

# $\gamma$ Türbülans Geçiş Modelinin Kuvvet Katsayıları ve Geçiş Yer Tahmini Üzerindeki Etkisi

Hediye Atik

Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Atılım Üniversitesi, Ankara, Türkiye

hediye.atik@atilim.edu.tr, ORCID: 0000-0002-5858-9132

## ÖZET

Bu çalışmada,  $\gamma$  türbülans geçiş modelinin (çapraz akış etkisinin dahil edildiği ve edilmediği versiyonları kullanılarak) 6:1 uzatılmış küresel geometri üzerinde düzensiz çözüm ağı kullanılarak  $6.5 \times 10^6$  Reynolds sayısında ve  $5^\circ$  hücum açısında başarımlı değerlendirilmesi amaçlanmaktadır.  $\gamma$  türbülans geçiş modelinin performans değerlendirmesi halihazırda mevcut deneysel veri sonuçları kullanılarak yapılmış ve SST  $k-\omega$  türbülans modeli ve en popüler türbülans geçiş modeli olan  $\gamma - Re_\theta$  modeli sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Türbülans geçiş modelinin etkisi aksel kuvvet katsayısı, normal kuvvet katsayısı, yüzey basınç katsayısı ve yüzey sürtünme katsayısı kullanılarak gösterilmiştir. Aksel ve normal kuvvet katsayıları etrafındaki ayrıklaştırmadan kaynaklı belirsizlik bandı üç farklı çözüm ağıyla Grid Convergence Index (GCI) metodu kullanılarak elde edilmiştir.  $\gamma$  türbülans geçiş modeli, kuvvet katsayılarını akışın tamamıyla türbülanslı olması kabulüyle yapılan analizlere göre daha büyük GCI değerleriyle %58 daha az tahmin etmiştir. Söz konusu model yüzey basınç katsayılarında fazla değişiklik yaratmazken, yüzey sürtünme katsayılarında önemli farklılıklar görülmüştür. Akışın tümüyle türbülanslı olduğu kabulü ile yapılan analizlerde gövde üzerinde sürtünme katsayısında önemli değişiklikler görülmezken  $\gamma$  geçiş modeli, geometrinin üst yüzeyinde türbülans geçişine işaret eden önemli farklılıklar yakalamaktadır. Diğer yandan, deneysel sonuçların tersine, analizlerde geometrinin alt yüzeyinde türbülans geçişine dair hiçbir işaret görülmemektedir. Sonuç olarak,  $\gamma$  türbülans geçiş modeli türbülans geçiş bölgesi geometrisini tamamıyla doğru tahmin edememektedir. Bunun yanı sıra,  $\gamma$  türbülans geçiş modelinin,  $\gamma - Re_\theta$  türbülans geçiş modeline göre yüzey çözüm ağı büyüklüğüne daha hassas olduğu tespit edilmiştir. Bu geçiş modelinin bir diğer dezavantajı da çözümleme zamanıdır.  $\gamma$  türbülans geçiş modeli,  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeline göre daha basit olmasına rağmen, kuvvet katsayılarında daha yavaş iterasyon yakınsama oranına sahip olması sebebiyle hesaplaması yaklaşık 3.8 kat daha fazla zaman almıştır. Çapraz akış etkisinin  $\gamma$  türbülans geçiş modeline dahil edilmesi, geçiş bölge geometrisini, geometrinin üst tarafında genişletse de alt tarafında halen türbülans geçişini oluşturmamaktadır. Bunun yanı sıra modelde kullanılan çapraz akış eklentisi çözümleme zamanını fazla değiştirmemiştir.

**Anahtar kelimeler:** laminar türbülans geçişi,  $\gamma$  geçiş modeli, ayrıklaştırma belirsizliği, grid convergence index, 6: 1 uzatılmış küresel geometri.

**Makale geçmişi:** Geliş 16/06/2022 – Kabul 09/09/2022

<https://doi.org/10.54926/gdt.1131963>

# Effect of $\gamma$ Transition Model on Force Coefficients and Transition Location Estimations

Hediye Atik

Department of Aerospace Engineering, Faculty of Engineering, Atılım University, Ankara, Türkiye

hediye.atik@atilim.edu.tr, ORCID: 0000-0002-5858-9132

## ABSTRACT

This study aims to evaluate the performance of  $\gamma$  transition model (versions with and without crossflow instability extension) using unstructured mesh on 6:1 prolate spheroid at  $6.5 \times 10^6$  Reynolds number and  $5^\circ$  angle of attack. The performance of  $\gamma$  transition model is evaluated by an available experimental study and compared with the results of SST  $k-\omega$  turbulence model, and  $\gamma - Re_\theta$  transition model, which is the most popular transition model. The effect of transition model is shown with axial force, normal force, surface pressure and surface friction coefficients. The grid convergence index (GCI) study is performed with three different mesh levels for axial and normal force coefficients to find out the discretization uncertainty band around them. The  $\gamma$  transition model estimates force coefficients, approximately 58% less than fully turbulent results with higher GCI values. While transition models do not much change the surface pressure coefficients, the significant differences are seen in the surface friction coefficients. While there are not seen any dramatic changes in surface friction coefficients with fully turbulent analyses, this model captures drastic changes in the surface friction coefficients at the top surface which are sign of the transition locations. On the other hand, there is no sign of any transition phenomenon at the spheroid bottom, contrary to the observations of experimental measurements. Therefore, the  $\gamma$  transition model is not able to estimate the complete transition front geometry correctly. In addition,  $\gamma$  transition model is more sensitive to the surface mesh size with respect to  $\gamma - Re_\theta$  transition model. The solution time is another disadvantage of  $\gamma$  transition model. Even though the model has more simpler than the  $\gamma - Re_\theta$  transition model, the computation time took 3.8 times more, since the iteration convergence rate of force coefficients is slower than the convergence rate of  $\gamma - Re_\theta$  transition model solution. Eventhough including the crossflow extension into  $\gamma$  transition model enlarges the transition region on the top of the geometry, it does not still create transition at the bottom. In addition, crossflow extension does not change the solution time.

**Keywords:** laminar turbulent transition,  $\gamma$  transition model, discretization uncertainty error, grid convergence index, 6:1 prolate spheroid.

**Article history:** Received 16/06/2022 – Accepted 09/09/2022

## 1. Giriş

Türbülanslı akışa geçiş ve laminar akış kararsızlıkları akışkanlar mekaniği alanında çalışılan zorlu problemler arasında bulunmaktadır. Laminar akıştan türbülanslı akışa geçiş, sınır tabaka içerisinde önemli değişiklikler yaratmakta ve bu değişiklikler sürüklenme kuvveti katsayısı gibi aerodinamik ve hidrodinamik parametreleri etkileyerek zamana bağlı değişimlere sebep olmaktadır. Türbülanslı akışa geçişin önemli olduğu birçok mühendislik uygulaması bulunmaktadır. Uzun menzil yolculuk yapan sivil hava araçlarının tasarımında sürüklenme katsayısındaki küçük bir azaltma bile aracın işletim maliyetinde önemli fark yaratmaktadır. Su araçlarının hidrodinamik tasarımlarında da durum benzerdir. Bu sebeple akış geçiş olayının modellenmesi ve hassas tahmini, hava ve su aracı aerodinamik performans tahmininde kritik öneme sahiptir. Sayısal analizlerle yapılan bu tahminler aynı zamanda deneysel metodlarla yapılan tahminleri de etkilemektedir. Büyük boyutlu hava ve su araçlarının testleri test altyapılarının boyutlarından kaynaklı tam ölçekli modelleri ile test edilememektedir. Bu sebeple, küçük ölçekli modellerin akış benzerliğinin oluşturulması ile hidro/aerodinamik katsayılar elde edilirler. Akış benzerliğinin elde edilmesinde araç üzerinde laminar akıştan türbülanslı akışa geçişin olduğu yerlerin tahmin edilmesi önemli olmaktadır. Akış benzerliği, test edilen geometri üzerine farklı yüzey pürüzlülüğü yaratacak geçiş bandları yerleştirilmesi ile akışın beklenen yerde türbülanslı akışa geçmesi ile zorlanmaktadır. Bu sebeple, geçiş bölgesinin tahminindeki belirsizlik eksenel kuvvet katsayısında önemli fark yaratabilecektir.

Laminar akıştan türbülanslı akışa geçiş oldukça karışık bir olaydır çünkü akışta bu olayı tetikleyen birçok bozucu etki bulunmaktadır (Schlichting ve Gersten, 2000; Sengupta, 2012). Türbülanslı akışa geçiş farklı uygulamalarda farklı mekanizmalarla gerçekleştiğinden bu geçiş tahmini oldukça güçtür. Sayısal olarak direkt sayısal simülasyon (İng. direct numerical simulation (DNS)) yöntemi hiçbir türbülans modeli kullanımını gerektirmedikinden bu olayın tahmininde kullanılması için akla gelen ilk yöntemdir. Büyük ölçekli türbülans yapılarının çözümlendiği fakat küçük ölçekli yapıların modellendiği büyük girdap simülasyon (İng. Large eddy simulation (LES)) yöntemi de bu olayın tahmininde kullanılacak metodlar arasındadır. Fakat bu metodta da DNS yönteminde olduğu gibi duvara yakın bölgelerde türbülans modeli kullanımı yerine akış direkt olarak çözülmektedir. Bu sebeple, DNS ve LES metodları birçok pratik problemler için yüksek hesaplama maliyeti sebebiyle kullanılamamaktadır (Wauters ve Degroote, 2018). Bu sebeple, karışık geometriler etrafındaki türbülanslı (veya türbülansa geçişin olduğu) akışlar için kullanılan en genel geçer matematiksel model halen türbülans modeli ile tamamlanmış Reynolds-ortalama Navier-Stokes (RANS) denklemleridir. RANS yönteminde akışın tümüyle türbülanslı olduğu varsayıldığından bu yöntem ile türbülans geçişinin olduğu Reynolds sayısı ve geçişin ne şekilde olduğu doğru bir şekilde tahmin edilememektedir. Eça ve Hoekstra (2008) RANS yöntemi ile düz plaka üzerindeki basit akışı farklı türbülans modeli ile çözümlenerek modeller arasındaki tahmin farklarını göstermiştir.

Açık kaynaklarda, RANS denklemleri ile birlikte kullanılan birçok geçiş modellerinin çalışıldığı görülmektedir. Bu yöntemlerin değerlendirildiği Pasquale vd. (2009), Boiko vd. (2015), ve Krumbein vd. (2015) tarafından yapılmış inceleme makaleleri bulunmaktadır. Kaynaklar incelendiğinde türbülanslı akışa geçiş tahmini için en çok kullanılan modelin Menter vd. (2006) ve Langtry ve Menter (2009) tarafından geliştirilmiş bölgesel korelasyon geçiş modeli (İng. local correlation transition method (LCTM)) olduğu görülmektedir. Bu makaleler içerisinde örnek olarak Grabe ve Krumbein (2013), Coder ve Maughmer (2014) makaleleri verilebilir.  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli olarak adlandırılan bu modelde türbülans aralıklılık,  $\gamma$  (ing. intermittency) ve türbülans geçiş başlangıç kriter korelasyonu için taşınım denklemleri çözülmektedir (Langtry ve Menter, 2009). Bu model, sınır tabaka ayrılmasından, basınç değişiminden ve serbest akış türbülans yoğunluğundan kaynaklı türbülans geçiş olayının

benzetimlerinde kullanılmak üzere yaygın olarak kullanılan iki-denklemlilik Shear-Stress Transport (SST)  $k - \omega$  modeli (Menter, 1994) ile birleştirilmiştir.  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli birçok araştırma ve ticari hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) (İng. computational fluid dynamics (CFD)) yazılımlarına entegre edilerek farklı sınaama durumları ile başarımlı incelenmiştir. Maritime Research Netherlands (MARIN) ve dünya genelinde bulunan birçok farklı organizasyon tarafından doğrulanmış olan REFRESCO (Vaz vd., 2009) yazılımı bu yazılımlar arasındadır. Lopes vd. (2021) üç farklı sınaama modeli ile  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli taşımlım denklemleri üzerinde ayırıklaştırma şeması etkilerini incelemişlerdir. Bu çalışma, geçiş modelinin türbülans modeli ile birlikte kullanıldığında türbülans kinetik enerji ( $k$ ) ve özgün yayılım oranı ( $\omega$ ) için birinci dereceden ayırıklaştırma şemasının kullanılmasının sayısal doğrulukta önemli etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Alman Havacılık Merkezi (DLR) tarafından geliştirilen TAU yazılımı da geçiş tahmini yapabilme kabiliyetine sahiptir ve geçiş tahmini için yazılıma farklı metodlar entegre edilmiştir. Seyfert (2011) ve Seyfert ve Krumbein (2012, 2013), orjinal  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelini diğer geçiş metodları ile karşılaştırmasını farklı geometri konfigürasyonları ile göstermiştir. Atik (2022),  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelini 6:1 uzatılmış küremsi sınaama geometrisi kullanarak  $6.5 \times 10^6$  Reynolds sayısında yüzey çözüm ağından kaynaklı çözümlene sonuçlarındaki ayırıklaştırma belirsizlik tahminlerini gerçekleştirerek, modelin türbülans geçiş başarımlını deneysel veri ile karşılaştırmıştır. Çalışmada geometri üzerinde tespit edilen türbülans geçiş bölge geometrisinin deneysel sonuçlarla farklılık gösterdiği, özellikle basınç tarafında türbülans geçişinin yakalanmadığı görülmüştür.

Açık kaynaklarda bulunan bulunan çalışmalar incelendiğinde LCTM konseptinin endüstriyel HAD simülasyonlarında türbülans geçişinin dahil edilmesinde kullanılacak en esnek yöntem olduğu değerlendirilmektedir (Menter vd., 2015). Birçok farklı çalışma grupları,  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelini değiştirerek modelin kapsamını genişletmiştir (Seyfert ve Krumbein, 2012, Dassler vd. 2012). Coder ve Maughmer (2012), sınır tabaka içerisindeki basınç değişim etkisini dahil etmek amacıyla yeni bir parametre tanımlamıştır. Bu tanımlamayla modelde önemli sadeleştirmeler gerçekleştirmek mümkün olmuştur. Fakat türbülans yoğunluğunun etkisi otomatik olarak dahil edilemediği için model kullanımı sadece dış akış ve özellikle de sabit dış akış türbülans seviyesinin olduğu durumlara sınırlanmıştır. Menter vd. (2015),  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin sadeleştirilmiş versiyonu üzerinde çalışmışlardır. Bu çalışmanın amacı, geçiş modelindeki formülasyon sayısını tek denkleme düşürmek, orjinal  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelini sadeleştirmek, özel uygulama alanları için ayarlanabilir anlamlı katsayılar kullanmak ve  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin koordinat eksenine göre hareket etmeyen sabit duvar isterini ortadan kaldırmaktır. Bu yeni model, türbülans aralıklılık,  $\gamma$ , parametresi için taşımlım denklemini kullandığı için  $\gamma$  geçiş modeli olarak adlandırılmaktadır. Bu modelde de türbülans geçiş başlangıç kriteri kullanılmakla birlikte bu parametre cebirsel olarak hesaplanmaktadır.  $\gamma$  geçiş modeli SST  $k - \omega$  modeli ile birleştirilmiştir. Menter vd. (2015) çalışmasında, model formülasyonu, modelin kalibrasyonu ve validasyonu için kullanılan farklı akış durumlarındaki düz plaka akış çözümlene sonuçları sunulmuştur. NACA 0021 kesiti, Pratt&Whitney Pak-B düşük basınç türbin dizisi, T106 pal dizini gibi 2-boyutlu geometriler ile 3-boyutlu yüksek hızlı aksenal kompresör geometrileri de sınaama modeli olarak kullanılmıştır. Sınaama modeli ile yapılan sonuçlarda deneysel elde edilen basınç katsayıları kullanılmış, mevcut deneysel verilerle uyumlu sonuçlar elde edildiği raporlanmıştır. Fakat bu çalışmada modelin türbülans geçiş yer tahmin başarımlı deneysel veri ile karşılaştırılarak gösterilmemiştir.

### 1.1. Çalışmanın amacı

Bu çalışmanın amacı, en yaygın kullanılan  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin sadeleştirilmesiyle elde edilerek daha avantajlı olduğu belirtilen  $\gamma$  geçiş modelinin SST  $k - \omega$  modeli ile birlikte kullanarak su ve hava araçları için türbülans geçiş olayı simülasyonlarındaki başarımlının değerlendirilmesidir. Bu

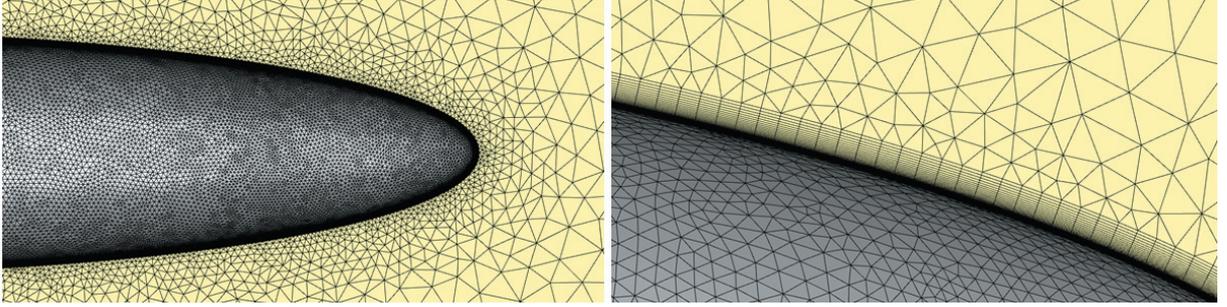
değerlendirme esnasında Atik (2022) çalışmasında kullanılan 6:1 uzatılmış küremsi (İng. spheroid) geometri kullanılmıştır. Bu geometri farklı akış olaylarının çalışılmasında yaygın olarak kullanılan oldukça basit bir geometri olmasının yanı sıra, su ve hava araçlarının gövdesini temsilen kullanılan bir geometridir. Meier vd. (1980), 6:1 küremsi geometri ile türbülans geçişini farklı akış koşullarında düşük hızlı rüzgar tüneline test etmiştir. Bu çalışmada,  $6.5 \times 10^6$  Reynolds sayısında  $5^\circ$  hücum açısında yapılan deneysel sonuçlar kullanılmıştır. Sayısal analizler ile karşılaştırmada kullanılan bu testlerle ilgili ayrıntılı bilgi Bölüm 2.3’de verilmiştir.  $\gamma$  geçiş modelinin avantajları arasında denklem sayısının azaltılarak sadeleştirilmesi belirtildiğinden modelin deneysel veri ile karşılaştırılmasının yanı sıra her iki modelin sonuçları çözümü süreleri açısından da değerlendirilmiştir.  $\gamma$  geçiş modelinin hidro/aerodinamik katsayılar üzerindeki etkisinin gösterilmesi amacıyla akışın tümüyle türbülanslı kabul edildiği ve  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli kullanılarak yapılan analizler (Atik, 2022) ile karşılaştırılması da gerçekleştirilmiştir.

Türbülans geçiş modellerinin kullanımı rutin HAD analizlerine göre daha küçük boyutta çözüm ağına ihtiyaç duymaktadır. Tüm HAD uygulamalarında olduğu gibi sayısal analizlerde belirsizlik analizlerinin yapılması hidro/aerodinamik katsayılardaki belirsizliklerin belirlenmesinde büyük öneme sahiptir. Bu çalışmada model başarımlarının deneysel veri ile karşılaştırılması öncesinde çözüm ağı kaynaklı ayrıklaştırma belirsizliklerinin bulunması amaçlanmıştır. Her iki geçiş modeli için yüzey çözüm ağı etkisinin hidro/aerodinamik katsayılara olan etkisi gösterilmiştir. Ayrıklaştırmadan kaynaklı belirsizlik oranları Grid Convergence Index (GCI) metodu kullanılarak bulunmuştur (Celik v.d., 2008).

## 2. Yöntem

Çalışmada çözüm ağı boyutlarından kaynaklı belirsizliklerin ortaya konulması amacıyla ASME Fluids Engineering Division (Celik v.d., 2008) tarafından önerilen Richardson Extrapolation yöntemine dayalı GCI metodu uygulanmıştır. Bu yöntemde üç farklı eleman sayısına sahip çözüm ağı kullanılması tavsiye edilmiştir. Çözüm ağından kaynaklı farkların anlamlı olarak ortaya konulabilmesi için küçültme oranlarının 1.3 oranından küçük olmaması tavsiye edilmektedir. Çalışmada kullanılan üç çözüm ağının tavsiye edilen küçültme oranından az olmamasına dikkat edilmiştir.

Mühendislik uygulamalarında çoğunlukla karışık geometrilerin kullanılması ve bu sebeple düzensiz çözüm ağlarının tercih edilmesi sebebiyle bu çalışmada düzensiz çözüm ağı kullanılmıştır. Geometri üzerinde üçgen elemanlar kullanılarak üç farklı çözüm ağı, farklı yüzey eleman büyüklükleri ile elde edilmiştir. İlk çözüm ağında (düzey-1) en küçük yüzey eleman büyüklüğü 3 mm olarak kullanılmıştır. Bu büyüklük geometrinin ekseni boyunca yaklaşık olarak 600 elemana karşılık gelmektedir. İkinci çözüm ağında (düzey-2) yüzey eleman büyüklüğü iki kat arttırılmış, benzer şekilde üçüncü çözüm ağı (düzey-3) için eleman büyüklüğü tekrar iki kat arttırılmıştır. Şekil 1’de görüldüğü üzere yüzey üzerinde sınır tabakayı kapsayacak şekilde prizmatik elemanlar kullanılmıştır. Langtry ve Menter (2009) en büyük  $y^+$  değerini 1 civarı, laminar ve türbülanslı akışı doğru yakalayabilmek için duvar üzeri çözüm ağı genişleme oranını 1.1 olarak alınmasını tavsiye etmiştir. Çalışmada bu değerlerin aşılmamasına dikkat edilmiş ve yüzey çözüm ağı büyüklüğü etkisinin ortaya konulabilmesi için tüm üç farklı çözüm ağı için aynı prizmatik elemanlar kullanılmıştır. Çözüm ağı kaynaklı ayrıklaştırma belirsizliklerinin belirlenmesinde kullanılacak çözüm ağlarının özellikleri Tablo 1’de verilmiştir. Bu bilgilere göre düzey-1 ve düzey-2 arasındaki küçültme oranının ( $r_{21}$ ) 1.40 ve düzey-2 ve düzey-3 arasındaki küçültme oranının ( $r_{23}$ ) 1.45 olduğu görülmüştür.



Şekil 1. Yüzey çözüm ağı ve prizmatik elemanlar, düzey – 2 çözüm ağı.

Tablo 1. Kullanılan çözüm ağları ve özellikleri.

Çözüm Ağı	Yüzey Eleman Büyüklüğü (mm)	Prizmatik Ağ (Sınır Tabaka)			Eleman Sayısı	Düğüm Sayısı
		İlk Eleman Kalınlığı (m)	Genişleme Oranı	Katman Sayısı (Kalınlık)		
Düzyey-1	3	$5 \times 10^{-6}$ ( $y^+ < 0.3$ )	1.1	56 (10.3 mm)	9,480,052	4,467,923
Düzyey-2	6				3,466,306	1,597,635
Düzyey-3	12				1,131,851	506,715

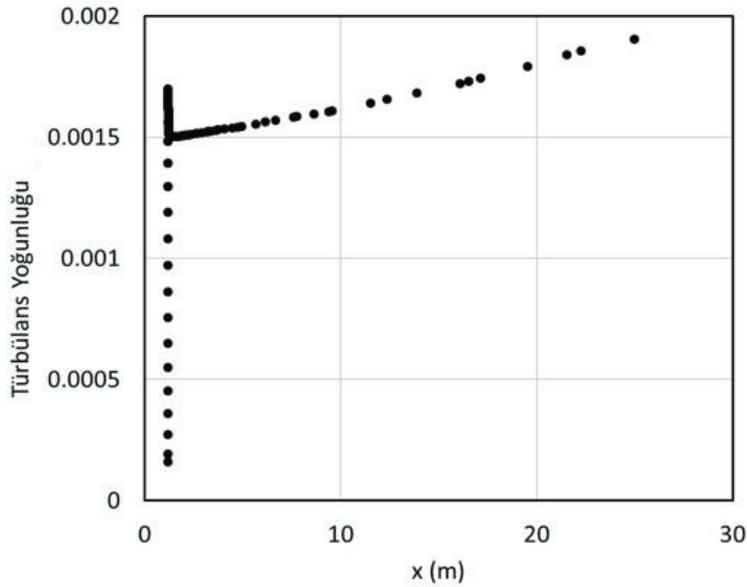
Türbülans geçiş bölgesinin yeri kuvvetli bir şekilde serbest akıştaki türbülans büyüklüklerine bağlıdır. Birçok çalışma (Charnay v.d., 1971, Hancock ve Brashaw, 1983, Meier v.d., 1986) serbest akıştaki türbülansın artmasıyla sınır tabaka kalınlığının ve bölgesel kesme gerilimlerinin arttığını göstermektedir. Meier v.d. (1980), 6:1 küresel model kullanarak benzer Reynolds sayılarında farklı rüzgar tünellerinde testler gerçekleştirmişlerdir. Farklı rüzgar tünellerinde ve farklı test odaları ile yapılan bu testlerde geometri üzerinde farklı türbülans geçiş yerleri elde edilmiştir. Bu sebeple, karşılaştırmada kullanılacak deneysel çalışma için belirtilen türbülans yoğunluğunun analizlerde de benzer şekilde kullanılması karşılaştırmada önemli olmaktadır. Serbest akışta benzer türbülans parametrelerinin elde edilebilmesi için uygun çözümleme hacmi ve sınır koşulları tanımlanmıştır. 6:1 küresel geometri dikdörtgen prizma içerisine yerleştirilmiş, hacmin üst ve alt sınırları geometriden 5 boy öteye yerleştirilmiştir. Giriş ve çıkış sınırları ise geometriden 10 boy uzaklığa yerleştirilmiştir. Sınır koşulu olarak türbülans yoğunluğu % 0.2 ve türbülans viskozite oranı 50 kullanılarak 6: 1 küresel yapının burnunda % 0.15 türbülans yoğunluğu elde edilmiştir. Böylece deneysel çalışmada (Kreplin v.d., 1980) belirtilen türbülans yoğunluğu aralığının ortalaması burun civarında elde edilmiştir. Şekil 2’de türbülans yoğunluğunun geometri eksenini boyunca giriş sınır yüzeyinden geometrinin burnuna kadar değişimi görülmektedir.

## 2.1. Sayısal yöntem

Bu çalışmada yapılan tüm hesaplamalar sonlu hacim metodu kullanan ANSYS Fluent yazılımı ile gerçekleştirilmiştir. Yazılım karışık geometriler etrafındaki sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz akış problemlerini çözmektedir. Fluent yazılımı viskoz olmayan, laminar ve türbülanslı akışları çözebilme kabiliyetine sahiptir. Ayrıca yazılımda laminar-türbülans geçiş tahminleri için  $\gamma$ ,  $\gamma - Re_\theta$  ve  $k-k_l-w$  modelleri bulunmaktadır. Yazılım, basınç veya yoğunluk tabanlı çözücü seçimine izin vermektedir. Bu çalışmada basınç tabanlı birleşik algoritma kullanılmıştır. Basınç için ikinci dereceden ayrıklaştırma metodu seçilirken, momentum, türbülans kinetik enerji, özgül dağılım oranı, aralıkılık ve Reynolds momentum kalınlığı için ikinci derece akış yönünde (İng.upwind) ayrıklaştırma şeması kullanılmıştır.

Parametrelerin değişim ve türevlerinin hesaplanmasında hücreye dayalı en küçük kare (İng. least square cell based) metodu kullanılmıştır. Tüm analizler zamandan bağımsız gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada,  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin laminar-türbülans geçişi konusunda çalışan geniş bir kullanıcı kesimi tarafından kabul görmesi ve birçok araştırma ve ticari yazılımlarda kullanılması sebebiyle bu model ile  $5^\circ$  hücum açısında elde edilen sonuçlar (Atik, 2022)  $\gamma$  geçiş modeli sonuçlarının karşılaştırmasında kullanılmıştır.  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli, serbest akış türbülans yoğunluğu, basınç değişimleri ve akış ayrılması olaylarına bağlı oluşan geçiş etkilerini içermektedir. Açık kaynaklarda bu modelin çapraz akış (İng. crossflow) kaynaklı kararsızlığını da dahil eden  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin varyantı olsa da ANSYS Fluent yazılımında bu etki dahil edilmemiştir. Bu sebeple, çalışmada yazılım içerisinde çapraz akış kararsızlığının da dahil edilebildiği  $\gamma$  geçiş modeli de kullanılmıştır. Tüm model katsayılarında herhangi bir değişiklik yapılmamış, Langtry ve Menter (2009) ve Menter v.d. (2015) çalışmalarında belirtilen model katsayıları kullanılmıştır.



Şekil 2. Türbülans yoğunluğunun eksen boyunca girişten (sol) buruna (sağ) kadar değişimi.

Süreklilik denklemi için yakınsama kriteri  $10^{-6}$  olarak belirlenmiştir.  $5^\circ$  hücum açısında yapılan  $\gamma - Re_\theta$  ve  $\gamma$  geçiş modeli analizleri için bu kriter elde edilirken en büyük artık değer, türbülans kinetik enerji parametresinde olduğu gözlemlenmiştir. Süreklilik denklemi için artık değer  $10^{-6}$ 'ya düşerken,  $k$  artışının  $10^{-5}$ 'e düştüğü görülmüştür. Tanımlanan yakınsama kriterleri artık değerler için takip edilirken sürükleme ve normal kuvvet katsayılarının yakınsamaları yineleme süresince takip edilmiştir. Analizlerde kullanılan yineleme sayısı (bkz. Tablo 4), katsayılar da yakınsamının elde edilmesi ile belirlenmiştir.

## 2.2. Kullanılan modeller

Türbülans taşınımının çözümünde türbülans modellerini ifade eden bir dizi diferansiyel ve cebirsel denklemler çözülmektedir. Mühendislik uygulamalarında türbülans taşınımı en yaygın olarak Reynolds-ortalı Navier-Stokes (RANS) denklemleri ile çözülmektedir. Bu çalışmada Shear-Stress Transport (SST)  $k-\omega$  türbülans modeli ile birleştirilmiş  $\gamma$  ve  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli sonuçları kullanılmıştır.

SST  $k-\omega$  türbülans modeli, duvar yakınında standart  $k-\omega$  modeli ile sınır tabaka dışındaki serbest akış bölgesinde  $k-\varepsilon$  modelini birleştirerek her iki modelin de avantajını kullanmaktadır. Böylece bu

kombinasyon, kesme tabakası dışındaki türbülans parametrelerinin çözüm üzerindeki güçlü hassasiyetinin önüne geçmektedir. Bunun birlikte, standart  $k-\omega$  türbülans modelindeki viskozite (İng. viscosity) formülasyonu türbülans kesme geriliminin (İng. shear stress) taşınımını da hesaba katmak amacıyla değiştirilmiştir. Sonuç olarak, bu özellikler  $SST k-\omega$  türbülans modelinin farklı akış tipleri için örneğin, ters basınç gradyeninin (İng. adverse pressure gradient) görüldüğü akışlar, kanat kesitleri ve ses geçiş şok dalgaları gibi akışlarda, daha güvenilir ve doğru sonuç vermesini sağlamaktadır.

Türbülans kinetik enerji,  $k$ , ve özgül yayılım oranı,  $\omega$ , için aşağıda verilen kısmi differansiyel denklemler kullanılmaktadır:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \tilde{P}_k - \tilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) = \alpha \frac{P_k}{\nu_t} + D_\omega + C d_\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (2)$$

Bu denklemlerde  $u$  hız vektörünü,  $\rho$  yoğunluğu,  $\mu$  dinamik akışmazlığı,  $\mu_t$  türbülans akışmazlığını,  $\tilde{P}_k$  ve  $\tilde{D}_k$  ise türbülans kinetik enerji denklemindeki orijinal yapım ve yıkım terimlerini aşağıda verildiği üzere ifade etmektedir:

$$\tilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k \quad (3)$$

$$\tilde{D}_k = \min(\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1.0) D_k \quad (4)$$

$$\gamma_{eff} = \min(\gamma, \gamma_{sep}) \quad (5)$$

$$\gamma_{sep} = \min \left( 2 \max \left( 0, \left( \frac{Re_\nu}{3.235 Re_{\theta c}} \right) - 1 \right) F_{reattach}, 2 \right) F_{\theta t} \quad (6)$$

$$F_{reattach} = \exp \left[ - \left( \frac{R_T}{20} \right)^4 \right] \quad (7)$$

$$Re_\nu = \frac{\rho y^2 S}{\mu} \quad (8)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (9)$$

Bu denklemlerde,  $Re_{\theta c}$  sınır tabaka içerisinde aralıklılığın, ( $\gamma$ ) (İng. intermittency), ilk artmaya başladığı kritik Reynolds sayısını,  $y$  en yakın duvara olan uzaklığı,  $S$  gerilme-oranı büyüklüğünü ve  $F_{\theta t}$  kaynak terimin kullanılmamasını sağlayan birleştirme fonksiyonunu ifade etmektedir.  $C d_\omega$  ise, türbülans yayılım oranı,  $\varepsilon$ , denklemini özgül yayılım oranı,  $\omega$ , denklemine dönüştürülmesiyle oluşmaktadır.  $SST$  modelinin katsayıları  $k-\varepsilon$  model katsayılarının duvara yakın kısımlarda birleştirme fonksiyonu aracılığıyla  $k-\omega$  modeli katsayıları ile entegre edilmesiyle elde edilmektedir. Birleştirme fonksiyonu aşağıdaki denklemlerle tanımlanmıştır:

$$R_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (10)$$

$$F_3 = e^{-\left(\frac{R_y}{120}\right)^8} \quad (11)$$

$$F_1 = \max(F_{1\text{ orig}}, F_3) \quad (12)$$

$\gamma - Re_\theta$  geçiş modelindeki taşınım parametreleri aralıklılık ( $\gamma$ ) ve geçişin başlama kriteri olarak kullanılan Reynolds momentum-kalınlık sayısıdır ( $Re_{\theta t}$ ). Aralıklılık parametresi için kullanılan taşınım denklemi aşağıda verildiği gibidir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\gamma) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_j \gamma) = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (13)$$

$P_\gamma$  ve  $E_\gamma$  kaynak terimleri türbülans model değişkenlerine ve deneysel çalışmalarla elde edilmiş korelasyonların değişkenlerine kuvvetli bir şekilde bağlıdır. Bu terimler aşağıda verildiği gibi tanımlanmıştır:

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (14)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Gamma \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (15)$$

Bu denklemlerde görülen  $F_{length}$  geçiş bölgesinin uzunluğunu belirleyen korelasyon,  $F_{onset}$  ise geçişin başlangıç yeri ve  $\Gamma$  ise girdap (İng. vorticity) büyüklüğüdür.

$\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinde kullanılan ikinci taşınım denklemi, Reynolds geçiş momentum kalınlığı sayısı ( $Re_{\theta t}$ ) için aşağıda verildiği şekilde kullanılmaktadır:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{R}e_{\theta t}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_j \tilde{R}e_{\theta t}) = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (16)$$

Denklem 13 ve 16, Denklem 1 ve 2 ile birlikte hız, basınç, türbülans kinetik enerji, türbülans özgül yayılım oranı ve bölgesel geçiş durumlarını tanımlayan  $Re_{\theta t}$  and  $\gamma$  parametreleri için çözülür.  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli formülasyonunun ve katsayılarının tamamı Langry ve Menter (2019) çalışmasında verilmiştir.

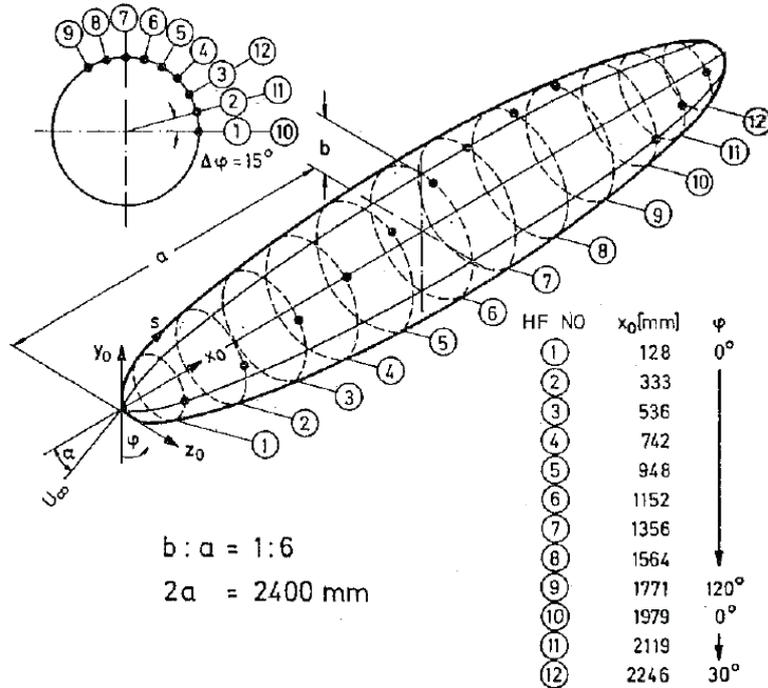
Tek denklemlerli  $\gamma$  geçiş modelinde aralıklılık ( $\gamma$ ) taşınım denklemi Denklem 13'te verildiği şekilde değiştirilmeden kullanılmaktadır. Fakat geçiş kaynak terimi olan  $P_\gamma$  aşağıda görüldüğü üzere değiştirilmiştir:

$$P_\gamma = F_{length} \rho S (1 - \gamma) F_{onset} \quad (17)$$

Diğer kaynak terim olan  $E_\gamma$  aynı şekilde kullanılmıştır. Bu geçiş modelinde temel farklılık geçiş başlangıç yeri ( $F_{onset}$ ) hesabında kullanılan kritik Reynolds sayısının ( $Re_{\theta_c}$ ) taşınım denklemi kullanılmadan cebirsel olarak bölgesel değişkenler ve türbülans kinetik enerji ( $k$ ) parametreleri ile hesaplanmasıdır. Böylece  $Re_{\theta_t}$  için çözülen ikinci taşınım denkleminde gerek kalmamaktadır.  $\gamma$  geçiş modelinde de SST- $k-\omega$  türbülans modeli ile birleştirilmesi  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinde olduğu gibi yapılmaktadır. Modelin tüm formülasyonu ve model katsayıları Menter vd. (2015) çalışmasında verilmiştir.

### 2.3. Doğrulamada kullanılan deneysel çalışma

Bu çalışmada, Kreplin v.d. (1985) tarafından 2.4 m boyunda 6:1 uzatılmış küresel geometri ile laminar-türbülans geçişini incelemek amacıyla yapılan deneysel çalışma sonuçları, sayısal analiz sonuçlarının karşılaştırılmasında kullanılmıştır. Deneysel çalışma Alman Havacılık Merkezi'nde (DLR) bulunan 3m x 3m Düşük Hızlı Rüzgar Tüneli'nde  $1.5 \times 10^6 - 10 \times 10^6$  Reynolds sayısında  $5^\circ$  ila  $60^\circ$  hücum açısı aralığında gerçekleştirilmiştir. Tünel açık test odasına sahiptir ve atmosferik koşullarda çalışmaktadır. Kreplin v.d. (1985) test odası türbülans yoğunluğunun % 0.1 ila % 0.3 aralığında değiştiğini ve bu değer Reynolds sayısına ve test odası içerisindeki yere göre değişim gösterdiğini belirtmişlerdir. Test modeline Şekil 3'te görülen 12 farklı aksel noktada yüzeye hizalı bir adet sıcak film ölçeri yerleştirilmiştir. Bu aksel noktalarda modelin  $4^\circ$  veya  $4.8^\circ$  aralıklarla boylamsal ekseninde döndürülmesiyle duvar kesme gerilmeleri (İng. wall shear stresses) ölçülmüştür. Ölçümlerdeki belirsizlik bandı %20 tahmin edilmiş fakat yapılan kalibrasyonlara bağlı olarak ek hatalar olabileceği belirtilmiştir. Bu çalışmada  $6.5 \times 10^6$  Reynolds sayısında  $5^\circ$  yapılan deney sonuçları türbülans geçiş modellerinin başarımlarını değerlendirme amacıyla kullanılmıştır.



Şekil 3. Sıcak film ölçeri yerleştirilmiş deney modeli (Kreplin v.d., 1985).

Karşılaştırma amacıyla kullanılacak deneysel ölçümler  $-5^\circ$  ila  $185^\circ$  aralığındaki çevresel açılarda  $4^\circ$  veya  $4.8^\circ$  aralıklarla on iki aksel pozisyonda gerçekleştirilmiş ve sonuçlar tablo halinde sunulmuştur (Kreplin v.d., 1985). Tablolar incelendiğinde her bir aksel pozisyondaki noktaların birbirine göre farklı çevresel açılarda ve farklı sayılarda olduğu görülmüştür. Ölçüm noktalarının düzensiz olmasının yanı

sıra, sayısal çalışmada düzensiz çözüm ağının kullanılması ve farklı çözüm ağı büyüklüklerinin olması sebebiyle tüm sonuçların birbiriyle aynı noktalarda karşılaştırılabilmesi için sonuçların belli noktalarda interpolasyon metoduyla elde edilmesi gerekmiştir. Sayısal analizlerde elde edilen yüzey parametreleri deneysel sonuçlarda olduğu gibi on iki eksenel pozisyon için ayıklanmıştır. Sonrasında parametreler, tüm eksenel pozisyonlarda 0° ila 180° çevresel açı aralığında 1° aralıkla üçüncü dereceden interpolasyon yöntemiyle hesaplanmıştır. Böylece hem deneysel hem sayısal sonuçlar için 181 x 12 veri seti elde edilmiştir.

### 3. Analiz Sonuçları ve Değerlendirmeler

#### 3.1. Ağdan bağımsızlık analizi

Atik (2022) tarafından  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin incelemesinde kullanılan  $6.5 \times 10^6$  Reynolds sayısı ve  $5^\circ$  hücum açısında elde edilen sonuçlar  $\gamma$  geçiş modeli başarımlı değerlendirilmesinde kullanılmıştır. Eksenel kuvvet katsayısı için yapılan GCI hesaplamaları Tablo 2’de ve normal kuvvet katsayısı için yapılan hesaplamalar Tablo 3’te sunulmuştur. Tablolarda  $k$ . düzey çözüm ağı için düğüm sayısı  $N_k$ ,  $k$ . düzey çözüm ağı için katsayı değerleri  $\phi_k$  ve çözüm ağı küçültme oranları  $r$  ile görülmektedir.

Farklı çözüm ağları ile elde edilen eksenel kuvvet katsayıları arasındaki farklar incelendiğinde SST  $k-\omega$  türbülans modeli ve  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli ile elde edilen sonuçların monotonik yakınsadığı ( $0 < \frac{\epsilon_{21}}{\epsilon_{32}} < 1$ ), fakat  $\gamma$  geçiş modeli ile elde edilen sonuçların monotonik ıraksadığı ( $\frac{\epsilon_{21}}{\epsilon_{32}} > 1$ ) görülmektedir (Phillips ve Roy, 2014). Gerçekleşen hassasiyet derecesi, çapraz akış etkisinin dahil edildiği  $\gamma$  geçiş modeli dışındaki tüm modeller için teorik değer olan 2’den büyük hesaplanmıştır ve bu durum sayısal sonuçların asimptotik davranmadığını göstermektedir. Fakat SST  $k-\omega$  türbülans modeliyle elde edilen tamamıyla türbülanslı akış analizlerinde göreceli hatalar ( $e_a^{21}$  ve  $e_{ext}^{21}$ ) ve GCI değerleri %1’in altında hesaplanmıştır. Bu kadar küçük farklar bu model için ağdan bağımsız sonuçlar elde edildiğini göstermektedir.

SST  $k-\omega$  türbülans modeliyle birlikte geçiş modellerinin kullanılması hata oranlarını ve çözüm etrafındaki belirsizlik bandı oranlarını arttırdığı görülmektedir. En yaygın kullanılan  $\gamma - Re_\theta$  modeli için en küçük yüzey eleman büyüklüğüne sahip düzey-1 çözüm ağı için belirsizlik bandı %5 görülürken düzey-2 çözüm ağı için belirsizlik bandı %12’ye artmaktadır. Tek denklemlili geçiş modeli olan  $\gamma$  geçiş modeliyle elde edilen sonuçlar incelendiğinde düzey-2 çözüm ağı için belirsizlik bandının yine %12 civarı olduğu fakat düzey-1 çözüm ağı ile elde edilen sonuç etrafındaki belirsizlik bandının %54’e arttığı görülmektedir. Üç farklı çözüm ağı ile elde edilen eksenel kuvvet katsayıları incelendiğinde düzey-3 ve düzey-2 çözüm ağları ile elde edilen sonuçların birbirlerine yakın olmalarına rağmen düzey-1 çözüm ağı ile oldukça farklı bir değer elde edilmesi bu sonuca sebep olmaktadır. Düzey-3 ve düzey-2 çözüm ağı ile elde edilen eksenel kuvvet katsayısı tamamıyla türbülanslı akış kabulü ile elde edilen sonuçlara yakın çıkarken düzey-1 ile elde edilen sonucun  $\gamma - Re_\theta$  modeli ile elde edilen sonuca yakın çıktığı görülmektedir. Düzey-1 ve 2 arasındaki büyük fark bu modelin sonuçlarının matematiksel olarak ıraksadığı sonucunu çıkarırsa da yüzey çözüm ağının bir kez daha küçültülerek yapılacak analiz sonuçlarının  $\gamma - Re_\theta$  modeline düzey-1 çözüm ağında olduğu gibi benzeyeceğini düşündürmektedir. İraksama durumu  $\gamma$  geçiş modelinin çalışmada kullanılan üç farklı düzey çözüm ağı ile hesaplanan belirsizlik hesabının sağlıklı olmadığına işaret etmektedir (Stern vd. 2001). Bu durumda yüzey çözüm ağının bir kez daha küçültülerek yakınsama durumunun kontrol edilerek GCI analizleri tekrar edilmesiyle belirsizlik bandlarının tekrar hesaplanması faydalı olacaktır. Fakat kullanılan bilgisayar altyapısının çözüm ağı büyüklüğünün artışı sebebiyle bu çözümleme yapılamamış Celik vd. (2008)

tavsiye ettiği gibi elde edilen sonuçlar olduğu gibi raporlanmıştır. Bunun yanı sıra,  $\gamma$  geçiş modeline çapraz akış etkisinin dahil edilmesiyle belirsizlik bandlarının daha da arttığı görülmektedir.

**Tablo 2.** Eksenel kuvvet katsayısı için GCI analiz sonuçları.

	$SST k-\omega$	$\gamma - Re_\theta$	$\gamma$	$\gamma$ (çapraz akış etkisi dahil)
N1	9,480,052	9,480,052	9,480,052	9,480,052
N2	3,466,306	3,466,306	3,466,306	3,466,306
N3	1,131,851	1,131,851	1,131,851	1,131,851
r21	1.398	1.398	1.398	1.398
r32	1.452	1.452	1.452	1.452
$\emptyset_1$	-7.38E-04	-3.14E-04	-3.67E-04	-4.05E-04
$\emptyset_2$	-7.42E-04	-3.32E-04	-6.35E-04	-6.25E-04
$\emptyset_3$	-7.55E-04	-4.50E-04	-7.54E-04	-7.59E-04
p	3.26	2.74	2.94	1.92
$\emptyset_{ext}^{21}$	-7.36E-04	-3.01E-04	-2.08E-04	-1.60E-04
$e_a^{21}$	0.5%	5.9%	73.1%	54.5%
$e_{ext}^{21}$	0.3%	4.1%	76.8%	152.6%
$GCI_{fine}^{21}$	0.3%	4.9%	54.3%	75.5%
$GCI_{fine}^{32}$	%1.0	%11.6	%11.7	%25.7

Normal kuvvet katsayısı için yapılan GCI hesaplamaları Tablo 3'te verilmiştir. Eksenel kuvvet katsayısında olduğu gibi  $SST k-\omega$  türbülans modeli ve  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli ile elde edilen sonuçlar monotonik olarak yakınsamış ve  $\gamma$  geçiş modeli ile elde edilen sonuçlar monotonik iraksamıştır. Gerçekleşen hassasiyet derecesi çapraz akış etkisinin dahil edildiği  $\gamma$  geçiş modeli sonucu dışındakiler için teorik değerden farklı bulunmuştur. Akışın tamamının türbülanslı kabul edildiği  $SST k-\omega$  türbülans modeli ile eksenel kuvvet katsayı değerlerinin etrafındaki belirsizlik bandının eksenel kuvvet katsayısına göre daha büyük bulunurken  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli için belirsizlik band değeri küçük bulunmuştur.  $\gamma$  geçiş modeli ile elde edilen normal kuvvet katsayı sonuçlarında da düzey-2 ve düzey-1 sonuçları arasında büyük fark görülmektedir. Sonuçlar,  $\gamma$  geçiş modelinin yüzey çözüm ağı eleman büyüklüğüne oldukça duyarlı olduğunu ve yeteri kadar küçük yüzey çözüm ağı kullanıldığında  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeli ile elde edilen sonuçlara yaklaşıldığını göstermektedir.

Akışın tamamıyla türbülanslı kabul edildiği  $SST k-\omega$  türbülans modeli ile yapılan analizlerle elde edilen eksenel kuvvet katsayısı kullanılan tüm çözüm ağları ile birbirine yakın elde edilmiş ve düzey-2 ve düzey-1 etrafındaki belirsizlik bandı %1'in altında tahmin edilmiştir. Fakat normal kuvvet katsayı sonuçları incelendiğinde sonuçların çözüm ağı büyüklüğü azaldıkça halen değişim gösterdiği ve düzey-2 ve düzey-1 etrafındaki belirsizlik bandının artarak %10 üzerine çıktığı görülmektedir. Bu sonuçlar çözüm ağı büyüklüğü seçilirken sadece tek katsayı üzerinden değil, ilgilenilen tüm katsayı değişimlerinin gözönünde bulundurulması gerektiğini göstermektedir. Geçiş modelinin dahil edilmesi her iki kuvvet katsayısında önemli değişikliklere sebep olmuştur.  $\gamma - Re_\theta$  modeli ile elde edilen sonuçlar kullanıldığında geçiş modelinin dahil edilmesi kuvvet katsayılarında yaklaşık %58'lik bir azalışa sebep olmuştur.  $\gamma$  geçiş modelinin düzey-1 çözüm ağı ile elde edilen sonuçlarında benzer etki görülmüştür.

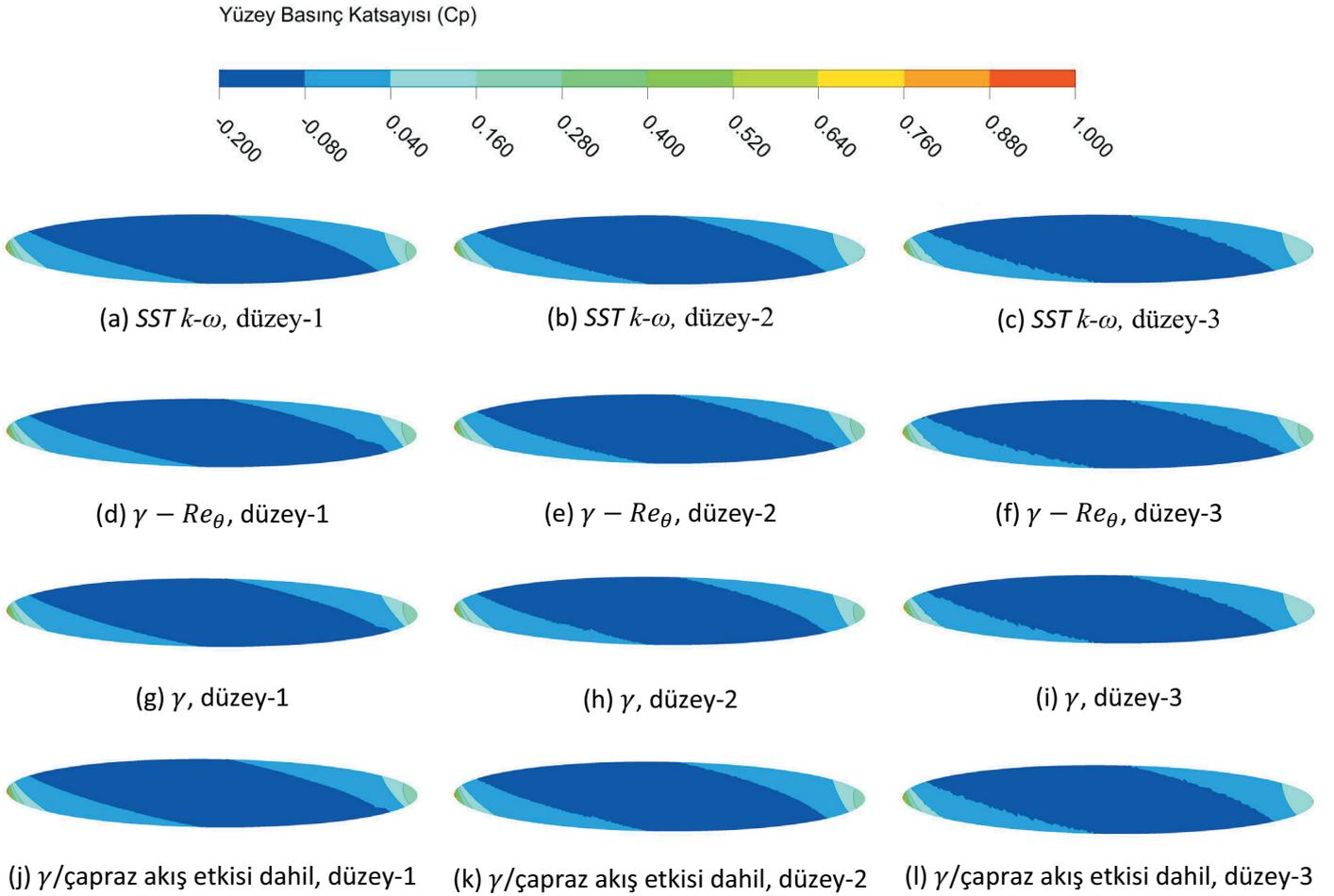
de düzey-2 ve düzey-3 çözüm ağı sonuçlarının SST k- $\omega$  türbülans modeli sonuçlarıyla benzer olması sebebiyle modelin çözüm ağı büyüklüğüne duyarlı olduğuna dikkat edilmelidir.

**Tablo 3.** Normal kuvvet katsayısı için GCI analiz sonuçları.

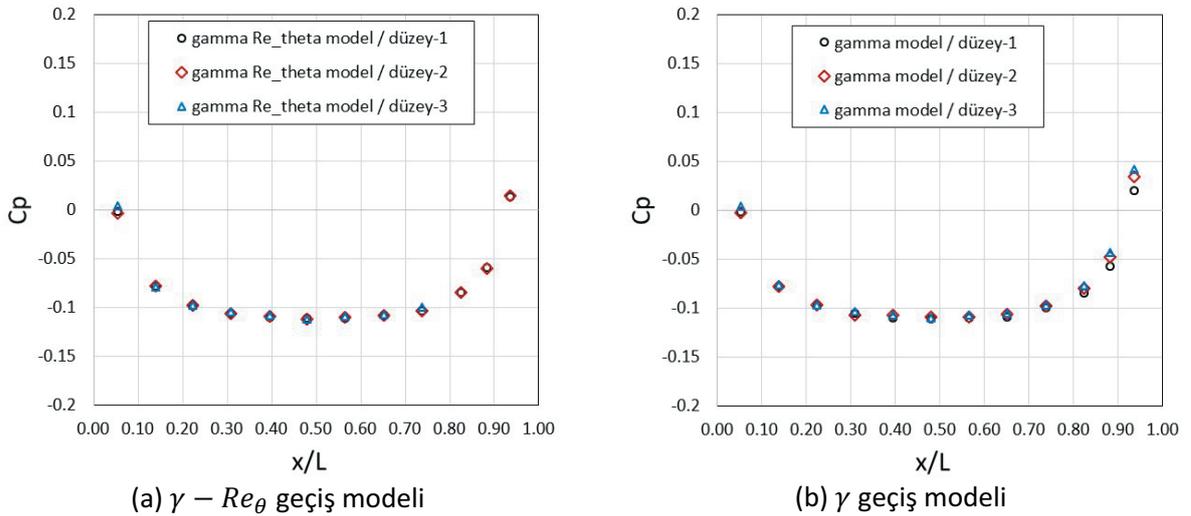
	SST k- $\omega$	$\gamma - Re_\theta$	$\gamma$	$\gamma$ (çapraz akış etkisi dahil)
N1	9,480,052	9,480,052	9,480,052	9,480,052
N2	3,466,306	3,466,306	3,466,306	3,466,306
N3	1,131,851	1,131,851	1,131,851	1,131,851
r21	1.398	1.398	1.398	1.398
r32	1.452	1.452	1.452	1.452
$\phi_1$	-5.151E-04	-2.152E-04	-2.331E-04	-2.579E-04
$\phi_2$	-5.305E-04	-2.176E-04	-5.275E-04	-5.247E-04
$\phi_3$	-5.567E-04	-2.309E-04	-5.729E-04	-5.688E-04
p	1.18	4.57	2.94	1.92
$\phi_{ext}^{21}$	-4.831E-04	-2.146E-04	-2.075E-04	-1.601E-04
$e_a^{21}$	%3.0	%1.1	%73.1	%54.5
$e_{ext}^{21}$	%6.6	%0.3	%76.8	%152.7
$GCI_{fine}^{21}$	%7.8	%0.4	%54.3	%75.5
$GCI_{fine}^{32}$	%11.2	%1.7	%11.7	%25.7

Yüzey basınç katsayı dağılımı tüm çözüm ağları ve modelleri için Şekil 4'te verilmiştir. Basınç dağılımları incelendiğinde görsel olarak dağılımların benzer olduğu görülmektedir. Bu sebeple basınç dağılımlarının karşılaştırılması farklı çevresel açılarda geometri eksenli boyunca grafiksel olarak değerlendirilmiştir. Şekil 5'te uzatılmış küresel geometrinin 90° çevresel açısına denk gelen yan yüzeyi boyunca basınç değişimi  $\gamma - Re_\theta$  ve  $\gamma$  geçiş modelleri için farklı ağ düzeyleri için verilmiştir. Bu grafikler incelendiğinde de basınç dağılımının farklı çözüm ağ büyüklükleri için benzer olduğu görülmektedir.  $\gamma$  modelinin diğer modellere göre geometrinin arka tarafında daha belirgin farklar yarattığı gözlenmektedir.

Tüm modellerin farklı çözüm ağları için yüzey sürtünme katsayı dağılımları Şekil 6'da verilmiştir. Modellerin çözüm ağı eleman büyüklüğüne bağlı sürtünme katsayı dağılımındaki farklılıkları basınç katsayı dağılım farklılıklarına göre daha belirgin olduğu görülmektedir. Geçiş modelinin kullanılmadığı SST k- $\omega$  türbülans modeli ile elde edilen sonuçlarda beklenildiği gibi gövde üzerinde türbülans geçiş bölgesi görülmemektedir.  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin dahil edilmesiyle gövdenin üst tarafında geometri uzunluğunun yaklaşık %50'sinde türbülans geçişinin meydana geldiği görülmektedir. Fakat akışın geldiği basınç tarafına (alt) doğru geçişin arkaya kaydığı hatta tam altta geçişin oluşmadığı gözlemlenmektedir.  $\gamma$  modelinde ise düzey-1 çözüm ağı ile elde edilen sonuçlarda üst taraf geçiş bölgesi geometrinin burnuna daha yakın olsa da gövde çevresinde  $\gamma - Re_\theta$  modelinde olduğu gibi altta türbülans geçişinin olmadığı görülmüştür. Düzey-2 ve düzey-3 çözüm ağları için  $\gamma$  modelinde yüzey üzerindeki türbülans geçiş yerlerinin değiştiği, çözüm ağı büyüdükçe öne doğru kaydığı görülmektedir.  $\gamma$  modeline çapraz akış etkisinin dahil edilmesiyle geçiş yerlerinde farklılık görünse de benzer davranışlar elde edilmiştir.



Şekil 4. Yüzey basınç katsayı dağılımı.

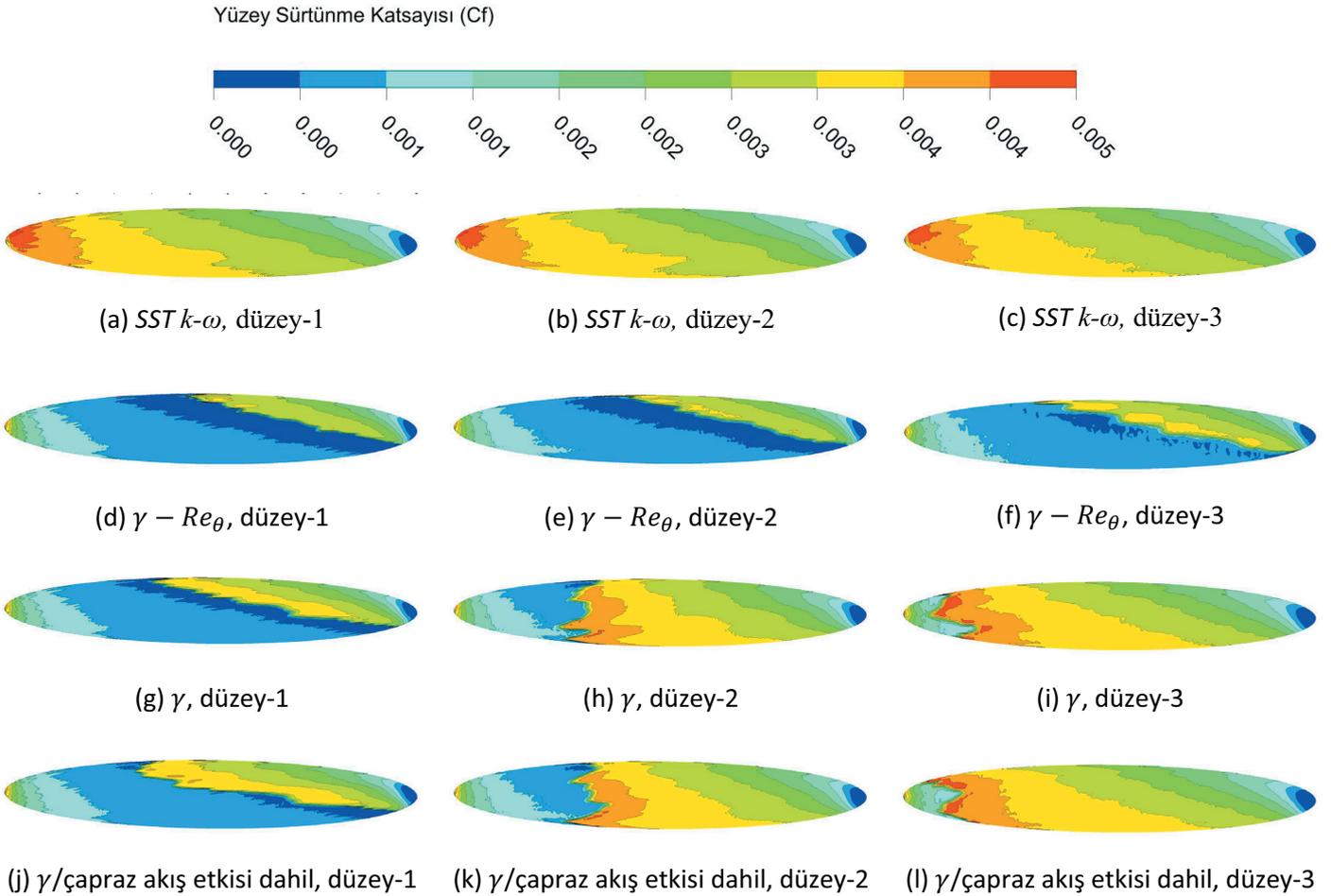


Şekil 5. Geometri eksenı boyunca yüzey basınç katsayı değışimi ( $\phi = 90^\circ$ ).

### 3.2. Laminar-türbülans geçiş yerinin tahmin başarısı

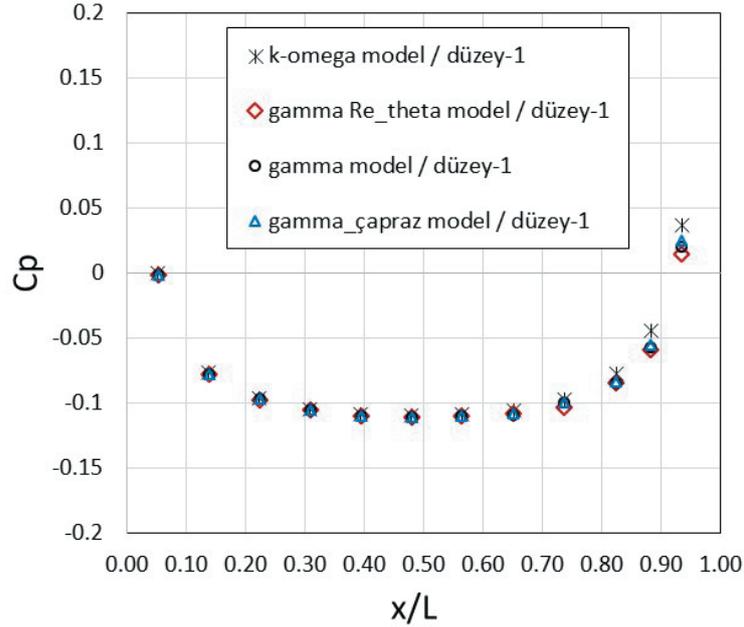
Modellerin çözüm ağı büyüklüğüne göre yüzey basınç katsayılarında önemli fark yaratmadığı görülmüştür. Benzer şekilde modeller arasındaki farklarda çok değişmemektedir. Örnek olması açısından tüm modeller ile elde edilen basınç dağılımları gövdenin yan yüzeyinde düzey-1 çözüm ağı sonuçları ile Şekil 7'de sunulmuştur. Modeller ile elde edilen basınç katsayı dağılımları

karşılaştırıldığında geçiş modellerinin birbirine yakın sonuçlar verdiği, geçiş modeli kullanılmayan SST  $k-\omega$  türbülans modeli çözümünün geometrinin arka tarafında farklılık yarattığı görülmüştür. Fakat yüzey sürtünme katsayılarında bu durum farklı gözlemlenmiştir.



**Şekil 6.** Farklı modeller ve çözüm ağları için yüzey sürtünme katsayısı dağılımları.

Deney ve analiz sonuçları Bölüm 2.8’de tarif edilen interpolasyon yöntemiyle işlenerek Şekil 8’de sunulmuştur. Şekil 8(a)’da verilen deneysel sonuçlar incelendiğinde türbülans geçişinin 6:1 küresel geometrinin alt kısmında yaklaşık boyunun %50’sinde meydana geldiği üst tarafa doğru geçiş yerinin geometrinin burnuna doğru biraz yaklaştığı görülmektedir. Şekil 8(b)’de görülüşü üzere SST  $k-\omega$  türbülans modeli akışı tamamiyle türbülanslı kabul etmesi sebebiyle gövde üzerinde türbülans geçişi görülmemektedir.  $\gamma - Re_{\theta}$  geçiş modelinin dahil edilmesiyle geometrinin üst tarafında yaklaşık boyun %50’inde geçiş başlamış ve üstten alta inerken türbülans geçişinin arkaya hareket ettiği ve  $40^\circ$  çevresel açı sonrasında türbülans geçişinin olmadığı görülmektedir (bkz. Şekil 8(c)).  $\gamma$  modelinde de benzer davranış görülse de türbülans geçişinin üst tarafta burna yaklaştığı ve  $30^\circ$  çevresel açı sonrasında türbülans geçişinin oluşmadığı görülmektedir.  $\gamma$  modeline çapraz akış etkisi dahil edildiğinde ise türbülans geçiş bölgesinin özellikle ön tarafa doğru kaydığı görülmektedir. Deneysel veride geçiş bölgesinin çevre boyunca fazla değişmediği gözönüne alındığında çapraz akış etkisinin dahil edilmesiyle geçiş bölgesinin üst tarafta daha büyük bölgede sabit kaldığı bu yönüyle deneysel veriye benzediği söylenilebilir. Tüm gövde üzerindeki davranışa bakıldığında söz konusu türbülans geçiş modelleri deneysel veri ile elde edilen geçiş bölgesi geometrisini elde edememiştir.



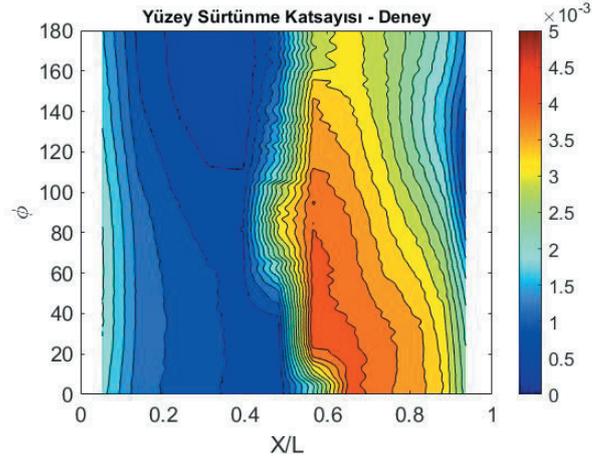
Şekil 7. Farklı modeller için geometri eksenini boyunca basınç katsayısı değişimi ( $\phi = 90^\circ$ )

### 3.3. Analiz zamanları

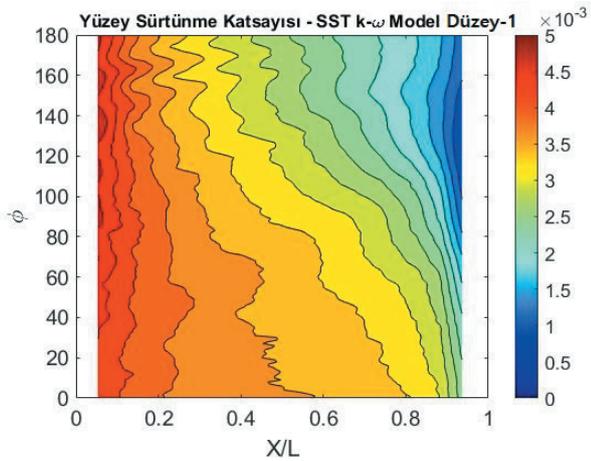
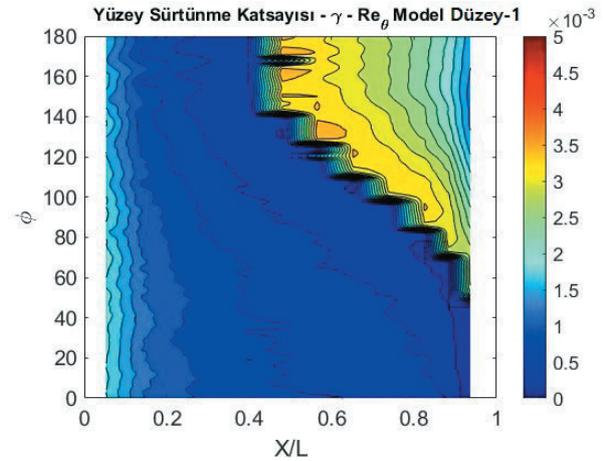
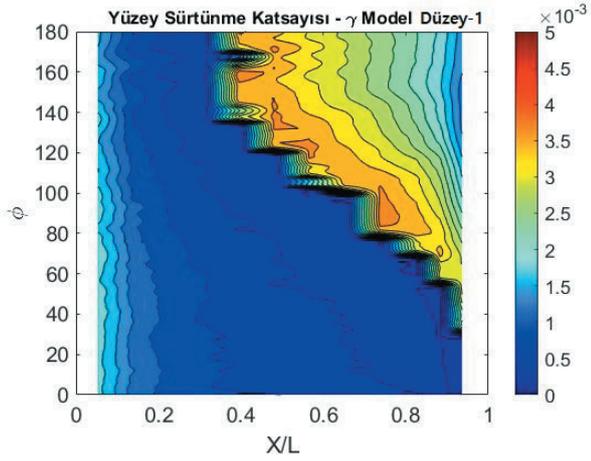
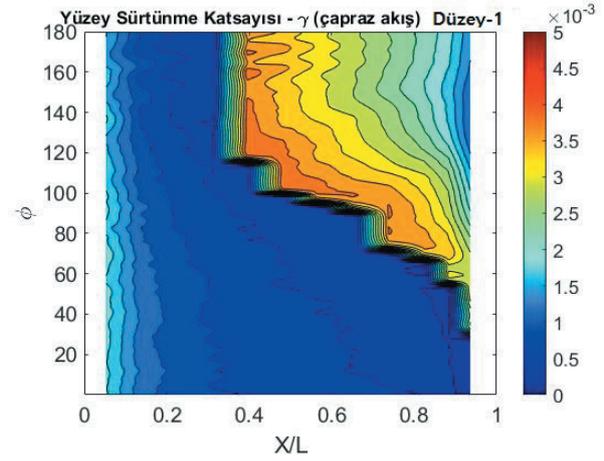
Akışın tamamıyla türbülanslı kabul edildiği SST  $k-\omega$  türbülans modeli ve türbülans geçiş modellerinin dahil edildiği analizler ile elde edilen kuvvet katsayıları incelendiğinde katsayı değerleri arasında önemli fark olduğu görülmektedir. Bu sebeple, türbülans geçişinin olduğu akış durumlarında türbülans geçiş modellerinin dahil edilmesi katsayıların daha hassas bulunmasına sağlayacaktır. Türbülans geçiş modellerinin başarımları incelendiğinde  $\gamma - Re_\theta$ , ve  $\gamma$  modelinin yeteri kadar küçük çözüm ağı elemanı kullanıldığında benzer sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Kullanıcının bu modeller arasında seçim yapmasına yardım edecek diğer bir parametre de çözüm zamanı olacaktır. Menter vd. (2015),  $\gamma$  modelinin geliştirilmesindeki motivasyon sebeplerinden birini geçiş modelindeki formülasyon sayısını tek denkleme düşürmek olarak belirtmiştir. Bu sebeple; geçiş modellerinin başarımları, düzey-1 çözüm ağı ile yapılan analiz çözümleme süreleri açısından da değerlendirilmiştir.

Tüm çözümlerinde Bölüm 2.7’de belirtildiği gibi süreklilik denklemi artığı için yakınsama kriteri  $10^{-6}$  kullanılmıştır. Bu kriterin yanı sıra kuvvet katsayılarının iterasyonlar boyunca takibi gerçekleştirilmiştir. Çözümleme süresince yapılan takiplerde artıklar için istenilen yakınsama kriterine ulaşılmasına rağmen  $\gamma$  modelinde kuvvet katsayılarında yakınsamanın elde edilmediği görülmüştür. Bu sebeple, ön çözümler ile tüm modeller için yakınsamanın gerçekleştiği iterasyon sayısı bulunarak tekrar edilen ikinci analizlerde ise bu iterasyon sayısı için hesaplama zamanı tutulmuştur. 32 çekirdek sayısı ile gerçekleştirilen analizlerde elde edilen toplam analiz süreleri iterasyon sayısı ile birlikte Tablo 4’te sunulmuştur.

Tablo 4’teki sonuçlar incelendiğinde her ne kadar  $\gamma$  modelinde türbülans geçişi tek denkleme ifade ediliyor olsa da katsayı yakınsamasının yavaş olması sebebiyle daha fazla iterasyon sayısına ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. İterasyon sayısı ile orantılı olarak  $\gamma$  modeliyle, 3.8 kat süre artışıyla yakınsamış sonuç elde edilmiştir. Bu modele çapraz akış etkisinin dahil edilmesiyle süreklilik denklemi artık değerinin  $10^{-6}$  mertebesine inmediği görülmüştür. Kuvvet katsayılarındaki yakınsama ise benzer sürelerde elde edilmiştir.



(a) Deneysel veri


 (b) SST  $k-\omega$ 

 (c)  $\gamma - Re_{\theta}$ 

 (d)  $\gamma$ 

 (e)  $\gamma$  / çapraz akış etkisi dahil

Şekil 8. Yüzey sürtünme katsayılarının deneysel veri ile karşılaştırması.

Tablo 4. Geçiş modelleri toplam hesaplama zamanı.

Türbülans geçiş modeli	Yineleme sayısı	Süreklilik denklem artığı	Toplam analiz zamanı (32 çekirdek ile)
$\gamma - Re_{\theta}$	800	2.76E-07	14137.913 s – 3.9 saat
$\gamma$	3000	9.16E-07	53430.468 s – 14. 8 saat
$\gamma$ / çapraz akış dahil	3000	4.19E-05	51117.817 s – 14.2 saat

#### 4. Sonuç

Bu çalışmada,  $\gamma$  türbülans geçiş modelinin düzensiz çözüm ağı kullanılarak 6:1 küremsi geometri üzerinde başarımlı değerlendirilmesi,  $6.5 \times 10^6$  Reynolds sayısında ve  $5^\circ$  hücum açısında yapılmıştır. Değerlendirmede geçiş modelinin kullanılmadığı SST  $k-\omega$  türbülans modeli, en popüler türbülans geçiş modeli olan  $\gamma - Re_\theta$  modeli ve deneysel elde edilmiş sonuçlar kullanılmıştır. Geçiş modelinin etkisi aksel kuvvet, yanal kuvvet, yüzey basınç ve sürtünme katsayıları kullanılarak gösterilmiştir. Ayrıca, elde edilen kuvvet katsayıları etrafındaki belirsizlik band tahmini GCI metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Geçiş modelinin dahil edilmediği SST  $k-\omega$  türbülans modeli ile elde edilen kuvvet katsayıları incelendiğinde aksel kuvvet katsayısı etrafındaki belirsizlik bandının normal kuvvet katsayısı etrafındaki belirsizlik bandına göre küçük olduğu görülmektedir. Sadece aksel kuvvet katsayısı etrafındaki belirsizlik bandı gözönüne alındığında çalışmada kullanılan en büyük elemana sahip düzey-3 çözüm ağının yeterli olabileceği görülmektedir. Fakat normal kuvvet katsayısı sonuçlarına bakıldığında düzey-3 çözüm ağı ile göreceli daha büyük belirsizlik bandı elde edilmiştir. Bu sebeple çözüm ağı büyüklüğü belirlenirken tek katsayıdan ziyade, ilgilenilen tüm katsayılar özellikle en yüksek doğruluğa ihtiyaç duyulan katsayılarla dikkat edilmelidir.

Türbülans geçiş modellerinin SST  $k-\omega$  türbülans modeli ile birlikte kullanılması çalışmada kullanılan analiz durumu için her iki kuvvet katsayısı değerlerinde %58 azalmaya sebep olmuştur. Bu farkların herhangi bir akışkan içerisinde hareket eden araçların performans tahminlerinde önemli farklar yaratacağı aşıkardır. Gövde veya kaldırma yüzeyleri üzerinde oluşan laminar-türbülans geçişi, yüzeyler üzerinde geriye kaydıka sadece türbülans modeliyle elde edilen katsayı tahminlerinde daha büyük farklar olacağı gözönünde bulundurulmalıdır.

Geçiş modellerinin kullanılması yüzey basınç katsayılarında önemli bir değişiklik yaratmamıştır. Fakat yüzey sürtünme katsayısında önemli değişiklikler gözlemlenmiştir. Yüzey sürtünme katsayılarının ani değişimleri türbülans geçişine işaret etmesi sebebiyle yüzey üzerinde geçişin olduğu yerlerde de önemli farklılıklar görülmektedir. Geçiş bölgesi geometrisi, bir başka deyişle gövde üzerindeki türbülans geçiş yerleri hem çözüm ağına hem de modele göre farklılıklar göstermektedir. Fakat  $\gamma$  geçiş modelinin yüzey çözüm ağı büyüklüğüne duyarlılığının  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeline göre fazla olduğu görülmektedir.  $\gamma$  geçiş modeli kullanıldığı durumda, yüzey çözüm ağı büyüdükçe türbülans geçiş yeri öne doğru kaymaktadır.  $\gamma$  geçiş modelinin  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modelinin sadeleştirilmesiyle elde edilmesi sebebiyle çözümleme süresi açısından avantajlı olacağı beklenirken analizler sonrasında çözümleme süresi açısından herhangi bir kazanım olmamıştır. İterasyonlar sırasında katsayılarıdaki yakınsama hızı  $\gamma - Re_\theta$  geçiş modeline göre oldukça düşük olmuştur.  $\gamma$  geçiş modelinin daha fazla iterasyon sayısına ihtiyaç duyması sebebiyle çözümleme süresi 3.8 kat artmıştır.

Deneysel olarak elde edilen yüzey sürtünme katsayıları ile söz konusu geçiş modelleri kullanılarak elde edilen yüzey sürtünme katsayıları karşılaştırıldığında modellerin 6:1 uzatılmış küremsi geometrinin üst yüzeyindeki türbülans geçiş yerini deneyle benzer bulmakla birlikte alt kısmında geçiş tahmin edemedikleri görülmektedir. Bu farklılık söz konusu geçiş modellerinin halen iyileştirmeye açık olduğunu göstermektedir. Geçiş model kullanıcılarının modelleri kullanmadan önce ilgilendikleri akış durumları için farklı geçiş model sonuçlarını karşılaştırmaları, mümkün olduğunca benzer geometri ve akış durumlarında elde edilmiş deneysel sonuçlarla başarımlarını karşılaştırmaları tavsiye olunur.

## 5. Kaynaklar

Atik, H. (2022). Estimation of Discretization Uncertainty using the  $\gamma$ -Re $\theta$  Transition Model for Transitional Flows on 6:1 Spheroid. *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 144, pp. 11501-1 – 12. DOI: 10.1115/1.4054740

Boiko, A. V., Kirilovskiy, S. V., Maslov, A. A., and Poplavskaya, T. V. (2015). Engineering Modelling of the Laminar-Turbulent Transition: Achievements and Problems (Review). *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 56, No. 5, pp. 761–776. DOI: 10.1134/S002189441505003X.

Celik, I.B., Ghia, U., Roache, P. J., Freitas, C. J., Coleman, H., and Raad, P. E. (2008). Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, pp. 078001-1 - 4.

Charnay, G., Comte-Bellot, G., Mathiew, J. (1971). Development of a Turbulent Boundary Layer on a Flat Plate in an External Turbulent Flow. AGARD CP93, Paper No. 27.

Coder, J., Maughmer, M. (2012, January). One-equation transition closure for eddy-viscosity turbulence models in CFD. In 50th AIAA aerospace sciences meeting including the new horizons forum and aerospace exposition (p. 672).

Coder J.G., Maughmer M.D. (2014). Comparisons of Theoretical Methods for Predicting Airfoil Aerodynamic Characteristics. *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 1, pp. 183-191. DOI: 10.2514/1.C032232.

Dassler, P., Kozulovic, D., & Fiala, A. (2012). An Approach for Modelling the Roughness-Induced Boundary Layer Transition using Transport Equations. In *Europ. Congress on Comp. Methods in Appl. Sciences and Engineering, ECCOMAS*.

Eca L., Hoekstra M. (2008). The Numerical Friction Line. *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 13, No.4, pp. 328-345. DOI: 10.1007/s00773-008-0018-1.

Grabe, C., and Krumbein, A. (2013). Correlation-Based Transition Transport Modeling for Three-Dimensional Aerodynamic Configuration. *J. Aircr.*, 50(5), pp. 1533–1539. DOI: 10.2514/1.C032063.

Hancock, P. E., and Bradshaw, P. (1983). The Effect of Free Stream Turbulence Level in Turbulent Boundary Layers. *Journal of ASME Engineering*, Vol. 105, No. 3, pp. 284-289. DOI: 10.1115/1.3240989.

Kreplin, H. P., Vollmers, H., Meier, H. U. (1985). Wall Shear Stress Measurements on an Inclined Prolate Spheroid in the DFVLR 3m x 3m Low Speed Wind Tunnel, Gottingen. DFVLR-AVA, Report No. IB 222-84 A 33.

Krumbein, A., Krimmelbein, N., Grabe, C., and Shengyang, N., (2015). Development and Application of Transition Prediction Techniques in an Unstructured CFD Code. AIAA 2015-2476, AIAA Aviation 45th AIAA Fluid Dynamics Conference, Dallas, TX, 22-26 June 2015. DOI: 10.2514/6.2015-2476.

Langtry, R. B., and Menter, F. R. (2009). Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA Journal*, Vol. 47, No. 12, pp. 2894–2906. DOI: 10.2514/1.42362.

Lopes, R., Eca, L., Vaz, G., and Kerkvliet, M. (2021). Assessing Numerical Aspects of Transitional Flow Simulations Using the RANS Equations. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 135, No. 3, pp. 157-178. DOI: 10.1080/10618562.2020.1870962.

Meier, H. U., and Kreplin, H. P. (1980). Influence on Free-Stream Turbulence on the Boundary Layer Development. *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 1, pp. 11-15. DOI:10.2514/3.50724.

Meier, H. U., Michel, U., and Kreplin, H.P. (1986). The Influence of Wind Tunnel Turbulence on the Boundary Layer Transition. DFVLR-AVA, Report No. IB 222-86 A 39.

Menter, F. R, Langtry, R. B., Likki, Y. B., Suzen, Y. B., Huang, P. G. and Volker, S. (2006). A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables: Part I — Model Formulation. *Journal of Turbomachinery*, 128(3), pp. 412-422. DOI: 10.1115/1.2184352.

Menter, F. R. (1994). Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, pp. 1598–1605. DOI: 10.2514/3.12149.

Menter, F. R., Smirnov, P. E., Liu, T., Avancha, R. (2015). A One-Equation Local Correlation-Based Transition Model. *Flow, Turbulence and Combustion*, 95(4), 583-619. DOI: 10.1007/s10494-015-9622-4.

Pasquale, D. D., Rona, A., and Garrett, S. J. (2009). A Selective Review of CFD Transition Models. 39th AIAA Fluid Dynamics Conference, San Antonio, Texas, AIAA Paper 2009-3812. DOI: 10.2514/6.2009-3812.

Phillips, T. S., and Roy, C. J. (2014). Richardson Extrapolation-based Discretization Uncertainty Estimation for Computational Fluid Dynamics. *ASME Journal of Fluids Engineering* Vol. 136 No. 12, pp. 21401-1-10. DOI: 10.1115/1.4027353.

Schlichting, H., and Gersten, K., (2000). "Boundary-Layer Theory", 8th ed., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. ISBN: 3540662707

Sengupta, T. K., (2012). "Instabilities of Flows and Transition to Turbulence", CRC Press, Boca Raton. ISBN: 9780429066481.

Seyfert, C. (2011). Application of a Transition Transport Model to Industrially Relevant Aerodynamic Configurations. ODAS 2011 – 11th ONERA-DLR Aerospace Symposium, 8-10 February 2011, Toulouse, France, Conference Proceedings, pp. 1-8.

Seyfert, C., Krumbein, A. (2012, January). Correlation-Based Transition Transport Modeling For Three-Dimensional Aerodynamic Configurations. In 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, p. 448.

Seyfert, C., Krumbein, A. (2012). Evaluation of a Correlation-based Transition Model and Comparison with the  $e^N$ -Method. *Journal of Aircraft*, Vol. 49, No. 6, pp. 1765-1773. DOI: 10.2514/1.C031448.

Seyfert, C., and Krumbein, A. (2013). Comparison of a Local Correlation-Based Transition Model with a  $e^N$ -Method for Transition Prediction. *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VIII*, Vol. 121, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 541-548. DOI: 10.1007/978-3-642-35680-3\_64.

Stern, F., Wilson, R. V., Coleman, H. W., and Paterson, E. G. (2001). Comprehensive Approach to Verification and Validation of CFD Simulations – Part 1: Methodology and Procedures, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 123, pp. 793-802. DOI: 10.1115/1.1412235.

Vaz, G., Jaouen, F., and Hoekstra, M. (2009). Free-Surface Viscous Flow Computations: Validation of URANS Code FreSCo. 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Vol. 43451, 2009, pp. 425–437. DOI: 10.1115/OMAE2009-79398.

Wauters, J., and Degroote, J. (2018). On the Study of Transitional Low-Reynolds Number Flows over Airfoils Operating at High Angles of Attack and Their Prediction Using Transitional Turbulence Models. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 103, pp. 52–68. DOI: 10.1016/j.paerosci.2018.10.004.