilk başlangıç çözümünün altın oran sarmalının müşterilere en yakın noktalardan dönüş yapacak şekilde en

iyilenmiş sarmalı ile başlatıldığı bir uyarılama yapıldı. Bu uyarılama ile alan yazında sıklıkla kullanılan Solomon test problemlerinin en iyi bilinen sonuçlarında %6,53 e varan, Gehring-Homberger test problemlerinde ise %4,81 e varan önemli iyileşmeler sağlanmıştır.

Çalışmanın ilgili kısımlarından görülebileceği üzere uygulanan yöntem rastlantısal test örneklerinde daha başarılı sonuçlar vermektedir. Bunun sebebi olarak altın oran sarmalının da kendi algoritması ile kümeleme yapması gösterilebilir. Zaten kümelenebilir olan verilerde iyileştirme fırsatı sınırlı olmaktadır. Lojistik iş alanında yöntemin pratik kullanımı açısından bakıldığında, kümelenebilir, dar zaman pencere, rastgele dağılmış müşterilerin bulunduğu, hızlı tüketim, yem dağıtım, süt toplama gibi sektörlerin nakliye maliyetlerinin düşürülmesinde fayda sağlayabileceği söylenebilecektir.

İleride yapılabilecek çalışmalara katkıda bulunabilmek amacıyla, depodan başlayan altın sarmal dönüşlerinin yanında, test problemlerinin (müşteri konumlarının) ağırlık merkezlerine göre (yük miktarı x kartezyen konum) birden çok sarmal ile çoklu bir eniyileme kümelenebilir önerilebilir. Ya da çoklu depo problemlerinde birden çok sarmal ile toplu eniyileme kümelemesi önerilebilir. Yine başka bir öneri olarak, altın oran sarmalı ile ilk atama yapıldıktan sonra, melez mat-sezgiseller kullanılabilir. Altın sarmal ile kümeleme yapma yöntemi sadece araç rotalama probleminde değil, verilerin kümelenebilir olduğu başka alanlarda da faydalı olabilecektir. İleride yapılabilecek çalışmalar ile bu varsayım irdelenebilir.

#### Kaynaklar (References)

- Dantzig, G. B., and Ramser, J. H., The truck dispatching problem, *Management Science*, 6 (1), 80–91, 1959.
- Laporte, G., Fifty years of vehicle routing, *Transportation Science*, 43, 408–416, 2009.
- Jorge, D., Pais Antunes, A., Rodrigues Pereira Ramos, T., Barbosa-Póvoa, A. P. A hybrid metaheuristic for smart waste collection problems with workload concerns, *Computers and Operations Research*, 137, 105518, 2022.
- Huang, X., Cao, B. Research on contract logistics mathematical model and system based on Lindo and Baidu map, *Advanced Materials Research*, 452–453, 894–899, 2012.
- Yıldız, Ş. T., Çiçekdeğ, B., A genetic algorithm approach for a real life fleet size and mix vehicle routing problem: a case study in an automotive company, 5, 29–46, 2019.
- Tellez, O., Vercaere, S., Lehuédé, F., Péton, O., Tellez, O., Vercaere, S., Lehuédé, F., Péton, O., Monteiro, T., The fleet size and mix dial-a-ride problem with reconfigurable vehicle capacity, HAL Id: 01619103, 2017.
- Eksioglu, B., Vural, A. V., Reisman, A., The vehicle routing problem: A taxonomic review, *Computers and Industrial Engineering*, 57, 1472–1483, 2009.
- Tan, S. Y., Yeh, W. C., The vehicle routing problem: State-of-the-art classification and review, *Applied Sciences (Switzerland)* 11, 2021.
- Küçükaydın, H., Column generation based metaheuristics for a vehicle routing problem with time windows and variable start time, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34, 2061–2078, 2019.
- Zhang, D., Cai, S., Ye, F., Si, Y. W., Nguyen, T. T. A hybrid algorithm for a vehicle routing problem with realistic constraints, *Information Sciences*, 394–395, 167–182, 2017.
- Liu, R., Jiang, Z., A hybrid large-neighborhood search algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem with time-window constraints, *Applied Soft Computing Journal*, 80, 18–30, 2019.
- Jia, S., Deng, L., Zhao, Q., Chen, Y., An adaptive large neighborhood search heuristic for multi-commodity two-echelon vehicle routing problem with satellite synchronization, *Journal of Industrial and Management Optimization*, 19-2, 1187-1210, 2023.
- Cai, L., Wang, X., Luo, Z., Liang, Y., A hybrid adaptive large neighborhood search and tabu search algorithm for the electric vehicle relocation problem, *Computers and Industrial Engineering*, 167, 108005, 2022.
- Li, Y., Chen, M., Huo, J., A hybrid adaptive large neighborhood search algorithm for the large-scale heterogeneous container loading problem, *Expert Systems with Applications* 189, 115909, 2022.
- Kabadurmuş Ö., Erdoğan M.S., Bi-Objective green vehicle routing problem minimizing carbon emissions and maximizing service level, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 38(1), 103–112, 2023.
- Eker A.F., Çil A.Y., Çil L., Capacitated vehicle routing problem with simulated annealing algorithm with initial solution improved with fuzzy c-means algorithm, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 37 (2), 783–798, 2022.
- Bişkin, B., Tezcaner Öztürk, D., Tuncer Şakar, C., Biobjective route planning for a fleet of UAVs: Exact and heuristic approaches, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 38 (4), 2167-2178, 2022.
- Kuo, Y., Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem, *Computers and Industrial Engineering*, 59, 157–165, 2010.
- Karaoğlan Ç. K., A mathematical model for the time-dependent vehicle routing problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 29(3), 549–558, 2014.
- Lenstra, J. K., Rinnooy Kan, A. H. G., Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems, *Networks*, 11, 221–227, 1979.
- Shaw, P., Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 1520, 417–431, 1998.
- Ropke, S., Pisinger, D., An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows, *Transportation Science*, 40, 455–472, 2006.
- Potvin, J. Y., Rousseau, J. M., A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows, *European Journal of Operational Research*, 66, 331–340, 1993.
- Friedrich, C., Elbert, R., Adaptive large neighborhood search for vehicle routing problems with transshipment facilities arising in city logistics, *Computers and Operations Research*, 137, 105491, 2022.
- Chen, C., Demir, E., Huang, Y., An adaptive large neighborhood search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and delivery robots, *European Journal of Operational Research*, 294, 1164–1180, 2021.
- Miller, C. E., Zemlin, R. A., Tucker, A. W., Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems, *Journal of the ACM (JACM)*, 7, 1960.
- Markowsky, G., Misconceptions about the Golden Ratio, *The College Mathematics Journal*, 23 (1), 2-19, 1992.
- Hemenway, P., *Divine Proportion: Φ Phi in Art, Nature, and Science*, Sterling Publishing Co, 2005.
- Keçeci B.B., Altıparmak, F., Kara İ., Heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: mathematical formulations and a heuristic algorithm, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 30 (2), 185–195, 2015.
- Demir, M., Sezgisel yöntemlerde altın oran, *Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Malatya*, 2015.
- Solomon, M. M., Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems With Time Window Constraints, *Operations Research*, 35, 254–265, 1987.
- Gehring, H., Homberger, J., Parallelization of a two-phase metaheuristic for routing problems with time windows, *Journal of Heuristics*, 8, 251–276, 2002.
- Bent, R., Van Hentenryck, P. A., Two-stage hybrid local search for the vehicle routing problem with time windows, *Transportation Science*, 38, 515–530, 2004.
- Chen, M., Gao, L., Chen, Q., Liu, Z., Dynamic Partial Removal: A Neural Network Heuristic for Large Neighborhood Search, 1–10, 2020.
- Gonzalez, O. M., Segura, C., Pena, S. I. V., Leon, C., A memetic algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows, in *2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2017 - Proceedings 2582–2589*, 2017.
- Kyriakakis, N. A., Marinaki, M., Marinakis, Y., A hybrid ant colony optimization-variable neighborhood descent approach for the cumulative capacitated vehicle routing problem, *Computers and Operations Research*, 134, 105397, 2021.

37. Song, X., Jones, D., Asgari, N. , Pigden, T., Multi-objective vehicle routing and loading with time window constraints: a real-life application, *Annals of Operations Research* 291, 799–825, 2020.
38. Groër, C., Golden, B. , Wasil, E., A library of local search heuristics for the vehicle routing problem, *Mathematical Programming Computation*, 2, 79–101, 2010.
39. Rezgui, D., Chaouachi Siala, J., Aggoune-Mtalaa, W. , Bouziri, H., Application of a variable neighborhood search algorithm to a fleet size and mix vehicle routing problem with electric modular vehicles, *Computers and Industrial Engineering*, 130, 537–550, 2019.