Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 52(3), 2023, 758-799
https://dergipark.org.tr/tr/pub/cuefd

The Effects of an Early Algebra Intervention on Third-Grade Students' Algebraic Thinking Skills*

Işıl İŞLER-BAYKAL [a] (ORCID ID - 0000-0002-2779-9241)**

Nejla ÖZTÜRK-TAVŞAN [b] (ORCID ID - 0000-0002-4803-2023)

Gizem GÜZELLER [c] (ORCID ID - 0000-0003-0832-9516)

İlkay SAYGILI [d] (ORCID ID - 0000-0002-4757-3530)

[a] Middle East Technical University, Faculty of Education, Ankara/Türkiye
[b] Ankara University, Faculty of Educational Sciences, Ankara/Türkiye
[c] TED University, Faculty of Education, Ankara/Türkiye
[d] Ministry of National Education, İstanbul/Türkiye

Article Info

DOI: 10.14812/cuefd.1126186

Article history:
Received 06.06.2022
Revised 29.05.2023
Accepted 01.06.2023

Keywords:
Early Algebra,
Quasi-experimental Design,
Third-grade Students.

Research Article

Abstract

The importance of early algebra has been emphasized in international literature, and it has been discussed in many studies that students who are involved in a comprehensive intervention improve their algebraic thinking skills. The aim of this study was to test the effects of an early algebra intervention on the algebraic thinking skills of 3rd-grade students. The 3rd-grade intervention and control groups were included in the study, and both groups were given pre-test and post-test. In the findings, although there was no statistical difference between the 3rd-grade intervention and control group performances in the pre-test, a statistically significant difference was found in the post-test. Analysis of the students' strategies revealed that the students in the intervention group used algebraic thinking strategies more in the post-test than the control group in three big ideas, which are equality, expressions, equations and inequalities, generalized arithmetic, and functional thinking.

Erken Cebir Uygulamasının Üçüncü Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerileri Üzerindeki Etkileri

Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cuefd.1126186

Makale Geçmişi:
Geliş 06.06.2022
Düzeltme 29.05.2023
Kabul 01.06.2023

Anahtar Kelimeler:
Erken Cebir,
Yarı-deneysel Desen,
Üçüncü Sınıf Öğrencileri.

Araştırma Makalesi

Öz

Uluslararası alan yazında erken cebirin önemi vurgulanmış ve kapsamlı bir uygulamaya dâhil olan öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirdikleri birçok çalışmada ele alınmıştır. Bu çalışmanın amacı, bir erken cebir uygulamasının, 3. sınıf öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine etkilerini test etmektir. 3. sınıf uygulama ve kontrol grupları çalışmaya dâhil edilmiştir ve her iki gruba ön ve son test uygulanmıştır. Bulgularda, 3. sınıf uygulama ve kontrol grupları performansları arasında ön testte istatiksel bir fark olmamasına rağmen son testte istatiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Öğrencilerin stratejilerine yönelik yapılan analizler, uygulama grubu öğrencilerinin son testte eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler; genelleştirilmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme üç ana alanında cebirsel düşünmeye dayalı stratejileri kontrol grubuna kıyasla daha çok kullandıklarını ortaya çıkarmıştır.

*This study was supported by METU YÖP-501-2018- 2678 career support project, and some parts of the study were presented at the 7th EJER Congress in September 2020 and the 14th National Science and Mathematics Education Congress in May 2021.
****Corresponding Author:** iisler@metu.edu.tr

Introduction

The traditional approach, in which students meet only arithmetic at the elementary school level and start learning algebra for the first time at the middle school level, causes students to encounter difficulties learning algebra (Stephens, Ellis, et al., 2017). When recent mathematics programs such as the Common Core State Standards Initiative (2010) are examined, we see that algebraic thinking has been included since kindergarten. When the 2018 Mathematics Curriculum (Ministry of National Education, 2018) is examined, it is seen that there are algebra-related objectives in Grades 1-5 to some extent (e.g., M.1.1.2.3., M.2.1.3.5., M.4.1.5.7., M.5.1.1.3.), but algebra learning area takes place in Grade 6 for the first time.

Blanton et al. (2007) defined early algebra as “a way of thinking that brings meaning, depth, and coherence to children’s mathematical understanding by delving more deeply into concepts already being taught so that there is an opportunity to generalize relationships and properties in mathematics” (p. 7). Early algebra is to build algebraic thinking on students' arithmetic knowledge (Carraher et al., 2008). According to Kieran (2004), “algebraic thinking in the early grades involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in without using any letter-symbolic algebra at all, such as, analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change, generalizing, problem solving, modeling, justifying, proving, and predicting.” (p. 149).

When the relevant literature is examined, studies show that students involved in an early algebra intervention can develop algebraic thinking starting from kindergarten (e.g., Blanton et al., 2015, Carraher et al., 2008; Stephens, Veltri Torres, et al., 2021). For example, Blanton et al. (2015)'s comprehensive early algebra intervention results with 3rd-grade students showed that although no significant difference was observed between the intervention and nonintervention groups in the pre-test, the intervention students in the post-test were significantly more successful than the nonintervention students. At the same time, intervention students’ strategies (such as developing a relational conception of the equal sign, being able to solve equations, and expressing the rule of the function verbally and with symbols) showed great differences compared to the pre-test and the nonintervention group. Studies conducted in recent years have shown that students who have experienced early algebra in elementary school are also more successful in middle school (e.g., Stephens, Stroud, et al., 2021).

When the literature on the studies conducted in Turkey is examined, it is seen that the studies on early algebra are quite limited. When related studies are examined, it is seen that students understand the equal sign as "operational" rather than "relational" sign (Baran Bulut et al., 2018; Yaman et al., 2003), early algebra teaching activities increase students' academic success (Turgut & Doğan Temur, 2017), they exhibit functional thinking skills at different levels (Türkmen & Tanışlı, 2019). However, there is a need for more studies that comprehensively examine elementary school students' algebraic thinking skills in the context of Turkey. This study was carried out for this purpose.

In this study, Blanton et al. (2018)’s framework for early algebra was used. This framework outlines (1) equivalence, expressions, equations, and inequalities, (2) generalized arithmetic, and (3) functional thinking. Equivalence, expressions, equations, and inequalities “includes developing a relational understanding of the equal sign, representing and reasoning with expressions and equations in their symbolic form, and describing relationships between and among generalized quantities that may or may not be equivalent” (Blanton et al., 2015, p. 43).

Generalized arithmetic involves “generalizing arithmetic relationships, including fundamental properties of number and operation (e.g., the Commutative Property of Addition), and reasoning about the structure of arithmetic expressions rather than their computational value” (Blanton et al., 2015, p. 43). Lastly, functional thinking “involves generalizing relationships between covarying quantities and representing and reasoning with those relationships through natural language, algebraic (symbolic) notation, tables, and graphs” (Blanton et al., 2015, p. 43).

The intervention was conducted under these three big ideas, and the results were examined under them. The research questions of this study are as follows:

1) Are there any significant differences between the pre-test and post-test achievement scores of the 3rd-grade students who were part of an early algebra intervention (intervention group) and the 3rd-grade students who were not part of an intervention (control group)?
2) Are there any differences in terms of the strategies used in the pre-test and post-test between the 3rd-grade students who were part of an early algebra intervention (intervention group) and the 3rd-grade students who were not part of an intervention (control group)?

Method

In this section, information about the research method, sample, data collection tool, data collection process and data analysis will be presented.

Research Design

The quasi-experimental design was used as the research design. Studies in which participants are not randomly assigned to research groups are called quasi-experimental studies (Fraenkel et al., 2011). In the study, a pre-test was applied to the 3rd-grade intervention and control groups at the same time. In the study, the written responses given by the students to the open-ended questions were analyzed in detail to reveal the strategies.

Sample

After obtaining the necessary permissions from the Ethics Committee, Ministry of National Education, and parents, the study was conducted with 3rd-grade students in two separate public schools in the Çankaya district of Ankara. Ethical permission was obtained for the research from the METU Human Subjects Ethics Committee with protocol number 032 METU-2019. While a third-grade class of 20 students in a public school formed the intervention group, two 3rd-grade classes in another public school, 39 students, formed the control group. The schools were chosen by way of convenient sampling in terms of being close to the researchers in terms of distance. The intervention class was chosen in line with the volunteerism of the classroom teacher, with the guidance of the vice principal of the school; the classes forming the control group were similarly formed with the classes directed by the vice principal of that school.

Data Collection Tool and Intervention

In the first phase of the study, student activity sheets and algebra tests were adapted into Turkish with the permission of the Learning through an Early Algebra Progression (LEAP)[*] project. In the adaptation process, first, the translations were done by the researchers, and then the controls were made with the researcher who took part in the LEAP project, considering the Turkish literature.

In the study, an early algebra intervention was carried out with the students in the intervention group for eight weeks, with an average of 5 lesson hours per week. Table 1 shows the topics that make up the early algebra intervention's content and their weekly distribution. Lesson plans used in the intervention lessons generally started with a problem situation related to real life and contained questions that would lead students to discuss these problem situations. Each lesson started with questions to remind students of the topics covered in previous lessons. Afterward, it progressed with the problems related to the new topics, with the students working on them in groups of 4-5, and finally, the whole class discussion. Lessons were conducted as a team, and a researcher other than the researcher implementing the lesson guided and observed the students' work. Their classroom teachers continued the existing curriculum in the control group.

[*]Learning through an Early Algebra Progression (LEAP) project page: http://algebra.wceruw.org

Before and after the early algebra intervention, the algebra test consisting of 10 open-ended questions, 22 questions in total with sub-items, was applied to the 3rd-grade intervention and control group students as a pre-test and post-test within one class hour. In order to determine the reliability of the algebra test, Cronbach Alpha analysis was performed, and for the pre-test data, α= 0.759, recorded as α= 0.833 for post-test data. Therefore, the algebra test is accepted as a reliable data collection tool.

Table 1.
Weekly Distribution of Topics in Early Algebra Intervention

Big Ideas	Weeks	Topics
Equivalence, Expressions, Equations, and Inequalities	1, 5	• Relational understanding of equal sign • Linear algebraic expressions and solutions • Inequalities
Generalized Arithmetic	2 – 4	• Additive identity and additive inverse • Commutative property • Sums of evens and odds • Multiplicative identity and zero property of multiplication
Functional Thinking	6 – 8	• Functional relationships in the form of y= mx and y= x + b and drawing the graphs of these relations

Data Analysis

For the first research question, the difference between the pre-test and post-test scores of the control and intervention groups was examined with the Mann-Whitney U and independent sample t-test. Since the data consisting of pre-test scores did not show normal distribution, the difference between the pre-test and post-tests of the two groups was examined with the non-parametric Mann-Whitney U test. An independent sample t-test was performed with the post-test data in which the normal distribution was achieved. However, since the homogeneity of variances from the independent sample t-test assumptions was not ensured in the post-test data, the statistics regarding the situation where the assumption was not met were evaluated.

In order to find an answer to the second research question, the responses to the open-ended questions were analyzed with the existing codes in the literature. In the analysis of equality, true/false and equation solving questions, which were asked regarding the equality, expressions, equations, and inequalities big idea, and the commutative property question asked regarding the big idea of generalized arithmetic, the strategy codes in the coding manual of Blanton et al. (2015) were used. The birthday question asked about the big idea of functional thinking was coded with the strategy codes in Stephens et al. (2017). The codes taken from the literature were used as they were. Since the strategy codes used differ from question to question, they will be presented before the questions in the findings section, and examples will be provided.

Intercoder reliability is one of the methods recommended to increase the reliability of the analysis in qualitative studies and is generally used between 10-25% of the data (O'Connor & Joffe, 2020). For this purpose, a randomly selected 20% of the data was coded by a second researcher. The codes obtained were compared, and a consensus was reached by discussing the responses coded differently by the researchers. When necessary, coding and comparison were made again, and the similarity score was achieved to reach 80%.

Findings

Research findings will be presented in order according to the research questions. In the first part, the results of the tests conducted for the statistical differences between the pre-test and post-test scores of the 3rd-grade intervention and control group students will be shared. In the second part, there are findings regarding the differences between the strategies used by the students in the intervention and control groups in the pre-and post-test questions.

Statistical Differences Between Third-Grade Intervention and Control Group's Performances

The correct responses given by the 3rd-grade control and intervention group students to the questions in the pre-and post-tests were scored as 1 and the wrong responses and where they left the item blank were scored as 0, and the total scores in the tests were calculated. The highest score that students can get from 10 questions with sub-questions is 22. Descriptive statistics for these total scores are presented in Table 2.

Table 2.
Descriptive Statistics Regarding Students' Total Scores in Pre and Post Tests

		N	$\bar{X}$	SD	Maximum	Minimum
Pre-Test	Intervention	20	4.2	2.93	9	0
	Control	34	5.2	3.00	12	1
Post-Test	Intervention	18	9.5	4.8	18	1
	Control	37	6.2	2.8	12	0

*The difference between the number of students in the pre-test and post-test is due to student absences when the tests were administered.

The results of the Mann-Whitney U test, which was conducted to examine the difference between the intervention and control group pre-tests, are presented in Table 3.

Table 3.
Mann-Whitney U Test Results Regarding Pre-Test Scores of the Groups

	Mean Rank	Sum of Rank	U	z	p
Intervention	24.48	489.5	279.5	-1.09	.275*
Control	29.28	995.5			

*p>.05

As seen in Table 3, as a result of the Mann-Whitney U test, it was found that there was no statistically significant difference between the pre-test scores of the students in the intervention group and the pre-test scores of the students in the control group (U= 279.5, p= .275).

The results of the independent sample t-test performed to examine the difference between the intervention and control group post-tests are presented in Table 4.

Table 4.
Independent Sample T-test Results Regarding Post-Test Scores of the Groups

	N	$\bar{X}$	SD	t	p
Intervention	18	9.5	4.8	2.65	.014
Control	37	6.2	2.8		

*p> .05

According to the independent sample t-test performed with the post-test scores, there was statistically significant difference between the intervention group post-test scores ($\bar{X}$ = 9.5, SD=4.8, N=18) and the control group post-test scores ($\bar{X}$ = 6.2, SD= 2.8 N= 37); t (22.9) = 2.65, p= .014. The mean of achievement scores of the students in the intervention group is higher than the students in the control group.

Third-Grade Intervention and Control Groups' Strategies

For the second research question of the study, the strategies of the intervention and control groups were analyzed in detail. The problems selected from three big ideas of early algebra (equivalence, expressions, equations, and inequalities; generalized arithmetic; and functional thinking) and their detailed strategy analysis will be presented in this section as pre-test and post-test results for control and intervention groups. Except for the main strategy codes presented, if the answers given in the items with the strategy code are outside the determined strategies or if the answer was not discernible, the code "other," if the question is left blank, "no response" codes are used. In addition, numerical answers given without explanation received the "answer only" code. These strategies are not shown in the graphs as they are intended to be readable and help important strategies stand out.

Missing Value Question

In the algebra test question under the big idea of equality, expressions, equations, and inequalities, students were asked to find the missing value in an equation and explain their answers. In another question (True/False Question), they were asked to evaluate the three given equations as true or false and to explain their answers. Both questions and the common strategy codes used are presented in Table 5.

Table 5.

The Missing Value Question and Strategy Codes

1. Find the missing value in the equation below. Explain how you found the answer.
7 + 3 = ___ + 4

2. Examine the equations below and circle "True" if true, "False" if false. Explain how you found the answer.

2a. 12 + 3 = 10 + 5	True	False
2b. 57 + 22 = 58 + 21	True	False
2c. 39 + 121 = 121 + 39	True	False

Strategy Code	Description	Example
Structural	The student realizes the structure in the equation and determines or solves the equation without calculating.	1: 7 + 3 = 6 + 4 because if you subtract one from 7 and add it to 3, you will have 6. 2b: That is true because you add one to 57, subtract one from 22.
Computational	The student perform calculation to find the unknown value or to determine whether both sides of the equation have the same value.	1: 7 + 3 = 6 + 4 since 7 + 3 = 10 and 6 + 4 = 10 2a: That is true because 12 + 3 = 15 and 10 + 5 = 15
Operational	Student adds the numbers to the left of the equal sign or all the numbers in the equation to find the solution.	1: 7 + 3 = 10 + 4 since 7 + 3 = 10 1: 7 + 3 = 14 + 4 since 7 + 3 + 4 = 14 2b: That is false because 57 + 22 = 79, not 58 2b: That is false because 57 + 22 + 58 + 21 = 158

Note: The table adapted from Blanton et al., 2015, p. 51.

The graph regarding the percentage of correct answers for the missing value question (see Table 5) in the algebra test administered before and after the early algebra intervention of the 3rd-grade intervention and control groups is shown in Figure 1.

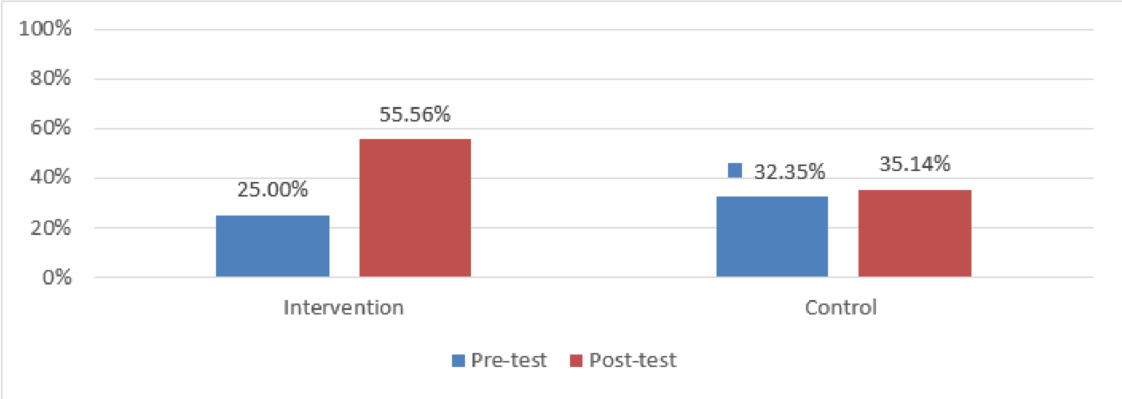


Figure 1. *The Percentage of Students Answering the Equality Question Containing Unknown Correctly*
Note. While the percentage of no-response for the first question was 2.94% in the control group and 5% in the pre-test, it was 5.41% in the control group and 0% in the intervention group in the post-test.

According to Figure 1, although the percentage of correct answers increased in the post-test in both groups, there was an increase of approximately 30% in the percentage of correct answers in the intervention group, while an increase of approximately 3% was observed in the control group. The strategy percentages used by the students in the missing value question are shown in Figure 2.

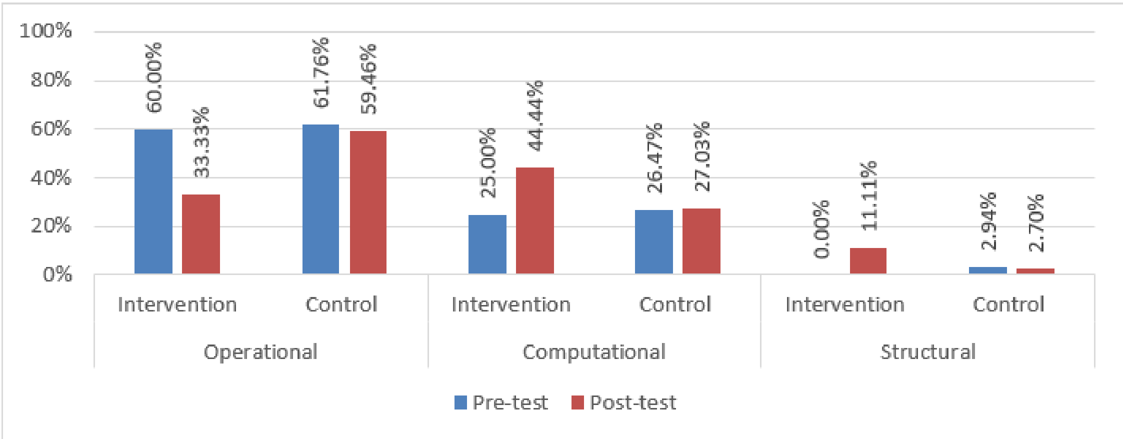


Figure 2. *The Percentages of Strategies Used by Students in Missing Value Question*

According to Figure 2, the intervention and control group students at approximately the same rate in the pre-test used the operational strategy as the misconception for the equal sign. While no significant change was observed in the control group in the post-test (from about 62% to 59%), the percentage of students using operational strategy in the intervention group decreased (from 60% to about 33%). It was found that the correct computational and structural strategies were used more by the intervention group in the post-test. While the use of computational strategy increased from 25% to about 44% in the intervention group, it was recorded as approximately 27% in the pre-test and post-test in the control group. Structural strategy, on the other hand, was not observed in the intervention group in the pre-test, while it was found to be around 11% in the post-test. In the control group, it was recorded as approximately 3% in the pre-test and post-test.

True/False Questions

In another question of the algebra test under the big idea of equality, expressions, equations, and inequalities, students were asked to evaluate the three equations as true or false and to explain their answers in order to examine their conceptions of the equal sign. The items of the question and the strategy codes used are presented in Table 5.

Figure 3 shows the percentage of students in the intervention and control groups correctly answering the True/False question items in the algebra test applied before and after the early algebra application.

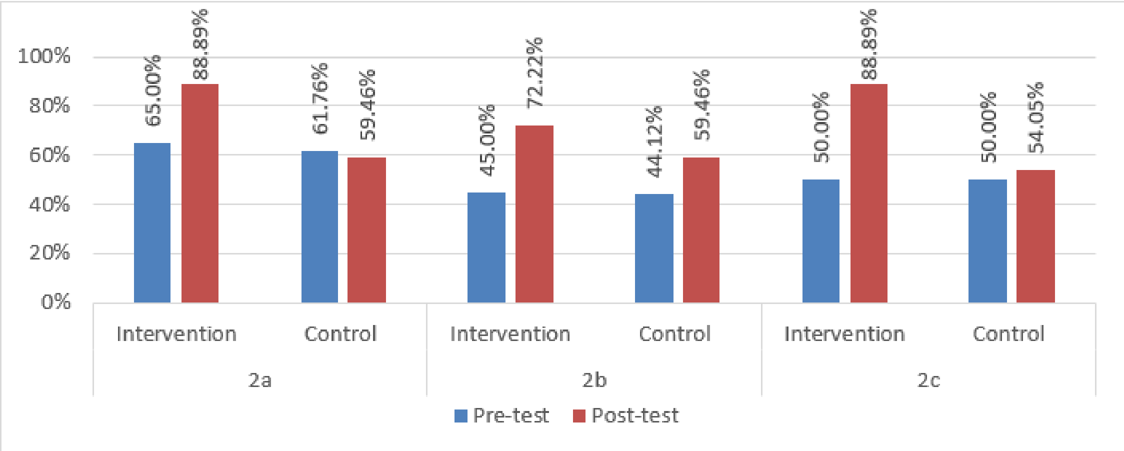


Figure 3. *The Percentages of The Students Answering the True/False Question Items Correctly*

Note. While the percentage of no-response for item 2a was 0% in both groups in the pre-test, it was 2.7% in the control group and 0% in the intervention group in the post-test. The percentage of no-response for item 2b was 2.94% in the control group and 0% in the pre-test, while it was 2.7% in the control group and 0% in the intervention group in the post-test. While the percentage of no-response for item 2c was 8.82% in the control group and 10% in the intervention group in the pre-test, it was 2.7% in the control group and 0% in the intervention group in the post-test.

As seen in Figure 3, while the control group students recorded approximately the same correctness percentage (pre-test about 62%, post-test about 59%) in both tests in item 2a, in the intervention group students, the correctness percentage from 65% in the pre-test increased to about 89% in the post-test. A similar situation was observed in item 2c. In item 2c, the percentage of correct answers in the control group was 50% in the pre-test and about 54% in the post-test. In the intervention group, the correctness rate of 50% in the pre-test is about 89% in the post-test. In item 2b of the question, an increase was observed in the correctness percentage of both groups in the post-test, being more in the intervention group. There was an increase from about 44% to 59% in the control group and from 45% to about 72% in the intervention group.

The strategies used by third-grade intervention and control group students in answering true/false questions in the pre and post-tests will be presented sequentially.

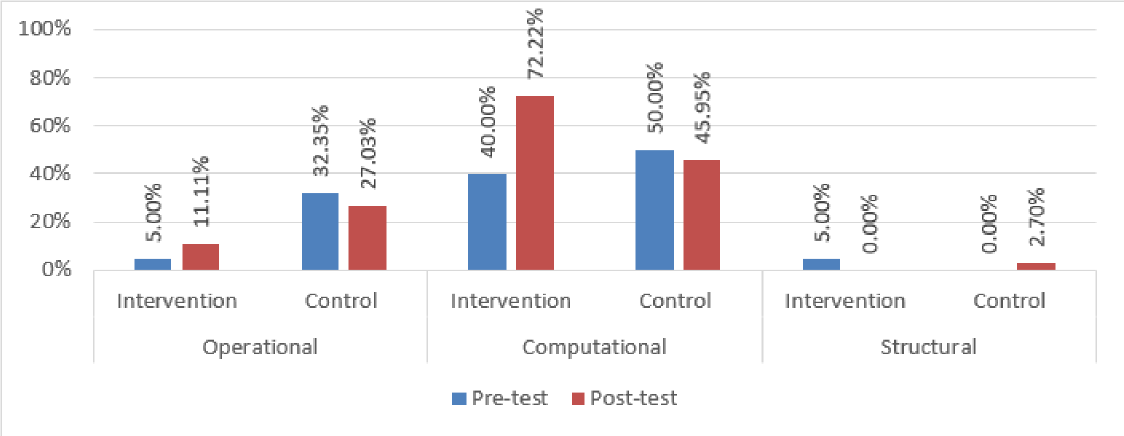


Figure 4. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 2a*

In item a of the question, while the percentage of control group students using computational strategies was at approximately the same level (50% in the pre-test, about 46% in the post-test), it increased from 40% to about 72% in the intervention group (see Figure 4). A similar finding was observed in item b, as presented in Figure 5. In the post-test, the percentage of students who examined the correctness of the 57 + 22 = 58 + 21 equation by finding the same values by performing the operations on both sides of the equation (computational strategy) increased by about 31% compared to the pre-test.

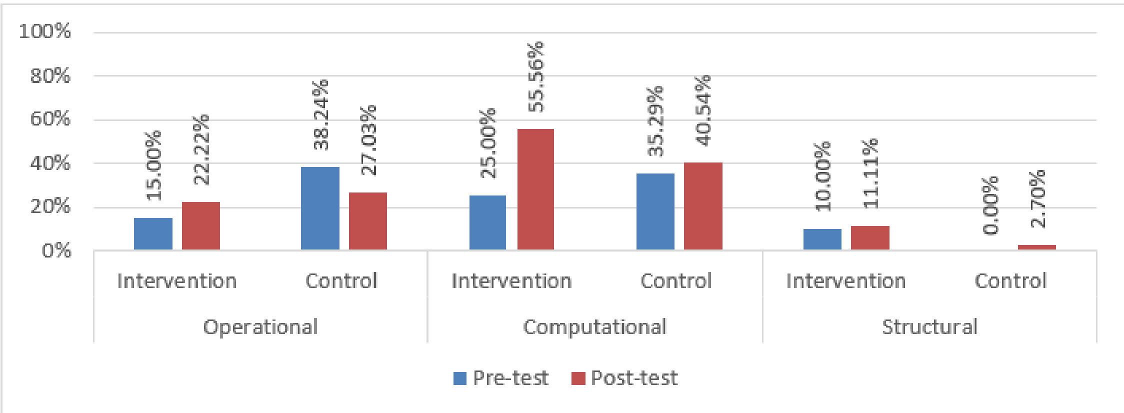


Figure 5. *The Percentages of Strategies Used by Students in Item 2b*

The percentage of strategies used in item c of the problem is shown in Figure 6. Different from the other items of the question, an increase in the percentage of using structural strategy was observed in item c as a finding for the transition from operational conception to relational conception. Although there was an increase in the use of structural strategies in both groups in the post-test, it was recorded more in the intervention group. The percentage of using structural strategy, which was not observed in the control group pre-test, is about 27% in the post-test. In the intervention group, the rate of using this strategy was 20% in the pre-test and about 72% in the post-test.

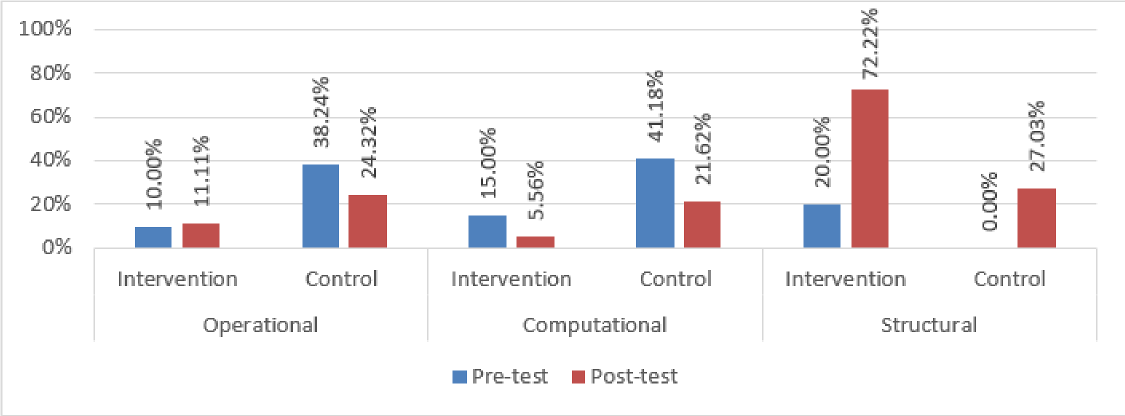


Figure 6. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 2c*

Equation-Solving Question

Another question of the algebra test under the big idea of equivalence, expressions, equations, and inequalities is the question of equation-solving. The question and the strategy codes used are presented in Table 6.

Table 6.

Equation-Solving Question and Strategy Codes

3. Find the value of n in the following equation. Show or explain how you got your answer.
$5{\times}n + 2 = 42$

Strategy Code	Description	Example
Unwind	The student performs the reverse operation by considering the constant values in the equation and uses the reverse of the operations.	*42 – 2 = 40, 40/5 =8*
One Value	Student works through the equation in a forward manner, substituting only one value in for the variable	5 × *<u>8</u> + 2 = 42*

Note: The table adapted from Blanton et al., 2015, p. 57.

The graph of the percentages of correct answers to the Equation-Solving Question in the algebra test administered before and after the early algebra intervention of the third-grade intervention and control group students is shown in Figure 7.

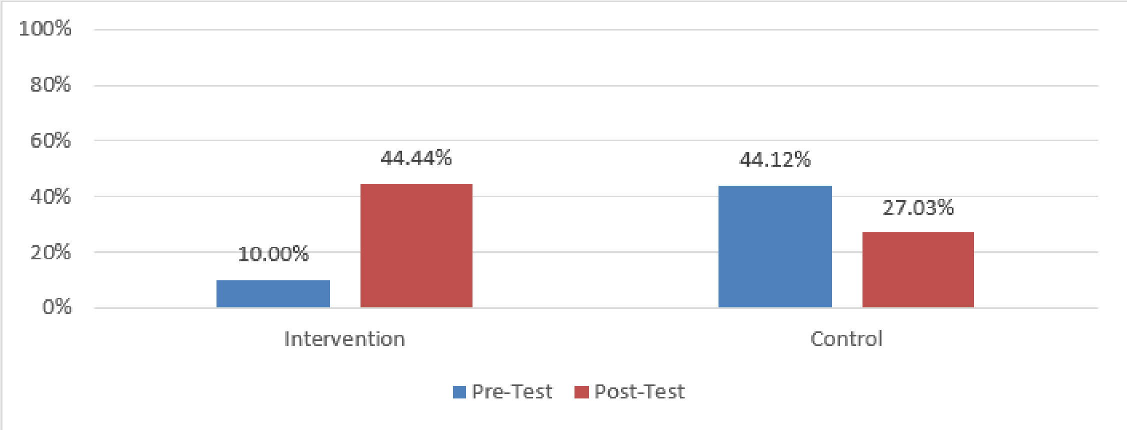


Figure 7. *The Percentages of The Students Answering the Equation Question Items Correctly*
Note. While the percentage of no-response for the third question was 47.06% in the control group and 65% in the intervention group in the pre-test, it was 62.16% in the control group and 44.44% in the intervention group in the post-test.

According to Figure 7, while the performance of the students in the intervention group increased from the pre-test to the post-test, the percentage of correct answers of the students in the control group decreased. The percentage of students in the intervention group giving correct answers in the pre-test was recorded as 10%, and about 44% in the post-test. In the control group students, the correctness rate was about 44% in the pre-test and about 27% in the post-test.

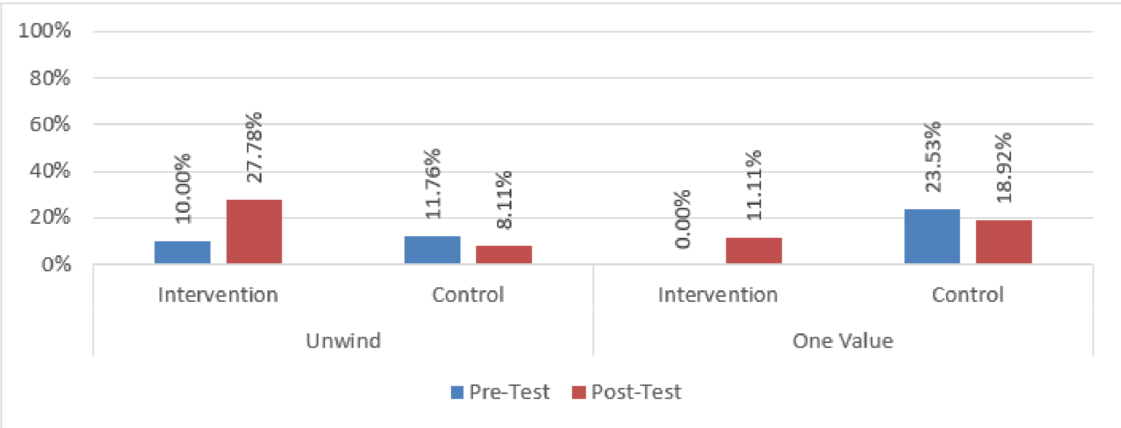


Figure 8. *The Percentages of Strategies Used by Students in Equation-Solving Question*

As seen in Figure 8, the percentage of students in the intervention group using the unwind strategy increased (pre-test 10%; post-test approximately 28%), and one value strategy use of approximately 11% was observed in the post-test. In the control group, there was a decrease in the percentages of both strategies in the pre-test and post-test. The rate of the unwind strategy from about 12% decreased to about 8%, and the rate of the one value strategy decreased from about 24% to about 19%.

Commutative Property Question

Another question of the algebra test is chosen from the area of generalized arithmetic. By using this question, it was aimed to measure whether the students noticed the commutative property of the addition. The question items and the strategy codes used are presented in Table 7.

Table 7.

Commutative Property Question and Strategy Codes

4. Deniz's teacher asks her to solve "23 + 15." She adds the two numbers and gets 38. The teacher then asks her to solve "15 + 23." Deniz already knows the answer is 38 because the numbers are just "turned around."		
4a. Do you think Deniz's idea will work for any two numbers? Why or why not?		
Strategy Code	**Description**	**Example**
Structural	The student calls it the "commutative property (addition)" or describes this relationship in words.	She knows it's the same as 23 + 15 because she just turned around the numbers.
Computational	The student calculates each operation separately.	23 + 15 = 38 and 15 + 23 = 38
4b. Write an equation using variables (letters) to represent the idea that you can add two numbers in any order and get the same result.		
Commutative Property	The student writes one or more correct equations which represents commutative property by using variables.	a + b = b + a a + b = c and b + a = c
Commutative Property – Incomplete	The student demonstrates an understanding of how to represent the commutative property of addition by variables, numbers, or a combination of numbers and variables, but the final notation is not equivalent to a + b = b + a.	m + c and c + m 4 + 3 = 3 + 4

Note: The table adapted from Blanton et al., 2015, p. 64.

The graph of the percentages of correct answers from 3rd-grade students in the intervention and control groups to the Commutative Property question in the algebra test administered before and after the early algebra intervention is shown in Figure 9.

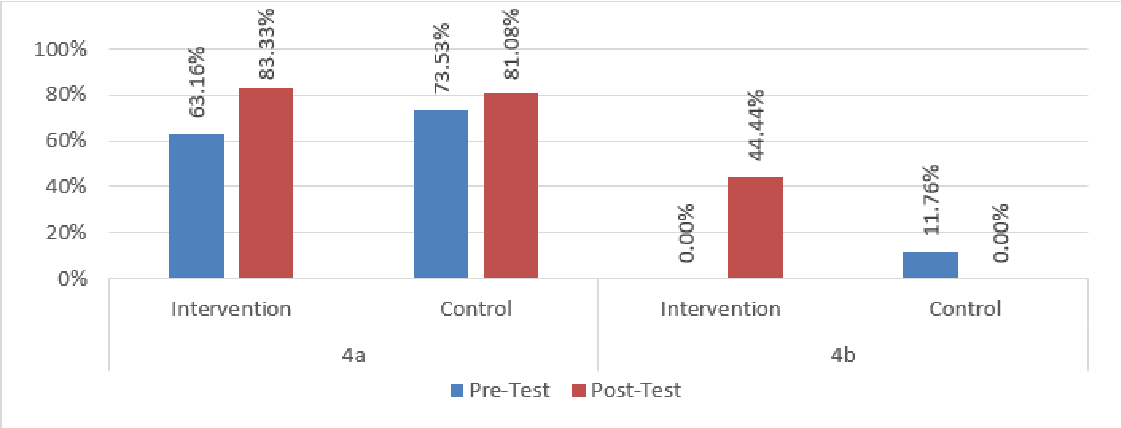


Figure 9. *The Percentages of The Students Answering the Commutative Property Question Items Correctly*

Note. While the percentage of no-response for item 4a was 11.76% in the control group and 10.53% in the intervention group in the pre-test, it was 8.11% in the control group and 0% in the intervention group in the post-test. While the percentage of no-response for item 4b was 26.47% in the control group and 60% in the pre-test, it was 29.73% in the control group and 11.11% in the intervention group in the post-test.

As seen in Figure 9, when the results of the pre-test and post-test are examined in item a of the Commutative Property question, it is seen that there is an increase in the post-test, but this increase is more in the intervention group. While about 63% of the students in the intervention group gave correct answers in the pre-test for item a, about 83% of them gave correct answers in the post-test. While this rate was about 74% in the pre-test in the control group, it was observed as about 81% in the post-test. In item b of the problem, about 12% of the control group students answered correctly in the pre-test, while no student in the control group answered the question correctly in the post-test. While no student in the intervention group answered item b correctly in the pre-test, it was seen that approximately 44% of the students in the intervention group answered the question correctly in the post-test.

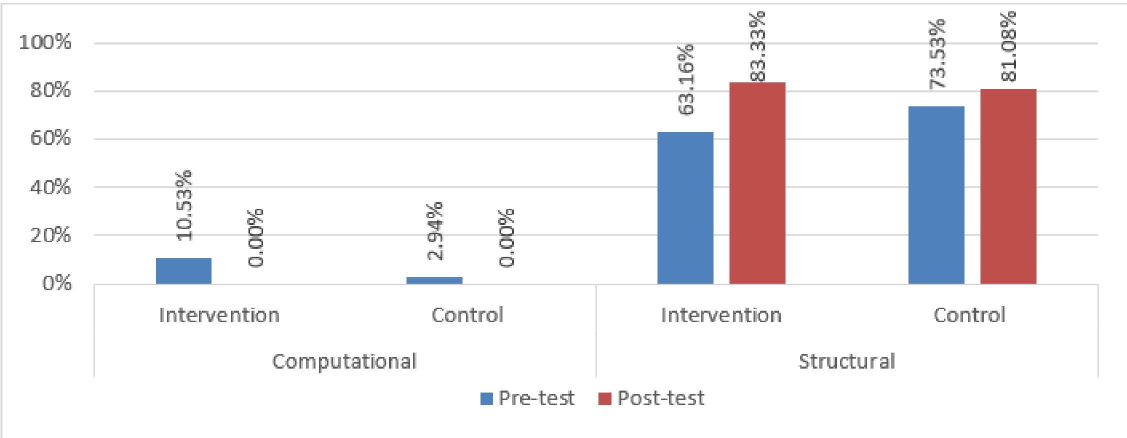


Figure 10. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 4a of the Commutative Property Question*

According to Figure 10, in the pre-test, the percentage of the structural strategy was found as about 63% in the intervention group and about 74% in the control group. The percentage of this strategy in the post-test increased in both the intervention and control groups (about 83% in the intervention group, about 81% in the control group in the post-test). It is seen that none of the students used the computational strategy in the post-test. In the pre-test, while the students using the computational strategy were about 3% in the control group, it was about 11% in the intervention group.

In item b of the question, the percentages of strategies used by the students for an equation using variables (letters) showing that turning around the numbers while adding any two numbers will not change the result is shown in Figure 11.

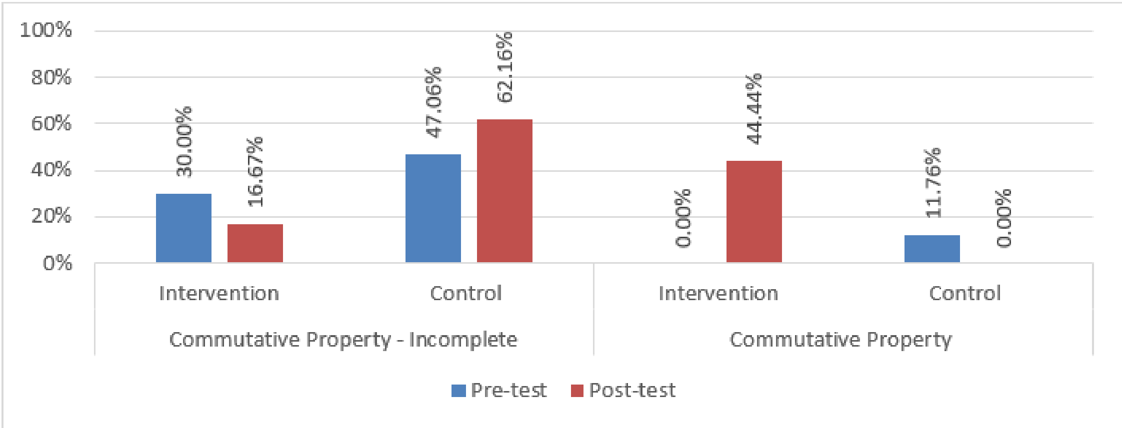


Figure 11. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 4b of the Commutative Property Question*

In item b of the Commutative Property question, in the pre-test, students using the commutative property-incomplete strategy were found as about 47% in the control group and 30% in the intervention group. While about 62% of the control group students used this strategy in the post-test, it was about 17% in the intervention group. It is seen that no students used the commutative property strategy in the pre-test in the intervention group, and nearly half (44%) of them could express the commutative property with an equation in the post-test. In the control group, while no student used this strategy in the post-test, this rate was about 12% in the pre-test.

The Birthday Problem

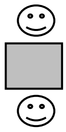
By using the Birthday Problem, which deals with functional thinking in the algebra test, students' ability to generalize and represent functional relationships was aimed to be measured. While only the correctness was examined in item a of the problem, strategy analysis was also performed in items b, c1, c2, and d. The items of the problem and the strategy codes used are presented in Table 8.

Table 8.

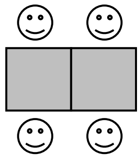
The Birthday Problem and Strategy Codes

5. Nehir is celebrating her birthday. She wants to make sure she has a seat for everyone. She has square desks.

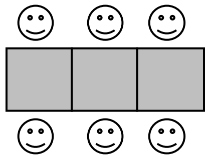
2 people can sit as follows:



If it adds another table to the first table, 4 people can sit:



If she adds another table to the second table, 6 people can sit:



5a. Fill in the table below to show how many people Nehir can seat at different numbers of desks.

Number of desks	Number of people
1	2
2	4
3	
4	
5	
6	
7	

5b. Do you see any patterns in the table from part a? If so, describe them.

Think about the relationship between the number of desks and the number of people

5c1. Use words to write the rule that describes this relationship.

5c2. Use variables (letters) to write the rule that describes this relationship.

Table 8. (continued)

Strategy Code		Description	Example
Variational Thinking	**Recursive Pattern - Particular**	The student defines the recursive pattern only to certain numbers. The number of tables, number of people or both can be defined in the pattern	The number of people goes 2,4,6,8…
	Recursive Pattern - General	The student defines a correct recursive pattern. In the pattern, the number of tables, number of people or both can be defined.	The number of people goes by two
Covariational Thinking		The student defines a correct covariational relationship. The two variables (number of tables and number of people) need to be associated rather than specified separately.	When the number of desks goes up by 1, the number of people goes up by 2
Correspondence Thinking	**Functional-Particular**	The student defines a functional relationship using certain numbers but does not give a general explanation of the variables. (Must provide more than one sample)	1×2=2, 2×2=4, 3×2=6, … 1+1=2, 2+2=4, 3+3=6
	Functional-Basic	The student describes the general relationship between two variables but does not describe the transformation between variables.	There are twice as many people as tables × 2
	Functional-Emergent		
	in words	The student defines an incomplete function rule. Usually describes the transformation in one variable but does not explicitly relate it to another.	It is double of the number of tables Number of desks × 2
	in variables	The student defines an incomplete function rule in variables. Usually describes the transformation in one variable but does not explicitly relate it to another.	2 × m m + m

Table 8. (continued)

Strategy Code			Description	Example
Correspondence Thinking	**Functional-Condensed**			
		in words	The student expresses in words a function rule that defines a general relationship between two variables and includes the transformation between each other.	The number of people is 2 times the number of desks
		in variables	The student expresses a function rule with variables that defines a general relationship between two variables and includes the transformation between each other.	m × 2 = k m + m= k
5d. If Nehir has 100 desks, how many people can she seat? Show how you got your answer.				
Function Rule			Student uses the function rule to find the solution.	100 × 2 = 200 100 + 100 = 200

Note: The strategies were adapted from Stephens et al., 2017, p.153.

The graph regarding the percentage of correct answers for the Birthday Problem questions in the algebra test administered before and after the early algebra intervention of the 3rd-grade intervention and control groups is shown in Figure 12.

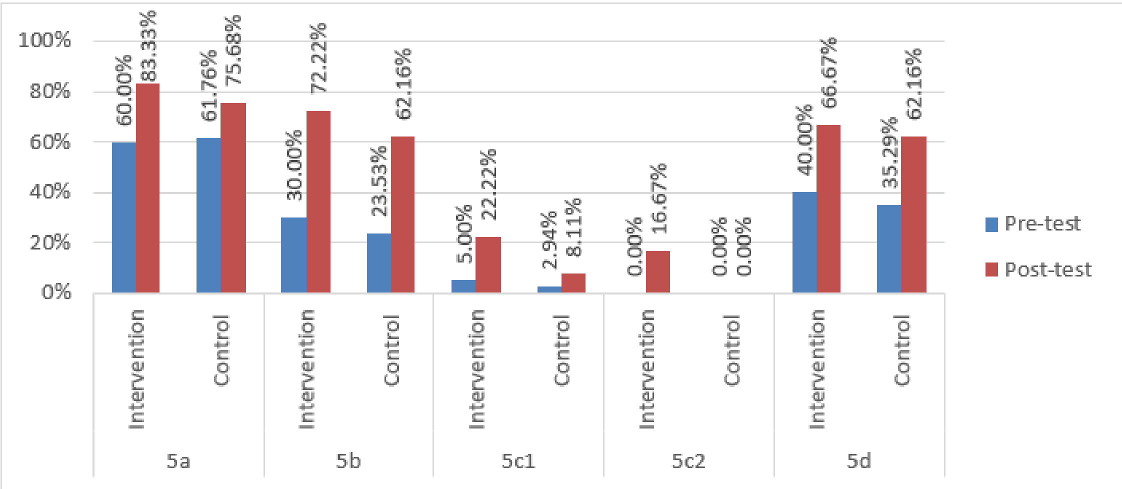


Figure 12. *The Percentages of The Students Answering the Birthday Problem Questions Correctly*

Note. While the percentage of no-response for item 5a was 14.71% in the control group and 10% in the pre-test, it was 13.51% in the control group and 0% in the intervention group in the post-test. While the percentage of no-response for item 5b was 47.06% in the control group and 25% in the pre-test, it was 18.92% in the control group and 11.11% in the intervention group in the post-test. While the percentage of no-response for item 5c1 was 64.71% in the control group and 50% in the intervention group in the pre-test, it was 37.84% in the control group and 22.22% in the intervention group in the post-test. While the percentage of no-response for item 5c2 was 82.35% in the control group and 65% in the intervention group in the pre-test, it was 70.27% in the control group and 38.89% in the intervention group in the post-test. While the percentage of no-response for item 5d was 32.35% in the control group and 25% in the pre-test, it was 24.32% in the control group and 27.78% in the intervention group in the post-test.

According to Figure 12, the percentage of correct answers in the post-tests increased in both groups (except for c2, the pre-test and post-test 0% in the control group). In each item, the intervention group students showed higher success in the post-test compared to the control group students. When the strategies were examined, it was observed that the students in the intervention group used more advanced strategies in generalizing and representing functional relationships in the post-test.

In item 5b, students were asked to explain the patterns they saw in the table they created in item 5a. Any responses that the students used that focused on variational thinking, covariational thinking, or correspondence thinking strategies were accepted as correct. The percentages of strategies used by 3rd-grade students who answered item 5b correctly in the pre-test and post-test are shown in Figure 13.

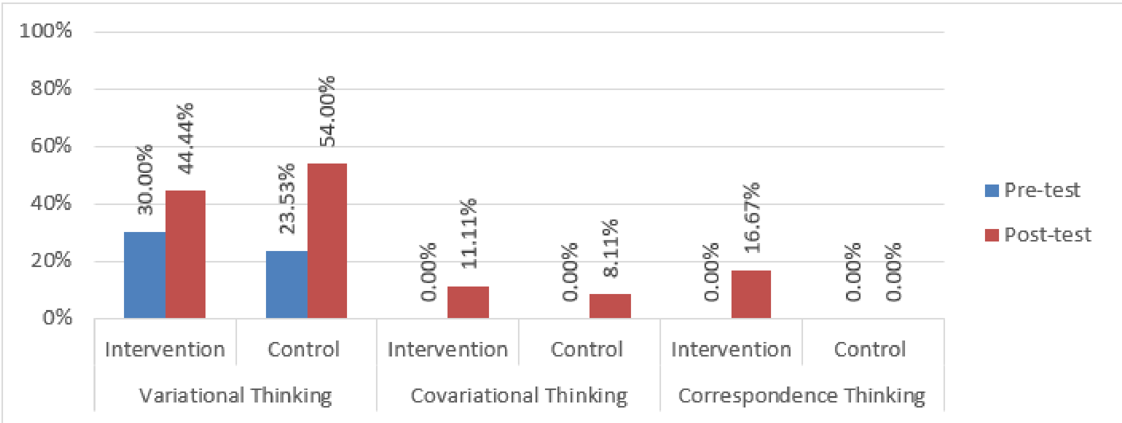


Figure 13. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 5b of the Birthday Problem*

As seen in the graph, the students who answered the question correctly in the pre-test in both the intervention and control groups only used the variational thinking strategy (e.g., "the number of people increases by two" or "the number of tables increases one by one") (about 24% in the control group; 30% in the intervention group). In the post-test, while the control group students used the variational thinking (54%) and low rate of covariational thinking (about 8%) strategies, the intervention group students also used the correspondence thinking strategy. Besides the variational thinking (about 44%) and covariational thinking (about 11%), the correspondence thinking strategy was observed at the rate of about 17% in the intervention group.

The graph regarding the strategy percentages observed in the student responses in item c1, where the responses given as "the number of people is twice the number of tables" by using condensed functional relationship strategy, is shown in Figure 14.

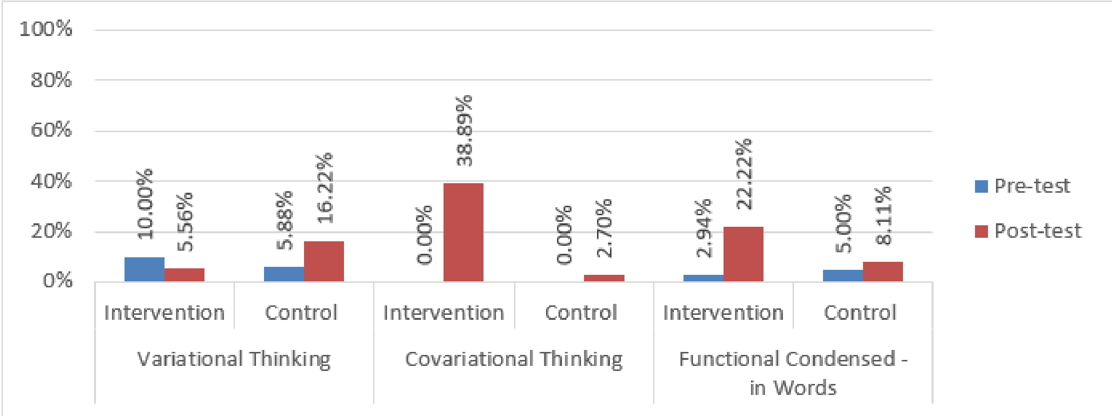


Figure 14. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 5c1 of the Birthday Problem*

As seen in Figure 14, the percentage of students who can express the relationship between the number of tables and the number of people in words with functional condensed strategy was low in the pre-test for both groups. In the post-test, this percentage increased to about 22% in the intervention group and found as about 8% in the control group. Besides, although it was not the strategy accepted as correct, the rate of covariational thinking strategy, which was not observed in the pre-test in both groups, was recorded as approximately 39% in the intervention group post-test. This rate remained at about 3% in the control group post-test.

In item c2 of the birthday problem, students were asked to express the relationship between the number of tables and the number of people using letters as variables. The student who wrote the function rule using a variable between the number of tables and the number of people was not observed in the control group students both in the pre-test and the post-test. On the other hand, the percentage, which was zero, in the intervention group pre-test was found to be about 17% in the post-test (see Figure 15).

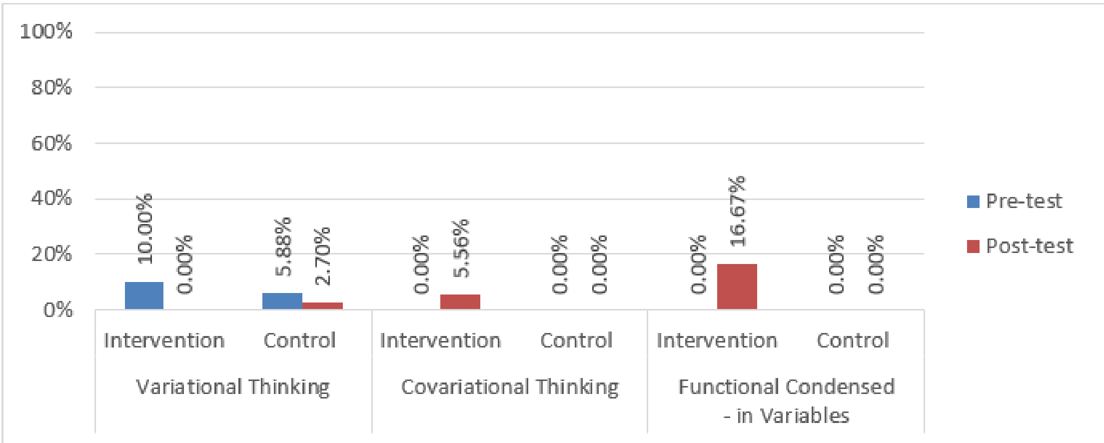


Figure 15. *The Percentages of Strategies Used by The Students in Item 5c2 of the Birthday Problem*

In item 5d of the birthday problem, the students were asked to find how many people could sit at 100 tables. The percentage of students in the control group who gave the answer of 200 with functional relationship strategy increased from about 24% in the pre-test to about 51% in the post-test. In the intervention group, this percentage increased from 35% in the pre-test to about 67% in the post-test.

Discussion, Conclusion and Recommendations

Statistical results for the 3rd-grade intervention and control groups showed that while there was no significant difference in the pre-test scores of the groups, the post-test scores were significantly different. These results are consistent with Blanton et al. (2015) in that the provided early algebra intervention made a significant difference for the 3rd-grade students in the intervention group.

In addition, the strategies used by the 3rd-grade intervention and control groups in the pre-test and post-test were analyzed in detail. The results showed that the students in the intervention group exhibited more algebraic strategies in the post-test than in the pre-test. These results will be discussed in three big ideas (1) equality, expressions, equations, and inequalities, (2) generalized arithmetic, and (3) functional thinking) according to the framework (Blanton et al., 2018) on which the study is based.

In the first item, (7 + 3 = ___ + 4), under the big idea of equality, expressions, equations, and inequalities, it was found that approximately 60% of the students in the intervention and control groups in the pre-test had an "operational" conception of the equal sign, while in the post-test, this rate was remained almost the same in the control group but decreased to approximately 30% in the intervention group. In the second question (true/false equality questions), the students in the intervention group performed better than the control group in each item in the post-test. In this question, especially in item c, (39 + 121 = 121 + 39), 72% of the students were observed to use the structural strategy; that is, they stated that 39 + 121 = 121 + 39 is correct, based on the fact that the numbers on both sides of the equation are the same, without adding the numbers. Stephens et al. (2013) found a similar result in their study and showed that such equations could lead students to structural thinking.

Studies conducted abroad (e.g., Carpenter et al., 2003; Matthews et al., 2012; Stephens et al., 2013) and studies conducted in Turkey (e.g., Baran Bulut et al., 2018; Yaman et al., 2003) provided evidence regarding the misconception ("operational" conception) of the equal sign. This study found that the students in the early algebra intervention used the computational and structural strategies more frequently in the post-test. Knuth et al. (2006) found a significant association between middle school students' conceptions of the equal sign and their success in solving equations.

In the equation-solving question (5×n + 2 = 42), 10% of the intervention group answered this question correctly in the pre-test, while this rate increased to 44% in the post-test. In the control group, 44% answered correctly in the pre-test, while this rate decreased to 27% in the post-test. When the strategies were examined, it was seen that the students who answered the question correctly mostly solved the equation by giving a value in the pre-test. In the post-test, especially the intervention group students were observed to use the "unwind" strategy. This strategy is closely related to algebraic thinking (Carraher & Schliemann, 2007).

The item under the big idea of generalized arithmetic was the commutative property of the addition task. In part a, students were asked to provide justification for the given situation; in item b, they were asked to express the property using an equation. In part a, the students in the intervention group increased their use of structural strategy to 83%, with a 20% increase from the pre-test to the post-test; the control group increased by 7% to 81%. These results show that although there was a larger increase in the intervention group, the 3rd-grade students were able to justify that this property was always true by referring to the name of the property or by writing this relationship in words rather than using computational examples. The objectives in the 1st and 3rd grades in the program are related to the commutative property of addition (M.1.1.2.3. and M.3.1.2.2; MoNE, 2018). This may explain why neither group found it difficult to justify this relationship structurally in item a. When the results of part b were examined, while none of the intervention students could write this property using an equation in the pre-test, about 44% of them did in the post-test. While about 10% of the control group could write it with an equation in the pre-test, no control student did this in the post-test. This shows that after the early algebra intervention, students were able to use letter variables to make generalizations. Findings similar to the results of this study in that students can use letter variables to generalize in arithmetic properties after early algebra intervention were observed in other studies as well (e.g., Úcles et al. [2022, kindergarten and 1st grades], Blanton et al. [2015, 3rd grades]).

Finally, in the Birthday problem, which addresses functional thinking, students' abilities to generalize and represent functional relationships were assessed. Approximately 20% of the intervention group students were able to write the function rule in words (c1) and letter variables (c2). While no one wrote the rule using letter variables in the control group, approximately 8% wrote it with words. Another important result was that although it was not observed in the pre-test, in item c1, where the function rule was asked in words, approximately 40% of the intervention group were found to use covariational thinking strategy in the post-test; in the control group, this rate was approximately 3%. Covariational thinking is an important part of mathematical thinking (Thompson & Carlson, 2017).

Functional thinking can be focused on through the objectives regarding patterns in our program (e.g., M.1.2.3.1., M.2.1.1.6, M.3.1.1.7, M.5.1.1.3, M.7.2.1.3; MoNE, 2018). What is important here is to focus on a variety of functional relationships, including covariational and correspondence relationships, rather than focusing on the change in a single variable (Blanton & Kaput, 2004).

These results support other studies that had an early algebra intervention in the literature (e.g., Blanton et al., 2015; Blanton et al., 2019). The results show that the early algebra intervention improved the algebraic thinking skills of the students. In other words, 3rd-grade students could use algebraic strategies across three big ideas. When all these results are considered, we think that the algebra learning area should take place in the elementary mathematics curriculum. It is important to be able to provide appropriate early algebra experiences to students to prevent algebra-related difficulties in middle school. In this regard, it is necessary to conduct comprehensive research in early algebra and increase teachers' awareness in this direction by providing in-service training. Classroom teachers especially have a great role in teaching early algebra (Blanton & Kaput, 2003). In this respect, classroom teachers should be supported with in-service training, especially in terms of content and pedagogical content knowledge.

It is recommended that early algebra studies similar to this study be conducted with students before and after 3rd grade. In addition, there is a need for research on preschool and classroom teachers and candidates. Early algebra studies can also be designed to address different areas of early algebra (e.g., equality, expressions, equations and inequalities, generalized arithmetic, and functional thinking). At the same time, it is thought that longitudinal studies will make important contributions to research in the field of early algebra.

Author Contribution Rates

The first author contributed 30%, the second author contributed 30%, the third author contributed 20%, and the fourth author contributed 20% to the completion of the manuscript. All authors reviewed the final version of the study and made the necessary revisions.

Ethical Declaration

All rules included in the "Directive for Scientific Research and Publication Ethics in Higher Education Institutions" have been adhered to, and none of the "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics" included in the second section of the Directive have been implemented.

Conflict Statement

The author declares no competing interests.

Türkçe Sürümü

Giriş

Öğrencilerin ilkokul düzeyinde sadece aritmetik ile tanıştığı, cebir öğrenmeye ilk olarak ortaöğretim düzeyinde başladıkları geleneksel yaklaşım öğrencilerin cebir konusunu öğrenmelerinde zorluklarla karşılaşmalarına sebep olmaktadır (Stephens, Ellis, vd., 2017). Son yıllarda geliştirilmiş olan Matematik Ortak Çekirdek Eyalet Standartları (Common Core State Standards Initiative, 2010) gibi matematik programları incelendiğinde cebirsel düşünmenin okul öncesinden itibaren matematik dersi içeriğinde yer aldığını görmekteyiz. Türkiye'de uygulanmakta olan 2018 Matematik Öğretim Programı (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018) incelendiğinde de 1-5. sınıflarda cebir ile ilgili olan kazanımlara kısıtlı da olsa yer verildiği (örn. M.1.1.2.3., M.2.1.3.5., M.4.1.5.7., M.5.1.1.3.), ancak cebir öğrenme alanının ilk olarak 6. sınıfta ele alındığı görülmektedir.

Erken cebir, Blanton ve diğerleri (2007) tarafından "öğrencilerin daha önceden öğrendikleri kavramları derinlemesine inceleyerek matematiksel ilişkileri ve özellikleri genellemelerine fırsat veren, matematik anlayışlarına anlam, derinlik ve tutarlılık getiren bir düşünme biçimi" (s. 7) olarak tanımlanmaktadır. Erken cebir, öğrencilerin aritmetik bilgileri üzerine cebirsel düşünmeyi inşa etmektir (Carraher vd., 2008). Kieran'a (2004) göre "erken sınıflarda cebirsel düşünme, harf-sembolik cebirin bir araç olarak kullanılabileceği aynı zamanda cebire özel olmayan ve harf-sembolik cebir hiç kullanılmadan gerçekleştirilebilecek etkinliklerle düşünme yollarının geliştirilmesini içerir; örneğin, nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etme, yapıyı fark etme, değişimi inceleme, genelleme, problem çözme, modelleme, gerekçelendirme, kanıtlama ve tahmin etme" (s. 149).

İlgili alan yazını incelendiğinde, yapılan araştırmalar bir erken cebir uygulamasına dâhil olan öğrencilerin cebirsel düşünmeyi ana sınıfından itibaren geliştirebildiklerini göstermektedir (örn. Blanton vd., 2015; Carraher vd., 2008; Stephens, Veltri Torres, vd., 2021). Örneğin, Blanton ve diğerlerinin (2015) 3. sınıf öğrencileriyle yaptıkları kapsamlı bir erken cebir uygulaması sonuçları göstermiştir ki ön testte uygulamaya dâhil olan ve olmayan gruplar arasında anlamlı bir fark gözlemlenmemesine rağmen son testte uygulamaya dâhil olan öğrenciler uygulamaya dâhil olmayan öğrencilere kıyasla anlamlı bir şekilde daha başarılı olmuşlardır. Aynı zamanda uygulama grubu öğrencilerinin kullandıkları stratejiler (eşit işaretine yönelik ilişkisel algı geliştirme, denklem çözebilme, fonksiyonun kuralını sözel olarak ve sembollerle ifade edebilme vb.) ön teste ve uygulama yapılmayan gruba kıyasla büyük farklar göstermiştir. Son yıllarda yapılan çalışmalar ise ilkokulda erken cebir uygulamasına tabi olan öğrencilerin ortaokulda da daha başarılı olduklarını göstermiştir (örn. Stephens, Stroud, vd., 2021).

Türkiye'de yapılan çalışmalar ile ilgili alan yazını incelendiğinde ise erken cebir öğretimine yönelik çalışmaların oldukça kısıtlı olduğu görülmektedir. İlgili çalışmalar incelendiğinde, öğrencilerin eşit işaretini "ilişkisel" bir algıdan ziyade "işlemsel" olarak anladıklarını (Baran Bulut vd., 2018; Yaman vd., 2003), erken cebir öğretim etkinliklerinin öğrencilerin akademik başarılarını artırdığını (Turgut & Doğan Temur, 2017), öğrencilerin farklı düzeylerde fonksiyonel düşünme becerilerini sergilediklerini (Türkmen & Tanışlı, 2019) göstermektedir. Ancak Türkiye bağlamında ilkokul öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini kapsamlı bir şekilde inceleyen daha çok çalışmaya ihtiyaç vardır. Bu çalışma bu amaç doğrultusunda yapılmıştır.

Bu çalışmada Blanton ve diğerlerinin (2018) erken cebire yönelik ortaya koyduğu teorik çerçeve temel alınmıştır. Bu çerçevenin genel hatlarını (1) eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler; (2) genelleştirilmiş aritmetik ve (3) fonksiyonel düşünme oluşturmaktadır. Eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler, "eşit işaretine yönelik ilişkisel bir algılayış geliştirme, cebirsel ifadeler ve denklemlerin sembolik formlarını temsil etme ve onlarla akıl yürütme ve denk olan ya da olmayan genelleştirilmiş nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlamayı" içerir (Blanton vd., 2015, s. 43).

Genelleştirilmiş aritmetik ise "Aritmetik ilişkileri genellemeyi (buna işlemlerin ve sayıların özellikleri de dâhil olmak üzere, örneğin toplama işleminde değişme özelliği) ve aritmetik ifadeleri hesaplamadan öte yapısına odaklanmayı içerir" (Blanton vd., 2015, s. 43) şeklinde tanımlanır. Son olarak fonksiyonel düşünme, "Birlikte değişen nicelikler arasındaki ilişkilerin genelleştirilmesini ve sözcükler, cebirsel (sembolik) gösterim, tablo ve grafiklerle bu ilişkilerin temsil edilmesini ve ilişkiler hakkında akıl yürütülmesini kapsar" (Blanton vd., 2015, s. 43) olarak ele alınır.

Araştırmada yer alan uygulama bu üç ana alan altında yer almış ve sonuçlar da bu üç alt başlıkta incelenmiştir. Bu çalışmanın araştırma soruları şu şekildedir:

1) Bir erken cebir uygulamasına dâhil olan 3. sınıf öğrencileri ile (uygulama grubu) ve bu uygulamaya dâhil olmayan (kontrol grubu) 3. sınıf öğrencilerinin ön test ve son test performans puanları arasında anlamlı farklılıklar var mıdır?

2) Bir erken cebir uygulamasına dâhil olan 3. sınıf öğrencileri ile (uygulama grubu) ve bu uygulamaya dâhil olmayan (kontrol grubu) 3. sınıf öğrencilerinde ön ve son testte kullanılan stratejiler açısından farklılıklar var mıdır?

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın yöntemine ilişkin araştırma deseni, örneklem, veri toplama aracı, veri toplama süreci ve verilerin analizi konularında bilgiler sunulacaktır.

Araştırma Deseni

Araştırma deseni olarak yarı deneysel desen kullanılmıştır. Katılımcıların, araştırma gruplarına rastgele atanmadığı çalışmalar yarı deneysel çalışma olarak adlandırılmaktadır (Fraenkel vd., 2011). Çalışmada 3. sınıflarda uygulama ve kontrol grubu yer almış ve her iki gruba da aynı zamanlarda ön test ve son test uygulanmıştır. Çalışmada öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yazılı cevaplar, stratejileri ortaya çıkarmak için detaylı olarak analiz edilmiştir.

Örneklem

Gerekli Etik Kurulu, MEB ve veli izinleri alındıktan sonra araştırma Ankara'nın Çankaya ilçesinde bulunan iki ayrı devlet okulunda öğrenim gören 3. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Araştırma için ODTÜ İnsan Araştırmaları Etik Kurulu'ndan 032-ODTÜ-2019 protokol numarası ile etik izni alınmıştır. Bir devlet okulundaki 20 öğrenciden oluşan bir üçüncü sınıf uygulama grubunu oluştururken, başka bir devlet okulundaki 39 öğrenciden oluşan iki üçüncü sınıf kontrol grubunu oluşturmuştur. Okullar, araştırmacılara mesafe olarak yakın olması açısından uygun örnekleme yolu ile seçilmiştir. Uygulama grubu oluşturan sınıf müdür yardımcısının yönlendirmesiyle sınıf öğretmenin gönüllülüğü doğrultusunda seçilmiş olup; kontrol grubunu oluşturan sınıflar da benzer şekilde o okuldaki müdür yardımcısının yönlendirdiği sınıflarla oluşturulmuştur.

Veri Toplama Aracı ve Uygulama

Çalışmanın ilk aşamasında Learning through an Early Algebra Progression (LEAP)[†] projesinden izin alınarak öğrenci etkinlik kâğıtları ve cebir testleri Türkçeye uyarlanmıştır. Uyarlama sürecinde, araştırmacılar tarafından önce çeviriler yapılmış olup sonrasında LEAP projesinde yer almış olan araştırmacıyla birlikte Türkçe alan yazını da göz önünde bulundurarak kontroller yapılmıştır.

Araştırmada, uygulama grubu öğrencileriyle haftada ortalama 5 ders saati olacak şekilde 8 hafta boyunca erken cebir uygulaması yapılmıştır. Erken cebir uygulamasının içeriğini oluşturan konular ve haftalık dağılımları Tablo 1'de sunulmuştur. Uygulama derslerinde kullanılan ders planları genellikle gerçek yaşam durumlarıyla ilişkili bir problem durumu ile başlayıp öğrencileri bu problem durumları üzerinde tartışmaya yönlendirecek sorular içermektedir. Her derse öğrencilere önceki derslerde ele alınan konuları hatırlatma amaçlı sorularla başlanmıştır. Sonrasında öğrencilerin 4-5 kişilik gruplar hâlinde yeni konularla

[†] Learning through an Early Algebra Progression (LEAP) proje web sitesi: http://algebra.wceruw.org

ilgili problemler üzerinde çalışması ve en son tüm sınıf tartışması yer alacak şekilde ilerlemiştir. Dersler araştırmacılar tarafından yürütülmüş ve her derste dersi yürüten araştırmacı dışında bir araştırmacı, öğrenci çalışmalarına rehberlik edip onları gözlemlemiştir. Kontrol grubunda var olan öğretim programı kendi sınıf öğretmenleri tarafından devam ettirilmiştir.

Erken cebir uygulamasının öncesi ve sonrasında ise 3. sınıf uygulama ve kontrol grubu öğrencilerine Türkçeye uyarlanan 10 açık uçlu sorudan oluşan cebir testi, alt maddeleriyle birlikte toplam 22 soru, ön test ve son test olarak bir ders saati içerisinde uygulanmıştır. Cebir testinin güvenilirliğini tespit etmek amacıyla Cronbach Alpha analizi yapılmış ve ön test verileri için α = 0,759; son test verileri için α=0,833 olarak kaydedilmiştir. Bu nedenle cebir testinin güvenilir bir veri toplama aracı olduğu kabul edilmiştir.

Tablo 2.

Erken Cebir Uygulamasındaki Alanların Haftalık Dağılımı

Alanlar	Haftalar	Konular
Eşitlik, Cebirsel İfadeler, Denklemler ve Eşitsizlikler	1, 5	• Eşit işaretinin ilişkisel anlamı • Doğrusal denklemlerin ifadesi ve çözümü • Eşitsizlikler
Genelleştirilmiş Aritmetik	2 – 4	• Toplama işleminin etkisiz elemanı ve bir sayının toplamaya göre tersi • Toplama işleminin değişme özelliği • Tek ve çift sayı toplamları • Çarpma işleminin etkisiz elemanı ve sıfır ile çarpma
Fonksiyonel Düşünme	6 – 8	• y= mx ve y= mx + b şeklindeki fonksiyonel ilişkiler ve bu ilişkilerin grafiklerinin çizimi

Veri Analizi

Birinci araştırma sorusuna yönelik olarak kontrol ve uygulama gruplarının ön ve son test puanları arasındaki farkların anlamlı olup olmadığına Mann-Whitney U ve bağımsız örneklem t testi ile bakılmıştır. Ön test puanlarından oluşan veriler normal dağılım göstermediğinden iki grubun ön ve son testleri arasındaki fark parametrik olmayan Mann-Whitney U testi ile incelenmiştir. Normal dağılımın sağlandığı son test verileri ile bağımsız örneklem t testi yapılmıştır. Ancak, son test verilerinde bağımsız örneklem t testi varsayımlarından varyansların homojenliği sağlanmadığından, varsayımın sağlanmadığı duruma ilişkin istatistikler değerlendirilmiştir.

İkinci araştırma sorusuna yanıt bulabilmek için açık uçlu sorulara verilen yanıtlar alan yazında var olan kodlar ile analiz edilmiştir. Eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler alanına yönelik sorulan bilinmeyen içeren eşitlik, doğru/yanlış ve denklem çözme soruları ile genelleştirilmiş aritmetik alanına yönelik sorulan değişme özelliği sorusunun analizinde Blanton ve diğerlerinde (2015) verilen kodlama rehberlerindeki strateji kodları kullanılmıştır. Fonksiyonel düşünme alanından sorulan doğum günü sorusu ise Stephens vd. (2017)'de yer alan strateji kodları ile kodlanmıştır. Alan yazından alınan kodlar birebir kullanılmıştır. Kullanılan strateji kodları sorudan soruya farklılık gösterdiğinden bulgular bölümünde sorulardan önce sunulacak ve örnekler verilecektir.

Kodlayıcılar arası güvenirlik nitel çalışmalarda analizin güvenirliğini arttırmak için önerilen metotlardan biridir ve genelde verilerin %10-25'i arası kullanılır (O'Connor & Joffe, 2020). Bu amaçla verilerin rastgele seçilen %20'lik bölümü ikinci bir araştırmacı tarafından kodlanmıştır. Elde edilen kodlar karşılaştırılmış, araştırmacıların farklı kodladığı cevaplar tartışılarak uzlaşmaya varılmıştır. Gerekli olan durumlarda kodlama ve karşılaştırma yeniden yapılmış ve benzerlik skorunun %80'e ulaşması sağlanmıştır.

Bulgular

Araştırma bulguları araştırma sorularına göre sırayla sunulacaktır. İlk bölümde üçüncü sınıf uygulama ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test puanları arasındaki istatistiksel farklara yönelik yapılan testlerin sonucu paylaşılacaktır. İkinci bölümde ise uygulama ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son test sorularında kullandıkları stratejiler arasındaki farklara ilişkin bulgular yer almaktadır.

3. Sınıf Uygulama ve Kontrol Grupları Performansları Arasındaki İstatistiksel Farklar

Araştırma katılımcıları 3. sınıf kontrol ve uygulama grubu öğrencilerinin ön ve son testlerdeki sorulara verdikleri doğru cevaplar 1, yanlış ve boş bırakılan cevaplar 0 olarak puanlanmış ve testlerdeki toplam puanları hesaplanmıştır. Alt soru maddeleriyle 10 sorudan öğrencilerin alabileceği en yüksek puan 22'dir. Bu toplam puanlara ilişkin betimleyici istatistikler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2.

Öğrencilerin Ön ve Son Testlerdeki Toplam Puanlarına İlişkin Betimleyici İstatistikler

		N	$\bar{X}$	S	En yüksek puan	En düşük puan
Ön Test	Uygulama	20	4,2	2,93	9	0
	Kontrol	34	5,2	3,00	12	1
Son Test	Uygulama	18	9,5	4,8	18	1
	Kontrol	37	6,2	2,8	12	0

*Ön test ve son test öğrenci sayıları arasındaki fark, testlerin uygulanma zamanlarındaki öğrenci devamsızlıklarından kaynaklanmaktadır.

Uygulama ve kontrol grubu ön testleri arasındaki farkın incelenmesine yönelik yapılan Mann-Whitney U testi sonuçları Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3.

Grupların Ön Test Puanlarına İlişkin Mann-Whitney U Testi Sonuçları

	Sıralama Ortalaması	Sıralama Toplamı	U değeri	z	p
Uygulama	24,48	489,5	279,5	-1,09	,275*
Kontrol	29,28	995,5			

*p> .05

Tablo 3'te görüldüğü gibi Mann-Whitney U testi sonucunda uygulama grubu öğrencileri ön test puanları ile kontrol grubu öğrencileri ön test puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı bulunmuştur (U= 279,5, p= ,275).

Uygulama ve kontrol grubu son testleri arasındaki farkın incelenmesine yönelik yapılan bağımsız örneklem t- testi sonuçları Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4.

Grupların Son Test Puanlarına İlişkin Bağımsız Örneklem t- Testi Sonuçları

	N	$\bar{X}$	S	t	p
Uygulama	18	9,5	4,8	2,65	,014
Kontrol	37	6,2	2,8		

*p> .05

Son test puanları ile yapılan bağımsız örneklem t testine göre uygulama grubu son test puanları ($\bar{X}$ = 9,5, S= 4,8 N= 18) ile kontrol grubu son test puanları ($\bar{X}$ = 6,2, S= 2,8 N= 37) arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmuştur t (22,9) = 2,65, p= ,014. Uygulama grubu öğrencilerinin performans puanları ortalaması kontrol grubu öğrencilerinden yüksektir.

3. Sınıf Uygulama ve Kontrol Gruplarının Stratejileri

Çalışmanın ikinci araştırma sorusu için uygulama ve kontrol gruplarının stratejileri detaylı olarak analiz edilmiştir. Erken cebirin üç önemli alanından (eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler ve fonksiyonel düşünme) seçilen sorular ve analizleri bu bölümde kontrol ve uygulama gruplarına yönelik ön ve son test sonuçları olarak sunulacaktır. Sunulan ana strateji kodları dışında, strateji kodu bulunan maddelerde verilen cevaplar belirlenen stratejilerin dışında ise veya cevap anlaşılabilir değil ise "diğer," soru boş bırakılmışsa "cevap yok" kodları kullanılmıştır. Ayrıca açıklama yapılmadan verilen sayısal cevaplara "sadece cevap" kodu verilmiştir. Bu stratejiler, grafiklerin okunabilir olması ve önemli stratejilerin ön plana çıkması amaçlandığından dolayı gösterilmemiştir.

Bilinmeyen İçeren Eşitlik Sorusu

Eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler alanındaki cebir testi sorusunda, öğrencilerden bir denklemdeki eksik değeri bulmaları ve cevaplarını açıklamaları istenmiştir. Diğer bir soruda da (Doğru/Yanlış Eşitlik Sorusu) verilen üç eşitliği doğru ya da yanlış olarak değerlendirmeleri ve cevaplarını açıklamaları istenmiştir. Her iki soru ve kullanılan ortak strateji kodları Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5.
Bilinmeyen İçeren Eşitlik Sorusu ve Doğru/Yanlış Eşitlik Sorusu Strateji Kodları

1. Aşağıdaki eşitlikte verilmeyen değeri bulunuz. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
   7 + 3 = ___ + 4

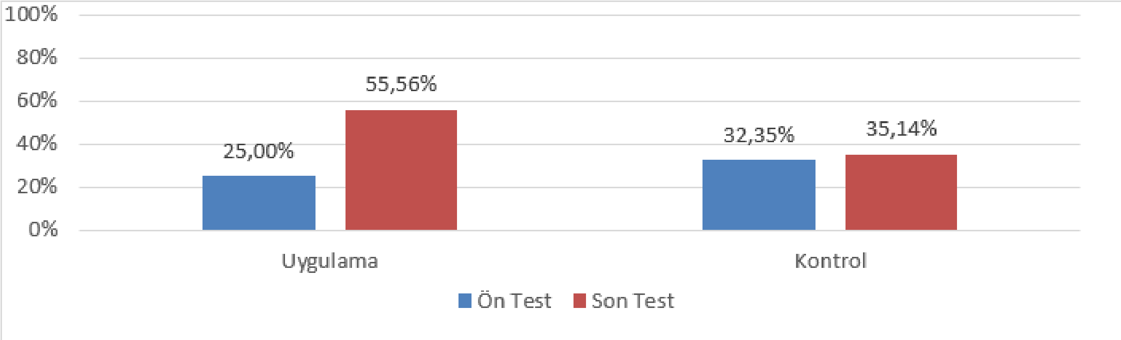
2. Aşağıdaki eşitlikleri inceleyip doğru ise “Doğru”, yanlış ise “Yanlış” ifadelerini daire içine alınız. Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

2a. 12 + 3 = 10 + 5	Doğru	Yanlış
2b. 57 + 22 = 58 + 21	Doğru	Yanlış
2c. 39 + 121 = 121 + 39	Doğru	Yanlış

Strateji Kodu	Tanım	Örnek
Yapısal	Öğrenci, denklemdeki yapıyı fark eder ve eşitliği hesaplama yapmadan belirler veya çözer.	1. 7 + 3 = 6 + 4 çünkü 7’den bir çıkarırsan ve onu 3’e eklersen elinde 6 kalır. 2b: Doğru çünkü 57‘ye bir ekliyorsun, 22‘den de 1 çıkarıyorsun.
Hesaba Dayalı	Öğrenci, bilinmeyen değeri bulmak veya denklemin iki tarafının da aynı değere sahip olup olmadığını belirlemek için hesaplama yapar.	1. 7 + 3 = 6 + 4 çünkü 7 + 3 = 10 ve 6 + 4 = 10 2a: Doğru çünkü 12 + 3 = 15 ve 10 + 5 = 15
İşlemsel	Öğrenci, çözümü bulmak için eşit işaretinin solundaki sayıları veya denklemdeki tüm sayıları toplar.	1. 7 + 3 = 10 + 4 çünkü 7 + 3 = 10 7 + 3 = 14 + 4 çünkü 7 + 3 + 4 = 14 2b: Yanlış çünkü 57 + 22 = 79, 58 değil 2b: Yanlış çünkü 57 + 22 + 58 + 21 = 158

Not: Tablo Blanton ve diğerlerinden (2015, s. 51) uyarlanmıştır.

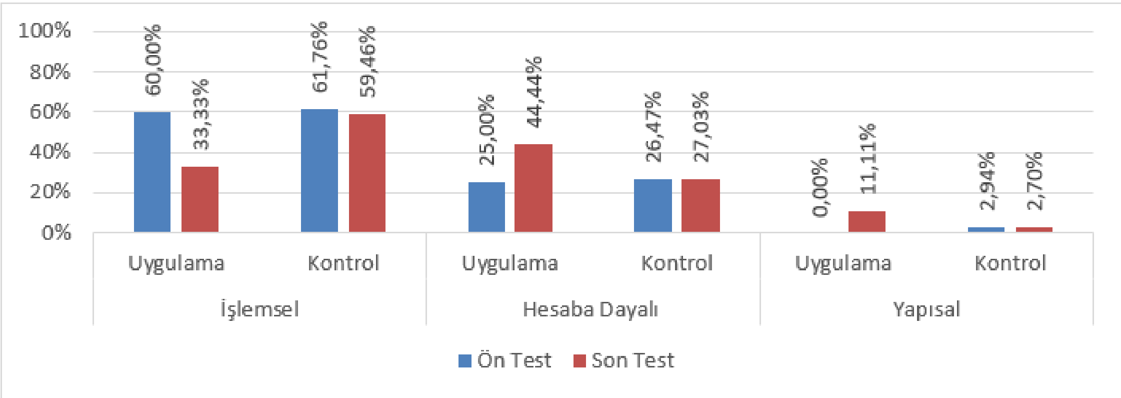
3. sınıf uygulama ve kontrol grupları öğrencilerinin erken cebir uygulaması öncesi ve sonrasında uygulanan cebir testinde bilinmeyen içeren eşitlik sorusunu (bakınız Tablo 5) doğru cevaplama yüzdelerine ilişkin grafik Şekil 1’de gösterilmiştir.



***Şekil 1**. Öğrencilerinin Bilinmeyen İçeren Eşitlik Sorusunu Doğru Cevaplama Yüzdeleri*

Not. Birinci soru için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %2,94 ve uygulama grubunda %5 iken, son testte kontrol grubunda %5,41 ve uygulama grubunda %0'dır.

Şekil 1'e göre, her iki grupta da son testlerde doğru cevapların yüzdesi artmış olmasına rağmen, uygulama grubunda doğru cevapların yüzdesinde yaklaşık %30 artış olurken, kontrol grubunda %3'lük bir artış gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bilinmeyen içeren eşitlik sorusunda kullandıkları strateji yüzdeleri Şekil 2'de yer almaktadır.



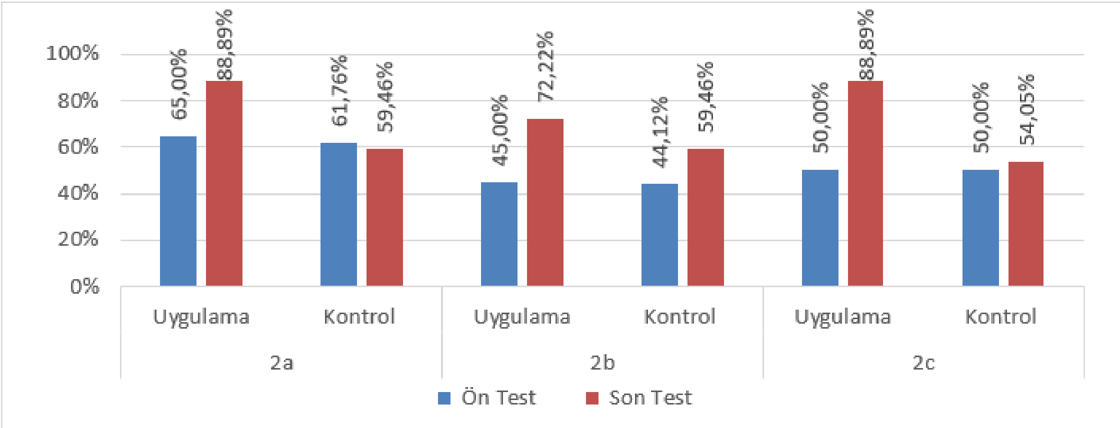
***Şekil 2.** Öğrencilerinin Bilinmeyen İçeren Eşitlik Sorusunda Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Şekil 2'ye göre ön testte yaklaşık aynı oranda uygulama ve kontrol grubu öğrencisi eşit işaretine yönelik kavram yanılgısı olan işlemsel stratejiyi kullanırken, son testte kontrol grubunda çok belirgin bir değişim gözlemlenmezken (yaklaşık %62'den %59'a), uygulama grubunda bu stratejiyi kullanan öğrencilerin yüzdesinde azalma olmuştur (%60'tan yaklaşık %33'e). Doğru olan hesaba dayalı ve yapısal stratejilerini son testte daha çok uygulama grubunun kullandığı bulunmuştur. Hesaba dayalı strateji kullanımı uygulama grubunda %25'ten yaklaşık %44'e çıkarken, kontrol grubunda ise ön testte ve son testte yaklaşık %27 olarak kaydedilmiştir. Yapısal strateji ise ön testte uygulama grubunda hiç gözlemlenmezken, son testte %11 civarında bulunmuştur, kontrol grubunda ise ön testte ve son testte yaklaşık %3 olarak kaydedilmiştir.

Doğru/Yanlış Eşitlik Sorusu

Cebir testinin eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler alanındaki bir diğer sorusunda öğrencilerin eşit işaretine yönelik algılarını incelemek için verilen üç eşitliği doğru ya da yanlış olarak değerlendirmeleri ve cevaplarını açıklamaları istenmiştir. Sorunun maddeleri ve kullanılan strateji kodları Tablo 5'te sunulmuştur.

Uygulama ve kontrol grupları öğrencilerinin erken cebir uygulaması öncesi ve sonrasında uygulanan cebir testinde Doğru/Yanlış sorusu maddelerini doğru cevaplama yüzdelerine ilişkin grafik Şekil 3'te gösterilmiştir.

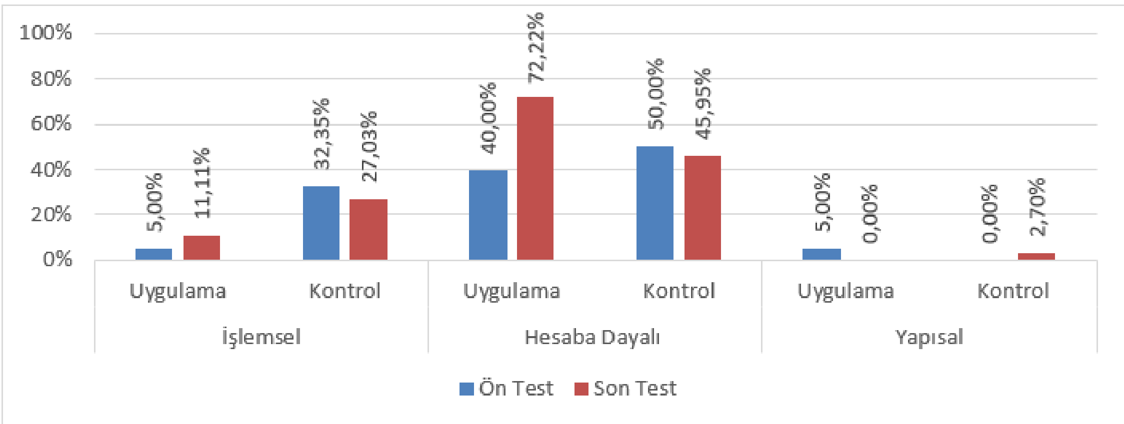


***Şekil 3**. Öğrencilerinin Doğru/Yanlış Sorusunu Doğru Cevaplama Yüzdeleri*

Not. 2a maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte her iki grupta %0 iken, son testte kontrol grubunda %2,7 ve uygulama grubunda %0'dır. 2b maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %2,94 ve uygulama grubunda %0 iken, son testte kontrol grubunda %2,7 ve uygulama grubunda %0'dır. 2c maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %8,82 ve uygulama grubunda %10 iken, son testte kontrol grubunda %2,7 ve uygulama grubunda %0'dır.

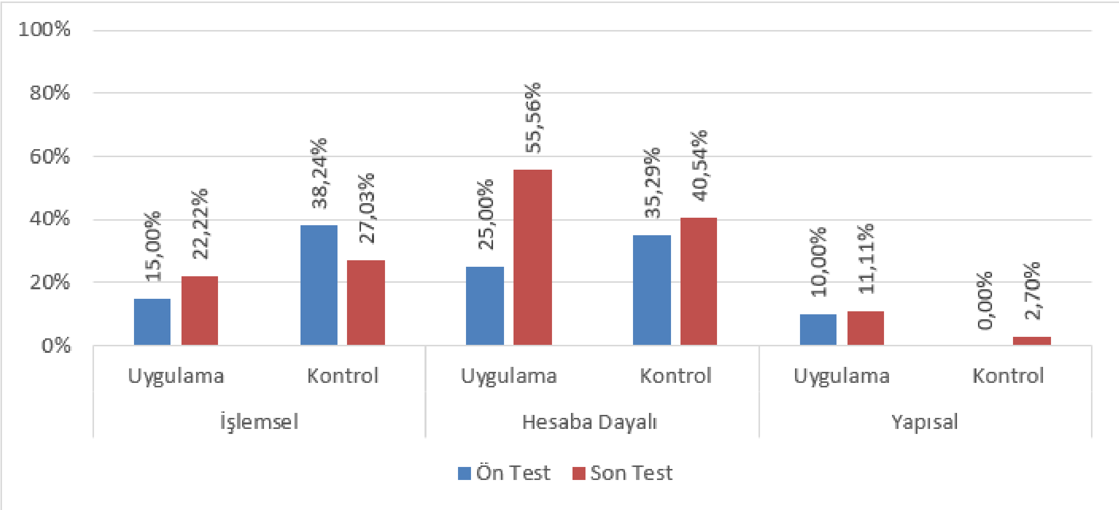
Şekil 3'te görüldüğü gibi 2a maddesinde kontrol grubu öğrencilerinde her iki testte de yaklaşık aynı doğruluk yüzdesi (ön test yaklaşık %62, son test yaklaşık %59) kaydedilirken, uygulama grubu öğrencilerinde ön testte %65 olan doğruluk yüzdesi son testte yaklaşık %89'a yükselmiştir. Benzer durum sorunun 2c maddesinde de gözlemlenmiştir. Sorunun 2c maddesinde kontrol grubu doğru cevaplama yüzdeleri ön testte %50, son testte yaklaşık %54 olarak kaydedilmiştir. Uygulama grubunda ise ön testte %50 olan doğruluk oranı, son testte yaklaşık %89'dur. Sorunun 2b maddesinde ise uygulama grubunda daha fazla olmak üzere her iki grubun da doğruluk yüzdesinde son testte artış gözlemlenmiştir. Kontrol grubunda yaklaşık %44'ten %59'a, uygulama grubunda ise %45'ten yaklaşık %72'ye artış saptanmıştır.

Üçüncü sınıf uygulama ve kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son testlerde, Doğru/Yanlış sorusu maddelerini cevaplarken kullandığı stratejiler sırayla sunulacaktır.



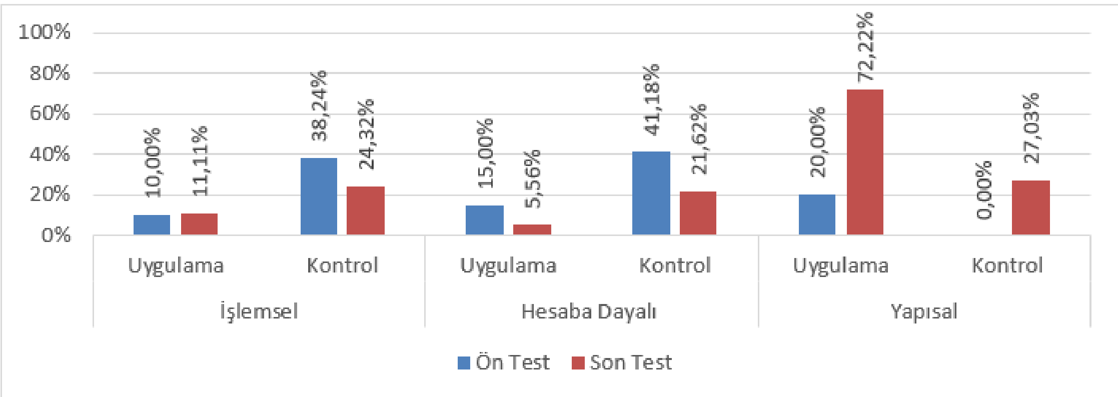
***Şekil 4.** Öğrencilerin 2a Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Sorunun a maddesinde, kontrol grubu öğrencilerinin hesaba dayalı strateji kullanma yüzdeleri yaklaşık olarak aynı düzeydeyken (ön testte %50, son testte yaklaşık %46) uygulama grubunda %40'tan yaklaşık %72'ye yükselmiştir (bakınız Şekil 4). Şekil 5'te sunulduğu gibi benzer bir bulgu sorunun b maddesinde de gözlemlenmiştir. Son testte uygulama grubu öğrencilerinde, 57 + 22 = 58 + 21 eşitliğinin doğruluğunu eşitliğin her iki tarafındaki işlemleri yapıp aynı değerleri bularak kontrol eden öğrenci yüzdesi (hesaba dayalı stratejiyi kullanma), ön teste göre yaklaşık %31 artmıştır.



Şekil 5. *Öğrencilerin 2b Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Sorunun c maddesinde kullanılan stratejilerin yüzdesi ise Şekil 6'da yer almaktadır. Sorunun diğer maddelerinden farklı olarak c maddesinde, işlemsel algıdan ilişkisel algıya geçişe yönelik bir bulgu olarak, yapısal strateji kullanma yüzdesinde artış gözlemlenmiştir. Son testte her iki grupta da yapısal strateji kullanımında artış olsa da uygulama grubunda daha fazla olarak kaydedilmiştir. Kontrol grubu ön testinde gözlemlenmeyen yapısal strateji kullanma yüzdesi son testte yaklaşık %27'dir. Uygulama grubunda ise bu stratejinin kullanım oranı ön testte %20 iken son testte yaklaşık %72 olarak bulunmuştur.



Şekil 6. *Öğrencilerin 2c Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Denklem Çözme Sorusu

Cebir testinin eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler alanındaki bir diğer sorusu da denklem çözme sorusudur. Soru ve kullanılan strateji kodları Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6.

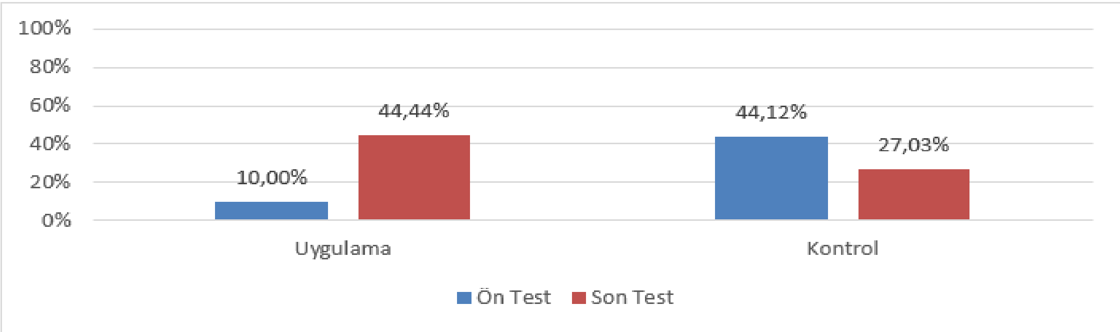
Denklem Çözme Sorusu ve Strateji Kodları

3. Aşağıdaki eşitlikte/denklemde yer alan n değerini bulunuz. Cevabınızı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.
$5 \times n + 2 = 42$

Strateji Kodu	Tanım	Örnek
Ters İşlem	Öğrenci denklemdeki sabit değerleri gözeterek ters işlem yapar, işlemlerin tersini kullanır.	*42 – 2 = 40, 40/5 =8*
Bir Değer Verme	Öğrenci, değişken yerine yalnızca bir değer vererek işlemleri sırası ile yapar.	5 × *8 + 2 = 42*

Not: Tablo Blanton ve diğerlerinden (2015, s. 57) uyarlanmıştır.

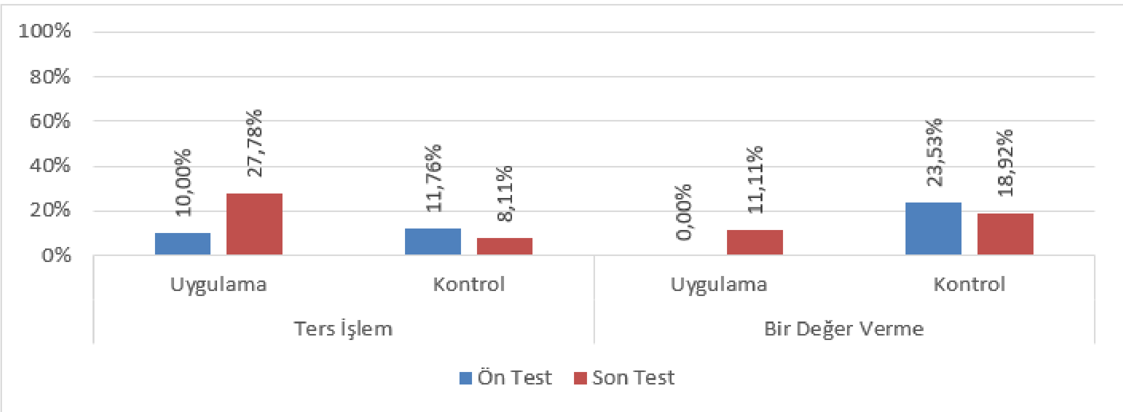
Üçüncü sınıf uygulama ve kontrol grupları öğrencilerinin erken cebir uygulaması öncesi ve sonrasında uygulanan cebir testinde Denklem sorusunu doğru cevaplama yüzdelerine ilişkin grafik Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 7. *Öğrencilerinin Denklem Çözme Sorusunu Doğru Cevaplama Yüzdeleri*

Not. Üçüncü soru için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %47,06 ve uygulama grubunda %65 iken, son testte kontrol grubunda %62,16 ve uygulama grubunda %44,44'tür.

Şekil 7'ye göre, ön testten son teste uygulama grubu öğrencilerinin performansı artarken kontrol grubu öğrencilerinin doğru cevap verme yüzdesinde düşüş gözlemlenmiştir. Uygulama grubu öğrencilerinin ön testte doğru cevap verme yüzdesi %10, son testte yaklaşık %44 olarak kaydedilmiştir. Kontrol grubunda ise ön testte yaklaşık yaklaşık %44 olan doğruluk yüzdesi, son testte yaklaşık %27 olarak bulunmuştur.



Şekil 8. *Öğrencilerinin Denklem Çözme Sorusunda Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Şekil 8'de görüldüğü üzere, uygulama grubu öğrencilerinin ters işlem stratejisi kullanma yüzdesi artmış (ön test %10; son test yaklaşık %28) ve son testte yaklaşık %11 oranında bir değer verme stratejisi kullanımı gözlemlenmiştir. Kontrol grubunda ise ön testten son testte her iki strateji yüzdesinde düşüş saptanmıştır. Yaklaşık %12 olan ters işlem stratejisi oranı yaklaşık %8'e, yaklaşık %24 olan bir değer verme stratejisi oranı ise yaklaşık %19'a düşmüştür.

Değişme Özelliği Sorusu

Cebir testinin bir diğer sorusu genelleştirilmiş aritmetik alanından seçilen bir sorudur. Bu soru ile öğrencilerin toplama işleminin değişme özelliğini fark edip etmediklerini ölçmek amaçlanmıştır. Soru maddeleri ve kullanılan strateji kodları Tablo 7'de sunulmuştur.

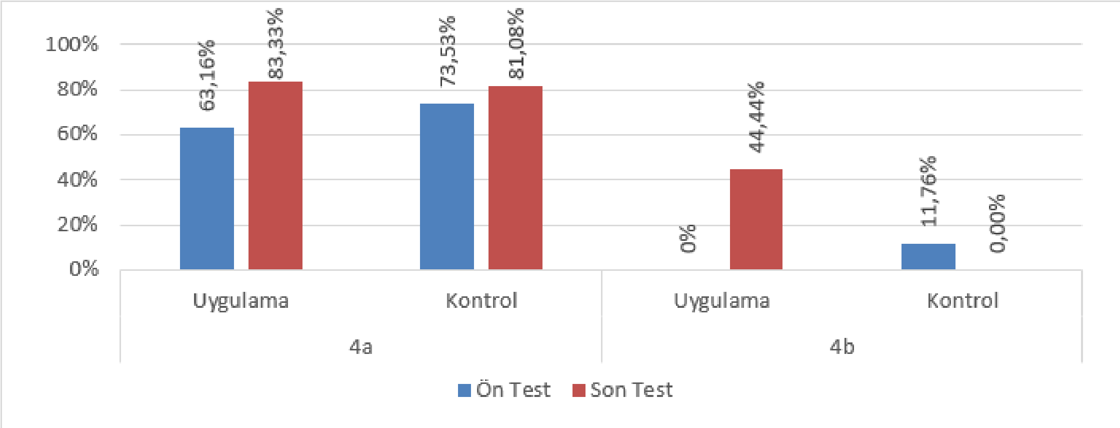
Tablo 7.

Değişme Özelliği Sorusu ve Strateji Kodları

Deniz'in öğretmeni ondan "23 + 15" sorusunu çözmesini ister, Deniz bu iki sayıyı toplayıp cevabı 38 olarak bulur. Daha sonra öğretmeni Deniz'den "15 + 23" sorusunun cevabını bulmasını ister. Bunun üzerine Deniz, cevabın yine 38 olduğunu, çünkü sayıların sadece yer değiştirdiğini söyler.		
4a. Sizce Deniz'in bu fikri herhangi iki sayı için doğru mudur? Neden?		
Strateji Kodu	**Tanım**	**Örnek**
Yapısal	Öğrenci, "değişme özelliği (toplama)" olarak adlandırır veya bu ilişkiyi sözcüklerle tanımlar.	23 + 15 ile aynı olduğunu biliyor çünkü o sadece sayıları ye değiştirdi.
Hesaba dayalı	Öğrenci, her toplamı ayrı ayrı hesaplar.	23 + 15 = 38 ve 15 + 23 = 38
4b. Değişkenleri (harfleri) kullanarak, herhangi iki sayıyı toplarken sayıların yerlerini değiştirmenin sonucu değiştirmeyeceğini gösteren bir denklem yazınız.		
Değişme Özelliği	Öğrenci, değişkenleri kullanarak bir veya birden fazla, özelliği belirten doğru denklem yazar.	a + b = b + a a + b = c ve b + a = c
Değişme Özelliği – Tamamlanmamış	Öğrenci, toplamanın değişme özelliğinin, değişkenler, sayılar veya sayı ve değişkenlerden oluşan bir kombinasyonla nasıl temsil edileceğine dair bir anlayış gösterir, ancak son gösterim a + b = b + a'ya eş değildir.	m + c ve c + m 4 + 3 = 3 + 4

Not: Tablo Blanton ve diğerlerinden (2015, s. 64) uyarlanmıştır.

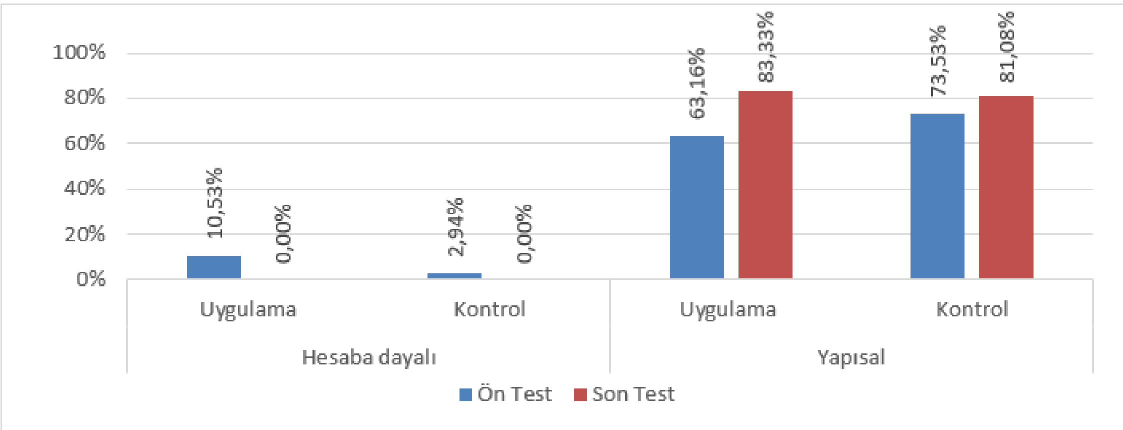
Üçüncü sınıf uygulama ve kontrol grupları öğrencilerinin erken cebir uygulaması öncesi ve sonrasında uygulanan cebir testinde Değişme Özelliği sorusunu doğru cevaplama yüzdelerine ilişkin grafik Şekil 9'da gösterilmiştir.



Şekil 9. *Öğrencilerinin Değişme Özelliği Sorusunu Doğru Cevaplama Yüzdeleri*

Not. 4a maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %11,76 ve uygulama grubunda %10,53 iken, son testte kontrol grubunda %8,11 ve uygulama grubunda %0'dır. 4b maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %26,47 ve uygulama grubunda %60 iken, son testte kontrol grubunda %29,73 ve uygulama grubunda %11,11'dir.

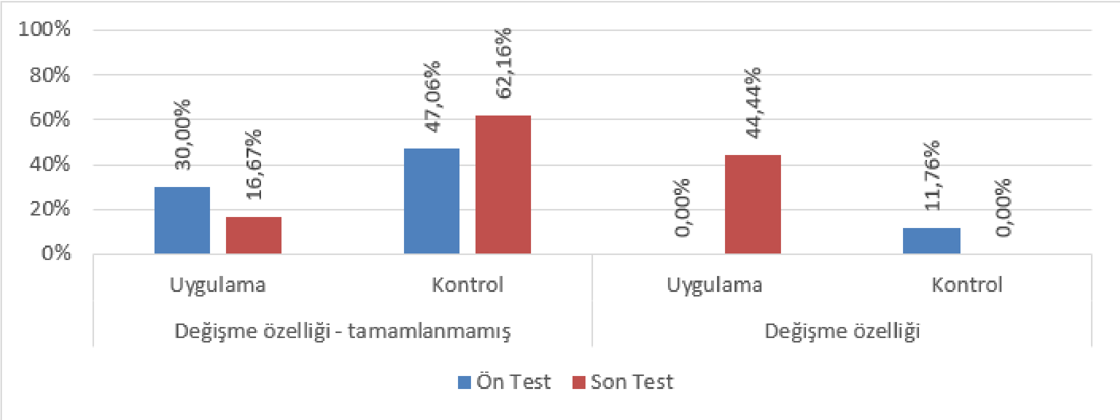
Şekil 9'da görüldüğü gibi Değişme Özelliği Problemi 4a maddesinde son testte her iki grupta bir artış olduğu görülmekte fakat bu artışın uygulama grubunda daha fazla olduğu görülmektedir. Uygulama grubu öğrencileri 4a maddesinde ön testte yaklaşık %63 oranında doğru cevap verirken, son testte bu oran yaklaşık %83 olmuştur. Kontrol grubunda ise bu oran ön testte yaklaşık %74 iken, son testte yaklaşık %81 olarak gözlemlenmiştir. Problemin 4b maddesinde ise kontrol grubu ön testinde öğrencilerinin yaklaşık %12'si doğru cevap verirken, son testte kontrol grubunda soruyu doğru cevaplayan öğrenci bulunmamaktadır. Uygulama grubunda ise ön testte 4b maddesini doğru cevaplayan öğrenci yer almazken, son testte uygulama grubu öğrencilerinin yaklaşık %44'ünün soruyu doğru bir şekilde cevapladıkları görülmektedir.



Şekil 10. *Öğrencilerin Değişme Özelliği Sorusunun 4a Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Şekil 10'a göre, yapısal strateji yüzdesi ön testte uygulama grubunda yaklaşık %63, kontrol grubunda ise yaklaşık %74 olarak bulunmuştur. Bu stratejinin son testteki yüzdesinde uygulama ve kontrol grubunda artış kaydedilmiştir (son testte uygulama grubu yaklaşık %83, kontrol grubu yaklaşık %81). Son testte hiçbir öğrencinin hesaba dayalı strateji kullanmadığı görülmektedir. Ön testte ise kontrol grubunda hesaba dayalı stratejiyi kullanan öğrenci yaklaşık %3 iken, uygulama grubunda yaklaşık %11 olarak bulunmuştur.

Problemin b maddesinde, değişkenleri (harfleri) kullanarak, herhangi iki sayıyı toplarken sayıların yerlerini değiştirmenin sonucu değiştirmeyeceğini gösteren bir denklem için öğrencilerin kullandıkları strateji yüzdeleri Şekil 11'de gösterilmektedir.



Şekil 11. *Öğrencilerin Değişme Özelliği Sorusunun 4b Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Değişme Özelliği sorusunun b maddesinde, değişme özelliği- tamamlanmamış stratejisini kullanan öğrenciler ön test kontrol grubunda yaklaşık %47 iken, uygulama grubunda %30 olarak bulunmuştur. Son test kontrol grubunda bu stratejiyi kullanan öğrenciler yaklaşık %62 iken, uygulama grubunda yaklaşık %17 olarak görülmektedir. Değişme özelliği stratejisini ön testte uygulama grubunda kullanan hiç öğrenci olmadığı, son testte uygulama grubunun yarısına yakınının (yaklaşık %44) değişme özelliğini denklemle ifade edebildiği görülmektedir. Kontrol grubunda ise bu stratejiyi son testte kullanan öğrenci olmazken ön testte bu oran yaklaşık %12 olarak bulunmuştur.

Doğum Günü Sorusu

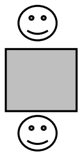
Cebir testinde fonksiyonel düşünmeyi ele alan Doğum Günü sorusu ile öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri genelleme ve temsil etme becerilerini ölçmek amaçlanmıştır. Problemin a maddesinde yalnızca doğruluk incelenirken, b, c1, c2 ve d maddelerinde strateji analizi de yapılmıştır. Sorunun maddeleri ve kullanılan strateji kodları Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 8.

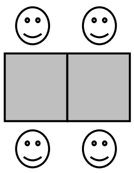
Doğum Günü Sorusu ve Strateji Kodları

5. Nehir doğum günü partisine arkadaşlarını davet ediyor. Kare şeklindeki masaların etrafında her arkadaşı için oturacak bir yerin olduğundan emin olmak istiyor.

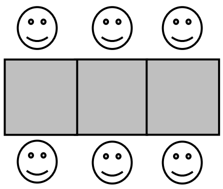
Aşağıdaki şekilde 2 kişi oturabiliyor:



İlk masaya bir masa daha eklerse 4 kişi oturabiliyor:



Eğer ikinci masaya bir masa daha eklerse, 6 kişi oturabiliyor



5a. Aşağıdaki tabloyu Nehir'in farklı sayıdaki masalara kaçar kişi oturabileceğini düşünerek doldurunuz.

Masa sayısı	Kişi Sayısı
1	2
2	4
3	
4	
5	
6	
7	

5b. Yukarıdaki tabloda herhangi bir örüntü görüyor musunuz? Açıklayınız.

Masa sayısı ile kişi sayısı arasındaki ilişkiyi inceleyiniz.

5c1. Bu ilişkiyi tanımlayan kuralı sözcüklerle yazınız.

5c2. Bu ilişkiyi tanımlayan kuralı değişkenlerle (harflerle) yazınız.

Tablo 8. (devamı)

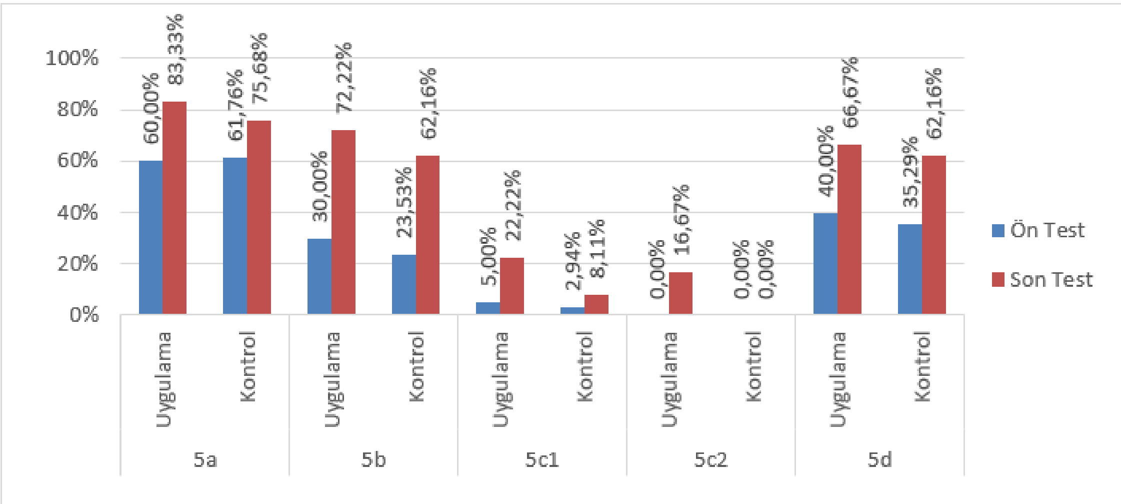
Strateji Kodu		Tanım	Örnek
Varyasyonel Düşünme	**Yinelemeli Örüntü - Özel**	Öğrenci yinelemeli örüntüyü yalnızca belirli sayılarla tanımlar. Örüntüde masa, kişi veya her ikisi de tanımlanabilir.	Kişi sayısı 2,4,6,8… şeklinde devam ediyor
	Yinelemeli Örüntü - Genel	Öğrenci doğru bir yinelemeli örüntü tanımlar. Örüntüde masa, kişi veya her ikisinde de tanımlanabilir.	Kişi sayısı ikişer ikişer gidiyor.
Kovaryasyonel Düşünme		Öğrenci doğru bir kovaryasyonel ilişki tanımlar. İki değişkenin (masa sayısı ve kişi sayısı) ayrı olarak belirtilmek yerine ilişkilendirilmesi gerekir.	Masa sayısı birer arttıkça kişi sayısı ikişer artar.
Bire Bir Eşleyerek Düşünme	**Tek Örnek**	Öğrenci, fonksiyon kuralının bir örneği olan ancak genellikle iki değişkeni ilişkilendirmeyen sayılar ve/veya bilinmeyenler içeren tek bir ifade veya denklem yazar.	2×2=4
	Fonksiyonel – Özel	Öğrenci, belirli sayıları kullanarak fonksiyonel bir ilişki tanımlar, ancak değişkenlerle ilgili genel bir açıklama yapmaz. (Birden fazla örnek sunması gerekir)	1×2=2, 2×2=4, 3×2=6, … 1+1=2, 2+2=4, 3+3=6
	Fonksiyonel – Temel	Öğrenci, iki değişken arasındaki genel ilişkiyi tanımlar, ancak değişkenler arasındaki dönüşümü tanımlamaz.	Masaların iki katı kadar insan var × 2
	Gelişmekte olan Fonksiyonel		
	Kelimelerle	Öğrenci, eksik bir fonksiyon kuralı tanımlar. Genellikle bir değişkendeki dönüşümü tanımlar, ancak onu diğeriyle açıkça ilişkilendirmez.	Masa sayısının iki katıdır masa sayısı × 2
	Değişkenlerle	Öğrenci, değişkenleri kullanarak eksik bir fonksiyon kuralı tanımlar. Genellikle bir değişkendeki dönüşümü tanımlar, ancak bunu açıkça diğeriyle ilişkilendirmez.	$2 \times m$ $m + m$

Tablo 8. (devamı)

Strateji Kodu			Tanım	Örnek
Bire Bir Eşleyerek Düşünme	**Gelişmiş Fonksiyonel**			
		Kelimelerle	Öğrenci, iki değişken arasında genel bir ilişki tanımlayan ve birbirleri arasındaki dönüşümü içeren bir fonksiyon kuralını kelimelerle ifade eder.	Masa sayısının iki katı kişi sayısına eşittir
		Değişkenlerle	Öğrenci, iki değişken arasında genel bir ilişki tanımlayan ve birbirleri arasındaki dönüşümü içeren bir fonksiyon kuralını değişkenlerle ifade eder.	$m \times 2 = k$ $m + m = k$
5d. Nehir 100 masayı yan yana koyarsa kaç kişi oturabilir? Cevabınızı nasıl bulduğunuzu gösteriniz.				
Fonksiyon Kuralı			Öğrenci, çözümü bulmak için fonksiyon kuralını kullanır.	100 × 2 = 200 100 + 100 = 200

Not: Stratejiler, Stephens ve diğerlerinden (2017, s. 153) uyarlanmıştır.

3. sınıf uygulama ve kontrol grupları öğrencilerinin erken cebir uygulaması öncesi ve sonrasında uygulanan cebir testinde Doğum Günü sorusu maddelerini doğru cevaplama yüzdelerine ilişkin grafik Şekil 12'de gösterilmiştir.

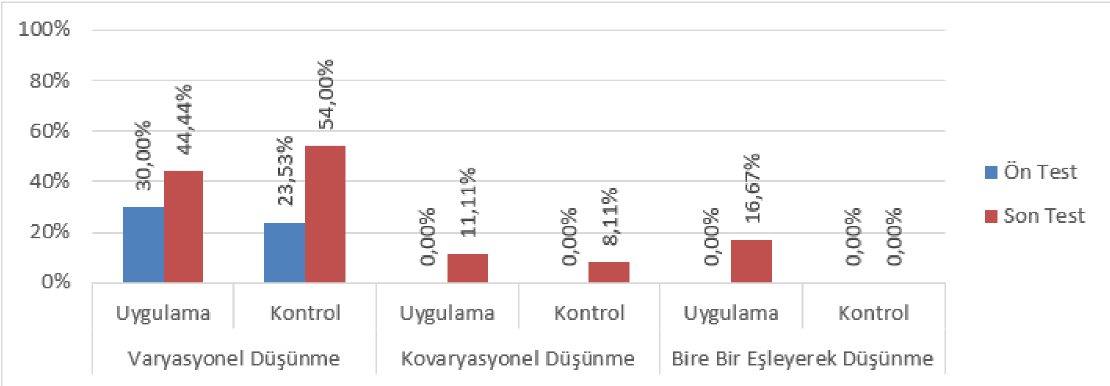


***Şekil 12.** Öğrencilerinin Doğum Günü Sorusunu Doğru Cevaplama Yüzdeleri*

Not. 5a maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %14,71 ve uygulama grubunda %10 iken, son testte kontrol grubunda %13,51 ve uygulama grubunda %0'dır. 5b maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %47,06 ve uygulama grubunda %25 iken, son testte kontrol grubunda %18,92 ve uygulama grubunda %11,11'dir. 5c1 maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %64,71 ve uygulama grubunda %50 iken, son testte kontrol grubunda %37,84 ve uygulama grubunda %22,22'dir. 5c2 maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %82,35 ve uygulama grubunda %65 iken, son testte kontrol grubunda %70,27 ve uygulama grubunda %38,89'dur. 5d maddesi için cevap vermeme yüzdesi ön testte kontrol grubunda %32,35 ve uygulama grubunda %25 iken, son testte kontrol grubunda %24,32 ve uygulama grubunda %27,78'dir.

Şekil 12'ye göre, her iki grupta da son testlerde doğru cevapların yüzdesi artmıştır (5c2 hariç, kontrol grubunda ön ve son test %0). Her maddede uygulama grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerine kıyasla son testte daha yüksek başarı sergilemişlerdir. Stratejiler incelendiğinde uygulama grubundaki öğrencilerin son testte fonksiyonel ilişkileri genelleme ve temsil etmede daha ileri düzeyde stratejiler kullandıkları gözlemlenmiştir.

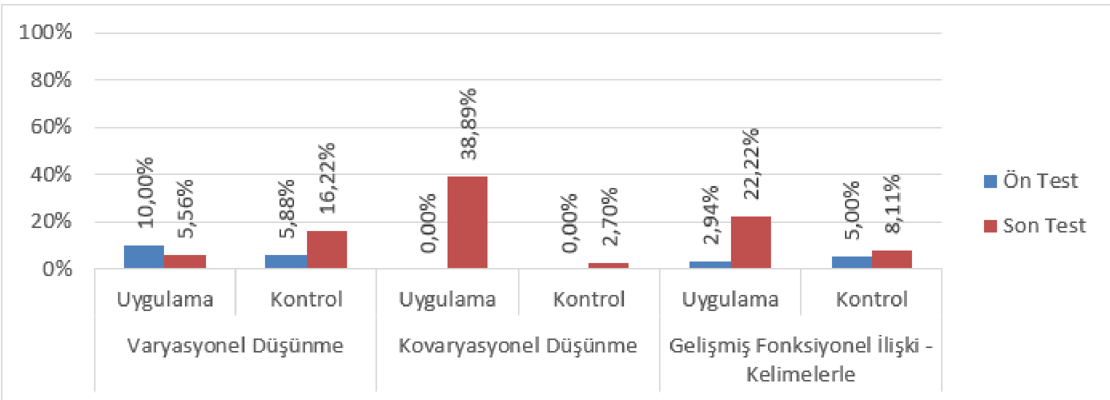
Sorunun 5b maddesinde öğrencilerden 5a maddesindeki tabloda gördükleri örüntüleri açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin, varyasyonel düşünme, kovaryasyonel düşünme ya da bire bir eşleyerek düşünme stratejilerinden herhangi birini kullandıkları cevaplar doğru kabul edilmiştir. Ön test ve son testte 5b maddesini doğru cevaplayan 3. sınıf öğrencilerinin kullandıkları stratejilerin yüzdeleri Şekil 13'te yer almaktadır.



Şekil 13. *Öğrencilerin Doğum Günü Sorusunun 5b Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Grafikte görüldüğü gibi hem uygulama hem de kontrol grubunda ön testte soruyu doğru cevaplayan öğrenciler sadece varyasyonel düşünme stratejisini kullanmışladır (örn., "kişi sayısı ikişer artıyor" ya da "masa sayısı birer birer artıyor") (kontrol grubu yaklaşık %24; uygulama grubu %30). Son testte ise kontrol grubu öğrencilerinde varyasyonel düşünme (%54) ile birlikte düşük oranda kovaryasyonel düşünme (yaklaşık %8) gözlemlenirken, uygulama grubu öğrencilerinde varyasyonel düşünme (yaklaşık %44) ve kovaryasyonel düşünme (yaklaşık %11) dışında yaklaşık %17 oranında bire bir eşleyerek düşünme stratejisi gözlemlenmiştir.

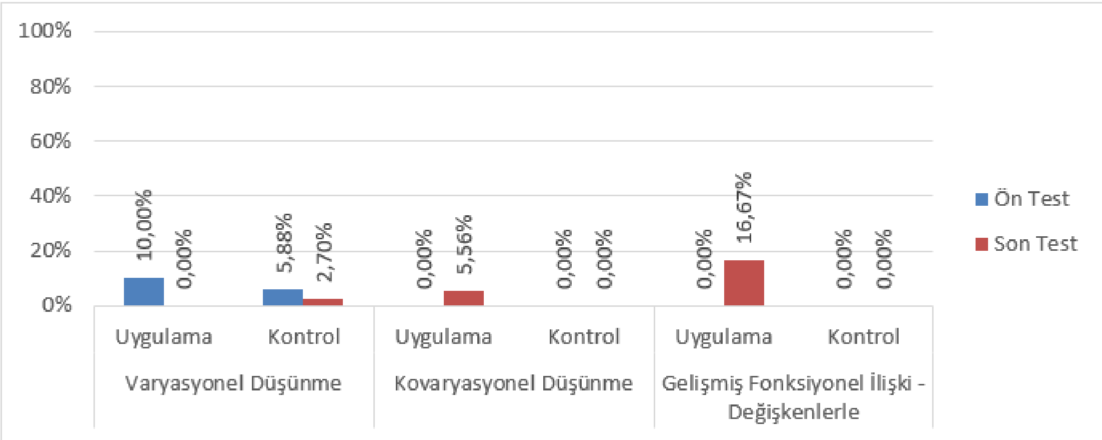
Gelişmiş fonksiyonel ilişki stratejisi kullanarak "kişi sayısı masa sayısının iki katıdır" şeklinde verilen cevapların doğru kabul edildiği 5c1 maddesindeki öğrenci cevaplarında gözlemlenen strateji yüzdelerine ilişkin grafik Şekil 14'te yer almaktadır.



Şekil 14. *Öğrencilerin Doğum Günü Sorusunun 5c1 Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Şekil 14'te görüldüğü üzere her iki grupta da masa sayısı ve kişi sayısı arasındaki ilişkiyi gelişmiş fonksiyonel ilişki stratejisi ile kelimelerle ifade edebilen öğrenci yüzdesi ön testte düşükken, son testte bu yüzde uygulama grubunda yaklaşık %22'ye yükselmiş, kontrol grubunda ise yaklaşık %8 olarak saptanmıştır. Bununla birlikte, doğru kabul edilen bir strateji olmamasına rağmen, her iki grupta da ön testte gözlemlenmeyen kovaryasyonel düşünme stratejisi oranı uygulama grubu son testinde yaklaşık %39 olarak kaydedilmiştir. Bu oran kontrol grubu son testinde yaklaşık %3'te kalmıştır.

Doğum günü sorusunun 5c2 maddesinde ise öğrencilerin masa sayısı ve kişi sayısı arasındaki ilişkiyi harf değişkenlerle ifade etmeleri istenmiştir. Kontrol grubu öğrencilerinde hem ön testte hem de son testte masa sayısı ve kişi sayısı arasında bir değişken kullanarak fonksiyon kuralı yazan öğrenci gözlemlenmemiştir. Buna karşılık, uygulama grubu ön testinde de sıfır olan yüzde son testte yaklaşık %17 olarak bulunmuştur (bakınız Şekil 15).



Şekil 15. *Öğrencilerin Doğum Günü Sorusunun 5c2 Maddesinde Kullandıkları Strateji Yüzdeleri*

Doğum günü sorusunun 5d maddesinde öğrencilere 100 masaya kaç kişinin oturabileceği sorulmuştur. Kontrol grubu öğrencilerinde fonksiyonel ilişki ile 200 cevabını veren öğrenci yüzdesi ön testte yaklaşık %24 iken son testte yaklaşık %51'e yükselmiştir. Uygulama grubunda ise bu yüzde ön testte %35'ten son testte yaklaşık %67'ye yükselmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

3. sınıf uygulama ve kontrol grubuna yönelik istatiksel sonuçlar grupların ön test puanlarında anlamlı bir fark yokken son test puanlarının anlamlı olarak farklı olduğunu göstermiştir. Bu sonuçlar, Blanton ve diğerlerinin (2015) 3. sınıflarla yaptıkları çalışmada buldukları sonuçlara paralel bulunmuştur. Verilen erken cebir uygulaması uygulama grubunda olan 3. sınıf öğrencileri için anlamlı bir fark yaratmıştır.

İstatiksel sonuçların yanı sıra 3. sınıf uygulama ve kontrol gruplarının ön ve son testte kullandıkları stratejiler detaylı olarak analiz edilmiştir. Sonuçlar, uygulama grubu öğrencilerinin son testte ön teste göre cebirsel stratejileri daha çok sergilediklerini göstermiştir. Çalışmanın temel aldığı çerçeveye göre belirtilen üç alanda (eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler, genelleştirilmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme) bu sonuçlar tartışılacaktır.

Eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler alanındaki 1. soruda (7 + 3 = ___ + 4), ön testte yaklaşık %60 uygulama ve kontrol grubu öğrencilerinin eşit işaretine yönelik "işlemsel" algıya sahip oldukları bulunurken, son testte kontrol grubunda bu oran hemen hemen aynı kalırken, uygulama grubunda yaklaşık %30'a düşmüştür. 2. soruda (doğru/yanlış eşitlik soruları), uygulama grubu öğrencileri son testte her maddede kontrol grubundan daha iyi bir performans sergilemişlerdir. Bu soruda özellikle c maddesinde (39 + 121 = 121 + 39) öğrencilerin %72'sinin yapısal stratejiyi kullandığı, yani 39 + 121 = 121 + 39'un doğru olduğunu sayıları toplamadan denklemin her iki yanındaki sayıların aynı olmasından yola çıkarak ifade ettikleri görülmüştür. Stephens ve diğerleri (2013) çalışmalarında benzer bir sonuç bularak bu türde denklemlerin öğrencileri yapısal düşünmeye yönlendirebileceğini göstermişlerdir.

Gerek yurt dışında (örn. Carpenter vd., 2003; Matthews vd., 2012; Stephens vd., 2013) gerek Türkiye'de yapılan çalışmalar (örn. Baran Bulut vd., 2018; Yaman et al., 2003) öğrencilerin eşit işaretine yönelik sahip olduğu kavram yanılgısını ("işlemsel" algıyı) destekler niteliktedir. Bu çalışmada erken cebir uygulamasına dâhil olan öğrencilerin son testte ilişkisel algıyla ilişkili olan hesaplamaya dayalı ve yapısal stratejileri daha çok kullandıklarını görebilmekteyiz. Knuth ve diğerleri (2006) ortaokul öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin eşit işaretini algılama ile denklem çözme başarıları arasında anlamlı bir ilişki bulmuşlardır.

Denklem çözme sorusunda, ($5\times n + 2 = 42$), ön testte uygulama grubunun %10'u bu soruyu doğru cevaplarken son testte bu oran %44'e çıkmıştır. Kontrol grubunda ise ön testte %44 doğru cevaplarken son testte bu oran %27'ye düşmüştür. Stratejiler incelendiğinde soruyu doğru cevaplayan öğrencilerin ön testte çoğunlukla bir değer vererek denklemi çözdükleri görülmüştür. Son testte ise özellikle uygulama grubu öğrencilerinin "ters işlem" stratejisini kullandıkları görülmüştür. Bu strateji cebirsel düşünme ile yakından ilişkilidir (Carraher & Schliemann, 2007).

Genelleştirilmiş aritmetik alanıyla ilgili ele alınan soru toplamada değişme özelliği sorusudur. Bu sorunun a maddesinde öğrencilerin verilen durum için gerekçe sunmaları; b maddesinde de değişme özelliğini denklemle ifade etmeleri istenmiştir. Değişme özelliği sorusunun a maddesinde ön testten son teste uygulama grubu öğrencileri yapısal strateji kullanımlarını %20 atışla %83'e çıkarmışlardır; kontrol grubu da %7 artışla %81'e çıkarmışlardır. Bu sonuçlar göstermektedir ki uygulama grubunda daha büyük bir artış olmakla birlikte 3. sınıf öğrencileri bu özelliğin her zaman doğru olduğunu hesaba dayalı örneklerden çok değişme özelliğine atıf yaparak ya da bu ilişkiyi sözcüklerle yazarak gerekçelendirebilmişlerdir. Matematik programının 1. ve 3. sınıflarında yer alan kazanımlar toplamanın değişme özelliğine yöneliktir (M.1.1.2.3. ve M.3.1.2.2; MEB, 2018). Bu da her iki grubun da a maddesinde bu ilişkiyi yapısal olarak gerekçelendirmede neden zorlanmadıklarını açıklayabilir. Sorunun b maddesi sonuçları incelendiğinde, uygulama grubunda hiçbir öğrencinin ön testte değişme özelliğini denklemle ifade edemediği gözlemlenirken son testte yaklaşık %44'ü ifade edebilmiştir. Kontrol grubunun ise yaklaşık %10'u ön testte denklemle ifade edebilirken, son testte bunu yapan hiçbir öğrenci yoktur. Bu da göstermektedir ki verilen erken cebir uygulaması sonrasında öğrenciler harf değişkenleri genelleme yapabilmek için kullanabilmişlerdir. Bu çalışmanın sonucuna benzer bulgular, erken cebir uygulaması sonrasında öğrencilerin aritmetik özelliklerde harf değişkenleri genelleme yapabilmek için kullanabilmesi, başka çalışmalarda da gözlemlenmiştir (Örneğin, Úcles vd. [2022, okul öncesi ve 1. sınıflar], Blanton vd. [2015, 3. sınıflar]).

Son olarak fonksiyonel düşünmeyi ele alan Doğum Günü sorusunda öğrencilerin fonksiyonel ilişkileri genelleme ve temsil etme becerileri ele alınmıştır. Uygulama grubu öğrencilerinin yaklaşık %20'si son testte fonksiyon kuralını kelimelerle (c1) ve harf değişkenlerle (c2) ifade edebilmişlerdir. Kontrol grubunda ise kuralı harf değişkenlerle ifade eden bulunamazken kelimelerle ifade eden yaklaşık %8'dir. Önemli bir diğer sonuç ise fonksiyon kuralının kelimelerle istendiği c1 maddesinde ön testte hiç gözlemlenmemiş olmasına rağmen son testte uygulama grubunun yaklaşık %40'ının kovaryasyonel düşünme stratejisi sergilemiş olmasıdır; kontrol grubunda bu oran yaklaşık %3'tür. Kovaryasyonel düşünme matematiksel düşünmenin önemli bir parçasıdır (Thompson & Carlson, 2017).

Fonksiyonel düşünme, programdaki örüntülere yönelik kazanımlarla birlikte ele alınabilir (örn. M.1.2.3.1., M.2.1.1.6, M.3.1.1.7, M.5.1.1.3, M.7.2.1.3; MEB, 2018). Burada önemli olan tek değişkendeki değişime odaklanmak yerine, kovaryasyonel (birlikte değişim) ve bire bir eşleyerek düşünme gibi (correspondence) çeşitli fonksiyonel ilişkilere odaklanmaktır (Blanton & Kaput, 2004).

Bu sonuçlar alan yazında erken cebir uygulaması yapan diğer çalışmaları desteklemektedir (örn. Blanton vd., 2015, 2019). Sonuçlar, erken cebir uygulamasının öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirdiğini göstermektedir. Başka bir deyişle, 3. sınıf öğrencileri cebirsel stratejileri üç alanda kullanabilmişlerdir. Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında, erken cebir öğrenme alanının ilkokul matematik programında yer alması gerektiği düşünülmektedir. Ortaokulda cebirle ilgili yaşanabilecek zorlukları önlemek için öğrencilere uygun erken cebir deneyimleri sağlayabilmek önemlidir. Bu bağlamda erken cebir konusunda kapsamlı araştırmalar yapılması ve hizmet içi eğitimler verilerek öğretmenlerin bu yönde farkındalıklarının artırılması gerekmektedir. Özellikle sınıf öğretmenlerinin erken cebir öğretiminde büyük rolü vardır (Blanton & Kaput, 2003). Bu açıdan sınıf öğretmenleri özellikle alan ve pedagojik alan bilgisi açısından hizmet içi eğitimlerle desteklenmelidir.

Bu çalışmaya benzer erken cebir çalışmalarının 3. sınıf öncesi ve sonrası öğrencilerle de yapılması önerilmektedir. Ayrıca okul öncesi ve sınıf öğretmenleri ve adaylarına yönelik yapılacak araştırmalara ihtiyaç vardır. Erken cebir çalışmaları, erken cebirin farklı alanlarına (örneğin, eşitlik, cebirsel ifadeler, denklemler ve eşitsizlikler, genelleştirilmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme) yönelik olarak da tasarlanabilir. Aynı zamanda yapılacak boylamsal çalışmaların da erken cebir alanındaki araştırmalara önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Yazar Katkı Oranı

Makalenin tamamlanmasına 1. yazar %30 oranında, 2. yazar %30 oranında, 3. yazar %20 oranında ve 4. yazar %20 oranında katkı sunmuştur. Tüm yazarlar çalışmanın son halini gözden geçirip gerekli revize işlemlerini gerçekleştirmiştir.

Etik Beyan

"Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesinde' yer alan tüm kurallara uyulmuş ve yönergenin ikinci bölümünde yer alan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemlerden" hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Çatışma Beyanı

Yazarlar çalışma kapsamında herhangi bir kurum veya kişi ile çıkar çatışması bulunmadığını beyan etmektedirler.

References

Baran Bulut, D., Aygün, B., & İpek, A. S. (2018). Meaning of the primary and secondary school students towards equal sign. *Turkish Journal of Teacher Education*, *7*(1), 1–16.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2003). Developing elementary teachers' algebra eyes and ears. *Teaching Children Mathematics*, *10*(2), 70–77. https://doi.org/10.5951/TCM.10.2.0070

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2004). Elementary grade students' capacity for functional thinking. *Proceedings of The International Group for The Psychology of Mathematics Education, 28*(2), 135–142.

Blanton, M., Schifter, D., Inge, V., Lofgren, P., Willis, C., Davis, F., & Confrey, J. (2007). Early algebra. In V. J. Katz (Ed.), *Algebra: gateway to a technological future* (pp. 7–14). Mathematical Association of America.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Murphy Gardiner, A., Isler, I., & Kim, J. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*(1), 39–87. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.1.0039

Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L., & Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. In C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12-year-olds* (pp. 27–49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

Blanton, M., Isler-Baykal, I., Stroud, R., Stephens, A., Knuth, E., & Murphy Gardiner, A. (2019). Growth in children's understanding of generalizing and representing mathematical structure and relationships. *Educational Studies in Mathematics*, *102*, 193–219. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09894-7

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669–705). Information Age Publishing.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D., & Schwartz, J. (2008). Early algebra is not the same as algebra early. In J. Kaput, D. W. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades*. Erlbaum.

Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for mathematics*. http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. McGraw-Hill Humanities/Social Sciences/Languages.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139–151.

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(4), 297–312. https://doi.org/10.2307/30034852

Matthews, P., Rittle-Johnson, B., McEldoon, K., & Taylor, R. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education*, *43*(3), 316–350. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.3.0316

Ministry of National Education (MoNE) (2018). *Mathematics curriculum (Grades 1-8) [Matematik dersi (1, 2, 3 ,4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı]* Retrieved from http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329

O'Connor, C., & Joffe, H. (2020). Intercoder reliability in qualitative research: Debates and practical guidelines. *International Journal of Qualitative Methods*, *19*, 1–13. https://doi.org/10.1177/1609406919899220

Ramirez Uclés, R., Brizuela, B. M., & Blanton, M. (2022). Kindergarten and first-grade students' understandings and representations of arithmetic properties. *Early Childhood Education Journal*, *50*(2), 345–356. https://doi.org/10.1007/s10643-020-01123-8

Stephens, A. C., Ellis, A. B., Blanton, M., & Brizuela, B. M. (2017). Algebraic thinking in the elementary and middle grades. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 386–420). National Council of Teachers of Mathematics.

Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., & Murphy Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *19*(3), 143–166. https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636

Stephens, A. C., Knuth, E. J., Blanton, M. L., Isler, I., Gardiner, A., & Marum, T. (2013). Equation structure and the meaning of the equal sign: The impact of task selection in eliciting elementary students' understandings. *Journal of Mathematical Behavior*, *32*(2), 173–182. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.02.001

Stephens, A., Stroud, R., Strachota, S., Stylianou, D., Blanton, M., Knuth, E., & Gardiner, A. (2021). What early algebra knowledge persists 1 year after an elementary grades intervention? *Journal for Research in Mathematics Education*, *52*(3), 332–348. https://doi.org/10.5951/jresematheduc-2020-0304

Stephens, A., Veltri Torres, R. V., Sung, Y., Strachota, S., Gardiner, A. M., Blanton, M., Stroud, R. & Knuth, E. (2021). From "You have to have three numbers and a plus sign" to "It's the exact same thing": K–1 students learn to think relationally about equations. *The Journal of Mathematical Behavior*, *62*, 100871. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100871

Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421–456). National Council of Teachers of Mathematics.

Turgut, S., & Doğan Temur, Ö. (2017). Erken cebir öğretim etkinliklerinin ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına etkisi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *6*(1), 1-31.

Türkmen, H. & Tanışlı, D. (2019). Cebir öncesi: 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin fonksiyonel ilişkileri genelleme düzeyleri. *Journal of Qualitative Research Education,* *7*(1), 344–372. https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c1s.16m

Yaman, H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 142–151.