SİİRT JOURNAL OF EDUCATION

Siirt Eğitim Dergisi

Research Article | Application Date: 23.07.2022 | Acceptance Date: 28.11.2022

Versatile Developmental Mathematics Teaching as a New Model and Examining the Contribution of the Model to Development of the Individual

İsmail Yıldırım[1]

Kübra Çakır[2]

Selahattin Arslan[3]

Abstract

As human development is a whole, advance in one of emotional, mental, social, and physical areas automatically affects other areas. This principle urges to organise teaching in a way that it enables students' development as a whole in terms of these areas. Nevertheless, none of the existing learning-teaching approaches have such neither a concern nor a claim. Versatile Developmental Mathematics Teaching (VDMT), a relatively novel model and a kind of synthesis of some approaches, suggests that teaching should be done by taking into account the development of the student in all aforementioned areas. This model stated that this claim could be realized with an approach combining several methods. Based on this claim, this case study, carried out on integers in a 6th and 7th grades with the same group, examines how VDMT contributes to the development of an individual and describes the nature of this contribution. Data collection tools consist of document review, observation made during the teaching, and the teacher's diary kept each lesson. Descriptive analysis method was used for data analysis. As a result of the research, it has been determined that teaching with VDMT provided the students with the opportunity to develop as a whole, that is, in mental, social, emotional and physical areas. It has also been determined that they were provided with the opportunity to develop their reasoning, problem solving, thinking, association, cooperation and communication skills. Considering this research limitations, it can be suggested to investigate, with scales developed in accordance with each development area, to what extent this opportunity causes a change in quantity or quality in a result of long-term applications. The contribution of VDMT to a developmental area or to the development of one or more functions in a developmental area could also be investigated in depth.

Keywords: Versatile Developmental Mathematics Teaching, Mental Development Area, Social Development Area, Emotional Development Area, Physical Development Area

[1] Eynesil District Directorate of National Education, Giresun, ismailyildirim.61@hotmail.com, ORCID No: https://orcid.org/0000-0002-3013-1226

[2] Teachers, Akçaabat Osmanbaba Secondary School, Trabzon, kbraakkaya@gmail.com, ORCID No: https://orcid.org/0000-0001-6869-0640

[3] Prof. Dr, Trabzon University, Fatih Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education, Trabzon, E-posta: selaharslan@gmail.com, ORCID No: https://orcid.org/0000-0001-8557-2507

For citation: Yıldırım, İ., Çakır, K. & Arslan S. (2022). Yeni bir model olarak çok yönlü gelişimsel matematik öğretimi ve modelin bireyin gelişimine katkısının incelenmesi [Versatile developmental mathematics teaching as a new model and examining the contribution of the model to development of the ındividual]. *Siirt Eğitim Dergisi [Siirt Journal of Education], 2*(2), 1-53.

Siirt Eğitim Dergisi

Araştırma Makalesi Başvuru Tarihi: 23.07.2022 Kabul Tarihi: 28.11.2022

Yeni Bir Model Olarak Çok Yönlü Gelişimsel Matematik Öğretimi ve Modelin Bireyin Gelişimine Katkısının İncelenmesi

İsmail Yıldırım[1]

Kübra Çakır[2]

Selahattin Arslan[3]

Özet

Bireyin gelişiminin zihinsel, duygusal, sosyal ve fiziksel alanlarda bir bütün olduğunu savunan "Gelişim bir bütündür." ilkesine göre bir alandaki gelişim, öteki alanlardaki gelişimi etkilemektedir. Bu ilkeye (ve benzer durumu savunan bütünlük ilkesine) göre öğrencinin sözü edilen bu alanlarda bir bütün olarak gelişmesini gerçekleştirecek şekilde öğretimin yapılandırılması gerekir. Oysa öğretim yaklaşımları incelendiğinde hiç birinin böyle bir iddiasının olmadığı görülmektedir. Yeni bir model olarak ortaya atılan ve bazı yaklaşımların bir çeşit sentezi niteliğindeki Çok Yönlü Gelişimsel Matematik Öğretimi (ÇGMÖ)'nde ise bu iddianın, bir tür yöntem zenginliği olan birleşik yaklaşımla gerçekleştirilebileceği ifade edilmektedir. Bir özel durum araştırması olan bu çalışmada, aynı grupla 6 ve 7. sınıfta tam sayılar konusunda yapılan uygulama ile ÇGMÖ'nün bireyin gelişimine katkısı incelenmiş ve bu katkının ne şekilde gerçekleştiği betimlenmek istenmiştir. Veri toplamada doküman incelemeden, gözlemden, derslerden sonra öğretmen tarafından tutulan günlükten faydalanılmış, veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda ÇGMÖ ile öğretimde, öğrencilerin bir bütün olarak; zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel alanda gelişim göstermelerine, özellikle akıl yürütme, problem çözme, düşünme, ilişkilendirme, işbirliği yapma ve iletişim becerilerini geliştirmelerine imkân sağlandığı tespit edilmiştir. Bu imkânın, uzun süreli uygulamalar sonucunda, nicelik veya nitelik olarak ne seviyede değişime sebep olduğu her gelişim alanına uygun olarak geliştirilen ölçeklerle belirlenmesi önerilmektedir. Ayrıca ÇGMÖ'nün bir gelişim alanına veya bir gelişim alanındaki bir veya birkaç fonksiyonun gelişimine katkısı derinlemesine araştırılabilir.

Anahtar Sözcükler: Çok Yönlü Gelişimsel Matematik Öğretimi, Zihinsel Gelişim Alanı, Sosyal Gelişim Alanı, Duygusal Gelişim Alanı, Fiziksel Gelişim Alanı

[1] Şube Müdürü, Eynesil İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü, Giresun, ismailyildirim.61@hotmail.com, ORCID No: https://orcid.org/0000-0002-3013-1226

[2] Öğretmen, Akçaabat Osmanbaba Ortaokulu, Trabzon, kbraakkaya@gmail.com, ORCID No: https://orcid.org/0000-0001-6869-0640

[3] Prof. Dr, Trabzon Üniversitesi, Fatih Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Trabzon, E-posta: selaharslan@gmail.com, ORCID No: https://orcid.org/0000-0001-8557-2507

Atıf için: Yıldırım, İ., Çakır, K. & Arslan S. (2022). Yeni bir model olarak çok yönlü gelişimsel matematik öğretimi ve modelin bireyin gelişimine katkısının incelenmesi [Versatile developmental mathematics teaching as a new model and examining the contribution of the model to development of the ındividual]. *Siirt Eğitim Dergisi [Siirt Journal of Education], 2*(2), 1-53.

Giriş

Organizmada gözlenen sürekli ve düzenli değişiklikler (Yılmaz, 2011) şeklinde tanımlanabilen gelişim, birbiri ile ilişkili, sınırları birbirinden net bir şekilde ayrılamayan zihinsel/bilişsel, fiziksel/bedensel, devinsel/psikomotor, psikososyal, psikoseksüel, kişilik, ahlaki, sosyal/toplumsal, duygusal, dilsel, cinsel gibi çeşitli alanlara bölünmüştür. Daha kolay inceleyebilmek adına bu gelişim alanlarını, bazı araştırmacılar zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel olmak üzere olmak üzere dört alana indirgemiştir (Değer, 2011; Ülgen & Fidan, 1992; Yılmaz, 2011). Gelişim bir bütün olarak ilerler (Ülgen & Fidan, 1992) ve aynı zamanda bir alandaki gelişim öteki alandaki gelişimi etkiler; hızlandırır ya da sınırlar (Erkan, 2011; Ünver, 2011).

Kalıtım ve çevre, gelişimi etkileyen iki temel faktördür (Santrock, 2019). Çevresel değişkenler kalıtsal bir özelliğin, kalıtsal olarak gelişebileceği sınırın sonuna kadar gelişimini sağlayabileceği gibi bu sınırın altında kalmasına da sebep olabilir. Dolayısıyla çevre faktörü doğuştan getirilen yeteneklerin geliştirilmesi ve şekillendirilmesi açısından önemlidir. Eğitimcilerin de yapmaya çalıştığı, bireyin gelişmesi için gerekli çevresel ortamları düzenlemek (Arı, 2018) ve tüm bu alanlardaki gelişimlerini kolaylaştıracak öğrenme yaşantıları hazırlamaktır (Erkan, 2011).

Bu çevresel ortamlardan en önemlisi okul olduğundan okulda (veya daha da özelde sınıfta) gerçekleşen faaliyetler, çocuğun gelişiminde önemli bir yere sahiptir ve olumlu veya olumsuz birçok etkisi vardır (Aydın, 2010). Bu nedenle sınıfta yapılan faaliyetlerde çocuğun bir bütün olarak gelişimini esas alan ve zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel yönden gelişimini kolaylaştırıcı bir yaklaşım içinde olunmalıdır (Hesapçıoğlu, 2011; Kılıçcı, 2002). Oysa mevcut yaklaşımların tek başına bireyin çok yönlü gelişimini sağlayacak nitelikte olmadığı görülmektedir. Örneğin buluş ve buldurma yöntemleri ağırlıklı olarak öğrencinin zihinsel gelişimini, işbirlikli öğrenme zihinsel gelişiminin yanı sıra sosyal ve duygusal gelişimini olumlu olarak etkilemektedir. Öğrencilerin gelişimini bir bütün olarak gerçekleştirme hedefiyle Yıldırım (2014) tarafından geliştirilen ve aşağıda tanıtılan Çok Yönlü Gelişimsel Matematik Öğretimi (ÇGMÖ) modelinin bu ihtiyacı karşılayabilecek nitelikte olduğu söylenebilir.

Çok Yönlü Gelişimsel Matematik Öğretimi

Bilimsel bilgi; hipotez, olgu, kavram, teori, ilke ve yasa gibi türlerle ifade edilir (İnaç, 2007). Bu kavramlardan ilke, her durumda geçerli olarak kabul edilen bilimsel bilgi (Senemoğlu, 2011) olup yapısı itibariyle kanuna göre daha geneldir. İlke ayrıca, kendisinden başka çıkarımlar yapılabilen ya da yönlendirici kaide görevi gören bir ifadedir. Buna göre öncül fikirler olan ilkeler, bir etkinliğin hareket noktasını oluşturur, etkinlik süresince o etkinliğe kılavuzluk eder ve etkinliği yönlendirir (Hesapçıoğlu, 2011).

Bu çalışmada sözü edilen model de biri gelişim biri de öğretim alanında olmak üzere iki temel ilkeye dayanmaktadır. Bunlardan ilki gelişim alanında olup gelişimin "zihinsel, duygusal, sosyal ve fiziksel alanlarda bir bütün olarak" (Ülgen & Fidan 2003: 32) ilerlediğini savunan "Gelişim bir bütündür." veya "Gelişim alanları birbiriyle ilişkilidir." ilkesidir. Örneğin çocuk yeterince olgunlaştığı zaman yürüyebilir (fiziksel gelişim). Yürüdüğü için mutlu olur (duygusal gelişim). Mutluğunu belirtmek için değişik sesler çıkarır (dil gelişimi). Etrafındaki insanların yanına giderek onlarla daha yakın ilişkiler kurabilir (sosyal gelişim). Yürüyerek değişik uyarıcılara ulaşıp, onları inceleyebilir (zihinsel gelişim) (Ünver, 2011).

Modelin temele aldığı ilkelerden ikincisi öğretim ilkelerinden "Bütünlük ilkesi"dir. Gelişen çocuğun, fiziksel, zihinsel, duygusal ve sosyal yönüne ilişkin bütün fonksiyonları birbiriyle bağlantılı olup durmadan birbirlerini etkilerler. Bu nedenle eğitim-öğretim etkinlikleri bu fonksiyonları bir bütün halinde geliştirmelidir. Sözgelimi fiziksel etkinlikler ya da zihinsel etkinliklerden herhangi birine ağırlık verilmemelidir veya sadece öğrencideki bilgi genişlemesine önem verilmeyip; ondaki duygusal, ahlaki ve sosyal eğilimleri de harekete geçirecek fırsatlar oluşturulmalıdır (Hesapçıoğlu, 2011).

Yukarıda bahsi geçen iki ilkeye dayanan ÇGMÖ'ye göre matematik öğretimi, öğrencilerin zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel kapasitelerini kullanmalarını sağlamalıdır. Öğrencilerin öğretimde bu kapasitelerini kullanabilmeleri için zihinsel, sosyal ve fiziksel olarak aktif, duygusal kapasitelerini kullanabilmeleri için ise olumsuz duygularının pasif, olumlu duygularının aktif tutulması gerekmektedir. Bu şekilde bir öğretimle öğrenciler hem daha etkili öğrenecek hem de bu alanlarda gelişme kaydedeceklerdir (Yıldırım, 2014; 2015).

Zihinsel yönden aktif olabilmeleri için hiçbir bilgi, öğrencilere hazır olarak verilmemeli, onlara buldurulmalıdır. Bulmanın kolaylaşması için öğretimde aşamalılık ilkesine önem verilmelidir. Öğrencilerin zihinsel becerileri, işlemsel ve kavramsal bilgileri geliştirilmelidir. Matematiksel bilgi, öğrencilerin günlük hayatlarıyla, diğer disiplinlerle ve kendi içinde ilişkilendirilerek öğretilmelidir. Öğrenilen yeni bilgileri pekiştirmek ve öğrenilenlerin kalıcılığını artırmak için tekrara önem verilmelidir. Sosyal yönden aktif olabilmeleri için öğretimde işbirliğine, her öğrenciye ipucu, dönüt, düzeltme ve pekiştireç verilmesine önem verilmelidir. Öğrencilerin sözel iletişim, demokratik yaşam, toplumsal yaşam veya takım çalışması becerileri geliştirilmelidir. Öğrencilerin matematiği bir dil gibi algılayarak iletişimde bu dili kullanabilmeleri sağlanmalıdır. Olumsuz duygularının pasif, olumlu duygularının aktif olması için, öğretim esnasında öğrencilerin hata yapabilirim endişesiyle hissettikleri heyecan ve kaygılarının düşük, meraklarının ve dikkatlerinin uyanık, motivasyonlarının, öz yeterlilik ve özsaygılarının yüksek olması sağlanmalıdır. Öğretimde, öğrencilere sevgi, saygı, hoşgörü, sorumluluk, yardımseverlik gibi duygular kazandırılmalıdır ve öğrenciler olabildiğince öğretimden zevk almalıdırlar. Fiziksel olarak aktif olabilmeleri için öğrenciler, öğretim boyunca cevaplarını yazmalı, matematiksel ifadelere uygun modeller yapabilmeli veya çizebilmeli, ara sıra sınıf tahtasında cevaplarını arkadaşlarıyla paylaşmalı, bilgi ve iletişim teknolojilerini, matematik araç-gereçlerini, etkili, doğru ve yerinde kullanabilmeli ve aradıkları bir bilgiyi internetten veya kaynak kitaplardan bulabilmelidirler (Yıldırım, 2015).

Yıldırım (2005)'a göre ÇGMÖ ile öğretimde bir öğrenenin; zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel olarak yani bir bütün olarak gelişmesini sağlamak için; (1) Öğretim birleşik yaklaşımla yapılmalıdır. Her birleşimde tam öğrenme ve işbirlikli öğrenme (Etkin Yardımlaşma Tekniği) olmak şartıyla buldurma, keşfederek öğrenme, soru-cevap, problem temelli öğrenme, tarih destekli matematik öğretimi, etkinlik temelli öğrenme, karikatürle öğretim, oyunla öğretim, bilgisayar destekli matematik öğretimi gibi yöntemlerden biri veya bir kaçı olmalıdır. (2) Matematiksel becerilerin gelişimine ve öğretme ve öğrenme ilkelerine önem verilmelidir. (3) ÇGMÖ'ye uygun öğretim içerikleri geliştirilerek öğretimde bu içerikler kullanılmalıdır.

Yukarıdaki paragrafta bahsi geçen kavramlardan Birleşik Yaklaşım, öğretim boyunca ihtiyaca göre değişik zaman aralıklarında öğrenme-öğretme yaklaşımlarının farklı birleşimleriyle öğretim yapılması durumudur. Etkin Yardımlaşma Tekniği (EYT) ise öğretmenin de her grubun bir üyesi kabul edilerek daha çok bilenin daha az bilene yardımcı olduğu bir yardımlaşma zinciri oluşturularak yardımlaşmanın belli bir sistematiğe bağlandığı bir işbirlikli öğrenme tekniğidir. Bu tekniğin diğerlerinden en önemli farkı, her grupta kimin, kime yardım edeceği veya kimin, kimden yardım alacağının net olarak belirlenmiş olmasıdır (Yıldırım, 2015).

ÇGMÖ'ye Uygun Öğretim İçeriği

ÇGMÖ ile öğretimde ders, önceden detaylı olarak planlanmalıdır. Bunu gerçekleştirmenin en sağlam yolu, öğrencilere ve öğretmene öğretim boyunca yol gösterecek içeriği hazırlamaktır. Yıldırım (2005)'a göre ÇGMÖ'ye uygun öğretim içeriği; (1) Farklı birleşimleri ile öğretim yapılacak yöntemlere uygun olmalıdır. (2) Öğretme, öğrenme ve içerik geliştirme ilkelerine uygun olmalıdır. (3) Matematiksel becerileri geliştirecek nitelikte olmalıdır. (4) Konu alanıyla alakalı hem işlemsel hem de kavramsal bilgileri içermelidir. (5) Yönerge ve sorularla yapılandırılmalıdır. (6) Her yönerge ve soruda cevabı yazacak boşluk olmalıdır.

ÇGMÖ ile İlgili Yapılan Çalışmalar

ÇGMÖ, yeni bir matematik öğretim modeli olarak Yıldırım (2014) tarafından bir yüksek lisans tezi kapsamında geliştirilmiştir. Yıldırım, yaptığı çalışmada ÇGMÖ'nün akademik başarıya ve kalıcılığa etkisini araştırmış ve öğretim ortamında nasıl bir öğretimin gerçekleştiğini farklı başlıklar altında betimlemiş, ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin; akademik başarısına, kalıcılığa ve tutuma olumlu etkisinin olduğu, yardımlaşmalarını, derse aktif katılımlarını, çok yönlü iletişime girmelerini ve öğretmen tarafından daha iyi tanınmalarını sağladığı, motivasyonlarını artırdığı sonuçlarına ulaşmıştır. Bir diğer çalışma Kurnaz-Yaşar (2019) tarafından yapılmıştır. Kurnaz-Yaşar ise çalışmasında ÇGMÖ'nün öğretmenin mesleki gelişimine ve öğrencilerin matematiksel becerilerinin gelişimine katkısını araştırmıştır. Kurnaz-Yaşar, matematiksel becerileri ÇGMÖ'nün yapısına uygun olarak ayrı ayrı zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel gelişim alanına ait beceriler şeklinde sınıflandırmış ve ÇGMÖ'nün bu becerilere katkısını incelemiş; ÇGMÖ ile öğretimin hem öğretmenin mesleki gelişimine hem de söz konusu zihinsel (akıl yürütme, problem çözme ve ilişkilendirme), sosyal (iletişim ve işbirliği), duygusal (motivasyon, tutum, özgüven ve özdenetim) ve fiziksel (cevaplarını/çözümlerini yazma, cevaplarını/çözümlerini tahtayı kullanarak sınıfla paylaşma, matematiksel modeller çizme veya yapma, matematiksel araç-gereçleri, bilgi-iletişim teknolojilerini etkili ve doğru kullanabilme ve bir bilgiyi çeşitli kaynaklardan bulabilme) becerilerin gelişimine katkı sağladığı sonucuna ulaşmıştır.

Çalışmanın Amacı

ÇGMÖ ile ilgili çalışmalardan görüldüğü üzere, hem ÇGMÖ ilgili çalışma oldukça az sayıdadır hem de ÇGMÖ'nün temel iddiası olan öğrencilerin bir bütün olarak gelişiminin nasıl sağlandığına yönelik temel gelişim alanlarını kapsayacak şekilde bir çalışma yapılmamıştır. Bu nedenle bir yandan ÇGMÖ'yü tanıtmayı hedefleyen bu araştırmanın amacı, bir yandan da ÇGMÖ'nün öğrencilerin gelişimine katkısının nasıl gerçekleştiğini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda araştırma soruları şu şekilde belirlenmiştir: ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin; (1) zihinsel gelişimine katkısı nasıldır? (2) sosyal gelişimine katkısı nasıldır? (3) duygusal gelişimine katkısı nasıldır? (4) fiziksel gelişimine katkısı nasıldır?

Yöntem

Bu araştırma nitel araştırma yaklaşımının özel durum incelemesi desenine uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Özel durum araştırması, bir durumu derinlemesine betimlemek, söz konusu durum hakkında niçin, nasıl ve ne sorularına cevap bulabilmek için yürütülen araştırmadır (Yin, 2015). Bu araştırmada incelenen özel durum, ÇGMÖ ile öğretimin gelişim alanlarına katkısının niteliğidir. Söz konusu katkının niteliği, bir devlet ortaokulunda, aynı çalışma grubunda, 6 ve 7. sınıfta tam sayılar konusunun öğretimi ÇGMÖ ile yapılıp; gözlem, öğretmen günlüğü ve doküman inceleme teknikleri ile toplanan nitel veriler analiz edilerek betimlenmiştir. Güncel müfredata (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018) uygun olarak tam sayılar konusunun işlemlerden önceki kısmı 6. sınıf seviyesinde, tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri kısmı ise 7. sınıf seviyesinde işlenmiştir. Durumu betimlemek için tam sayılar konusunun çalışmaya dâhil edilen bu kısımları yeterli görülmüş, çalışma raporu daha da uzun olacağından çarpma, bölme işlemlerinin ve diğer bölümlerin dâhil edilmesine gerek görülmemiştir.

ÇGMÖ ile Öğretimin Pratiği ve Uygulama Akışı

Bu bölümde uygulama akışından, bir anlamda ÇGMÖ ile öğretimin pratiğinden bahsedilecektir. Uygulama akışı ders öncesinde, ilk derste, ilk dersin devamındaki derslerde ve konunun bitiminden sonra yapılanlar olmak üzere dört aşamadan ibarettir. İlk iki aşama EYT ile öğretimdeki uygulama akışı (Çakır vd., 2020) ile benzerlik gösterdiğinden özet şeklinde verilmiştir.

Ders öncesi

Ders öncesi yapılması gereken ilk iş öğrencilerin akademik başarılarını belirlemektir. Bu uygulamada 6. sınıfta "tam sayılar" konusunun yıllık plandaki yerine göre akademik başarının tespiti için birinci dönemin ilk iki matematik yazılı sınavının ortalamaları kullanılmıştır. Öğrencilerin bu sınavlardan almış oldukları puanların ortalamaları ve cinsiyetleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilere Ait Matematik Başarı Ortalamaları

ÖĞRENCİLER	CİNSİYET	ORTALAMA
Ö-1	Kız	88
Ö-2	Erkek	80
Ö-3	Erkek	79
Ö-4	Erkek	68
Ö-5	Kız	45
Ö-6	Kız	45
Ö-7	Kız	25
Ö-8	Erkek	42
Ö-9	Erkek	27
Ö-10	Erkek	37
Ö-11	Erkek	20

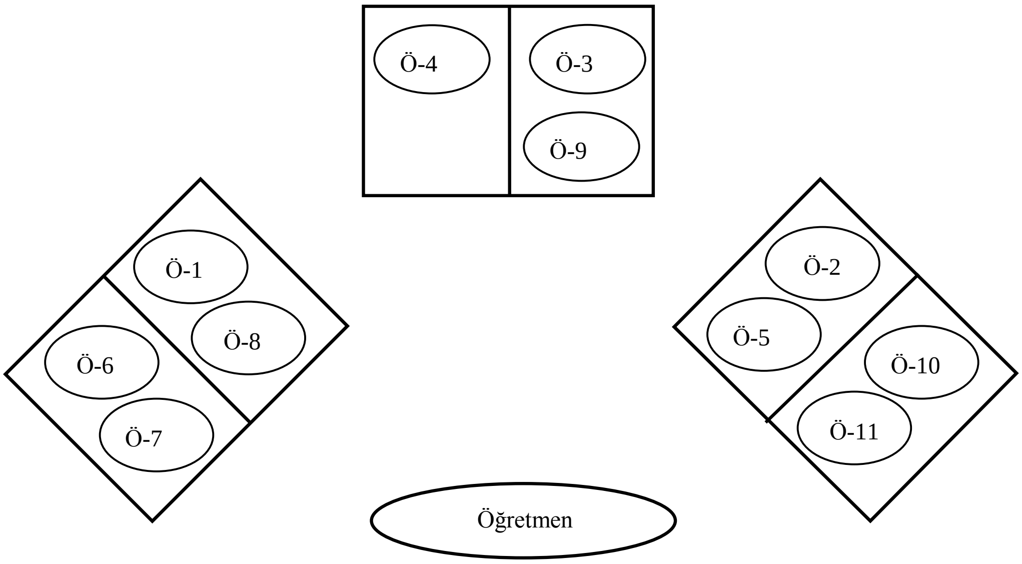
Bu 11 öğrenci, 3 gruba bölünmüş, bir gruba 3, diğer iki gruba 4’er öğrenci yerleştirilmiştir (Tablo 2). Bir grubun başarısı en yüksek olan öğrencisi o grubun 2. bileni, onun bir düşüğü 3. bileni, onun da bir düşüğü 4. bileni ve başarısı en düşük olan öğrencisi ise o grubun 5. bilenidir. Tüm grupların 1. bileni ise öğretmendir.

Tablo 2. Öğrencilerin Gruplara Dağılımı ve Bilen Dereceleri

	1. grup	2. grup	3. grup
1. bilen	Öğretmen	Öğretmen	Öğretmen
2. bilen	Ö-1 (88)	Ö-2 (80)	Ö-3 (79)
3. bilen	Ö-6 (45)	Ö-5 (45)	Ö-4 (68)
4. bilen	Ö-8 (42)	Ö-10 (37)	Ö-9 (27)
5. bilen	Ö-7 (25)	Ö-11 (20)	

İlk ders

Gruplar sınıfta Şekil 1’deki gibi konumlandırılmıştır. Öğrenciler sıralara yerleştirilirken her bir grubun 2 ve 3. bileni karşılıklı oturtulmuş, 2 ve 4. bileni yan yana oturtulmuşsa, 3 ve 5. bileni yan yana oturtulmuş veya 2 ve 5. bileni yan yana oturtulmuşsa 3 ve 4. bileni yan yana oturtulmuştur.



Şekil 1. Grupların Sınıftaki Konumu

Öğrenciler yerlerine yerleştikten sonra öğretmen öğrencilere, "*Ben 2. bilenlere, zamanım kalırsa 3. bilenlere, 2. bilen yanında oturana ve karşısında oturan 3. bilene, 3. bilen de yanında oturana (varsa 6. bilene de) yardımcı olmalı; ipucu, dönüt ve düzeltme vermelidir. Grupların başkanları 2. bilenlerdir ve grupların öğrenmesinden ve koordinasyonundan bu kişiler sorumludur. Aynı şekilde sınıfın tamamının öğrenmesinden de ben sorumluyum. Konu bittikten sonra bu konudan sınav olacaksınız. Bir kişinin sınav puanı, kendisine ait sınav puanının %70'i ile grubundaki kişilerin sınavlarının puan ortalamasının %30'unun toplamı şeklinde hesaplanacaktır. Sınavın yanı sıra yardımlaşmadan (yardım etme veya yardım talep etmeden) ders içi performans notu alacaksınız. Arkadaşlarına daha çok yardım edene daha yüksek ders içi performans notu verilecektir. Sınavdan aldığınız puanların ve ders içi performans puanlarınızın ortalamasına göre bilen numaralarınız yenilecektir.*" şeklinde konuşmuştur.

Bu şekilde bir değerlendirme yapılacağından dolayı özellikle 2. bilenler, notlarının düşeceği endişesiyle bu duruma itiraz etmiştir. Bunun üzerine öğretmen bu öğrencilere "*Yüksek not almak istiyorsanız, arkadaşlarınızın öğrenmesine yardımcı olunuz. Ben de özellikle size daha çok yardımcı olacağım. Yazılı notunuz düşse de çokça yardımcı olan öğrencilere daha yüksek ders içi performans notu vereceğim.*" şeklinde açıklama yapmıştır. Bu açıklamalardan sonra Yıldırım (2015: 248-279) tarafından, bazı bölümleri buldurma, bazı bölümleri de soru-cevap yöntemine göre ÇGMÖ'ye uygun olarak hazırlanan tam sayılar konusuna ait içeriğin öğrenci nüshası (Ek'te verilen öğretmen nüshasının soru veya yönergelerin cevap bölümünün boş bırakıldığı nüsha) öğrencilere dağıtılmış ve bir sonraki derste konunun işlenişine geçilmiştir.

İlk dersin devamındaki dersler (Derslerin işlenişi)

Bu ders ve devamındaki derslerde içeriğin öğretmen nüshası (Ek) da öğretmenin önündedir. Uygulama boyunca birleşik yaklaşımla öğretim yapılmıştır. Yani bazı bölümleri buldurma, bazı bölümleri de soru-cevap yöntemine göre hazırlanan içerik, işbirlikli öğrenme (EYT) ve tam öğrenme yöntemi ile işlenmiştir. Dolayısıyla tam sayılar konusu işlenirken bazen buldurma, işbirlikli öğrenme ve tam öğrenme yöntemleri birlikte kullanılmış bazen de soru-cevap, işbirlikli öğrenme ve tam öğrenme yöntemleri birlikte kullanılmıştır. Ek'te verilen içerikten örnek bölümler ve bu bölümlerde yaklaşımların nasıl birleştirildiği aşağıda ifade edilmiştir:

İçeriğin "Yönerge 11'den Soru 35'e kadar" olan bölümü buldurma yöntemine göre hazırlanmıştır ve bu bölümde doğal sayılarda sıralamayı bilen öğrencilere bildiklerinden hareketle tam sayılarda nasıl bir sıralama yapmaları gerektiği buldurulmaya çalışılmaktadır. Ders esnasında bu soru ve yönergeleri cevaplarken daha çok bilen öğrenciler daha az bilenlere yardımcı olmuş, ipucu, dönüt düzeltme vermiştir ve bütün öğrenciler derse katılmışlardır. Ayrıca bu bölümdeki her bir soru veya yönerge bir sonraki soru veya yönerge için ipucu niteliğindedir. Sonuç olarak içeriğin bu bölümü işlenirken buldurma, işbirlikli öğrenme ve tam öğrenme yöntemleri birlikte kullanılmıştır.

Yine içeriğin "Yönerge 39" bölümü ise soru-cevap yöntemine göre hazırlanmıştır. Ders esnasında bu soru ve yönergeleri cevaplarken daha çok bilen öğrenciler daha az bilenlere yardımcı olmuş, ipucu, dönüt düzeltme vermiştir ve bütün öğrenciler derse katılmışlardır. Sonuç olarak içeriğin bu bölümü işlenirken soru-cevap, işbirlikli öğrenme ve tam öğrenme yöntemleri birlikte kullanılmıştır.

Ders işlenirken genel olarak öğretmen, her derste "Bir sonraki soruyu veya yönergeyi okuyun ve yapın." şeklinde sınıfı yönlendirmiş, öğrencilerden soru ve yönergeleri önce bireysel olarak sonra grupça yapmalarını istemiştir. Öğrencilere, ara ara "*Çocuklar, yardımlaşırken, 4 ve 5. bilenler yanlarında oturan 3 veya 2. bilenlerden, 3. bilenler 2. bilenlerden, 2. bilenler de benden yardım talep etsin.*" diyerek yardımlaşma zincirini hatırlatmıştır. Öğretmen yardım etmeye motive etmek için özellikle 2 ve 3. bilenlere " *Çocuklar! Ben daha çok size yardım ediyor, sizinle ilgileniyorum. Siz de buna karşılık arkadaşlarınıza yardımcı olmalısınız*." demiştir. Yine öğretmen yardımlaşmanın (yardım etme ve yardım talep etmenin) kuvvetlenmesi için sınavın nasıl değerlendirileceğini, yardımlaşmadan ders içi performans puanı verileceğini ara ara öğrencilere hatırlatmıştır.

Bir sorunun/yönergenin cevabı uzun ise öğretmen her grubun 1. bileni olduğundan, grupları tek tek gezerek her grubun 2. bilen öğrencisine, zaman olursa 3. bilen öğrencisine de yardım etmiş yani ipucu, dönüt ve düzeltme vermiştir. 2 ve 3. bilen öğrenciler yanlarında oturan 4 veya 5. bilen öğrencilere aynı şekilde yardımcı olmuştur. 2. bilen öğrenci, ayrıca 3. bilene de yardımcı olmuştur. Öğretmen bir grupta 2 veya 3. bilene ipucu, dönüt ve düzeltme verirken 4 ve 5. bilenler isterlerse öğretmeni dinlemişler, isterlerse ifade edildiği şekilde kendi işleri ile meşgul olmaya devam etmişlerdir. Öğretmen sorulara/yönergelere doğru cevap veren öğrencileri onaylayıcı ifadelerle pekiştirmiştir. Kısa cevaplı soru/yönergelerde ise öğretmen sınıfın belli bir noktasında durarak soru/yönergeyi okuyup öğrencilerden cevap vermelerini beklemiştir. Öğrenciler, bütün soru ve yönergelerin cevaplarını, içerikte cevaplar için ayrılan boşluklara yazmıştır. Öğretmen, bazen öğrencileri tahtaya kaldırarak onlardan cevaplarını/çözümlerini tahtayı kullanarak arkadaşları ile paylaşmalarını istemiştir.

Öğrenciler, "TANIM" ve "MATEMATİKÇE" bölümlerinin dışındaki yönerge ve soruların cevaplarını kendileri akıl yürüterek bulmuş, öğretmen cevabı söylememiştir. "TANIM" ve "MATEMATİKÇE" bölümlerindeki yönerge ve soruların cevaplarını ise ÇGMÖ ile öğretimde kaynak kitap olarak kabul edilen ders kitabından araştırarak bulmuşlar, araştırdıktan sonra şayet ders kitabında cevabın olmadığını söylerlerse ve gerçekten de cevap ders kitabında yoksa cevabı öğretmen söylemiştir.

Tam sayılar konusunun ilgili kısımları bu şekilde işlenmiş ve uygulama 5 hafta toplam 25 ders saati sürmüştür. Bu uygulamada yaşanmamış olsa da burada bir-iki durumu ifade etmek de fayda vardır (Yıldırım, 2015): (1) Bazı gruplarda yardım etme noktasında isteksiz davranan öğrenciler olabilir. Yapılan teşviklere rağmen böyle bir öğrenci olursa, onun yanına yardıma fazla ihtiyaç duymayan; lakin ihtiyaç duyduğunda da bunu çekinmeden ona ifade edebilen bir öğrenci oturtulabilir. Onun yanındaki öğrenci de yardım etmeye istekli bir öğrencinin yanına oturtulur. (2) Her bir soru/yönergede öncelikle öğrencilerin bireysel çabalarını ortaya koymaları gerekmektedir. Ondan sonra yardımlaşma zinciri işletilmelidir. Durum böyleyken bazı öğrenciler soru/yönergeler cevaplanırken öncelikle kendileri bireysel çaba göstermek yerine soru/yönergenin cevabını gruptaki daha iyi bilenden kopya etme yoluna gidebilir veya hemen yardım isteğinde bulunabilir. Böyle bir durum yaşanmaması için öğretmen her soru ve yönergede bireysel çabanın önce, yardımlaşmanın sonra gerçekleşmesi gerektiğini vurgulamalıdır. Öğretmen soru ve yönerge okunduktan sonra hemen sağa sola bakan öğrencileri uyarmalı, yardım etmesi gereken öğrencilere de "*Öncelikle kendisi çaba göstermeyen öğrenciye ilk etapta yardımcı olmayın.*" diyebilir ve bunun takipçisi olur. Böyle bir yöntem kopyayı tamamen önlemeyebilir; lakin azaltacaktır.

Konunun bitimi sonrası

Tam sayılar konusunun her sınıf seviyesinde işlenecek kısmı işlenip bittikten sonra öğrenciler o kısımlardan sınav olmuşlar ve sınavlar daha önce öğrencilere belirtildiği gibi değerlendirilmiştir. Sınavın yanı sıra öğrencilere yardımlaşmadan ders içi performans notu verilmiştir. Geçerli bir ders içi performans notu verilebilmesi için derecelendirme ölçeği kullanılmış, derslerde öğrencilerin nasıl yardımlaştığı gözlenmiş, dersten sonra yardım alış-verişindeki memnuniyetleri sorgulanmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak, katılımcı gözlemden, doküman incelemeden ve öğretmen günlüklerinden yararlanılmıştır. Veriler 2019-2020 ve 2020-2021 eğitim-öğretim yıllarında toplanmıştır. Söz konusu veri toplama araçları aşağıda açıklanmıştır:

Gözlem

Gözlem, anlamak maksadıyla bir olayı, olguyu veya nesneyi inceleme ve izleme işlemidir (Başaran, 2007). Katılımcı gözlem ise gözlemcinin incelediği olay veya olgunun bir parçası olduğu gözlem çeşididir (Sönmez & Alacapınar, 2011). Bu çalışmada araştırmacı katılımcı gözlemci olarak ÇGMÖ ile öğretim yapılan sınıfı gözlemiş ve uygulama sürecinde sınıfta ne olup bittiğini, diyalogları ve öğrencilerin ifade ettikleri duygu ve düşünceleri not etmiştir.

Günlük tutma

Günlükler, bireyin deneyim, düşünce ve duygularını günün tarihini düşerek kaydettikleri kişisel dokümanlardır (Ekiz, 2007). Günlük tutan bireyler, günlük hayatları içerisinde yaşadıklarını ve yaşadıklarına dair duygu ve düşüncelerini kaydederler. Aynı şekilde öğretmenler de gün içerisinde sınıfta yaşadıkları olayları kaydedebilirler (Ekiz, 2009). Bu çalışmada da araştırmacı ÇGMÖ ile öğretim yapılan sınıfta araştırmanın konusuna uygun olarak meydana gelen olayları derslerden sonra günlüğüne kaydetmiştir.

Doküman inceleme

Doküman inceleme, çalışmanın konusuyla alakalı veri içeren materyallerin incelenmesidir. Doküman incelemeden tek başına veri toplama aracı olarak faydalanıldığı gibi gözlem ve görüşmeden elde edilen bulguları desteklemek için de faydalanılabilir (Cansız-Aktaş, 2015). Bu araştırmada doküman incelemeden her iki anlamda da faydalanılmış ve araştırma kapsamında tam sayılar konusuna ait ÇGMÖ ile öğretime uygun Yıldırım (2015: 248-279) tarafından hazırlanan ve Ek'te verilen öğretim içeriği analiz edilmiştir. Doküman incelemeden elde edilen bulgular analiz edilirken, elde edilen verilerden yeni kategoriler oluşturulduğu gibi elde edilen veriler gözlem veya görüşmeye bağlı olarak ortaya konan kategorileri destekleyecek nitelikte de kullanılmıştır.

Verilerin Analizi

Bu çalışmanın amacı ÇGMÖ' nün gelişim alanları boyutunda öğrencinin gelişimine katkısını incelemek olduğundan verilerin analizi Yıldırım (2015)'ın ÇGMÖ' de zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel kapasitenin kullanımı başlıkları altında verdiği maddelere göre yapılmıştır. Dolayısıyla verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Bulgular kısmında her madde ile ilgili olarak bir kategori oluşturulmuş, gözlem notlarından, öğretmen günlüklerinden ve doküman incelemeden her bir kategori ile ilgili elde edilen veriler o kategori altında yorumlanarak sunulmuştur.

Bulgular

Bu bölümde ÇGMÖ' nün öğrencilerin gelişimine yönelik ne tür imkânlar sağladığına dair bulgular zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel yönden ayrı ayrı sunulmuştur.

Zihinsel Yönden Gelişim

ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin zihinsel yönden gelişimine yönelik ne tür imkânlar sağladığı aşağıdaki başlıklar altında incelenmiştir.

1) Bulmanın gerçekleşmesi: ÇGMÖ'ye uygun olarak hazırlanan ve tam sayılar konusuna ait Ek'te sunulan içeriğin bazı bölümleri buldurma, bazı bölümleri ise soru cevap yöntemine göre hazırlanmıştır. Hiçbir sorunun cevabı öğrencilere hazır olarak verilmemiş, öğrencilerden cevaba bir öncekinin bir sonraki için ipucu olma özelliği taşıdığı soru ve yönergelerle ulaşmaları istenmiştir. Öğrenciler, soru ve yönergeleri okuyarak doğru cevapları bulmaya çalışmışlardır. "TANIM" ve "MATEMATİKÇE" başlıkları altındaki soru ve yönergelerin dışındakilerin cevaplarını öğrenciler kendileri düşünerek/akıl yürüterek bulmuşlardır. Örneğin Ek'te verilen içerikte "Yönerge 6'dan Soru 30'a kadar" olan bölümde ardışık sorularla bir sayının mutlak değerinin ne olduğu öğrencilere buldurulmuştur. Bu şekilde öğretimle öğrenciler konuyu daha iyi anladıklarını ifade etmişlerdir. Örneğin Ö6 bu konuda, "*Öğretmenim bu şekilde daha iyi anladım. Konuyu siz anlatmıyorsunuz, biz soruların ve yönergelerin cevabını bulduk, bu çok iyi oldu.*" demiştir.

2) Zihinsel süreçler: Öğretimde öğrenciler bazen akıl yürütme imkânı bulmuşlardır. Öğrencilerin akıl yürüttükleri bir bölüm olarak Ek'te verilen içeriğin "Soru 13'ten Yönerge 3'e kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümün öncesinde öğrenci termometreyi tanımış, termometrede 0'ın altındaki sayıların önüne – ve 0'ın üstündeki sayıların önüne + konulacağını veya hiçbir şey konulmayabileceğini öğrenmiştir. Sıra bu bölüme gelince öğrenciler soruda kendilerine verilen örneklerden bir genellemeye giderek negatif sayıların 0'ın solunda, pozitif sayıların 0'ın sağında ve mutlak değerce büyük olan negatif sayıların 0'a daha uzak, mutlak değerce küçük olan negatif sayıların 0'a daha yakın olduğu sonucuna varmışlardır. Pozitif sayıları zaten doğal sayılar konusundan tanıyorlardı.

Öğretimde öğrenciler bazen sezgisel düşünme imkânı bulmuşlardır. Örneğin yukarıda öğretim içeriğinden verilen bölümün işlenmesinin öncesinde bazı öğrenciler termometreyi tanıdıkları için daha ilk soruyu cevaplamadan tam sayıları doğru sıralamış ve sayı doğrusunda doğru olarak göstermiştir. Bu başarıyı gösteren öğrencilerden biri olan Ö5, "*Öğretmenim termometrede nasılsa sayı doğrusunda da öyle sıralanacağını düşündüm. Zaten termometreyi yan yatırsak hemen anlaşılıyor*." demiştir.

Öğretimde öğrenciler bazen üretken düşünme imkânı bulmuşlardır. Öğrencilerin üretken düşündükleri zamanlar, buldurma yöntemi sayesinde bilgileri bulmaya çalıştıkları zamanlardır. Buldukları her bir bilgi öğrenciler için yenidir ve diğer bilgilerinden az çok farklılaşmaktadır. Örneğin tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinden oldukça farklıdır ve kendileri için yeni olan bu toplama-çıkarma çeşidini öğrenciler verilen ipuçlarıyla bulmuşlardır.

Öğretimde öğrenciler bazen eleştirel düşünme imkânı bulmuşlardır. Öğrencilerin eleştirel düşünerek cevabını bulmaları gereken bir bölüm olarak Ek'te verilen içeriğin "Soru 42'den Yönerge 34'e kadar" olan bölümü incelenebilir. Bir öğrenci, bu bölümdeki soruyu çözerken ve bu soruya uygun matematiksel ifadeyi yazarken daha önce öğrendiklerinden hareketle "sol yönde 5 adım atma" ifadesine karşılık neden - 5 yazması ve +5 yazmaması gerektiğine, "sağ yönde 3 adım atma" ifadesine karşılık neden +3 yazması ve -3 yazmaması gerektiğine "daha" ifadesine karşılık neden toplama işlemini kabul edip de çıkarma işlemini kabul etmemesi gerektiğine eleştirel düşünerek karar vermiştir.

Yine öğrencilerin eleştirel düşünerek cevabını bulmaları gereken içerikten başka bir bölüm olarak Ek'te verilen içeriğin "Soru 55'ten Yönerge 63'e kadar" olan bölümü incelenebilir. Bir öğrenci, bu bölümdeki soruyu çözerken ve bu soruya uygun matematiksel ifadeyi yazarken daha önce öğrendiklerinden hareketle "sol yönde 5 adım atma" ifadesine karşılık neden - 5 yazması ve +5 yazmaması gerektiğine, "sonra 3 adımımı" ifadesine karşılık neden -3 yazması ve +3 yazmaması gerektiğine "silin" ifadesine karşılık da neden çıkarma işlemini kabul edip de toplama işlemini kabul etmemesi gerektiğine eleştirel düşünerek karar vermiştir.

Öğretimde öğrenciler bazen mantıksal düşünme imkânı bulmuşlardır. Şöyle ki buldurma yönteminde ardışık soru ve yönergeler arasında neden-sonuç ilişkisi kurarak öğrencilerin bir sonuca ulaşması öğrencilerin mantıksal düşünmeyi kullanarak gerçekleştirdikleri bir durumdur.

Öğretimde öğrenciler bazen problem çözmüşlerdir. Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 57" bölümünde tam sayılarla toplama ile ilgili problemlere ve "Yönerge 90" bölümünde tam sayılarla çıkarma ile ilgili problemlere yer verilmiştir. Öğrenciler bu problemleri çözerken fazla zorlanmamışlardır.

Öğretimde öğrenciler bazen tahminde bulunmuşlardır. Öğrencilerin cevabını bulurken tahminde bulundukları Ek'te verilen içeriğin "Soru 1'den Soru 4'e kadar" olan bölümü örnek olarak incelenebilir. Öğrenciler, bu bölümdeki 3. soruya cevap verirken tahminde bulunmuşlardır.

Öğretimde öğrenciler bazen zihinden işlem yapmışlardır. Şöyle ki öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerini önce zihinden sonra yazarak yapmışlardır. Zihinde işlem yapma öğrencilere hem eğlenceli bir süreç yaşatmış hem de öğrencilerin öğrenme için gerekli zihinsel süreçleri daha çok işletmelerini sağlamıştır.

Öğretimde öğrenciler okuduklarını, dinlediklerini ve gördüklerini doğru anlamlandırabilme egzersizleri yapmışlardır. Şöyle ki öğrencilere hiçbir bilgi hazır olarak verilmemiştir. Öğrenciler soru ve yönergeleri okumuşlar, anlamaya çalışmışlar ve uygun cevapları oluşturmak için çaba harcamışlardır. Bu süreçte öğrenciler arasında yardımlaşmalar olmuş, ipucu, dönüt ve düzeltme alış-verişi yaşanmıştır.

3) Aşamalılık: Öğretim içeriği aşamalı; kolaydan zora, basitten karmaşığa, somuttan soyuta, bilinenden bilinmeyene, yakından uzağa ve her bir soru veya yönerge bir sonrakinin ön koşulu olacak şekilde yapılandırılmıştır. Ön koşul niteliğindeki her bilgi ön koşul olduğu bilginin bulunması için ipucu olma özelliği taşımaktadır. Aynı zamanda ön koşul niteliğindeki bilgiler ön koşul olduğu bilgilerin kestirilmesine de olanak vermektedir. Bilinenden bilinmeyene örnek olarak Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 11'den Yönerge 15'e kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümde doğal sayıların sayı doğrusunda nasıl gösterildiğini bilen öğrencilerin bu bilgilerinden hareketle tam sayıları sayı doğrusunda nasıl göstermeleri gerektiğini bulmaları amaçlanarak bilinenden bilinmeyene bir yol izlenmiştir. Kolaydan zora örnek olarak Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 25'ten Yönerge 33'e kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümde daha basit olan iki tam sayının toplamından başlanarak üç ve daha sonra dört tam sayının toplamı verilerek işlemlerde basitten zora bir yol izlenmiştir. Basitten karmaşığa örnek olarak Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 91'den Yönerge 96'ya kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümde sadece parantez içine alınmış tam sayılarla toplama-çıkarma işlemlerinden başlanmış sonra parantezli-parantezsiz, daha sonra da parantezli-parantezsiz-mutlak değerli tam sayılarla toplama-çıkarma işlemleri verilerek basitten karmaşığa bir yol izlenmiştir. Somuttan soyuta örnek olarak Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 6'dan Yönerge 7'ye kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümde öğrencilerin hayatında somut olarak var olan uzaklık kavramından hareketle yeni ve soyut bir kavram olan mutlak değer kavramına ulaşılmaya çalışılarak somuttan soyuta bir yol izlenmiştir.

4) Kavramsal ve işlemsel bilgi: Ek'te verilen öğretim içeriği incelendiğinde tam sayılar konusuyla ilgili hem kavramsal hem de işlemsel bilgilere yer verildiği görülmektedir. Söz konusu içerikte sırasıyla "tam sayı" ve "mutlak değer" kavramlarına, tam sayılarla toplama-çıkarma işlemlerine ve problemlere yer verilmiştir. Hem kavram öğretiminde ve hem de işlem öğretiminde öğrencilerin önceki matematik veya gündelik hayat bilgilerinden hareket edilmiş, adım adım yeni bilgiye ulaşılmıştır. İşlem öğretiminde ayrıca tekrara da önem verilmiştir. Bu şekilde öğrencilerin hem kavramsal bilgilerinin hem de işlemsel bilgilerinin gelişmesi ve pekişmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde parantezli işlemleri genellikle kolayca yaptıkları gözlenmiştir. Ancak arada parantez olmadan yalnızca işaretleriyle verilen tam sayıları toplama ve çıkarmada zorlandıkları görülmüştür.

5) İlişkilendirme: İçerik günlük hayatla ilişkilendirilerek verilmiştir. Zaten somuttan soyuta, yakından uzağa yapılandırılan bir içeriğin günlük hayatla ilişkilendirilmesi zorunluluğu vardır. Matematiksel bilginin günlük hayatla ilişkilendirildiğine dair Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 57" bölümü örnek olarak incelenebilir. İçeriğin matematiksel bilginin günlük hayatla ilişkilendirildiği bölümleri işlenirken öğrencilerin daha ilgili oldukları, günlük hayatla birebir bağlantılı örneklerde daha çok derse katıldıkları gözlenmiştir.

Günlük hayatla ilişkilendirmenin yanı sıra matematiksel bilgi kendi içinde de ilişkilendirilmiştir. Matematiksel bilginin kendi içerisinde ilişkilendirildiğine dair Ek'te verilen içeriğin "Soru 52'den Yönerge 62'ye kadar" olan bölümü örnek olarak incelenebilir. Bu bölümde tam sayılarla çıkarma işlemi toplama işlemi ile ilişkilendirilerek verilmiştir. Öğrenciler bu bölümde çıkarma işlemi ile toplama işlemi arasındaki ilişkiyi fark etmişler, neden çıkarma işleminin toplamaya dönüştürülebileceğini anlamlandırmışlar ve daha sonraları çıkarma işlemlerini toplamaya dönüştürerek yapmışlardır.

Matematiksel bilgi diğer disiplinlerle de ilişkilendirilmiştir. Matematiksel bilginin diğer disiplinlerle ilişkilendirildiğine dair Ek'te verilen içeriğin "Soru 1'den Soru 4'e kadar " olan bölümü örnek olarak incelenebilir. Bu bölümde matematiksel bilgi öğrencilerin fen bilgisi dersinde inceledikleri termometre ile ilişkilendirilmiştir. Matematiksel bilginin diğer disiplinlerle ilişkilendirildiğine dair başka bir örnek olarak Ek'te verilen içeriğin "Soru 17'den Yönerge 5'e kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümde matematiksel bilgi öğrencilerin sosyal bilgiler dersinde inceledikleri yön kavramı ile ilişkilendirilmiştir.

6) Tekrar: Ek'te verilen öğretim içeriği incelendiğinde özellikle işlemsel bilginin kalıcılığını arttırmak için benzer sorulara yer verildiği görülmüştür. Tekrar, tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin öğretiminde basitten zora ve karmaşığa alıştırmalarla gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu tekrarlarla öğrencilerin öğrenmesinin pekiştiği görülmüştür.

Sosyal Yönden Gelişim

ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin sosyal yönden gelişimine yönelik ne tür imkânlar sağladığı aşağıdaki başlıklar altında incelenmiştir.

1) İşbirliği/Yardımlaşma: ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerden soru ve yönergeleri öncelikle bireysel olarak sonra da kendi aralarında EYT'ye uygun olarak yardımlaşarak tamamlamaları istenmiştir. ÇGMÖ ile öğretimi etkili kılan yanlardan biri bu olmuştur. Yardımlaşma sayesinde tüm sınıf derse katılmış, yardım alan öğrenciler soru ve yönergeleri cevaplamada daha başarılı olmuşlar, yardım eden öğrenciler de öğrendiklerini tekrar ederek pekiştirmişlerdir. Yardım eden 2 ve 3. bilen öğrenciler, arkadaşlarına yardım ederken aynı zamanda kendi yaptıkları yanlışların ve eksiklerin de farkına varmışlardır. Örneğin Ö-2, "*Öğretmenim ben doğru yaptığımı zannediyordum. Arkadaşıma anlatırken yanlış yaptığımı fark ettim ve düzelttim.*" demiştir.

Öğrenciler arasında yardımlaşma gerçekleşmesi daha da ilerisi kimin kimden/kimlerden yardım alacağının veya kimin kime/kimlere yardım edeceğinin net olarak ortaya konması sınıf yönetimini de kolaylaştırmıştır.

2) İpucu, dönüt, düzeltme ve pekiştireç verme: Öğretim içeriğindeki soru ve yönergelerden önce gelen, sonra gelen için ipucu niteliği taşımaktadır. Bu duruma örnek olarak Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 11'den Yönerge 16'ya kadar" olan bölümü incelenebilir. Bu bölümün nihai amacı öğrencilerin tam sayıları doğru bir şekilde sıralamasını sağlamaktır. Bunun için işe öğrencinin daha önce bildiği doğal sayılardan başlanmış ve 11. yönerge öğrencilere yöneltilmiştir. Burada öğrenciye, 32. soruya doğru cevap verebilsin diye 31. soru sorulmuştur ve nihayetinde öğrenciden 12. yönergede doğal sayıları sıralaması istenmiştir. Buraya kadarki soru ve yönergeler tam sayıları sayı doğru sıralamak için verilen ipuçlarıdır. 13. yönergede öğrencilerden daha önce öğrendikleri şekilde tam sayıları sayı doğrusunda sıralamaları istenmiştir. 14. yönergeye doğru cevap verebilsinler diye 33. soru öğrencilere sorulmuştur. Daha sonraki soru ve yönergelerle de öğrenilenlerin gerçekten öğrenilip öğrenilmediği hem test edilmiş hem de öğrenme pekiştirilmiştir.

Zaman zaman öğrenciler yönergeleri anlama noktasında zorlandıklarında öğretmen daha farklı ipuçları ile öğrencileri yönlendirmiştir. Verilen ipuçları sayesinde öğrenciler zihinlerini daha aktif kullanmışlardır. Öğretmenin verdiği ipuçlarını etkin bir şekilde dinleyen, akıl yürüten ve sezgilerini de kullanan öğrencilerin bilgiye kendi kendilerine ulaşabildikleri görülmüştür. Bu uygulama sonrasında çoğu öğrenci dersten çıkınca beyinlerinin yorulduğunu ifade etmiştir. Bir dersten sonra Ö9, "*Öğretmenim beynim çok yoruldu sanki beynimin içi gıdıklanıyor.*" demiştir.

ÇGMÖ ile öğretimde ipucu almanın yanı sıra bütün öğrenciler dönüt ve düzeltme alma imkânı da bulmuştur. Bu durum, ÇGMÖ'de kullanılan, bir işbirlikli öğrenme tekniği olan EYT sayesinde gerçekleşmiştir. EYT'ye göre ortaya konan yardımlaşma ağı tüm öğrencilerin eksikleri veya yanlışları olduğunda dönüt ve düzeltme alabilmelerini sağlamıştır. EYT'ye göre her soru ve yönergede öğretmen daha çok 2. bilenlere, zamanı kalırsa 3. bilenlere, 2. bilen öncelikli olarak yanındakine, sonra diğerlerine, 3. bilen de yanındakine yardımcı olmuş; ipucu, dönüt ve düzeltme vermiştir. Tersinden okunacak olursa 3. bilenin yanında oturan öncelikli olarak 3. bilenden, 2. bilenin yanında oturan öncelikli olarak 2. bilenden, 3. bilen 2. bilenden, 2. bilen de öğretmenden yardım; ipucu, dönüt ve düzeltme almıştır.

ÇGMÖ ile öğretimde tüm öğrencilere dönüt ve düzeltme verilmesi sonucunda öğrenmenin iyi bir şekilde gerçekleşmesi hem öğrencileri hem de öğretmeni bir hayli mutlu etmiştir. Öğretmen öğrencilerine faydalı olduğunu düşünmüş ve mutlu olmuştur.

Öğrencilere ipucu, dönüt ve düzeltme vermenin yanı sıra doğru yaptıklarında öğretmen tarafından "Aferin. Çok iyi gidiyorsun. Bravo." şeklinde pekiştireç de verilmiştir. Bu durum onları motive etmiş, cesaretlendirmiş ve öğrenmeye daha istekli hale getirmiştir.

3) Sözel iletişim, demokratik yaşam, takım çalışması veya toplumsal yaşam becerileri: ÇGMÖ ile öğretime uygun olarak hazırlanan içerikteki soru ve yönergelerin cevabını bulmaya çalışan öğrenciler düşüncelerini paylaşmışlar, birbirlerinin düşüncelerine saygı göstererek tartışmışlar, birbirlerini hoşgörüyle dinlemişler ve ortak bir karara varmaya, doğru cevabı bulmaya çalışmışlardır. Ayrıca öğretim içeriğindeki tanım ve kuralları bulmada işbölümü yapmışlar, dayanışma içerisinde olmuşlardır. ÇGMÖ ile öğretim sayesinde öğrencilerde en çok gelişen özelliklerden birinin de sorumluluk olduğu görülmüştür. Her öğrenci kendi öğrenme sorumluluğunu taşımakla birlikte grubun lideri sayılan 2. bilen konumundaki öğrenciler grubun başarısının artması için diğer arkadaşlarının çalışmalarını yakından takip etmiş, onları ödevlendirmiş ve konuyu öğrenip öğrenmediklerini test etmek için onları mini yazılı sınavlara tabi tutmuşlardır. 3. bilenler de yardım etme noktasında 2. bilen öğrencilere benzer davranışlar sergilemiştir.

4) Matematiğin bir dil olarak algılanması: Öğrencilere Ek'te sunulan tam sayılar konusuna ait öğretim içeriğinde "MATEMATİKÇE" başlığının kullanılması ve bu başlık altında yer alan soru ve yönergeler öğrencilerde matematiğin de İngilizce, Fransızca gibi bir dil olduğu algısını oluşturmuştur. Ek'te verilen içerikten örnek bir "MATEMATİKÇE" bölümü "Yönerge 7"dir. Bu bölüm işlenirken öğrencilerden Ö-4, derste "*Öğretmenim -3'ün sayısının mutlak değerinin Matematikçe yazılışı çok daha kısa.*" demiştir.

Duygusal Yönden Gelişim

ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin duygusal yönden gelişimine yönelik ne tür imkânlar sağladığı aşağıdaki başlıklar altında incelenmiştir.

1) Merak, dikkat, motivasyon, öz saygı, öz yeterlilik, kaygı ve heyecan: ÇGMÖ ile öğretim sürecinde öğrencilerin merak ve dikkatlerinin ders boyunca genellikle uyanık kaldığı görülmüştür. Öğretim materyalinin buldurma ve soru cevap yöntemlerine göre hazırlanması ve soru ve yönergelerin öğrencilerin seviyesine uygun olmasının bunda büyük etkisinin olduğu görülmüştür. Sorulara cevap verebilmek öğrencilerde “Ben de yapabiliyorum.”, “Ben de düşünüp doğruyu bulabiliyorum.” gibi olumlu algılar oluşturmuştur. Ayrıca istediği zaman arkadaşından yardım alabileceğini bilmek öğrencilerde hata yapmak endişesiyle duydukları kaygı ve heyecanı azaltmış, çalışmalarını devam ettirme noktasında motive etmiştir. Öyle ki öğrenciler bazen tanım ve kuralları yanlış anlamış ve dolayısıyla arka arkaya gelen ve birbirinin tekrarı olan sorulara yanlış cevap vermiştir. Öğretmen bu durumu fark edip gerekli dönüt ve düzeltmeleri verdikten sonra öğrenciler tüm yaptıklarını silip üşenmeden zevkle doğru bir şekilde soruları cevaplamışlardır. Bu durum öğrencileri yıldırmamış aksine doğru öğrenmeler için hep istekli tutmuştur. Bazen teneffüste bile çalışmaya devam eden öğrencilerin olduğu gözlenmiştir. Tüm derslerin matematik dersi olmasını isteyen ve matematik dersi bitti diye üzülen öğrenciler olmuştur. Örneğin Ö6 bir dersin sonunda, "*Öğretmenim dersin nasıl bittiğini anlamadım. Daha çok matematik dersi olsun istiyorum."* demiştir.

Bu uygulamada matematiğe karşı tutumda da olumlu yönde değişim gözlenmiştir. Ö5'in "*Bu kitapçık matematiği daha çok sevmemi sağladı. Matematiğe bakışım değişti. Eskisi gibi olumsuz düşünmüyorum*." şeklindeki ifadesi bu durumu destekler niteliktedir.

2) Yardımseverlik, hoşgörü, sorumluluk, sevgi ve saygı: ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerin bazıları yardım etmiş, bazıları yardım almış, bazıları hem yardım etmiş hem de yardım almıştır. Yardım eden öğrenci hem kendi öğrenmesini pekiştirmiş hem de arkadaşlarının öğrenmesine katkı sağlamıştır. Bu durum yardım edeni mutlu etmiştir. Yardım alanın da yardım edene karşı sevgisi artmıştır. Örneğin Ö9’un "*Grupça birlikte çalıştığımız için ben de daha iyi öğrendim. Yardım almamın bunda katkısı oldu*.", Ö5’in “*Birilerine yardım etmek beni mutlu etti aynı zamanda konuları tekrar etmemi ve daha iyi öğrenmemi sağladı.*" ve Ö2’nin "*Yardım ettiğim için mutlu oldum, hem de yardım ederken tekrar edip daha iyi öğrendiğim için mutlu oldum*." şeklindeki söylemler bu durumu destekler niteliktedir. Bütün bunlar öğrencilerdeki yardımseverlik duygusunu geliştirmiştir.

ÇGMÖ ile öğretimde bilgiler öğrencilere hazır verilmeyip onlardan bilgileri bulmaları istendiği için her öğrenci kendi öğrenme sorumluluğunu hissetmiş, yanı sıra yardım eden konumunda olan öğrenciler yardım ettikleri öğrencilerin, özellikle grubun başkanı olan 2. bilen öğrenciler bütün grubun öğrenme sorumluluğu üzerinde hissetmiştir. 2. bilen öğrencilerin arkadaşlarının çalışmalarını yakından takip etmeleri, onları ödevlendirmeleri ve onların konuyu öğrenip öğrenemediklerini test etmek için mini sınavlar hazırlamaları bunun en önemli göstergesidir.

Grubun başarısının kendi başarısını etkileyeceğini bilmek zaman zaman sabırları zorlansa da öğrencilerin birbirlerine olan hoşgörülerini pekiştirmiştir. Öğrenciler birbirlerine yardım etmede; ipucu, dönüt ve düzeltme vermede sabır göstermişler, öğrenmede zorluk yaşayan arkadaşlarına karşı daha hoşgörülü olmuşlardır. Tahammüllerinin zayıfladığı yerlerde öğretmen onları yardımlaşmadan vereceği ders içi performans notuyla motive etmiştir.

Yardımlaşma, öğrencilerin arkadaşlık ilişkilerini de olumlu yönde geliştirmiştir. Uygulama sayesinde öğrenciler arkadaşlarını daha iyi tanıdıklarını ve arkadaşlık bağlarını iyileştirdiklerini ifade etmişlerdir. Örneğin Ö8'in "*Kitapçıktaki soruları çözerken arkadaşlarım bana yardımcı oldular. Anlamadığım şeyleri arkadaşlarıma sorarak ve onlardan yardım alarak öğreniyordum. Eskiden Ö1 ve Ö6 ile konuşmuyordum. Şimdi onlarla çok iyi arkadaş oldum.*”, Ö5'in "*Bu şekilde ders işlememiz arkadaşlık ilişkilerimizi geliştirdi.*" ve Ö3'ün “G*rubumdaki arkadaşlarımla ilişkilerim iyileşti*." şeklindeki ifadeleri yukarıdaki gözlem notlarını destekler niteliktedir. Ayrıca sınıfta daha önce kendisini ifade etmekte zorlanan öğrencilerin bu uygulama ile kendilerini daha iyi ifade eder hale geldikleri görülmüştür.

ÇGMÖ ile öğretim, öğrencilerin öğretmene karşı olumlu tutumlarını daha da iyileştirmiştir. ÇGMÖ ile öğretimde, öğrenci ile öğretmen arasındaki etkileşim artmış, bu artış öğrencilerin öğretmene karşı sevgilerine olumlu yansımıştır. Uygulama esnasında bir keresinde Ö6, "*Öğretmenim, siz çok* *gayretli ve sabırlısınız. Bize öğretmek için çok çaba harcıyorsunuz. Biz sizi çok seviyoruz.*" demiştir. Diğer öğrenciler de zaman zaman öğretmene karşı sevgilerini ifade etmişlerdir.

3) Öğretimin eğlenceli olması: Öğrenciler eğlenerek öğrenmişlerdir. Dahası öğrenirken eğlenmekten ziyade öğrendikleri için eğlenmişler, kendilerini iyi hissetmişledir. Matematik derslerini anlamadığını düşünerek sessiz kalan öğrencilerin bile soru ve yönergeleri cevapladıkça kendilerine olan güvenlerinin arttığı, sınıf içerisinde daha mutlu oldukları gözlenmiştir. Bu durum öğrencilerin ifadelerine de yansımıştır. Öğrencilerden Ö8, "*Bu şekilde ders işliyoruz ya öğretmenim, bu daha eğlenceli oluyor.*" demiştir. Ö4 ise "*Grup yaparak ders işlemek eğlenceli oldu.*" demiştir. Tam sayılar konusunun ilgili kısımları bittikten sonra bu kısımlardan sonra gelen konuların öğretiminde de öğrenciler, dersi aynı yöntemle işlemesi yönünde öğretmenden istekte bulunmuşlardır.

Fiziksel Yönden Gelişim

ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin fiziksel yönden gelişimine yönelik ne tür imkânlar sağladığı aşağıdaki başlıklar altında incelenmiştir.

1) Yazma: Öğrenciler ÇGMÖ ile sürekli bir yazma etkinliği içerisinde olmuşlardır. Yönergelerin, soruların cevaplarını yazma öğrencilerde adeta bir bulmacayı çözüyormuş hissi oluşturmuştur. Anlatım yöntemi ile yapılan derslerde tahtaya öğretmen tarafından yazılan bilgileri deftere geçerken mızmızlanan öğrencilerin bunun aksine ÇGMÖ ile öğretimde yönergelerin cevabını bulup yazmaktan büyük keyif aldıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin çoğu ÇGMÖ'ye uygun olarak hazırlanan öğretim içeriği sayesinde matematik dersini daha çok sevdiklerini dile getirmişlerdir.

2) Model çizme: Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin modellenmesinde öğrenciler matematiksel ifadelere uygun modeller çizebilmişlerdir. Örneğin Ek'te verilen içeriğin "Yönerge 21'den Yönerge 24'e kadar" olan bölümü öğrencilerin matematiksel ifadelere uygun modeller çizdikleri bir bölümdür.

3) Tahtaya kalkma: Zaman zaman öğrenciler çözümlerini sınıfla paylaşmak için tahtayı kullanmışlar ve tahtaya kalkma korkularını yendiklerini ifade etmişlerdir. Örneğin Ö8'in "*Eskiden matematiği sevmiyordum. Kitapçık sayesinde sevdim, soruları çözme isteği oldu. Soru çözdükçe matematiği yapabiliyorum, başarabiliyorum. Eskiden soru çözmekten tahtaya kalkmaktan korkuyordum. Şimdi ise konuları öğrendikçe cesaretim arttı ve tahtaya kalkıp soru çözmek istedim*." şeklindeki ifadeleri bu durumu destekler niteliktedir.

4) Matematiksel araç-gereçleri kullanma: Öğrenciler matematiksel araç olarak cetvel kullanmışlardır. Cetveli sayı doğrusunu çizerken kullanmışlar, sayılar arasında olması gereken eşit mesafeyi de cetvelden faydalanarak ayarlamışlardır.

5) Kaynak kitap kullanma: ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler Ek'te verilen içerikteki "TANIM" ve "MATEMATİKÇE" başlıkları altındaki soru ve yönergelerin cevaplarını ÇGMÖ ile öğretimde kaynak kitap olarak kabul edilen ders kitabında veya başka konu anlatımlı kitaplarda bulabilmişlerdir. Bir bilgiye kaynak kitapları tarayarak ulaşmak öğrencileri çok heyecanlandırmıştır. Ayrıca bu şekilde öğrenciler bir bilgiye ulaşırken bu bilgiye paralel farklı bilgileri de okuyarak anlamaya çalışmışlar, benzer bilgiler arasından soru veya yönergelerine doğru cevap olan bilgiyi seçip alma becerilerini geliştirmişlerdir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu bölümde ÇGMÖ ile öğretimin; zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel olmak üzere ayrı ayrı her bir gelişim alanına katkısına dair bulgular, ÇGMÖ ile ilgili daha önce yapılan çalışmalar ve bu araştırmada ÇGMÖ ile öğretimde kullanılan birleşik yaklaşımdaki yöntemler olan buldurma, soru-cevap, işbirlikli öğrenme ve tam öğrenme yöntemlerinin sağladığı faydalar ışığında tartışılmıştır.

Zihinsel Yönden Gelişim

Öğretim sürecinde öğrencilerin zihinsel olarak aktif olmaları sağlanmıştır. Bunun için;

1) ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler; tanımları, kuralları, kavramları, ilkeleri kendileri bulmuş, genellemelere kendileri ulaşmışlar, kendileri için yeni olan her bilgiyi yeniden keşfetmişler, dolayısıyla bilim insanıymış gibi davranmışlardır: Çünkü tam sayılar konusunda ÇGMÖ'ye uygun olarak hazırlanan içerik, soru-cevap ve buldurma yöntemlerine göre hazırlanmış, dolayısıyla öğrenciler buna teşvik edilmiştir. Bulgulardan görüldüğü üzere ÇGMÖ ile öğretimde sınıfta bulunamayan hiçbir bilgi olmamıştır. Bunun birinci sebebi tam öğrenme yöntemine uygun olarak hazırlanan içeriğin öğrencileri bilgiyi bulmaya götürecek ipuçlarıyla (soru ve yönergelerle) yapılandırılması ve öğrencilerin bu soru ve yönergeleri cevaplarken dönüt ve düzeltme almalarıdır. Aynı zamanda tam öğrenme yöntemindeki bilişsel ve duyuşsal giriş davranışlarına uygun olarak öğrencileri bilgiyi bulmaya götürecek ipucu niteliğindeki yönerge ve soruların öğrencilerin seviyesine uygun ve art arda gelen yönerge ve sorular arasındaki geçişlerin yeterince yumuşak olmasıdır. Yıldızlar (2011) öğrencilere sağlanan ipuçlarının öğrenmeyi kolaylaştırdığını, Akınoğlu (2011) da dönüt ve düzeltmenin öğrenme güçlük ve eksiklerini giderebileceğini ifade etmiştir.

İkinci sebep ise işbirlikli öğrenme sayesinde öğrencilerin yardımlaşabilmesidir. Dolayısıyla buldurma yöntemi, işbirlikli öğrenme ve tam öğrenme ile birlikte kullanıldığından bulma kolaylaşmıştır. Johnson ve Johnson (1979) iyi yapılandırılan bir işbirliğinin, ilkelerin ve kuralların öğreniminde etkili olduğunu belirtmişlerdir (Baykara, 1999). Taşdemir (2010) çocukların birbirlerinden daha kolay öğrendiklerini, Baki (2008) ise bazı araştırmalarda öğrencilerin birbirleriyle karşılıklı anlayış içerisinde etkinlikleri paylaştıkları zaman öğrenmenin arttığının tespit edildiğini ifade etmiştir. Kurnaz-Yaşar (2019) ÇGMÖ ile öğretimde kullanılan tam sayılar konusuna ait içeriğin basitten zora, adım adım ilerlemeye ve öğrencilerin seviyelerine uygun olarak hazırlanması ve bu içerikle ders işlenirken öğrencilerin yardımlaşmaları; ipucu, dönüt ve düzeltme almaları onların işini kolaylaştırdığını ve bu sayede başarılı olduklarını ifade etmiştir. Yıldırım (2014) da benzer şeyler söylemiştir.

Çakır vd. (2019) yaptıkları çalışmada yardım edenlerin kendi yanlış ve eksiklerini daha net görüp düzelttikleri, öğrendiklerini tekrar edip pekiştirdikleri, cevaplarını tek tek kontrol ettirerek eksiklerini tamamlayıp yanlışlarını düzeltebildikleri için başarılı olduklarını ifade etmişlerdir. Yine cevaplarını kontrol ettirip dönüt ve düzeltme almak öğrencilerin konuyu daha iyi anlayıp, soru çözmede daha istekli olmalarına dolayısıyla daha fazla soru çözmelerine vesile olduğunu söylemişlerdir.

2) ÇGMÖ ile öğretim; öğrencilerin okuduklarını, dinlediklerini ve gördüklerini doğru anlamlandırabilme; problem çözme; akıl yürütme; sezgisel, üretken, mantıksal, eleştirel düşünme; tahminde bulunma; zihinden işlem yapma gibi farklı zihinsel becerilerini geliştirmelerine imkân sağlamıştır: Burada bahsi geçen her bir beceriye uygun olarak öğrencilerin neler yaptıkları aşağıda tek tek ele alınarak tartışılmıştır.

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin akıl yürütmelerine imkân sağlamıştır: Akıl yürütme bir konu üzerinde zihinsel olarak yoğunlaşma ve sonucunda bir karara ulaşma yetisidir (Baykul, 2009). Akıl yürütme diğer bir adıyla muhakeme, var olan bilgilerden yola çıkarak matematiğe ait sembol, tanım, ilişki, vb. araçları işe koşarak tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme, vb. düşünme yollarıyla yeni bilgilere ulaşma sürecidir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013). Bulgular kısmında verilen örnekte de görüldüğü üzere öğrenciler, tam sayıları sayı doğrusuna nasıl yerleştireceklerini bulurken tümevarım yöntemini kullanmışlardır, yani akıl yürütmüşlerdir. Erciyeş (2011) buluş stratejisinde tümevarım yöntemi kullanıldığını, Olkun ve Toluk-Uçar (2009) da buluş stratejisinde özel durumlardan genel kural ve formüllere ulaşılması amaçlandığı için bu durumun tümevarımsal akıl yürütmenin gelişmesine katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Kurnaz-Yaşar (2019) da ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişimine katkı sağladığını ifade etmiştir.

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin sezgisel düşünmelerine imkân sağlamıştır: Sezgisel düşünme, deneyim ve düşünmenin birikimi sonucunda bir gerçeği, muhakeme yapmadan birden bire kavrama olarak tanımlanabilir (Hançerlioğlu, 2016). Bazı öğrenciler bulgular kısmında da ifade edildiği gibi içeriğin söz konusu bölümünde ilk soruyu ve yönergeyi cevaplamadan direkt son yönergenin cevabını vermiştir. Bu cevabı vermelerinde daha önce termometre deneyimleri etkili olmuştur. Yani bu cevaba ulaşmada sezgisel düşünmeyi kullanmışlardır. Bruner'e göre, sezgisel düşünme buluş sürecinin bir parçasıdır (Şahin, 2011). Çünkü tümevarım yaklaşımı, öğrencinin sezgisel düşünmesini gerektirir (Baykul, 2009). Dolayısıyla buluş stratejisinde tümevarımsal akıl yürütme kullanıldığından ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin sezgisel düşünmelerine imkân sağlamıştır.

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin üretken düşünmelerine imkân sağlamıştır: Üretken düşünme, kişinin zihninde var olan kavramlar arasındaki ilişkilerden yeni fikir üretmek, bir probleme bilinen çözümlerin dışında işe yarar farklı bir çözüm bulmaktır (Sarmaşık-Kaya, 2018). ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciye hiçbir bilginin hazır olarak verilmemesi, bilgileri öğrencilerin bulması onların üretken düşünmelerinin desteklendiğini göstermektedir. Tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemleri ele alınacak olursa doğal sayı, toplama ve çıkarma kavramlarını bilen öğrenci kendisine verilen ipuçlarıyla yeni bir toplama ve çıkarma işlemi çeşidi bulmuş, yeni bir toplama ve çıkarma işlemi çeşidini üretmiştir. Elbette ki bu tam bir üretkenlik olmasa da öğrencilerin üretken düşünmelerinin desteklenmesi, geliştirilmesidir. Doğan (2010), Olkun ve Toluk-Uçar (2009) ve Yıkmış (2005) da buluş stratejisinin öğrencilerin üretken düşünmelerini geliştirdiğini ifade etmişlerdir.

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin eleştirel düşünmelerine imkân sağlamıştır: Eleştirel düşünme, Ennis (1985)'e göre durumlar ya da sorunlar hakkında doğru değerlendirme yapmadır. Norris (1985)'e göre eleştirel düşünme, neye inanıp inanılmayacağına mantık yoluyla karar vermedir. Maiorana (1992)'ya göre eleştirel düşünme, farklı fikirleri anlama, değerlendirme ve problem çözmedir. Anlama, değerlendirme ve çözme, araştırma veya sorgulama gerektirdiğinden eleştirel düşünmenin, sorgulama ya da araştırma olduğu da söylenebilir. Eleştirel düşünmenin tanımlarına göre bulgular kısmında verilen örnekler kritik edildiğinde öğrencilerin içeriğin bu bölümlerinde mantık yoluyla ne yapıp yapmayacaklarına karar verdikleri dolayısıyla eleştirel düşündükleri görülmektedir. Diğer yandan ÇGMÖ'de işbirlikli öğrenmenin kullanılması da öğrencileri eleştirel düşünmeye ittiği söylenebilir. Çünkü Johnson ve Johnson (1990) işbirlikli öğrenmenin eleştirel düşünmeyi teşvik ettiğini ve öğrencilerin tartışma yoluyla fikirlerini açıklamalarına yardım ettiğini, Austin (1995) de işbirlikli öğrenmenin kullanıldığı ortamlarda öğrencilerin daha yüksek muhakeme yapmaya ve eleştirel düşünmeye gereksinim duyduklarını ifade etmiştir.

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin mantıksal düşünmelerine imkân sağlamıştır: Mantıksal düşünme, Yaman (2005)'a göre bireyin çeşitli zihinsel faaliyetler sonucu, genellemelere, nihayetinde ilke ve yasalara ulaşmasıdır. Bozdoğan (2007)'a göre bir sonuca ulaşmak için kararlı bir şekilde ardışık düşünmek mantıksal düşünmenin temelini oluşturur. Bu durum söz konusu sonuca ulaştıran tüm problem ve çözümleri ardışık olarak düzenlemek demektir. Mantıksal düşünme, bir problemin çözümünde neden-sonuç ilişkisi kurarak istikrarlı bir şekilde mantıksal kararlar vererek sonuca ulaşmaktır (Aksu, 2012). Tam sayılar konusuna ait içerik soru cevap ve buldurma yöntemlerine uygun olarak hazırlanmıştır. Öğrenciler buldurma yöntemi sayesinde kendilerine verilen soru yönergeler arasında neden-sonuç ilişkisi kurarak adım adım soyutlama ve genellemelerle bilgiye ulaşmışlar dolayısıyla mantıksal düşünmüşlerdir. Baki (2008) soru-cevap yönteminin öğrencilerin konuyla ilgili sebep- sonuç ilişkisini görmelerini sağladığını ifade etmiştir. Aynı şey soru-cevap yönteminin özel bir hali (Aydın, 2018) olan buldurma yöntemi için de söylenebilir.

Düşünme becerilerinin gelişimine soru-cevap yönteminin ve buluş stratejisi içinde değerlendirilebilecek buldurma yönteminin (Yıldız & Dadı, 2019) ciddi katkı sağladığı söylenebilir. Çünkü buldurma yöntemi öğrencilerin zihin yeteneklerini geliştirir. İyi plânlanmış ve yöneltilmiş açıklama ve yorum yapmayı gerektiren soru ve yönergelerle öğrencilerin düşünmeleri sağlanır, (Aydın, 2018). Aynı şekilde soru-cevap yöntemi de öğrencilerin düşünme becerilerini (muhakeme, yorum, analitik düşünce) geliştirir (Baki, 2008; Çepni, 2010; Taşdemir, 2010; Yıldızlar, 2011).

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin problem çözmelerine imkân sağlamıştır: Hazırlanan içerikte konularla alakalı kavram ve ilkelerden sonra problemlere yer verilmiştir. Gagne'ye göre birbirleri arasında aşamalılık olan diğer bir ifadeyle sonra geleni öğrenebilmek için önce gelenin öğrenilmiş olması gerektiği dört farklı öğrenme türü vardır ve bunlar; ayırt etme, kavram öğrenme, ilke öğrenme ve problem çözmedir (Yıldızlar, 2011). Bu nedenle tam sayılar konusunda, önce tam sayı kavramına ardından tam sayılarla toplama işlemine, ardından tam sayılarla toplama ile ilgili problemlere ardından tam sayılarla çıkarma işlemine, ardından da tam sayılarla çıkarma işlemi ile ilgili problemlere yer verilmiştir. Bu şekilde kavram ve ilkeleri öğrenen öğrencilerin bunlarla problem çözmeleri sağlanmıştır. Matematiksel problemleri çözebilmenin yanında ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerin problem çözme becerilerinin de geliştiği söylenebilir. Çünkü Baykul (2009) ve Olkun ve Toluk-Uçar (2009), buluş stratejisinin öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesine katkı sağladığını, Slavin (1995) ve Webb (1982) de işbirlikli öğrenmenin öğrencilere problem çözme becerilerinin kazandırılmasında etkili olduğunu ifade etmişlerdir. Kurnaz-Yaşar (2019) ÇGMÖ ile öğretimin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirdiğini ifade etmiştir.

ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler tahminde bulunmuşlardır. Matematik öğretiminde özellikle iki tahmin türünden bahsedilir. Bunlardan biri işlemsel diğeri ise ölçmeye dayalı tahmindir. İşlemsel tahmin, bir işlemin sonucunun hesap yapılmadan, ölçmeye dayalı tahmin ise herhangi bir araç kullanmadan ölçümün yaklaşık olarak ortaya konmasıdır. İşlemsel tahmin becerisi iyi olan bireylerin, temel matematik becerilerinin de gelişmiş olduğu gözlemlenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2009). ÇGMÖ ile öğretimde her iki tahmin becerisine de yer verilmiştir.

ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler zihinden işlem yapmışlardır: Tahmin becerileri matematik alanındaki diğer becerilere bağlı olarak gelişir. Tahmin becerisinin bağlı olduğu becerilerden biri zihinden işlem yapabilme becerisidir. Bu beceri öğrencilerin işlemleri daha hızlı yapmalarını bu sayede daha hızlı karar vermelerini ve yeni öğrenmeler için daha fazla zaman ayırabilmelerini sağlar (Olkun ve Toluk Uçar, 2009).

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin okuduklarını, dinlediklerini ve gördüklerini doğru anlamlandırabilme becerilerini geliştirmelerine imkân sağlamıştır: Öğrencinin matematik öğrenebilmesi için okuma ve dinleme becerilerini geliştirmesi; algıladıklarını hızlı, tam ve doğru olarak anlamlandırabilmesi, ilgi ve isteklerini, duygu ve düşüncelerini açık ve anlaşılır bir biçimde eksiksiz olarak ifade edebilmesi gerekmektedir. ÇGMÖ ile öğretimde de öğrencilere hiçbir bilgi hazır olarak verilmemiştir. Dolayısıyla öğrencinin öğrenmesi içerikteki soru ve yönergeleri okuyup, öğretmeninin ve arkadaşının söylediklerini dinleyip anlamasına bağlanmıştır. Böyle bir duruma maruz kalan öğrencinin algıladıklarını hızlı, tam ve doğru anlamlandırabilme becerisinin geliştiği kabul edilebilir.

3) ÇGMÖ ile öğretim; öğrencilerin seviyesine uygun, basitten karmaşığa, kolaydan zora, somuttan soyuta, yakından uzağa, bilinenden bilinmeyene şeklinde yapılandırılmıştır: Burada bahsi geçen her bir kavram ve bu kavramlara uygun olarak ÇGMÖ ile öğretimde neler yapıldığına dair bulgular aşağıda tek tek ele alınarak tartışılmıştır.

ÇGMÖ ile öğretim bilinenden bilinmeyene olacak şekilde yapılandırılmıştır: Bulgular kısmında bu iddiayı destekler nitelikte verilen örnekte öğrencilerin tam sayıları sıralayabilmeleri ve sayı doğrusunda gösterebilmeleri için daha önce bildikleri doğal sayıları sıralama ve sayı doğrusunda göstermeden başlanılmış, dolayısıyla bilinenden bilinmeyene bir yol izlenmiştir.

ÇGMÖ ile öğretim somuttan soyuta olacak şekilde yapılandırılmıştır: Bulgular kısmında bu iddiayı destekler nitelikte verilen örnekte öğrencilerin hayatlarında somut olarak var olan nesneler arasındaki mesafeyi ifade eden uzaklık kavramından hareket edilerek soyut bir kavram olan mutlak değer kavramını öğrenmeleri sağlanmış, dolayısıyla somuttan soyuta bir yol izlenmiştir.

ÇGMÖ ile öğretim yakından uzağa olacak şekilde yapılandırılmıştır: Bulgular kısmında bu iddiayı destekler nitelikte verilen örnekte öğrenciler toplama işlemine adım atmakla başlamışlar daha sonra hayatlarında çokça olmayan veya olması daha uzak olan problemlerle ilgili toplamalar yapmışlar dolayısıyla öğretimde yakından uzağa bir yol izlenmiştir. Aynı zamanda ÇGMÖ ile öğretimin bilinenden bilinmeyene olacak şekilde yapılandırılması yakından uzağa olacak şekilde yapılandırıldığı anlamına da gelmektedir.

ÇGMÖ ile öğretim kolaydan zora, basitten karmaşığa olacak şekilde yapılandırılmıştır: Bulgular kısmında verilen örnekte görüldüğü üzere ÇGMÖ ile öğretimde kolaydan zora, basitten karmaşığa bir yol izlenmiştir. Bu durum ayrıca öğrencilerin içeriği adım adım tamamlayabilmelerini kolaylaştırmıştır.

4) ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerin hem işlemsel bilgilerini hem de kavramsal bilgilerini geliştirmelerine imkân sağlanmıştır: Matematikte işlemsel bilgi, işlemlere ait algoritmaların (yapılış şekillerinin veya tekniklerinin), sembollerin ve kuralların bilgisi; kavramsal bilgi ise zihinde oluşturulan ilişkilerin bilgisidir. Her bilim dalının kendine özgü bir öğretim şekli vardır. Öğrencilerin matematikle ilgili kavramları ve işlemleri anlamalarını ve bu kavram ve işlemler arasındaki ilişkileri kurmalarını sağlayacak bir öğretim şekli de matematiğe özgüdür (van de Walle vd., 2016). ÇGMÖ ile öğretimde tam sayılar konusuna ait kavramsal ve işlemsel bilgilere yer verilmiş ve içerik, bu iki bilgi arasında ilişki kurulacak şekilde oluşturulmuştur.

5) ÇGMÖ ile öğretimde matematiksel bilgi kendi içinde, diğer disiplinlerle ve öğrencilerin günlük hayatlarıyla ilişkilendirilerek öğretilmiştir: Matematikte kavramlar arasında yoğun bir ilişki olduğu gibi matematikle günlük hayat ve diğer alanlar arasında da az veya çok ilişkiler vardır. Bu nedenle matematik öğretiminde zihinsel bir beceri olarak ilişkilendirme becerisinin önemi büyüktür (Baykul, 2009). ÇGMÖ ile öğretimde de matematiksel bilgi kendi içinde, diğer alanlarla ve günlük hayatla ilişkilendirilerek sunulmuştur. Aydın (2018), buldurma yönteminin öğrencilerin günlük hayatları ile konular arasında ilişki kurmalarına yardımcı olabileceğini ifade etmiştir. Kurnaz-Yaşar (2019) da ÇGMÖ ile öğretimde matematiğin hem kendi içinde hem de günlük hayatla ilişkilendirildiğini ifade etmiştir.

6) ÇGMÖ ile öğretimde öğrenilen bilgilerinin kalıcılığını artırmak için tekrara önem verilmiştir: Öğrencinin seviyesine uygun alıştırma ve uygulama yapılan konular daha kalıcı olur ve daha kolay hatırlanır. Bu nedenle öğretmen öğrencilerine tekrar yapmalarını sağlayacak alıştırma ve uygulama yaptırmalı, konunun önemli noktalarını belli aralıklarla tekrarlamalıdır (Ayas & Akyıldız, 2010). ÇGMÖ ile öğretimde de benzer soruların tekrarı ile öğrenmenin pekişmesine çalışılmıştır.

Sosyal Yönden Gelişim

Öğretim sürecinde öğrencilerin sosyal olarak aktif olmaları sağlanmıştır. Bunun için;

1) ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler işbirliği içinde/yardımlaşarak öğrenmişlerdir: ÇGMÖ ile öğretimde birleşik yaklaşımla öğretim yapmak esastır ve her bir birleşimde işbirlikli öğrenme tekniği olarak EYT kullanılmalıdır. İşbirlikli öğrenmenin temelinde yardımlaşma vardır dolayısıyla EYT de yardımlaşmayı temele almaktadır (Yıldırım, 2014; 2015). ÇGMÖ ile öğretimde de EYT'nin bir gereği olarak öğrenciler yönerge ve soruları öncelikle kendileri sonra da arkadaşlarıyla yardımlaşarak cevaplamışlardır. Öğretmen daha çok 2 ve 3. bilenlere, 2 ve 3. bilenler yanlarında oturan 4 veya 5. bilenlere yardımcı olmuşlardır. Bazı gruplarda 2 ve 3. bilenler yardımlaşmışlardır. Yardımlaşma zinciri genellikle bu şekilde işlemiş, ara sıra farklı yardımlaşmalar da olmuştur. Yardımlaşma sayesinde tüm sınıf derse katılmış, özellikle yardım eden öğrenciler öğrendiklerini tekrar ederek pekiştirmişlerdir. Baki

(2008) de üst bilen öğrencinin arkadaşına açıklama yapabilmesi için kendisinin problemi çözmesinin yanında çözümü daha derinlemesine anlaması gerektiğini dolayısıyla, alt bilen öğrenciler kadar üst bilen öğrencilerin de grup etkinliklerinden faydalandığını ifade etmiştir.

ÇGMÖ'de kullanılan EYT'den dolayı grubun her üyesinin ne yapması gerektiği net olarak belirlenmiştir. Kimin yardım eden, kimin yardım alan, ne derece yardım eden, ne derece yardım alan konumda olacağı önceden planlanmış, öğretmen de her grubun bir üyesi ve birinci derecede yardım edeni olarak yardımlaşma sürecinin bir parçası haline gelmiştir. Öğrenciler arasında bu şekilde sistemleştirilmiş bir yardımlaşmanın gerçekleşmesi yani kimin kimden/kimlerden yardım alacağının veya kime/kimlere yardım edeceğinin net olarak ortaya konması sınıf yönetimini de kolaylaştırmıştır. Çünkü EYT ile öğretim yapıldığında yardımlaşma belli bir sistematiğe bağlandığından kimin kime yardım edeceği veya kimin kimden yardım alacağı konusundaki belirsizlik ortadan kalkmış dolayısıyla işbirliği sürecinde herkes ne yapacağını daha iyi bildiğinden öğrenmeden kopuşlar ve olumsuz öğrenci davranışları azalmış, sınıf yönetimi anlatım yöntemi ile öğretime göre kolaylaşmıştır (Yıldırım, 2014). Aydın (2018) buldurma yönteminin Baki (2008) de soru- cevap yönteminin sınıf yönetimini kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir.

2) ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilere öğretim sürecinin her aşamasında ipucu, dönüt, düzeltme ve pekiştireç verilmiştir: İpucu, dönüt, düzeltme ve pekiştireç verme tam öğrenme modelinde öğretimin niteliğini artıran değişkenlerdendir. ÇGMÖ ile öğretimde birleşik yaklaşımla öğretim yapmak esastır ve her bir birleşimde tam öğrenme olmak zorundadır. Bundan dolayı öğrencilere ipucu, dönüt ve düzeltme ve pekiştireç verilmiştir. ÇGMÖ ile öğretimde yardımlaşma ağırlıklı olarak üst bilenin alt bilene ekstra ipucu, dönüt ve düzeltme vermesiyle gerçekleşmiştir. Neden ekstra ipucu? Çünkü öğretim içeriğindeki soru ve yönergelerden önce gelen, sonra gelen için zaten ipucu niteliğindedir. Öğretmenin öğrenciye ve öğrencinin öğrenciye yaptığı yönlendirmeler ise extra ipuçlarıdır. Baki (2008), öğrencilerin öğrenme sürecinde karşılaştıkları problemlerin çözümünü onlara sunmak yerine ipucu niteliğindeki sorularla veya yönergelerle onlara yardım edilmesi gerektiğini, Senemoğlu (2011) da dönüt ve düzeltme vermenin, grupla öğrenmede öğretim hizmetinin niteliğini ve öğrenme düzeyini belirleyen en önemli değişken olduğunu ifade etmiştir.

Öğretmenin sınıftaki her bir öğrencinin eksikliklerini ve yanlışlarını tespit etmesi buna karşılık her öğrenciye dönüt ve düzeltme vermesi, onlara ihtiyaç hissettiklerinde yardım edebilmesi geleneksel öğretimde oldukça zordur (Baki, 2008). İpucu, dönüt ve düzeltme verme tam öğrenme modelinde bahsi geçen değişkenlerdir; lakin tam öğrenme modeli ile öğretimde de bir öğretmenin her öğrenciye dönüt ve düzeltme vermesi sınıfların kalabalık olmasından dolayı çok fazla zaman almaktadır. Bu durum öğretim programının yetiştirilememesine sebep olmaktadır (Gökalp, 2011). ÇGMÖ modeli ile öğretimde ise bu modelde kullanılan birleşik yaklaşımda bir işbirlikli öğrenme tekniği olarak EYT de olduğundan her öğrenciye ipucu, dönüt ve düzeltme verilebilmiştir. Yıldırım (2014) da yaptığı çalışmada ÇGMÖ ile öğretimin en etkili yanlarından birinin EYT sayesinde yardımlaşmayla her öğrenciye ipucu, dönüt ve düzeltme verilebilmesi olduğunu ifade etmiştir.

3) ÇGMÖ ile öğretim; öğrencilerin sözel iletişim, demokratik yaşam, takım çalışması veya toplumsal yaşam becerilerini geliştirmelerine imkân sağlamıştır:

ÇGMÖ ile öğretim, öğrencilerin sözel iletişim becerilerini (konuşma, tartışma, kendini düzgün ifade etme gibi) geliştirmelerine imkân sağlamıştır. Ocak (2011) ve Taşdemir (2010) de işbirlikli öğrenme ortamlarında öğrencilere kendilerini ifade etme imkânı verildiğini bundan dolayı da öğrencilerin iletişim becerilerinin geliştiğini, Aydın (2018) buldurma yönteminin öğrencilerin ifade gücünü ve konuşma yeteneğini geliştirdiğini, Çepni (2010), Taşdemir (2010) ve Yıldızlar (2011) da soru-cevap yönteminin öğrencilerin konuşma, tartışma, kendilerini düzgün ifade edebilme becerilerinin gelişimine katkı sağladığını ifade etmişlerdir. Kurnaz-Yaşar (2019) ÇGMÖ ile öğretimin öğrenci-öğrenci ve öğretmen-öğrenci iletişimine olumlu etki ettiğini ifade etmiştir.

Öğretim ortamında bir öğrencinin iletişim içinde olduğu; öğretmeni, akranları (öğrencinin arkadaşları) ve öğretim içeriği olmak üzere temel üç değişken vardır (Yıldırım, 2014). ÇGMÖ ile öğretimde öğrencinin bu üç değişkenle iletişime girdiği görülmektedir. Bu şekilde bir iletişimin sağlanmasının sebebi ÇGMÖ de kullanılan birleşik yaklaşımda işbirlikli öğrenme, tam öğrenme, buldurma ve soru cevap yönteminin bulunmasıdır. Öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci iletişimini daha çok işbirlikli öğrenme (yardımlaşmadan dolayı) ve tam öğrenme (ipucu, dönüt, düzeltme ve pekiştireç vermeden dolayı); öğrenci-öğretim materyali iletişimini ise daha çok içerik buldurma ve soru-cevap yöntemlerine uygun yapılandırıldığından (öğrencilerin içerikteki soru yönergeleri okuyup onlara cevap vermelerinden dolayı) bu yöntemler sağlamıştır. Yıldırım (2014) da ÇGMÖ ile öğretimde, iletişimle ilgili olarak benzer şeyler ifade etmiştir.

ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler, sözel iletişim becerilerini geliştirmenin yanı sıra demokratik yaşam becerilerini (başkalarını dinleme, farklı düşüncelere saygı duyma, hoşgörü ve empati gibi) de geliştirme imkanı bulmuşlardır. İşbirlikli öğrenme, öğrencilere arkadaşlarının değer sistemlerini ve düşüncelerini daha iyi öğrenme olanağı verir. Bu durum demokratik yaşamın temel ilkeleri olan anlayış gösterme ve hoşgörüyle karşılama becerilerini kazanmanın ilk adımıdır. İşbirlikli öğrenme sayesinde bu ilk adımı atan öğrenci yine bu yöntem sayesinde farklı düşünceleri anlayışla karşılama, arkadaşlarıyla tartışabilme ve onların fikirlerini eleştirebilme becerilerini geliştirir (Aydın, 2010). Soru-cevap yöntemi de öğrencilerin demokratik tutum ve davranışlar geliştirmesine (kişi hakkında doğru bilgiye sahip olma, hoşgörü kazanma, başkalarını dinleme, ortak karara varma gibi) katkı sağlar (Çepni, 2010; Taşdemir, 2010).

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin takım çalışması veya toplumsal yaşam becerilerini (işbölümü, dayanışma, ortak karara varma, objektif olma, uzlaşma, yardımlaşma, sorumluluk duyma ve paylaşma gibi) geliştirmelerine imkân sağlamıştır. Temel toplumsal yaşam becerileri işbölümü, dayanışma ve uzlaşmadır. Bu becerileri kazandırmada okulun rolü büyüktür. Okulun bu rolünü yerine getirmesinin niteliği daha çok öğrencilerin sınıf içindeki etkileşimlerinin niteliğine bağlıdır. Yani öğrencilerin işbirliği içinde çalışma, empatik ilişkiler kurma becerileri kazanmaları, büyük ölçüde işbirlikli öğrenme yöntemi ile mümkündür (Aydın, 2010).

4) *ÇGMÖ ile öğretim, öğrencilerin matematiği bir dil olarak algılayarak iletişimde bu dili kullanabilmelerine imkân sağlamıştır:* Bir matematik öğretim programında matematiğin aralarında anlamlı ilişkiler olan sembolleri ve terimleri olan evrensel bir dil olduğu, bu dili kullanmanın öğrencilerin iletişim becerilerinin gelişmesini sağlayacağı ve aynı zamanda onların matematiksel kavramları da daha iyi anlamlarına yardımcı olacağı ifade edilmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2009). Ek'teki öğretim içeriğinde matematiğin de bir dil; yani Almanca, İtalyanca veya Türkçe gibi bir dil olduğunu, diğer dillerden Türkçeye, Türkçeden diğer dillere çeviri yapılabildiği gibi bu dilden Türkçeye, Türkçeden bu dile çeviriler yapılabildiğini öğrenciler algılayabilsin diye "MATEMATİKÇE" bölümlerine yer verilmiştir. Buna bağlı olarak matematiğin de kendine özgü bir dil olduğu algısı öğrencilerde oluşmuş, bu durum öğrencilerin ifadelerine de yansımıştır (Yıldırım, 2014).

Duygusal Yönden Gelişim

Öğretim sürecinde öğrencilerin olumsuz duygularının pasif, olumlu duygularının aktif olması sağlanmıştır. Bunun için;

1) ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerin hata yapabilirim endişesiyle hissettikleri heyecan ve kaygılarının düşük, merak ve dikkatlerinin uyanık, motivasyon, öz yeterlilik ve özsaygılarının yüksek olması sağlanmıştır: ÇGMÖ ile öğretim sürecinde öğrencilerin merak ve dikkatlerinin ders boyunca uyanık kaldığı görülmüştür. Bunun sebebi öğretim içeriğinin buldurma ve soru-cevap yöntemlerine göre hazırlanması ve soru ve yönergelerin öğrencilerin seviyesine uygun olmasıdır. Bruner'e göre öğrencileri öğrenmeye istekli hale getirmek için onlardaki merak duygusunu uyandırmak gerekmektedir. Genellikle açık olmayan, eksik ve belirsiz durumlar karşısında insanın merakı uyanır, merak da dikkati uyandırır ve merak giderilinceye kadar dikkat uyanık kalır (Şahin, 2011). Buluş stratejisinin en önemli üstünlüğü, öğrenme sürecinin başında öğrencinin merak güdüsünün uyanması ve bu uyanıklığın, çalışma boyunca devam etmesidir (Senemoğlu, 2011). İşbirlikli öğrenme de öğrencilerin öğrenmeye odaklanmalarını, dikkatlerini konu üzerinde yoğunlaştırmalarını ve motivasyonlarının artmasını kolaylaştırır (Aydın, 2010; Güven, 2011; Pesen, 2003). Yine buldurma yöntemiyle de öğrencilerin ders süresince dikkatli ve uyanık olmaları sağlanır. Çünkü öğrencinin her an kendisine soru sorulabileceği algısına sahip olması onun sürekli dersle ilgilenmeye mecbur kalmasını destekler (Aydın, 2018). Aynı şekilde soru-cevap yöntemi de derse karşı dikkati, ilgiyi ve motivasyonu artırır (Baki, 2008; Çepni, 2010; Taşdemir, 2010; Yıldızlar, 2011).

Öğrencilerin istedikleri zaman arkadaşlarından yardım alabileceğini bilmesi onların hata yapmak endişesiyle duydukları kaygı ve heyecanı azaltmış, onları çalışmalarını devam ettirme noktasında motive etmiştir. Öğrencilerin çoğu, hata yapmak endişesine bağlı olarak yaşadıkları kaygı ve heyecan yüzünden başarısız olmaktadır. İşbirlikli öğrenme, bu tür kaygı ve heyecanların giderilmesini kolaylaştırarak, her öğrenciye kapasitesi ölçüsünde öğrenme imkânı sağlar (Aydın, 2010). ÇGMÖ ile öğretim, matematiğe karşı ilgisiz olan ve başarısız olurum endişesiyle kaygı duyan öğrencilerin derse yönelik ilgilerini artırmış, öğrenme heyecanlarını diri tutmuş ve tutumlarını olumlu yönde etkilemiştir. Öğrencilerin daha çok bilenlere soru sorabilmeleri ve onlardan yardım alabilmeleri rahatlamalarına, matematiğe dair korku, kaygı ve gerginliklerinin azalmasına, motivasyonlarının artmasına vesile olmuştur (Kurnaz-Yaşar, 2019).

ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerde "Ben de yapabiliyorum." duygusu gelişmiş, bu sayede kendilerinin de matematik yapabilen, matematik derslerinde etkin bireyler oldukları hissine kapılmışlardır. Buluş stratejisi öğrencilerin öz yeterlilik duygusuna sahip, kendi başlarına öğrenebilen bireyler olmasına imkân sağlar (Senemoğlu, 2011). İşbirlikli öğrenme de gruptaki her üyenin katkısını gerektirdiğinden öğrencilerin özsaygı ve özyeterlik duygularını geliştirmelerine yardımcı olur (Pesen, 2003). ÇGMÖ ile öğretimde kullanılan tam sayılar konusuna ait içeriğin basitten zora, adım adım ilerlemeye ve öğrencilerin seviyesine uygun olarak hazırlanması ve bu içerikle ders işlenirken öğrencilerin yardımlaşmaları onların işini kolaylaştırarak kendilerini başarılı hissetmelerine dolayısıyla özgüvenlerinin yükselmesine vesile olmuştur (Kurnaz-Yaşar, 2019).

ÇGMÖ ile öğretim, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını olumlu yönde etkilemiştir. ÇGMÖ ile öğretim boyunca öğrencilerin matematiğe olan tutumlarında zamanla olumlu değişim meydana gelmesinin sebebi öğrencilerin öğrenmeye karşı motivasyonlarının ve soru ve yönergelere cevap verebilmelerinin artmasıdır. Yıldırım (2014) yaptığı çalışmada ÇGMÖ ile öğretimin, öğrencilerin motivasyonlarını artırma sebebi olarak şunları sıralamıştır: (1) Buldurma yönteminden dolayı öğrencilerdeki merak duygusunun uyanması ve bu durumun öğretim boyunca sıklıkla tazelenmesi (2) Yine aynı yöntemden dolayı bilgileri öğrenciler bulduğundan zamanla özgüvenlerinin artması (3) Soru ve yönergelere cevap verebilmelerinin artmasından dolayı öğrencilerin daha mutlu olması (4) İşbirlikli öğrenme sayesinde öğrencilerin birlikte öğrenmekten zevk almaları, grubun bir üyesi olmaktan dolayı heyecan duymaları, arkadaşlıklarını pekiştirme fırsatı bulmaları veya yeni arkadaşlıklar kurmaları, yardım eden öğrencilerin yardım etme mutluluğu yaşamaları ve yardım alan öğrencilerin de soru ve yönergelere cevap bulamaz hale geldiklerinde birilerinin imdada yetişeceğini bilmeleri ve bundan dolayı kendilerini güven içinde hissetmeleridir.

Bruner'e göre de öğrenciyi öğrenmeye sevk eden en önemli güdü merak, arkadaşlarıyla beraber çalışma ve başarılı olmadır (Erden & Akman, 2011). Yapılan birçok araştırma sonuçları buluş stratejisinin akademik başarıya ve derse karşı tutuma olumlu etkileri olduğunu göstermiştir (Akar, 2006; Yazıcı, 2002). İşbirlikli öğrenme yöntemi de akademik başarıyı artırmanın yanı sıra öğrencilerin birbirlerine olan güvenlerini de artırmaktadır ve onların konu alanına ilişkin ilgi ve tutumlarını da olumlu yönde etkilemektedir (Doymuş vd., 2004). EYT de bir işbirlikli öğrenme tekniği olarak öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu olumlu yönde etkilemektedir (Çakır vd., 2019). Buldurma yöntemi de öğrencilerin öğrenmeye daha istekli olmasını sağlar. Çünkü cevaplarına karşılık öğretmenden dönüt alan öğrencilerin öğrenme istekleri sönmeyecektir. Öğrenciler doğru cevap verince verilen dönüt olumlu pekiştireçle de desteklenirse öğrencilerin öğrenme istekleri daha fazla artacaktır (Aydın, 2018).

ÇGMÖ ile öğretimde öğrenciler, anlamadıklarını daha çok bilen arkadaşlarına sorarak öğrenmişler veya kendi cevapları hakkında onlardan dönüt ve düzeltme almışlardır. Eğer cevaplarının doğru olduğu yönünde dönüt almışlarsa kendilerinden emin bir şekilde söz hakkı isteyerek soruları yerlerinden veya tahtaya kalkarak cevaplama isteğinde bulunmuşlardır. Sık sık tahtaya kalkmaları onlarda kendilerinin matematik dersinin aktif bir üyesi olduğu hissini uyandırmış, bu durum da onların matematik dersini sevmelerini sağlamıştır. Aynı zamanda tam sayı konusuna ait içerikte toplama ve çıkarmanın sayma pulları ve sayı doğrusu ile modellemesinin ve termometre, alacak-borç, gol atma ve gol yeme sayısı gibi günlük hayattan örneklerin bulunması öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarının olumlu yönde değişmesini sağlamıştır (Kurnaz-Yaşar, 2019).

Yıldırım (2014), öğrencilerin derse karşı güdülenmelerinin yüksek olmasının bir belirtisi olarak da ÇGMÖ ile öğretimde aşırı hareketli öğrenciler dışında uzun süreli dersten kopan öğrenci olmadığını, bunun öğretim içeriğinin, en az yardımla öğrencinin öğrenmesini sürdürebileceği nitelikte hazırlanmış olmasından kaynaklandığını ifade etmiştir.

2) ÇGMÖ ile öğretimde, öğrencilerin sevgi ve saygı, hoşgörü, yardımseverlik, sorumluluk gibi duyguları kazanmalarına imkân sağlanmıştır:

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin yardımseverlik duygularını geliştirmelerine imkân sağlamıştır. Çünkü yardım eden öğrenci hem kendi öğrenmesini pekiştirmiş hem de arkadaşlarının öğrenmesine katkı sağlamıştır. Bu durum yardım edeni mutlu etmiştir. Yardım alanın da yardım edene karşı sevgisi artmıştır. Ocak (2011) ve Taşdemir (2010) işbirlikli öğrenmenin öğrencilerde dayanışma, yardımlaşma, paylaşma duygusunu geliştirdiğini, Slavin (1991) de arkadaşlarına yardım eden öğrencilerin yardım ettiği için mutlu olduklarını, yardım alanların da ihtiyaç duyduklarında bu ihtiyaçlarını arkadaşları sayesinde giderebildiklerini fark ettiklerini ifade etmiştir.

ÇGMÖ ile öğretim öğrencilerin sorumluluk duygularını geliştirmelerine imkân sağlamıştır. ÇGMÖ ile öğretimde bilgiler öğrenciler hazır verilmeyip bilgileri onlardan bulmaları istendiği için her öğrenci kendi öğrenme sorumluluğunu hissetmiş, yanı sıra yardım eden konumunda olan öğrenciler yardım ettikleri öğrencilerin, özellikle grubun başkanı olan 2. bilen öğrenciler bütün grubun öğrenme sorumluluğu üzerinde hissetmiştir. Ocak (2011) işbirlikli öğrenmenin öğrencilerin sorumluluk duygularının gelişmesine katkı sağladığını, Kurnaz-Yaşar (2019) da ÇGMÖ ile öğretimde bilgilerin öğrencilere hazır şekilde sunulmayıp onların bilgiyi kendilerinin bulması, öğrenme sorumluluğunu üstlenmelerini kolaylaştırdığını ifade etmiştir.

ÇGMÖ ile öğretim, öğrenci ile öğretmen arasındaki etkileşimi artırdığından, öğretmenin öğrenciler için çabasını daha görünür kıldığından öğrencilerin öğretmene karşı sevgi ve saygılarında artış olmuştur. 2. bilen öğrencilerin, her grubun 1. bileni olan öğretmene rahatlıkla cevaplarını sunmaları, ondan dönüt ve düzeltme almaları, öğretmenin onları ipuçlarıyla yönlendirmesi ve süreçte onların aktif rol almasını sağlaması, grubun sorumluluğunu üstlenme duygusuyla hareket eden 2. bilen öğrencilerin öğretmenlerini rehber olarak görmelerine ve başarılı ürünler ortaya koymalarına vesile olmuştur. Öğretmenin otorite değil de rehber olarak algılanması öğretmene karşı bakış açısını olumlu yönde etkilemiştir (Kurnaz-Yaşar, 2019).

Aynı zamanda ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerin de birbirlerine karşı sevgi ve saygılarında artış olmuş, birbirlerinin yanlışlarına karşı daha hoşgörülü hale gelmişlerdir. Birbirlerini daha iyi tanımışlar ve arkadaşlıklarını geliştirmişlerdir. Ayrıca sınıf içinde daha pasif ve çekingen davranan öğrenciler, daha girişken olmuşlardır. İşbirlikli öğrenme, öğrencilerin sosyalleşmesine, duygusal yönden birçok özelliklerinin ve iletişim becerilerinin gelişmesine katkı sağlar (Ocak, 2011). İşbirlikli öğrenmede öğrenciler arkadaşlıklarını pekiştirme ve yeni arkadaşlıklar kurma imkânına sahip olurlar. Ayrıca, farklı bireysel özellikleri, yetenekleri ve fikirleri kabullenmeyi veya onlara hoşgörüyle yaklaşmayı öğrenirler (Slavin, 1991). Buldurma yöntemi de öğrencilerin, arkadaşlarının değişik düşünce ve fikirlerini saygıyla dinlemeye bu fikirlere karşı hoşgörülü olmalarına yardımcı olabilir, birlik ve beraberlik duygusunu güçlendirebilir, çekingen davranan veya derse katılmayan öğrencilerin derse katılmalarına yardım edebilir (Aydın, 2018).

3) *Öğretim öğrenciler için olabildiğince eğlenceli olmuştur:* Öğrenciler eğlenerek öğrenmişlerdir. Dahası öğrenirken eğlenmekten ziyade öğrendikleri için eğlenmişler, kendilerini iyi hissetmişledir. Matematik derslerini anlamadığını düşünerek sessiz kalan öğrencilerin bile soru ve yönergeleri cevapladıkça kendilerine olan güvenlerinin arttığı, sınıf içerisinde daha mutlu oldukları gözlenmiştir. İşbirlikli öğrenmenin sosyal yönü öğrencilere zevk verir. Öğrenciler birlikte öğrenmekten zevk aldıklarını ve bir grubun üyesi olmanın heyecan verici olduğunu hissederler. Grupça çalışırken beraber problem çözmek, başarmak ve öğrenmek öğrencilere mutluluk verir (Slavin, 1991).

Fiziksel Yönden Gelişim

Öğretim sürecinde öğrencilerin fiziksel olarak aktif olmaları sağlanmıştır. Bunun için;

1) *Öğretim esnasında öğrenciler cevaplarını yazmışlardır:* ÇGMÖ ile öğretim boyunca öğrenciler yazmadan şikayetçi olmamışlardır. Yıldırım (2014)'a göre ÇGMÖ ile öğretimde öğrencilerin yazmadan şikâyetçi olmamasının sebebi, içerikte her soru ve yönergenin cevabını yazacak yeterli miktarda boşluk olduğundan artık defterin kullanılmaması ve öğrencilerin bu boşluklara öğretmenin tahtaya yazdıklarını değil de kendi cevaplarını yazmaları, dolayısıyla başkasına ait olan bir şeyleri yazıyormuş algısından kurtulmaları, yazmayı ayrı bir iş olarak değil de öğrenmenin bir parçası olarak düşünmeleridir. Kurnaz-Yaşar (2019) da ÇGMÖ ile öğretimde açıklamaları, tanımları, kuralları ve soru ve yönergelerin cevaplarını öğretmenin tahtaya yazarak öğrencilerin oradan defterlerine kopya etmeleri yerine, öğrencilerin grup arkadaşlarıyla yardımlaşarak kendi cevaplarını yazmalarının sağlanması öğrencilerin yazmaya karşı olumlu tutum geliştirmelerini sağladığını ifade etmiştir.

2) *Öğrenciler matematiksel ifadelere uygun modeller çizebilmişlerdir:* Matematiksel ifadelere uygun modeller çizmek önemlidir. Yıldırım ve Işık (2014) yaptıkları çalışmada matematiksel ifadelere uygun modeller çizmenin başarıyı artırdığını bulmuşlardır. Kal (2013) da yapmış olduğu çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinde zorlanmadıklarını, zevk alarak çalıştıklarını ifade etmiştir. Kurnaz-Yaşar (2019) da ÇGMÖ ile öğretimde kullanılan tam sayılarla ilgili öğretim içeriğinde, bazı soru ve yönergelerin toplama ve çıkarmanın sayma pulları ve sayı doğrusu ile modellenmesi ile ilgili olması, öğrencilerin model çizebilme yeteneklerinin gelişmesine katkı sağladığını ifade etmiştir.

3) *Öğrenciler cevaplarını arkadaşlarıyla paylaşmak için ara ara sınıf tahtasını kullanmışlardır:* Baytekin (2011) öğrencilerin arkadaşlarının karşısında sınıf tahtasını kullanarak yazılı ve sözlü olarak belirttiklerinin onların kendine güvenlerini artırdığını, üretken düşünme ve sorun çözme becerilerini geliştirdiğini ifade etmiştir. Kurnaz-Yaşar (2019) da ÇGMÖ ile öğretimde daha az bilen öğrencilerin cevaplarının doğruluğu hakkında daha çok bilen öğrencilerden dönüt alma fırsatlarının olması sayesinde, bu fırsatı kullanarak cevabının doğru olduğu şeklinde dönüt alan öğrencilerin cevaplarının doğruluğundan emin olduklarından dolayı tahtaya kalkma isteklerinin arttığını; aynı zamanda öğretmenin öğrencileri derse katılmaya teşvik etmesi de öğrencilerin tahtaya kalkma isteklerinin artmasında etkili olduğunu ifade etmiştir.

4) *Öğrenciler matematik araç-gereçlerini doğru ve etkili kullanabilmişlerdir:* Ural (2015) yaptığı çalışmada öğretmenlerin; öğrencilerin cetvel, pergel kullanmalarının faydalı olduğunu, onların öğrenmesini kolaylaştırdığını, motivasyonlarını artırdığını, öğrenmede kalıcılık sağladığını ifade ettiklerini belirtmiştir.

5) *Öğrenciler bazı bilgileri kaynak kitaplardan aramışlar ve bulabilmişlerdir*: Kitap öğrencinin hayatında önemlidir. Ondan daha önemlisi bir kitapta var olan bilgiyi o kitaptan arayıp bulabilmektir. ÇGMÖ ile öğretim, öğrencilere bu imkânı vererek, bu becerinin gelişmesine katkı sağlamıştır. Öğretim boyunca bilgilerin öğrencilere hazır olarak verilmemesi ve bir tanımı veya bir sembolün anlamını kaynak kitaplardan kendilerinin bulmalarının gerekmesi; aynı zamanda bulma sürecinde öğretmenin

sabırlı ve öğrencilerin yanlış cevaplarına hoşgörülü davranması, öğrencilerin bu becerilerini geliştirmelerine yardımcı olmuştur (Kurnaz-Yaşar, 2019).

Öneriler

Görüldüğü üzere ÇGMÖ, matematik öğrenirken öğrenciyi çok yönlü yani zihinsel, sosyal, duygusal ve fiziksel boyutuyla bir bütün olarak geliştirmeyi temele almış, bu konuda öğrenciye çeşitli imkânlar sağlamıştır. Bunu bir çeşit yöntem zenginliği olan birleşik yaklaşımla gerçekleştirmeye çalışmıştır. Modelin gelişim alanlarına katkısı göz önünde bulundurulduğunda öğretim ortamlarında kullanılmasının fayda sağlayacağı söylenebilir. Her bir gelişim alanına uygun ölçekler geliştirilip uzun süre ÇGMÖ ile eğitim yapılarak gelişim konusunda sağlanan bu imkânın nicelik veya nitelik olarak ne derecede değişim sağladığına yönelik araştırmalar yapılabilir. Yine ÇGMÖ'nün bir gelişim alanına veya bir gelişim alanındaki bir veya birkaç fonksiyonun (örneğin akıl yürütmenin, kavramsal ve işlemsel bilginin vb.) gelişimine katkısı derinlemesine araştırılabilir. Diğer yandan ÇGMÖ ile ilgili çalışmalar çok azdır. Bu nedenle farklı araştırmalarla modelin farklı konularda öğrencinin akademik başarısına, bireysel gelişimine, beceri gelişimine, öğretmenin mesleki gelişimine etkisine, bu modelle öğrenmenin nasıl gerçekleştiğine (özellikle bilişsel ve sosyal yapılandırmacılık bağlamında), modelle öğretimde öğretmen ve öğrenci rollerine odaklanılması gerekmektedir.

Etik Beyannamesi

Bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında belirtilen kurallara uyulduğunu ve "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirini gerçekleştirmediğimizi beyan ederiz. Aynı zamanda yazarlar arasında çıkar çatışmasının olmadığını, tüm yazarların çalışmaya katkı sağladığını ve her türlü etik ihlalinde sorumluluğun makale yazarlarına ait olduğunu bildiririz.

Etik Kurul İzin Bilgileri

Etik kurul adı: Trabzon Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu

Etik kurul karar tarihi: 17.12.2021

Etik kurul belgesi sayı numarası: 2021-12/2.8

Kaynakça

Akar, F. (2006). *Buluş yoluyla öğrenmenin ilköğretim ikinci kademe matematik dersinde öğrencilerin akademik başarısına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi.

Akınoğlu, O. (2011). Öğretim kuram ve modelleri. Ş. Tan (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (7. Baskı) içinde (ss. 149-202). Pegem Akademi.

Aksu, G. (2012). *Meslek yüksekokulu öğrencilerinin matematik dersi başarıları ile derse ilişkin tutumları, eleştirel düşünme eğilimleri ve mantıksal düşünme yetenekleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Adnan Menderes Üniversitesi.

Arı, R. (2018). *Eğitim psikolojisi: gelişim ve öğrenme*. Nobel Akademik.

Austin, D. A. (1995). *Effect of cooperative learning in finite mathematics on student achievement and attitude* (Unpuslished Doctoral Dissertation), Illinois State University.

Ayas, A. ve Akyıldız, S. (2010). Öğrenme ve öğretim ilkeleri. S. Çepni ve S. Akyıldız (Eds.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (2. Baskı) içinde (ss. 65-82). Celepler Matbaacılık.

Aydın, A. (2010). *Eğitim psikolojisi: gelişim, öğrenme, öğretim.* Pegem Akademi.

Aydın, M. Z. (2018). *Din öğretiminde yöntemler*. Nobel Akademik.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Harf Eğitim.

Başaran, İ. E. (2007). *Eğitim bilimine giriş*. Ekinoks.

Baykara, K. (1999). *İşbirlikli öğrenme teknikleri ve denetim odakları üzerine bir çalışma* (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Hacettepe Üniversitesi.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Pegem Akademi.

Baytekin, Ç. (2011). *Öğrenme öğretme teknikleri ve materyal geliştirme*. Anı.

Bozdoğan, A. (2007). *Fen bilgisi öğretiminde çalışma yaprakları ile öğretimin öğrencilerin fen bilgisi tutumuna ve mantıksal düşünme becerilerine etkisi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi.

Cansız-Aktaş, M. (2015). Nitel veri toplama araçları. M. Metin (Ed.), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* (2. Baskı) içinde (ss.337-371). Pegem Akademi.

Çakır, K. , Yıldırım, İ. ve Arslan, S. (2020). Yeni bir işbirlikli öğrenme tekniği 'Etkin Yardımlaşma' ile öğretim yapılan 5. sınıf matematik dersinden yansımalar. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 51*(51), 302-323. doi: 10.15285/maruaebd.632954

Çepni, S. (2010). Öğretim teknikleri. S. Çepni ve S. Akyıldız (Eds.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (2. Baskı) içinde (ss. 173-206). Celepler Matbaacılık.

Değer, M. (2011). Doğum sonrası dönem ve fiziksel gelişim. İ. Yıldırım (Ed.), *Eğitim psikolojisi* (3. Baskı) içinde (ss. 43-60). Anı.

Doğan, N. (2010). Yaratıcı düşünme ve yaratıcılık. Ö. Demirel (Ed.), *Eğitimde yeni yönelimler* (4. Baskı) içinde (ss. 167-192). Pegem Akademi.

Doymuş, K., Şimşek, Ü. ve Bayrakçeken, S. (2004). İşbirlikçi öğrenme yönteminin fen bilgisi dersinde akademik başarı ve tutuma etkisi. *Türk Fen Eğitimi Dergisi*, *1*(2), 103-115.

Ekiz, D. (2007). Bilimsel araştırmalarda nitel veri analizi ve yorum. D. Ekiz (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri* (1. Baskı) içinde (ss. 189-217). Lisans.

Ekiz, D. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Anı.

Ennis, R.H. (1985). A logical basis for measuring critical thinking skills. *Educational Leadership, 43*(2), 44-48.

Erciyeş, G. (2011). Öğretim yöntem ve teknikleri. Ş. Tan (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (7. Baskı) içinde (ss. 263-394). Pegem Akademi.

Erden, M. ve Akman, Y. (2011). *Eğitim psikolojisi*. Arkadaş.

Erkan, S. (2011). Gelişim psikolojisinde temel kavramlar. Y. Özbay ve S. Erkan (Eds.), *Eğitim psikolojisi* (3. Baskı) içinde (ss. 49-50). Pegem Akademi.

Gökalp, M. (2011). Öğretme öğrenme modelleri "Grupla öğretme modelleri". B. Oral (Ed.), *Öğrenme öğretme kuram ve yaklaşımları* (1. Baskı) içinde (ss. 325-349). Pegem Akademi.

Güven, M. (2011). Öğretme öğrenme süreci. B. Duman (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (2. Baskı) içinde (ss. 154-261). Anı.

Hançerlioğlu, O. (2016).*Felsefe sözlüğü*. Remzi Kitabevi.

Hesapçıoğlu, M. (2011). *Öğretim ilke ve yöntemleri, eğitim programları ve öğretim*. Nobel Akademik.

İnaç, H. (2007). Bilim ve araştırma. D. Ekiz (Ed.), *Bilimsel araştırma yöntemleri* (1. Baskı) içinde (ss. 9-28). Lisans.

Johnson, D.W. ve Johnson R.T. (1990). Social skills for successful group work. *Educational Leadership,47*(4), 29-33.

Kal, F. M. (2013). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Kocaeli Üniversitesi.

Kılıçcı, Y. (2002). 6-15 yaş öğrencilerinin gelişimsel güçleri ve kişilik gelişimini kolaylaştırma. Y. Kuzgun (Ed.), *İlköğretimde rehberlik* (3. Baskı) içinde (ss.17-50). Nobel Akademik.

Kurnaz-Yaşar, E. (2019). *Çok yönlü gelişimsel matematik öğretimi uygulamalarının öğretmen ve öğrencilerin gelişimine etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Trabzon Üniversitesi.

Maiorana, V. P. (1992). *Critical thinking across the curriculum: building the analytical classroom*. Edinfo Press.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. MEB.

Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. MEB

Norris, S.P. (1985). Synthesis of research on critical thinking, *Educational Leadership,42*(8), 40-45.

Ocak, G. (2011). Yöntem ve teknikler. G. Ocak (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (3. Baskı) içinde (ss. 239-332), Pegem Akademi.

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2009). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Maya Akademi.

Pesen, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Nobel Akademik.

Santrock, J. W. (2019). *Life-span development.* McGraw-Hill Education.

Sarmaşık-Kaya, G. (2018). *Etkili düşünme eğitimi programının dokuzuncu sınıf öğrencilerinin yaratıcı düşünme ve problem çözme becerilerine etkisinin incelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). İstanbul Üniversitesi.

Senemoğlu, N. (2011). *Kuramdan uygulamaya gelişim öğrenme ve öğretim.* Pegem Akademi.

Slavin, R. E. (1991). Group rewards make groupwork work. *Educational Leadership, 48*(5), 89-91.

Slavin, R.E. (1995). *Cooperative learning: theory, research, and practice.* Allyn & Bacon.

Sönmez, V. ve Alacapınar, F. G. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri.* Anı.

Şahin, A. (2011). Temel öğretme öğrenme yaklaşımları. G. Ocak (Ed.), *Öğretim ilke ve yöntemleri* (3. Baskı) içinde (ss. 197-235), Pegem Akademi.

Taşdemir, M. (2010). *Öğretim ilke ve yöntemleri*. Nobel Akademik.

Ural, A. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin bilgi iletişim teknolojisi ve psikomotor beceri kullanımlarının incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 6*(1), 93-116.

Ülgen G. ve E. Fidan (2003). *Çocuk gelişimi*. MEB.

Ünver, G. (2011). Gelişimle ilgili temel kavramlar, gelişimin temel ilkeleri ve gelişimi etkileyen etmenler. A. Ulusoy (Ed.), *Eğitim psikolojisi* (3. Baskı) içinde (ss. 29-45). Anı.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics*. Pearson Education.

Webb, N. M. (1982). Student interaction and learning in small groups. *Review of Educational Research, 52*(3), 421-445.

Yaman, S. (2005). Fen bilgisi öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin mantıksal düşünme becerisinin gelişimine etkisi, *Türk Fen Eğitimi Dergisi,2*(1), 56-70.

Yazıcı, E. (2002). *Permütasyon ve olasılık konusunun buluş yoluyla öğretilmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Yıkmış, A. (2005). *Etkileşime dayalı matematik öğretimi*. Kök.

Yıldırım, İ. (2014). *Çok yönlü gelişimsel matematik öğretimi modelinin öğrencilerin başarısına etkisi ve öğretim ortamından yansımalar* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi.

Yıldırım, İ. (2015). *Çok yönlü gelişimsel matematik öğretimi*. Mert Form Matbaacılık.

Yıldırım, Z ve Işık, A. (2014). Matematiksel modelleme etkinliklerinin 5.sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına etkisi. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 581-600.

Yıldız, A ve Dadı, M. (2019). Buldurma (Sokrates) yönteminin kullanılarak avagadro sayısının öğretilmesi, *Iğdır Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *17*(2019), 369-402.

Yıldızlar, M. (2011). *Öğretim ilke ve yöntemleri*. Pegem Akademi.

Yılmaz, M. T. (2011). Bireyin gelişmesi. İ. Yıldırım (Ed.), *Eğitim psikolojisi* (3. Baskı) içinde (ss. 17-42). Anı.

Yin, R. K. (2015). *Case study research: Design and methods.* SAGE.

Extended Summary

Introduction

Development, which can be represented by four areas as mental, social, emotional and physical (Değer, 2011; Ülgen & Fidan, 1992; Yılmaz, 2011), progresses as a whole (Ülgen & Fidan, 1992). At the same time, the development in one area affects the development in the other area either by accelerating or limiting it (Erkan, 2011; Ünver, 2011).

Heredity and environment are two main factors affecting development (Santrock, 2019). Environment is important in terms of developing and shaping innate abilities. What educators also try to do is to organize required environmental conditions for the development of individuals (Arı, 2018) and to prepare learning situations that facilitate their development in all these areas (Erkan, 2011).

Since the most important of these environmental conditions is the school, the activities that take place in school (or more specifically in the classroom) have a significant place in the development of the children and have many positive or negative effects (Aydın, 2010). For this reason, activities carried out in the classroom need necessarily to adopt an approach based on the development of the children as a whole and facilitating their mental, social, emotional and physical development (Hesapçıoğlu, 2011; Kılıçcı, 2002). However, existing teaching-learning approaches do not seem to take care of ensuring the versatile development of individuals.

The Versatile Developmental Mathematics Teaching (VDMT) model, developed by Yıldırım (2014) with the aim of realizing the development of students as a whole and briefly introduced below, can meet this need (For details, see Yıldırım, 2014; 2015). Based on the principle "Math teaching should be carried out by activating the mental, social, emotional and physical capacities of students" VDMT contends that in this way, students will both learn more effectively and make progress in these areas (Yıldırım, 2014; 2015).

According to Yıldırım (2005), in order to ensure the mental, social, emotional and physical development of a learner in teaching with VDMT; (1) a combined approach should be used during teaching process. Each combination should have mastery learning and cooperative learning (Effective Cooperative Technique) methods, assisted by, at least, one of the following methods: Socratic, learning by discovery, question-answer, problem-based learning, history supported mathematics teaching, activity-based learning, teaching with cartoon, teaching with game, computer aided mathematics teaching and etc. (2) Development of mathematical skills and Teaching and Learning Principles should be given importance. (3) Instructional contents in line with VDMT should be developed and used in teaching.

Although VDMT seems important, there are very few studies on this model. Accordingly, the main purpose of this research, which also aims to introduce VDMT, is to examine the contribution of VDMT to the development of students in terms of four development areas (mental, social, emotional and physical).

Method

In this case study, qualitative data were collected and participant observation, teacher diaries and document analysis were used as data collection tools. The implementation of the research was as follows:

Before the study, the students' mathematics achievements were determined and they were ranked from the highest to the lowest (Table 1). Then groups were formed (Table 2). While forming the groups, each of the first 3 students on the list were distributed to a group, then the second 3 students were distributed to the groups in reverse order, starting from the group that was given the last member, and this process was continued until all the students were distributed to the groups. In each group, the student with the highest success was assigned as the 2nd knower, the slightly lower student as the 3rd knower, the slightly lower student as the 4th knower and the lowest student as the 5th knower. The teacher is the 1st knower in each group. The groups are positioned in the classroom as in Figure 1. While the students were seated, the 2nd and 3rd knowers were seated in such a way that they were not side by side. If the 4th knower is seated next to the 2nd knower, then the 5th knower is seated next to the 3rd knower or if the 5th knower is seated next to the 2nd knower, the 4th knower is seated next to the 3rd knower.

After the students settled down, the teacher said to the students: "Guys, I will help the 2nd knower, and I will also help the 3rd knower if I have enough time. Each 2nd knower will help the person sitting next to him (4 or 5th knower) and the 3rd knower. Each 3rd knower will help (by giving information, hint, feedback and correction) the person sitting next to him (4 or 5th knower and if any 6th knower). The 2nd knower is the head of the group, and he/she is responsible for the learning and coordination of the group. I am responsible for the learning of the whole class. I will give higher grades in-class performance to those who have helped their friends sufficiently. After the topic is taught, you will have an exam. The exam grade will be determined as the sum of 70% of the student exam grade and 30% of the group average. I will re-determine your knower numbers based on the average of your exam scores and in-class performance grades."

After these explanations, the teaching content, some parts of which were prepared according to the discovery method and some parts of which were prepared according to the question-answer method, is processed with cooperative learning (EYT) and mastery learning methods. After the subject was covered, the students were given an exam on this subject, the exam was scored as stated above, and a performance grade was given to the students without helping them.

Conclusions and Recommendations

The research showed that teaching with VDMT has contributed to students to be mentally active. (1) In teaching with VDMT, students have found concepts, rules, principles, definitions, have reached generalizations step by step with their own efforts, have rediscovered every new information for themselves, therefore they have behaved like a scientist. (2) Teaching with VDMT has allowed students to develop their skills of reasoning, intuitive thinking, productive thinking, critical thinking, logical thinking, problem solving, estimation, and mental processing. It has allowed them to develop their skills of correctly interpreting what they read, listen and see. Therefore, it has allowed them to use various mental processes. (3) Teaching with VDMT was structured from known to unknown, from concrete to abstract, from close to far, from easy to difficult, from simple to complex, in accordance with the level of the students. (4) Teaching with VDMT has allowed students to develop both their conceptual and procedural knowledge. (5) In teaching with VDMT, mathematical knowledge was taught in itself, in relation to other disciplines and students' daily lives. (6) In order to increase the permanence of the new knowledge learned in teaching with VDMT, importance was given to repetition.

Teaching with VDMT has contributed to students to be socially active. (1) In teaching with VDMT, students have learned collaboratively/helpfully. (2) In teaching with VDMT, students were given hints, feedbacks, corrections and reinforcements at every stage of the teaching process. (3) Teaching with VDMT has allowed students to develop their verbal communication skills such as speaking, discussing, and expressing themselves properly. It has allowed them to develop democratic life skills such as listening to others, respecting different opinions, tolerance and empathy. It has allowed them to develop teamwork or social life skills such as division of labor, solidarity, reaching common decisions, being objective, reconciliation, cooperation, sense of responsibility and sharing. (4) Teaching with VDMT has allowed students to perceive mathematics as a language and to communicate with this language

Teaching with VDMT has contributed to the positive emotions of the students to be active and their negative emotions to be passive. (1) The curiosity and attention of the students were kept awake in teaching with VDMT. It has been ensured that their motivation, self-esteem and self-efficacy are high.

It was ensured that their anxiety and excitement due to the fear of making a mistake were low. (2) Teaching with VDMT has allowed students to gain feelings such as benevolence, tolerance, responsibility, love and respect. (3) Teaching has been as enjoyable as possible for the students.

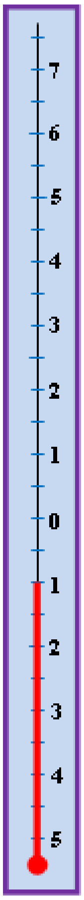
Teaching with VDMT has contributed to students to be physically active. (1) The students wrote down their answers and solutions during the teaching process. (2) Students were able to draw models suitable for mathematical expressions. (3) From time to time, the students have shared their answers and solutions with the class using the classroom board. (4) Students were able to use mathematical tools correctly and effectively. (5) The students have searched and found some information in the source books.

Based on the results of the research, the following recommendation could be made: Suitable scales for each development area are developed. Long-term applications are made. At the end of the applications, it can be determined by testing with these scales that this versatile development opportunity provided by VDMT teaching leads to what a level of change in terms of quantity or quality. Moreover, the contribution of VDMT to a development area or to the development of one or more functions (for example, reasoning, conceptual and procedural knowledge, etc.) in a development area can be investigated in depth. In addition, as there are few studies on VDMT, new studies could investigate the contribution of the model to the academic success of students in different subjects, individual development of students, their skill development, and the professional development of teachers. Finally, it is necessary to focus on how learning takes place with this model (especially in the context of cognitive and social constructivism), and the roles of teachers and students in teaching with this model.

Ek

Tam Sayılar - Öğretmen Nüshası (Yıldırım, 2015: 282-311)

TAM SAYILAR



Soru 1: Soldaki ölçeğe ne denir?
Termometre denir.
Soru 2: Bu ölçek ne işe yarar?
Sıcaklığı ölçmeye yarar.
Soru 3: Neden bu ölçekte sayılar sadece aşağıdan yukarı doğru 1, 2, 3, … şeklinde sıralanmamış da bir nokta 0 olarak belirlenmiş, onun üstünde sayılar yukarıya doğru 1, 2, 3, … , onun altında da sayılar aşağıya doğru 1, 2, 3, … şeklinde sıralanmıştır?
Çünkü sıcaklık artan ve azalan bir değişkendir. Tamamen yok olan bir değişken değildir.
Soru 4: Ceren ile Berk iki kardeştir. Ceren 6. sınıfı bitirmiş, Berk ise 5. sınıfı bitirmiştir. Ceren, Berk'ten termometreye bakarak sıcaklığın kaç derece olduğunu kendisine söylemesini istemiştir. Berk, Ceren'e sıcaklığın 1 derece olduğunu söylemiştir. Bu durumda Ceren sıcaklığın 0'ın üstünde 1 derece olduğunu anlamıştır. Dolayısıyla gerçekte sıcaklık 0'ın üstünde 1 derece olmadığına göre Ceren'in doğru anlaması için Berk'in ekstra ne söylemesi gerekirdi?
0'ın altında 1 derece demesi gerekirdi.

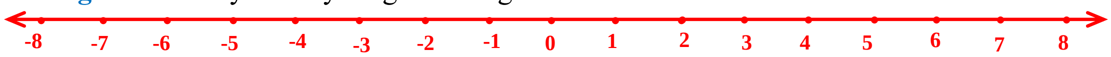
MATEMATİKÇE
Soru 5: 0'ın altında 1'in matematikçe karşılığı nedir?
-1
Soru 6: 0'ın üstünde 1'in matematikçe karşılığı nedir?
+1

Soru 7: O halde Berk, Ceren'e sıcaklığın 1 derece olduğunu söylediğinde Ceren neden sıcaklığın 0'ın üstünde 1 derece olduğunu anlamıştır?
+1 ile 1 aynı şeydir.
Soru 8: + işaretini yazıp yazmamakta serbest miyiz?
Evet, serbestiz.
Yönerge 1: Doğal sayıları küçükten büyüğe doğru yazınız.
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...
Soru 9: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, …sayıları doğal sayı mıdır?
Evet, doğal sayıdır.
Soru 10: 0 sayısı doğal sayımıdır?
Evet, doğal sayıdır.
Soru 11: -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, … sayıları doğal sayı mıdır?
Hayır, doğal sayı değildir.

TANIM
Soru 12:
a) -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, -11, …gibi sayıların doğal sayılara eklenmesiyle elde edilen sayıların hepsine ne denir?
Tam sayılar denir.
b) Önünde – işareti olan tam sayılara ne denir?
Negatif tam sayılar denir.
c) Önünde işaret olmayan veya + işareti olduğu kabul edilen tam sayılara ne denir?
Pozitif tam sayılar denir.
d) 0 tam sayısı pozitif tam sayı mıdır, negatif tam sayı mıdır?
0 tam sayısı ne pozitiftir, ne de negatiftir.

Soru 13: Termometredeki tam sayıları göz önünde bulundurduğunuzda
a) 2 ve 7 tam sayılarından hangisi 0'a daha yakındır?
2 daha yakındır.

b) 5 ve 12 tam sayılarından hangisi 0'a daha yakındır?
5 daha yakındır.
c) -1 ve -3 tam sayılarından hangisi 0'a daha yakındır?
-1 daha yakındır.
d) -4 ve -11 tam sayılarından hangisi 0'a daha yakındır?
- 4 daha yakındır.
Yönerge 2: Tam sayıları soldan sağa doğru sıralayınız.
...-11, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...
Yönerge 3: Tam sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.



Soru 14: Termometrede cıva hangi seviyeye çıkarsa sıcaklığın +'ya geçtiği söylenir?
0'ın üstüne çıkarsa
Soru 15: Termometrede cıva hangi seviyeye inerse sıcaklığın -'ye geçtiği söylenir?
0'ın altına inerse
Soru 16: O halde hem + için hem de – için başlangıç noktası neresidir?
0'dır.

Yön Kavramı

Soru 17: Aşağı, yukarı, sağ sol kavramları ne belirtir?
Yön belirtir.
Soru 18: Sıcaklık arttığında cıva hangi yönde ilerler?
Yukarı yönde
Soru 19: Sıcaklık azaldığında cıva hangi yönde ilerler?
Aşağı yönde
Soru 20: Sıcaklık 5 derece arttığında cıva kaç br yukarı ilerler?
5 br

MATEMATİKÇE
Soru 21: Civanın 5 br yukarı ilerlediğinin matematikçe karşılığı nedir?
+5

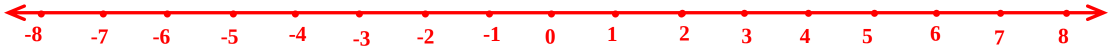
Soru 22: Sıcaklık 7 derece azaldığında cıva kaç br aşağı ilerler?
7 br

MATEMATİKÇE
Soru 23: Civanın 7 br aşağı ilerlediğinin matematikçe karşılığı nedir?
-7

Soru 24: O halde **+**, – işaretleri, önünde oldukları sayılar için ne anlam ifade etmektedir?
Yön belirtir.
Yönerge 4: Aşağıdaki ifadelerin matematikçe karşılığını yazınız.
a) Sağ yönde 10 br ilerlemek: +10 br
b) Sol yönde 12 br ilerlemek: -12 br
c) Aşağı 8 br ilerlemek: -8 br
d) Yukarı 15 br ilerlemek: +15 br
e) Aynı yönde 4 br ilerlemek: +4 br
f) Zıt yönde 6 br ilerlemek: -6 br
g) Deniz seviyesinden 19 m aşağıya inmek: -19 m
h) Yerden 23 m yükselmek: +23 m
ı) 5 tane gol atmak: +5
j) 3 tane gol yemek: -3
k) 20 lira borcu olmak: -20
l) 50 lira alacağı olmak: +50
Yönerge 5: Benzer 5 tane örnek yazınız.

BİR TAM SAYININ MUTLAK DEĞERİ

Yönerge 6: Tam sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.



Soru 25:
a) +4 sayısının 0’a uzaklığı kaç br’dir?
4 br'dir.
b) -3 sayısının 0’a uzaklığı kaç br’dir?
3 br'dir.

TANIM
Soru 26: Bir tam sayının sayı doğrusunda 0’a olan uzaklığına ne denir?
O tam sayının mutlak değeri denir.

Soru 27: O halde
a) +4 sayısının mutlak değeri kaçtır?
4'tür.
b) -3 sayısının mutlak değeri kaçtır?
3'tür.

MATEMATİKÇE
Yönerge 7:
a)“+4 sayısının mutlak değeri 4’tür.” ifadesini matematikçe yazınız.
$|+4| = 4$
b)“-3 sayısının mutlak değeri 3’tür.” ifadesini matematikçe yazınız.
$|-3| = 3$

Yönerge 8:
a) $|-5|$ ile $|+5|$ ’i karşılaştırınız.
$|-5| = |+5|$
b) $|-2|$ ile $|+2|$ ’i karşılaştırınız.
$|-2| = |+2|$

Soru 28: Hangi sayıların mutlak değeri 6’dır?
-6 ve +6'nın
Soru 29: Bir sayının mutlak değeri 8 ise bu sayı ne olabilir?
-8 veya +8 olabilir.
Soru 30: $|a| = 3$ ise a ne olabilir?
-3 veya +3 olabilir.

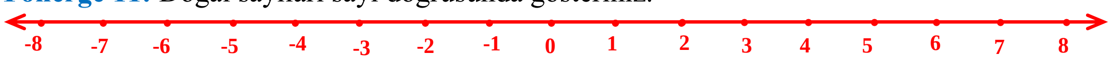
Yönerge 9: Aşağıdaki mutlak değerleri bulunuz.

$|-7| = 7$	$|-1| = 1$	$|+8| = 8$	$|-1000| = 1000$
$|12| = 12$	$|200| = 200$	$|0| = 0$	$|+638| = 638$

Yönerge 10: Farklı 5 tane sayının mutlak değerini bulunuz.

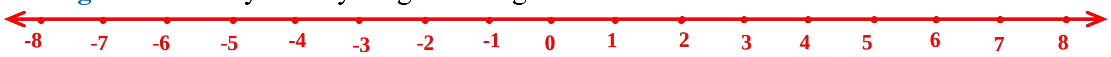
TAM SAYILARI SIRALAMA

Yönerge 11: Doğal sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.



Soru 31: Neden 0, 1’in, 1, 2’nin, 2, 3’ün, 3, 4’ün ….solundadır?
0, 1'den; 1, 2'den; 2, 3'ten; 3, 4'ten daha küçük olduğu için.
Soru 32: Sayılar sayı doğrusunda neye göre sıralanıyor?
Büyüklük, küçüklüklerine göre. Soldaki sayı sağdakinden daha küçük olacak şekilde.

Yönerge 12: Sayı doğrusunda gösterdiğiniz sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...
Yönerge 13: Tam sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.



Soru 33: Sayılar sayı doğrusunda neye göre sıralanıyordu?
Büyüklük, küçüklüklerine göre. Soldaki sayı sağdakinden daha küçük olacak şekilde
Yönerge 14: Sayı doğrusuna yazdığınız sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.
-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Yönerge 15: Aşağıda her bir şıktaki tam sayıları sıralayınız.
a) -3, -6, 0, 5, 12, -9, 14
$-9 < -6 < -3 < 0 < 5 < 12 < 14$

b) $-1,\ |-7|,\ 4,\ |+7|,\ 7,\ -4,\ |-12|,\ 0,\ |16|,\ -16,\ -7,\ 15$

$|16| > 15 > |-12| > 7 = |+7| = |-7| > 4 > 0 > -1 > -4 > -7 > -16$

Soru 34: Pozitif yönde gidildikçe sayıların değeri nasıl değişir?
Büyür.
Soru 35: Negatif yöne gidildikçe sayıların değeri nasıl değişir?
Küçülür.
Yönerge 16: Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.
a) En büyük negatif tam sayı -1'dir.
b) En küçük pozitif tam sayı 1'dir.
c) -3'den küçük en büyük tam sayı - 4'tür.
d) 12'den büyük en küçük tam sayı 13'tür.

TAM SAYILARLA TOPLAMA İŞLEMİ

Soru 36: Şevval birkaç adım atıyor. Şevval'e kaç adım attığı sorulunca, Şevval: "Önce 5 adım ardından 3 adım attım." der. Şevval kaç adım atmıştır?
8

MATEMATİKÇE
Yönerge 17: Şevval'in söylediklerine göre kaç adım attığını bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$5 + 3 = 8$

Aynı İşaretli İki Tam Sayının Toplamı

Soru 37: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Adil sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Adil sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Adil'e sorulunca, Adil: "Sağ yönde 5 adım attıktan sonra, yine sağ yönde 3 adım daha attım." der. Adil hangi noktaya gelmiştir?
+8

MATEMATİKÇE
Yönerge 18: Adil'in söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$(+5) + (+3) = +8$

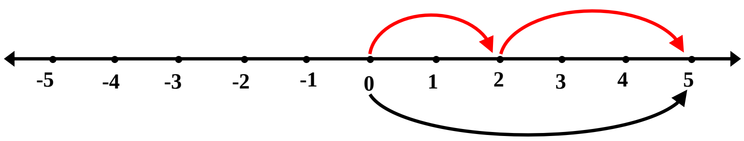
Soru 38: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Safa sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Safa sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Safa'ya sorulunca, Safa: "Sol yönde 5 adım attıktan sonra, yine sol yönde 3 adım daha attım." der. Safa hangi noktaya gelmiştir?
-8

MATEMATİKÇE
Yönerge 19: Safa'nın söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$(-5) + (-3) = -8$

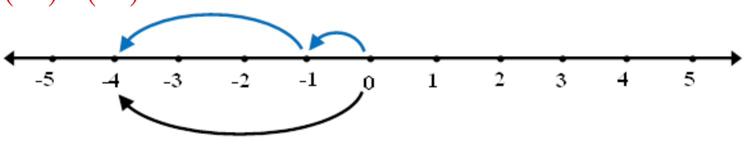
Soru 39: Pozitif iki tamsayı toplanırken yön hesaba katılmadan sayılar ne yapılıyor?
Toplanıyor.
Soru 40: Negatif iki tamsayı toplanırken yön hesaba katılmadan sayılar ne yapılıyor?
Toplanıyor.
Soru 41: Toplanan sayıların işareti ile toplamın işareti arasında nasıl bir ilişki var?
Toplamın işareti ile toplanan sayıların işareti aynıdır.

KURAL
Yönerge 20: Aynı işaretli iki tam sayının toplanması ile alakalı kuralı yazınız.
Aynı işaretli iki tam sayı toplanırken yön hesaba katılmadan sayılar toplanır. Toplamın işareti toplananların işaretinin aynısı olur.

Yönerge 21: Sayı doğrusu ile modellenmiş toplama işlemlerini yazınız.



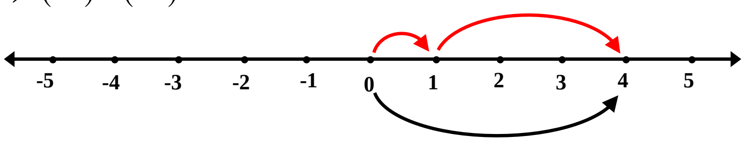
$(+2)+(+3)=5$



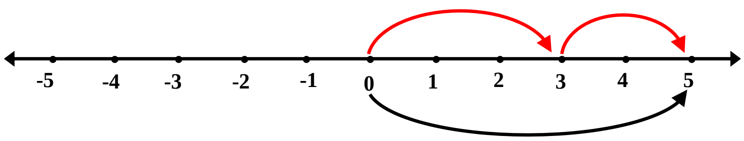
$(-1)+(-3)=-4$

Yönerge 22:Aşağıdaki toplama işlemlerini sayı doğrusu ile modelleyerek yapınız.

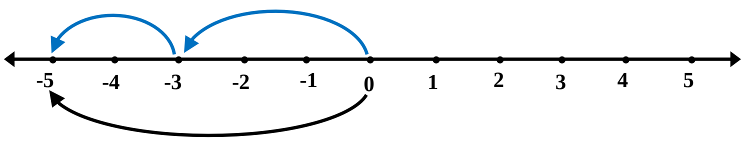
a) $(+1)+(+3)=+4$



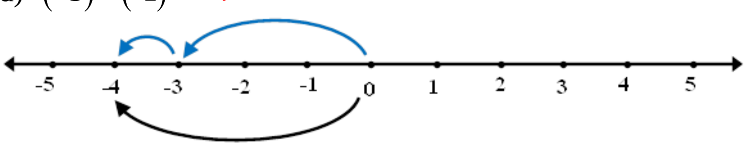
b) $(+3)+(+2)=+5$



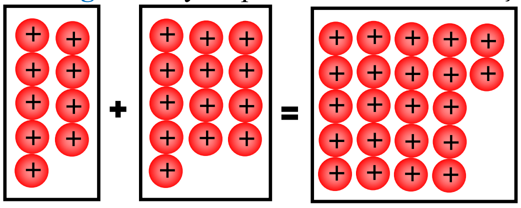
c) $(-3)+(-2)=-5$



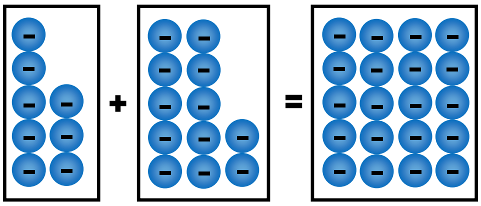
d) $(-3)+(-1)=-4$



Yönerge 23: Sayma pulları ile modellenmiş toplama işlemlerini yazınız



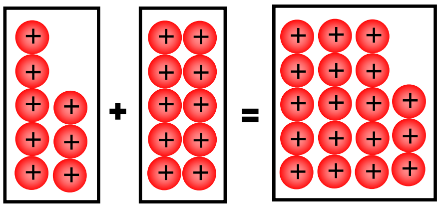
$(+9)+(+13)=+22$



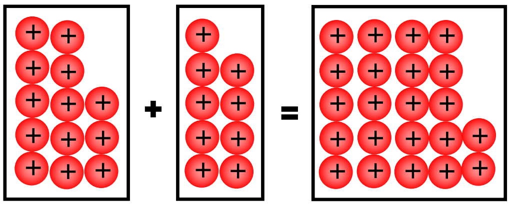
$(-8)+(-12)=-20$

Yönerge 24: Aşağıdaki toplama işlemlerini sayma pulları ile modelleyerek yapınız.

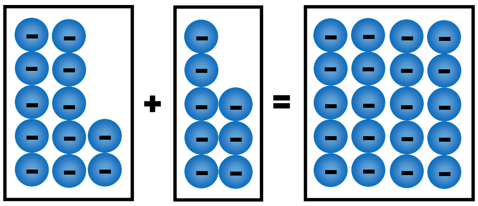
a) $(+8)+(+10)=+18$



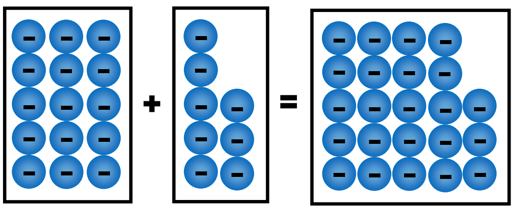
b) $(+13)+(+9)=+22$



c) $(-12)+(-8)=-20$



d) $(-15)+(-8)=-23$



Yönerge 25: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+4)+(+3)=+7$

b) $(+5)+(+6)=+11$

c) $(+3)+(+7)=+10$

d) $(+2)+(+8)=+10$

Yönerge 26: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 27: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(-4)+(-3)=-7$

b) $(-5)+(-6)=-11$

c) $(-3)+(-7)=-10$

d) $(-2)+(-8)=-10$

Yönerge 28: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 29:

a) +7 ile +5'i toplayınız.

$(+7)+(+5)=+12$

b) -6 ile -8'i toplayınız.

$(-6)+(-8)=-14$

Yönerge 30: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+2)+(+4)+(+3)=+9$

b) $(+3)+(+5)+(+6)=+14$

c) $(-2)+(-4)+(-3)=-9$

d) $(-3)+(-5)+(-6)=-14$

Yönerge 31: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 32: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+2)+(+4)+(+3)+(+1)=+10$

b) $(+3)+(+5)+(+6)+(+2)=+16$

c) $(-2)+(-4)+(-3)+(-1)=-10$

d) $(-3)+(-5)+(-6)+(-2)=-16$

Yönerge 33: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Zıt İşaretli İki Tam Sayının Toplamı

Soru 42: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Canan sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Canan sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Canan'a sorulunca, Canan: "Sol yönde 5 adım attıktan sonra, sağ yönde 3 adım daha attım." der. Canan hangi noktaya gelmiştir?

-2

MATEMATİKÇE

Yönerge 34: Canan'ın söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.

$(-5)+(+3)=-2$

Soru 43: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Akifcan sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Akifcan sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Akifcan'a sorulunca, Akifcan: "Sağ yönde 5 adım attıktan sonra, sol yönde 3 adım daha attım." der. Akifcan hangi noktaya gelmiştir?

+3

MATEMATİKÇE

Yönerge 35: Akifcan'ın söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.

$(+5)+(-3)=+2$

Soru 44: Pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayı toplanırken yön hesaba katılmadan sayılar ne yapılıyor?

Çıkarılıyor.

Soru 45: Sayılardan mutlak değeri büyük olanın işareti ile toplamın işareti arasında nasıl bir ilişki var?

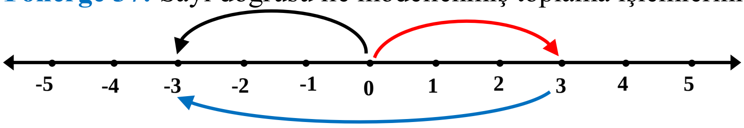
Sayılardan mutlak değeri büyük olanın işareti ile toplamın işareti aynıdır.

KURAL

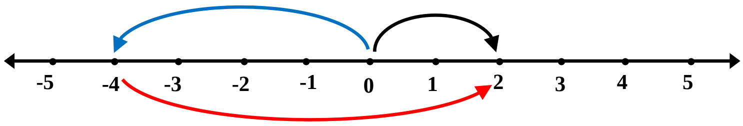
Yönerge 36: Zıt işaretli iki tam sayının toplanması ile alakalı kuralı yazınız.

Zıt işaretli iki tam sayı toplanırken yön hesaba katılmadan sayılar çıkarılır. Toplamın işareti toplananlardan mutlak değeri büyük olanın işaretinin aynısı olur.

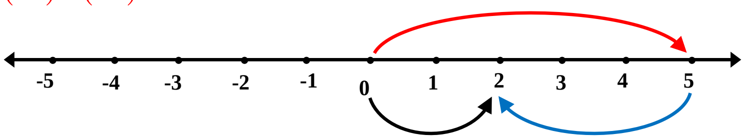
Yönerge 37: Sayı doğrusu ile modellenmiş toplama işlemlerini yazınız.



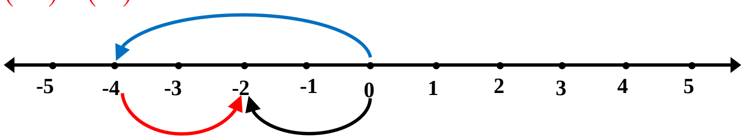
$(+3)+(-6)=-3$



$(-4)+(+6)=+2$



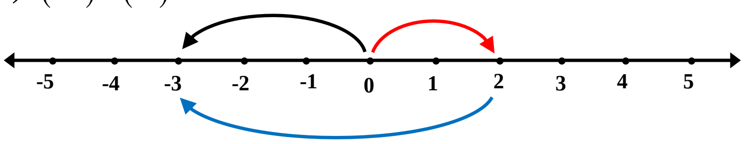
$(+5)+(-3)=+2$



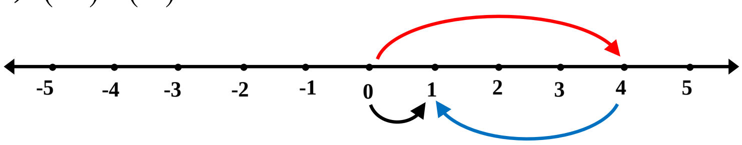
$(-4)+(+2)=-2$

Yönerge 38: Aşağıdaki toplama işlemlerini sayı doğrusu ile modelleyerek yapınız.

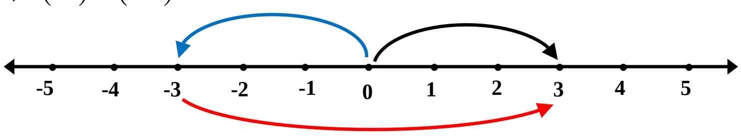
a) $(+2)+(-5)=-3$



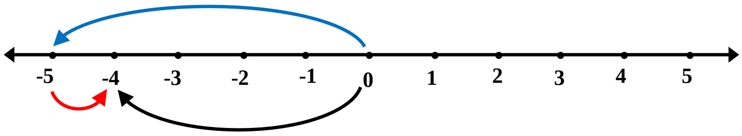
b) $(+4)+(-3)=+1$



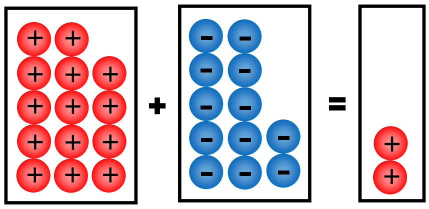
c) $(-3)+(+6)=+3$



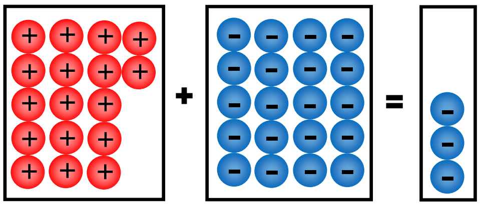
d) $(-5)+(+1)=-4$



Yönerge 39: Sayma pulları ile modellenmiş toplama işlemlerini yazınız.



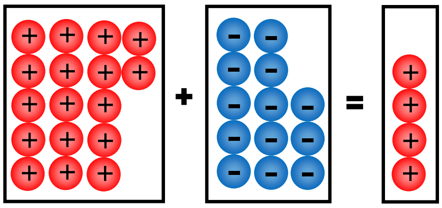
$(+14)+(-12)=+2$



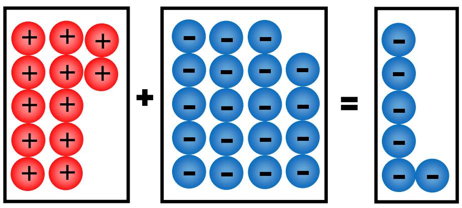
$(+17)+(-20)=-3$

Yönerge 40: Aşağıdaki toplama işlemlerini sayma pulları ile modelleyerek yapınız.

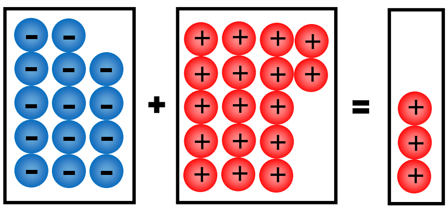
a) $(+17)+(-13)=+4$



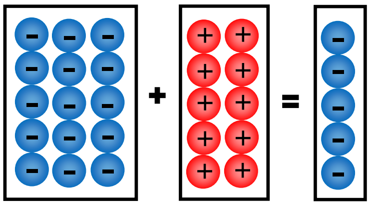
b) $(+12)+(-18)=-6$



c) $(-14)+(+17)=+3$



d) $(-15)+(+10) = -5$



Yönerge 41: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+4)+(-3) = +1$

b) $(+5)+(-6) = -1$

c) $(+3)+(-7) = -4$

d) $(+2)+(-8) = -6$

Yönerge 42: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 43: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(-4)+(+3) = -1$

b) $(-5)+(+6) = +1$

c) $(-3)+(+7) = +4$

d) $(-2)+(+8) = +6$

Yönerge 44: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 45:

a) +7 ile -5'i toplayınız.

$(+7)+(-5) = +2$

b) -6 ile +8'i toplayınız.

$(-6)+(+8) = +2$

Yönerge 46: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+2)+(+4)+(-3) = +3$

b) $(+3)+(+5)+(-8) = 0$

c) $(-2)+(-4)+(+3) = -3$

d) $(-3)+(-5)+(+8) = 0$

Yönerge 47: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 48: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+2)+(-4)+(+3) = +1$

b) $(+3)+(-9)+(+6) = 0$

c) $(-2)+(+4)+(-3) = -1$

d) $(-3)+(+9)+(-6) = 0$

Yönerge 49: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 50:Aşağıdaki işlemleri aynı işaretli tam sayıları öncelikli toplayarak yapınız.

a) $(+2)+(-4)+(+3) = +1$

b) $(+3)+(-9)+(+6) = 0$

c) $(-2)+(+4)+(-3) = -1$

d) $(-3)+(+9)+(-6) = 0$

Soru 46: Aynı işaretli tam sayıları öncelikli olarak toplamak işlemleri yapmayı kolaylaştırdı mı?

Yönerge 51: Aşağıdaki toplama işlemlerini yapınız.

a) $(+2)+(+4)+(-3)+(-1) = +2$

b) $(+3)+(+5)+(-6)+(-2) = 0$

c) $(-2)+(-4)+(+3)+(+1) = -2$

d) $(-3)+(-5)+(+6)+(+2) = 0$

Yönerge 52: Yaptığınız her bir toplama işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 53: Aşağıdaki işlemleri aynı işaretli tam sayıları öncelikli toplayarak yapınız.

a) $(+2)+(-4)+(+3)+(-1) = 0$

b) $(+3)+(-5)+(+6)+(-4) = 0$

c) $(-2)+(+4)+(-3)+(+1) = 0$

d) $(-3)+(+5)+(-6)+(+4) = 0$

Soru 47: Aynı işaretli tam sayıları öncelikli olarak toplamak işlemleri yapmayı kolaylaştırdı mı?

TOPLAMA İŞLEMİNİN SADE YAZILMASI

$(+5)+(+3)$

$(+5)+(-3)$

$(-5)+(+3)$

$(-5)+(-3)$

Soru 48: Yukarıdaki toplama işlemlerinde

a) sayılar neden paranteze alınmış olabilir?

İki işaret bitişik olmasın diye

b) toplananlardan ilkinin parantezleri yazılmazsa olur mu?

İki işaretin bitişik olması söz konusu olmadığından olur.

c) toplananlardan ilki pozitif ise işareti yazılmazsa olur mu?

Pozitif işaret yazılmasa da olur.

d) toplananlardan ilki negatif ise işareti yazılmazsa olur mu?

Negatif işaret yazılmazsa olmaz.

e) her defasında tekrar eden toplama işareti yazılmazsa olur mu?

Yazılmayıp var kabul edilebilir.

f) toplananlardan ikincisinin parantezi yazılmazsa olur mu?

Toplama işareti yazılmadığı durumda iki işaretin bitişik olması söz konusu olmadığından olur.

TANIM

Soru 49: Bu şekilde işlemlerin, yazılmayabilecek işaretlerinin atılarak yazılmasına ne denir?

İşlemin sade halde yazılması denir.

Yönerge 54: Yukarıdaki işlemlerin, sade hallerini yazınız.

$(+5)+(+3) = 5+3$

$(+5)+(-3) = 5-3$

$(-5)+(+3) = -5+3$

$(-5)+(-3) = -5-3$

Soru 50: Sonuç olarak içinde sadece + ve - işaretleri ve sayılar olan işlemler toplama işlemi midir?

Evet.

Yönerge 55: Aşağıdaki toplama işlemlerini, işlemlerin sade halini yazarak yapınız.

a) $(+5)+(+6) = 5+6 = 11$

b) $(+3)+(+7) = 3+7 = 10$

c) $(-5)+(-6) = -5-6 = -11$

d) $(-3)+(-7) = -3-7 = -10$

e) $(+5)+(-6) = 5-6 = -1$

f) $(+3)+(-7) = 3-7 = -4$

g) $(-5)+(+6) = -5+6 = 1$

h) $(-3)+(+7) = -3+7 = 4$

ı) $(+2)+(+4)+(+3) = 2+4+3 = 9$

j) $(-3)+(-5)+(-6) = -3-5-6 = -14$

k) $(+3)+(+5)+(-6) = 3+5-6 = 2$

l) $(-2)+(-4)+(+3) = -2-4+3 = -3$

m) $(+3)+(-5)+(+6) = 3-5+6 = 4$

n) $(-2)+(+4)+(-3) = -2+4-3 = -1$

o) $(+3)+(+5)+(+6)+(+2) = 3+5+6+2 = 16$

p) $(-2)+(-4)+(-3)+(-1) = -2-4-3-1 = -10$

r) $(+3)+(+5)+(-6)+(-2) = 3+5-6-2 = 0$

s) $(-2)+(-4)+(+3)+(+1) = -2-4+3+1 = -2$

t) $(+3)+(-5)+(+6)+(-2) = 3-5+6-2 = 2$

u) $(-2)+(+4)+(-3)+(+1) = -2+4-3+1 = 0$

Yönerge 56: Aşağıda sade halde yazılan toplama işlemlerini sade olmayan hallerinde yazarak yapınız.

a) $4+3 = (+4)+(+3) = +7$

b) $-4-3 = (-4)+(-3) = -7$

c) $-2-8 = (-2)+(-8) = -10$

d) $2-8 = (+2)+(-8) = -6$

e) $-5+6 = (-5)+(+6) = +1$

f) $-2+8 = (-2)+(+8) = +6$

g) $5-6 = (+5)+(-6) = -1$

h) $3+5+6 = (+3)+(+5)+(+6) = +14$

ı) $-3-5-6 = (-3)+(-5)+(-6) = -14$

j) $3-5+6 = (+3)+(-5)+(+6) = +4$

k) $-3+5-6 = (-3)+(+5)+(-6) = -4$

l) $3+5+6+2 = (+3)+(+5)+(+6)+(+2) = +16$

m) $-3-5-6-2 = (-3)+(-5)+(-6)+(-2) = -16$

n) $-3+5-6+2 = (-3)+(+5)+(-6)+(+2) = -2$

TOPLAMA İLE İLGİLİ PROBLEMLER

Yönerge 57: Aşağıdaki problemleri çözünüz.

1) Trabzon ilinin hava sıcaklığı 23 Mart'ta ölçülmüş ve sıcaklığın 11º C olduğu görülmüştür. Buna göre sıcaklık gün içerisinde,

a) 5º C artarsa yeni sıcaklık kaç derece olur?

$11+5=16°$ C olur.

b) 7º C azalırsa yeni sıcaklık kaç derece olur?

$11-7=4°$ C olur.

c) 15º C azalırsa yeni sıcaklık kaç derece olur?

$11-15=-4°$ C olur.

2) Erzurum ilinin hava sıcaklığı 9 Ocak'ta ölçülmüş ve sıcaklığın $-17°$ C olduğu görülmüştür. Buna göre sıcaklık gün içerisinde,

a) 8º C azalırsa yeni sıcaklık kaç derece olur?

$-17-8=-25°$ C olur.

b) 9º C artarsa yeni sıcaklık kaç derece olur?

$-17+9=-8°$ C olur.

c) 19º C artarsa yeni sıcaklık kaç derece olur?

$-17+19=+2°$ C olur.

3) Bir sezonda Trabzonspor,

a) 20 gol atar, 12 gol yerse averaj ne olur?

$20-12=8$ olur.

b) 15 gol atar, 23 gol yerse averaj ne olur?

$15-23=-8$ olur.

c) 17 gol yer, 20 gol atarsa averaj ne olur?

$-17+20=3$ olur.

d) 22 gol yer, 10 gol atarsa averaj ne olur?

$-22+10=-12$ olur.

4) Bir yunus balığı okyanusta su seviyesinden 8 m aşağıdadır.

a) 5 m daha derine dalarsa su seviyesine göre nerede olur?

$-8-5=-13$: Su seviyesinden 13 m aşağıda olur.

b) 7 m yukarı zıplarsa su seviyesine göre nerede olur?

$-8+7=-1$: Su seviyesinden 1 m aşağıda olur.

c) 12 m yukarı zıplarsa su seviyesine göre nerede olur?

$-8+12=4$: Su seviyesinden 4 m yukarıda olur.

5) Hiç nakit parası olmayan Ali'nin,

a) 25 lira alacağı, 15 lira borcu olsaydı para durumu ne olurdu?

$+25-15=+10$: 10 lira alacağı olurdu.

b) 20 lira alacağı, 35 lira borcu olsaydı para durumu ne olurdu?

$+20-35=-15$: 15 lira borcu olurdu.

c) 10 lira borcu, 30 lira alacağı olsaydı para durumu ne olurdu?

$-10+30=+20$: 20 lira alacağı olurdu.

d) 30 lira borcu, 20 lira alacağı olsaydı para durumu ne olurdu?

$-30+20=-10$: 10 lira borcu olurdu.

6) Türk Hava Yollarına ait bir yolcu uçağı yerden 10000 m yüksekte seyretmektedir.

a) 2000 m daha yükselirse yere göre nerede olur?

$+10000+2000=+12000$: Yerden 12000 m yüksekte olur.

b) 1750 m irtifa kaybederse yere göre nerede olur?

$+10000-1750=+8250$: Yerden 8250 m yüksekte olur.

TAM SAYILARLA ÇIKARMA İŞLEMİ

Soru 51: Fatih birkaç adım atıyor. Fatih'e kaç adım attığını sorulunca, Fatih: "5 adım attığımı kabul edin. Sonra 3 adımı yok sayın." der. Fatih kaç adım atmıştır?
2

MATEMATİKÇE
Yönerge 58: Fatih'in söylediklerine göre kaç adım attığını bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$5 - 3 = 2$

Soru 52: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Yiğit, sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Yiğit sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Yiğit'e sorulunca, Yiğit: "Sağ yönde 5 adım attığımı kabul edin. Sonra 3 adımımı yok sayın." der. Yiğit hangi noktaya gelmiştir?
+2

MATEMATİKÇE
Yönerge 59: Yiğit'in söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$(+5) - (+3) = +2$

Soru 53: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Mustafa sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Mustafa sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Mustafa'ya sorulunca, Mustafa: "Sağ yönde 5 adım attıktan sonra sol yönde 3 adım daha attım." der. Mustafa hangi noktaya gelmiştir?
+2

MATEMATİKÇE
Yönerge 60: Mustafa'nın söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$(+5) + (-3) = +2$

Yönerge 61: Yiğit ile Mustafa'nın sayı doğrusu üzerinde geldikleri noktaları karşılaştırınız.
İkisi de aynı noktaya gelmiştir.
Soru 54: O halde Yiğit ile Mustafa'nın söylediklerine karşılık gelen işlemler birbirine eşit midir?
Eşittir.

MATEMATİKÇE
Yönerge 62: Bu iki işlemin eşitliğini yazınız.
$(+5) - (+3) = (+5) + (-3) = +2$

Soru 55: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Kaan, sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Kaan sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Kaan'a sorulunca, Kaan: "Sol yönde 5 adım attığımı kabul edin. Sonra 3 adımımı yok sayın." der. Kaan hangi noktaya gelmiştir?
-2

MATEMATİKÇE
Yönerge 63: Kaan'ın söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$(-5) - (-3) = -2$

Soru 56: Sayı doğrusu yere çiziliyor. Her adımı 1 br olan Ali sayı doğrusunun başlangıç noktasının üzerindedir. Ali sayı doğrusunda başka bir noktaya geçiyor. Hangi noktadasın diye Ali'ye sorulunca, Ali: "Sol yönde 5 adım attıktan sonra sağ yönde 3 adım daha attım." der. Ali hangi noktaya gelmiştir?
-2

MATEMATİKÇE
Yönerge 64: Ali'nin söylediklerine göre hangi noktaya geldiğini bulmaya yarayan işlemi yazınız.
$(-5) + (+3) = -2$

Yönerge 65: Kaan ile Ali'nin sayı doğrusu üzerinde geldikleri noktaları karşılaştırınız.
İkisi de aynı noktaya gelmiştir.
Soru 57: O halde Kaan ile Ali'nin söylediklerine karşılık gelen işlemler birbirine eşit midir?
Eşittir.

MATEMATİKÇE

Yönerge 66: Bu iki işlemin eşitliğini yazınız.

$(-5)-(-3)=(-5)+(+3)=-2$

Soru 58: Her iki örneğe göre çıkarma işleminin toplama işlemine çevrilebildiği söylenebilir mi?

Söylenebilir.

Soru 59: Çıkarma işlemi toplama işlemine çevrilirken

a) Çıkarma işareti ne oluyor?

Toplama işareti

b) Çıkanın işareti ne oluyor?

Zıddıyla değişiyor.

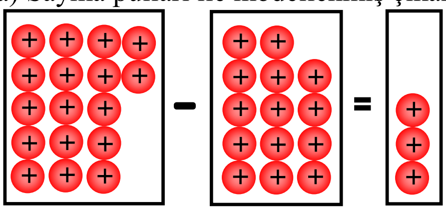
KURAL

Yönerge 67: Çıkarma işleminin toplama işlemine çevrilmesi ile alakalı kuralı yazınız.

Çıkarma işareti toplama işaretine dönüştürülür. Çıkanın işareti zıddıyla değiştirilir. Eksilen aynen yazılır.

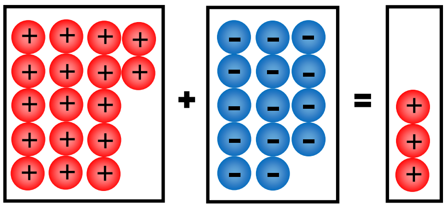
Yönerge 68:

a) Sayma pulları ile modellenmiş çıkarma işlemini yazınız.



$(+17)-(+14)=3$

b) Sayma pulları ile modellenmiş toplama işlemini yazınız.



$(+17)+(-14)=3$

Yönerge 69: Her iki işlemin sonucunu karşılaştırınız.

Aynıdır.

Soru 60: O halde her iki işlem birbirine eşit midir?

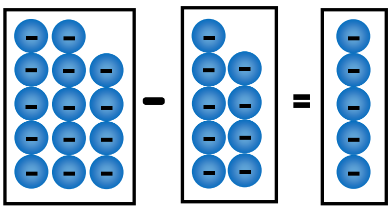
Eşittir.

Yönerge 70: Bu iki işlemin eşitliğini yazınız.

$(+17)-(+14)=(+17)+(-14)$

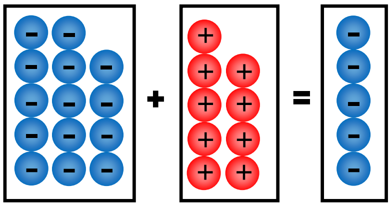
Yönerge 71:

a) Sayma pulları ile modellenmiş çıkarma işlemini yazınız.



$(-14)-(-9)=-5$

b) Sayma pulları ile modellenmiş toplama işlemini yazınız.



$(-14)+(+9)=-5$

Yönerge 72: Her iki işlemin sonucunu karşılaştırınız.
Aynıdır.

Soru 61: O halde her iki işlem birbirine eşit midir?
Eşittir.

Yönerge 73: Bu iki işlemin eşitliğini yazınız.
$(-14)-(-9)=(-14)+(+9)$

Yönerge 74: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini toplama işlemine çevirmeden yapmaya çalışınız.

a) $(+7)-(+3)=4$

b) $(-8)-(-5)=-3$

c) $(+4)-(+6)=$ yapılamaz.

d) $(-2)-(-5)=$ yapılamaz.

e) $(+4)-(-3)=$ yapılamaz.

f) $(-5)-(+7)=$ yapılamaz.

Soru 62: Bu işlemlerin hangilerini yapabildiniz?
İlk ikisini

Yönerge 75: Aynı işlemleri toplama işlemine çevirerek yapınız.

a) $(+7)-(+3)=(+7)+(-3)=4$

b) $(-8)-(-5)=(-8)+(+5)=-3$

c) $(+4)-(+6)=(+4)+(-6)=-2$

d) $(-2)-(-5)=(-2)+(+5)=3$

e) $(+4)-(-3)=(+4)+(+3)=7$

f) $(-5)-(+7)=(-5)+(-7)=-12$

Soru 63: Bu işlemlerin hangilerini yapabildiniz?
Hepsini

Soru 64: Her türlü çıkarma işlemini yapabilmek için ne yapılması gerekir?
Toplama işlemine çevrilmesi gerekir.

Yönerge 76: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $(+4)-(+3)=(+4)+(-3)=1$

b) $(+5)-(+6)=(+5)+(-6)=-1$

c) $(+3)-(+7)=(+3)+(-7)=-4$

d) $(+2)-(+8)=(+2)+(-8)=-6$

e) $(-4)-(-3)=(-4)+(+3)=-1$

f) $(-5)-(-6)=(-5)+(+6)=1$

g) $(-3)-(-7)=(-3)+(+7)=4$

h) $(-2)-(-8)=(-2)+(+8)=6$

Yönerge 77: Yaptığınız her bir çıkarma işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 78: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $(-4)-(+3)=(-4)+(-3)=-7$

b) $(-5)-(+6)=(-5)+(-6)=-11$

c) $(-3)-(+7)=(-3)+(-7)=-10$

d) $(-2)-(+8)=(-2)+(-8)=-10$

e) $(+4)-(-3)=(+4)+(+3)=7$

f) $(+5)-(-6)=(+5)+(+6)=11$

g) $(+3)-(-7)=(+3)+(+7)=10$

h) $(+2)-(-8)=(+2)+(+8)=10$

Yönerge 79: Yaptığınız her bir çıkarma işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 80:

a) +7'den +5'i çıkarınız.

$(+7)-(+5)=(+7)+(-5)=2$

b) -6'dan -8'i çıkarınız.

$(-6)-(-8)=(-6)+(+8)=2$

c) +5'den -9'u çıkarınız.

$(+5)-(-9)=(+5)+(+9)=14$

d) -8'den +14'ü çıkarınız.

$(-8)-(+14)=(-8)+(-14)=-22$

Yönerge 81: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $(+2)-(+4)-(+3)=(+2)+(-4)+(-3)=-5$

b) $(+3)-(+5)-(+6)=(+3)+(-5)+(-6)=-8$

c) $(-2)-(-4)-(-3)=(-2)+(+4)+(+3)=5$

d) $(-3)-(-5)-(-6)=(-3)+(+5)+(+6)=8$

e) $(+2)-(+4)-(-3)=(+2)+(-4)+(+3)=1$

f) $(+3)-(+5)-(-6)=(+3)+(-5)+(+6)=4$

g) $(-2)-(-4)-(+3)=(-2)+(+4)+(-3)=-1$

h) $(-3)-(-5)-(+6)=(-3)+(+5)+(-6)=-4$

ı) $(+2)-(-4)-(+3)=(+2)+(+4)+(-3)=3$

j) $(+3)-(-5)-(+6)=(+3)+(+5)+(-6)=2$

k) $(-2)-(+4)-(-3)=(-2)+(-4)+(+3)=-3$

l) $(-3)-(+5)-(-6)=(-3)+(-5)+(+6)=-2$

Yönerge 82: Yaptığınız her bir çıkarma işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

Yönerge 83: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini yapınız.

a) $(+2)-(+4)-(+3)-(+1)=(+2)+(-4)+(-3)+(-1)=-6$

b) $(+3)-(+5)-(+6)-(+2)=(+3)+(-5)+(-6)+(-2)=-10$

c) $(-2)-(-4)-(-3)-(-1)=(-2)+(+4)+(+3)+(+1)=6$

d) $(-3)-(-5)-(-6)-(-2)=(-3)+(+5)+(+6)+(+2)=10$

e) $(+2)-(+4)-(-3)-(-1)=(+2)+(-4)+(+3)+(+1)=2$

f) $(+3)-(+5)-(-6)-(-2)=(+3)+(-5)+(+6)+(+2)=6$

g) $(-2)-(-4)-(+3)-(+1)=(-2)+(+4)+(-3)+(-1)=-2$

h) $(-3)-(-5)-(+6)-(+2)=(-3)+(+5)+(-6)+(-2)=-6$

ı) $(+2)-(-4)-(+3)-(-1)=(+2)+(+4)+(-3)+(+1)=4$

j) $(+3)-(-5)-(+6)-(-2)=(+3)+(+5)+(-6)+(+2)=4$

k) $(-2)-(+4)-(-3)-(+1)=(-2)+(-4)+(+3)+(-1)=-4$

l) $(-3)-(+5)-(-6)-(+2)=(-3)+(-5)+(+6)+(-2)=-4$

Yönerge 84: Yaptığınız her bir çıkarma işlemine benzer işlem yazarak yapınız.

ÇIKARMA İŞLEMİNİN SADE YAZILMASI

$(+5)-(+3)$

$(+5)-(-3)$

$(-5)-(+3)$

$(-5)-(-3)$

Soru 65: Yukarıdaki çıkarma işlemlerinde
a) eksilenlerin parantezleri yazılmazsa olur mu?
İki işaretin bitişik olması söz konusu olmadığından olur.
b) eksilen pozitif ise eksilenin işareti yazılmazsa olur mu?
Pozitif işaret yazılmasa da olur.
c) eksilen negatif ise eksilenin işareti yazılmazsa olur mu?
Negatif işaret yazılmazsa olmaz.
d) her defasında tekrar eden çıkarma işareti yazılmazsa olur mu?
Bu durum sadece toplama işlemi için geçerlidir.
e) çıkan pozitif ise çıkanın işareti yazılmazsa olur mu?
Pozitif işaret yazılmasa da olur.
f) çıkan pozitif ise çıkanın parantezi yazılmazsa olur mu?
Pozitif işaretin yazılmadığı durumda iki işaretin bitişik olması söz konusu olmadığından olur.
g) çıkan negatif ise çıkanın işareti yazılmazsa olur mu?
Negatif işaret yazılmazsa olmaz.
h) çıkan negatif ise çıkanın parantezi yazılmazsa olur mu?
İki işaretin bitişik olması söz konusu olduğundan olmaz.

Yönerge 85: Çıkanı pozitif olan işlemlerin sade hallerini yazınız.

$(+5)-(+3)=5-3$

$(-5)-(+3)=-5-3$

Yönerge 86: Çıkanı negatif olan işlemlerin sade hallerini yazınız.

$(+5)-(-3)=5-(-3)$

$(-5)-(-3)=-5-(-3)$

Soru 66:
a) Çıkanı negatif olan bu işlemler daha sade yazılabilir mi?
Yazılabilir.
b) Bunun için ne yapılması gerekir?
Çıkarma işlemleri toplama işlemine çevrilmesi gerekir.

Yönerge 87: O halde çıkanı negatif olan işlemleri toplama işlemine çevirerek sade hallerini yazınız

$5-(-3)=5+(+3)=5+3$

$-5-(-3)=-5+(+3)=-5+3$

Soru 67: Acaba çıkanı pozitif olan işlemler de toplama işlemine çevrilerek sade halleri yazılabilir mi?
Evet, yazılabilir.

Yönerge 88: Çıkanı pozitif olan işlemleri de toplama işlemine çevrilerek sade halleri yazınız.

$(+5)-(+3)=(+5)+(-3)=5-3$

$(-5)-(+3)=(-5)+(-3)=-5-3$

Soru 68: Çıkarma işlemlerinin sade halleri de toplama işlemi midir?
Evet, toplama işlemidir.

Yönerge 89: Aşağıdaki çıkarma işlemlerini, işlemlerin sade halini yazarak yapınız.

a) $(+3)-(+7)=(+3)+(-7)=3-7=-4$

b) $(-4)-(-3)=(-4)+(+3)=-4+3=-1$

c) $(-5)-(+6)=(-5)+(-6)=-5-6=-11$

d) $(+2)-(-8)=(+2)+(+8)=2+8=10$

e) $(+2)-(+4)-(+3)=(+2)+(-4)+(-3)=2-4-3=-5$

f) $(-3)-(-5)-(-6)=(-3)+(+5)+(+6)=-3+5+6=8$

g) $(+2)-(+4)-(-3)=(+2)+(-4)+(+3)=2-4+3=1$

h) $(-2)-(-4)-(+3)=(-2)+(+4)+(-3)=-2+4-3=-1$

ı) $(+2)-(-4)-(+3)=(+2)+(+4)+(-3)=2+4-3=3$

j) $(-3)-(+5)-(-6)=(-3)+(-5)+(+6)=-3-5+6=-2$

k) $(+3)-(+5)-(+6)-(+2)=(+3)+(-5)+(-6)+(-2)=3-5-6-2=-10$

l) $(-2)-(-4)-(-3)-(-1)=(-2)+(+4)+(+3)+(+1)=-2+4+3+1=6$

m) $(+3)-(+5)-(-6)-(-2)=(+3)+(-5)+(+6)+(+2)=3-5+6+2=6$

n) $(-2)-(-4)-(+3)-(+1)=(-2)+(+4)+(-3)+(-1)=-2+4-3-1=-2$

o) $(+3)-(-5)-(+6)-(-2)=(+3)+(+5)+(-6)+(+2)=3+5-6+2=4$

p) $(-2)-(+4)-(-3)-(+1)=(-2)+(-4)+(+3)+(-1)=-2-4+3-1=-4$

ÇIKARMA İLE İLGİLİ PROBLEMLER

Yönerge 90: Aşağıdaki problemleri çözünüz.

1) Bir martı su seviyesinden 5 m yukarıda uçmakta, bir hamsi de su seviyesinden 3 m aşağıda yüzmektedir. Martı ile hamsi arasındaki mesafe kaç m'dir?

$(+5)-(-3)=(+5)+(+3)=8\,\text{m}$

2) Ahmet'in bakkala 32 lira borcu vardır. Borcundan 23 lira sildirirse geriye kaç lira borcu kalır?

$(-32)-(-23)=(-32)+(+23)=-9$: 9 lira borcu kalır.

3) Bir takım bir sezonda 23 gol atmıştır. Şike dolayısıyla 7 golleri kabul edilmemiştir. Son durumda bu takım kaç gol atmış sayılır?

$(+23)-(+9)=(+23)+(-9)=14$ gol atmış sayılır.

4) Trabzon'da12 Şubat günü gündüz sıcaklığı $+9°$ C, gece sıcaklığı ise $-7°$ C olarak ölçülmüştür. O halde bu ilimizde o gün için gündüz ve gece sıcaklığı farkı kaç derecedir?

$(+9)-(-7)=(+9)+(+7)=16°$

TOPLAMA VE ÇIKARMADAN OLUŞAN KARIŞIK İŞLEMLER

Yönerge 91:Aşağıdaki işlemleri, işlemlerin sade hallerini yazarak yapınız.

a) $(+2)+(+4)-(+3)=(+2)+(+4)+(-3)=2+4-3=3$

b) $(+3)-(+5)+(+6)=(+3)+(-5)+(+6)=3-5+6=4$

c) $(-2)+(-4)-(-3)=(-2)+(-4)+(+3)=-2-4+3=-3$

d) $(-3)-(-5)+(-6)=(-3)+(+5)+(-6)=-3+5-6=-4$

e) $(+2)-(+4)+(-3)=(+2)+(-4)+(-3)=2-4-3=-5$

f) $(+3)+(+5)-(-6)=(+3)+(+5)+(+6)=3+5+6=14$

g) $(-2)+(-4)-(+3)=(-2)+(-4)+(-3)=-2-4-3=-9$

h) $(-3)-(-5)+(+6)=(-3)+(+5)+(+6)=-3+5+6=8$

ı) $(+2)-(-4)+(+3)=(+2)+(+4)+(+3)=2+4+3=9$

j) $(+3)+(-5)-(+6)=(+3)+(-5)+(-6)=3-5-6=-8$

k) $(-2)-(+4)+(-3)=(-2)+(-4)+(-3)=-2-4-3=-9$

l) $(-3)+(+5)-(-6)=(-3)+(+5)+(+6)=-3+5+6=8$

Yönerge 92: Aşağıdaki işlemleri, işlemlerin sade hallerini yazarak yapınız.

a) $(+2)-(+4)+(+3)-(+1)=(+2)+(-4)+(+3)+(-1)=2-4+3-1=0$

b) $(+3)+(+5)-(+6)+(+2)=(+3)+(+5)+(-6)+(+2)=3+5-6+2=4$

c) $(-2)-(-4)+(-3)-(-1)=(-2)+(+4)+(-3)+(+1)=-2+4-3+1=0$

d) $(-3)+(-5)-(-6)+(-2)=(-3)+(-5)+(+6)+(-2)=-3-5+6-2=-4$

e) $(+2)+(+4)-(-3)+(-1)=(+2)+(+4)+(+3)+(-1)=2+4+3-1=8$

f) $(+3)-(+5)+(-6)-(-2)=(+3)+(-5)+(-6)+(+2)=3-5-6+2=-6$

g) $(-2)-(-4)+(+3)-(+1)=(-2)+(+4)+(+3)+(-1)=-2+4+3-1=4$

h) $(-3)+(-5)-(+6)+(+2)=(-3)+(-5)+(-6)+(+2)=-3-5-6+2=-12$

ı) $(+2)-(-4)+(+3)-(-1)=(+2)+(+4)+(+3)+(+1)=2+4+3+1=10$

j) $(+3)+(-5)-(+6)-(-2)=(+3)+(-5)+(-6)+(+2)=3-5-6+2=-6$

k) $(-2)-(+4)-(-3)+(+1)=(-2)+(-4)+(+3)+(+1)=-2-4+3+1=-2$

l) $(-3)-(+5)+(-6)-(+2)=(-3)+(-5)+(-6)+(-2)=-3-5-6-2=-16$

Yönerge 93:Aşağıdaki işlemleri, işlemlerin sade hallerini yazarak yapınız.

a) $-3-(-5)-(-6)=-3+(+5)+(+6)=-3+5+6=8$

b) $2-4-(-3)=2-4+(+3)=2-4+3=1$

c) $-3-(-5)-6=-3+(+5)-6=-3+5-6=-4$

d) $2-(-4)-3=2+(+4)-3=2+4-3=3$

e) $-3+5-(-6)=-3+5+(+6)=-3+5+6=8$

f) $-3-(-5)-(-6)-(-2)=-3+(+5)+(+6)+(+2)=-3+5+6+2=10$

g) $2-4-(-3)-(-1)=2-4+(+3)+(+1)=2-4+3+1=2$

h) $-3-(-5)-6+2=-3+(+5)-6+2=-3+5-6+2=-2$

ı) $2-(-4)-3-(-1)=2+(+4)-3+(+1)=2+4-3+1=4$

j) $-3+5-(-6)-2=-3+5+(+6)-2=-3+5+6-2=6$

Yönerge 94: Aşağıdaki işlemleri, işlemlerin sade hallerini yazarak yapınız.

a) $|+2|+(+4)-|+3|=2+4-3=3$

b) $|+3|-|+5|+(+6)=3-5+6=4$

c) $(-2)+|-4|-|-3|=-2+4-3=-1$

d) $|-3|-(-5)+|-6|=3+(+5)+6=3+5+6=14$

e) $|+2|-|+4|+(-3)=2-4-3=-5$

f) $|+3|+(+5)+|-6|=3+5+6=14$

g) $|-2|+|-4|-(+3)=2+4+(-3)=2+4-3=3$

h) $|-3|-(-5)+|+6|=3+(+5)+6=3+5+6=14$

ı) $(+2)-|-4|+|+3|=2-4+3=1$

j) $|+3|+|-5|-(+6)=3+5+(-6)=3+5-6=2$

k) $(-2)-|+4|+|-3|=-2-4+3=-3$

l) $|-3|+(+5)-|-6|=3+5-6=2$

Yönerge 95: Aşağıdaki işlemleri, işlemlerin sade hallerini yazarak yapınız.

a) $|+2|-(+4)+(+3)-|+1|=2+(-4)+3-1=2-4+3-1=0$

b) $(+3)+|+5|-(+6)+|+2|=3+5+(-6)+2=3+5-6+2=4$

c) $|-2|-(-4)+|-3|-(-1)=2+(+4)+3+(+1)=2+4+3+1=10$

d) $(-3)+|-5|-|-6|+(-2)=-3+5-6-2=-6$

e) $|+2|+(+4)-|-3|+(-1)=2+4-3-1=2$

f) $|+3|-(+5)+|-6|-(-2)=3+(-5)+6+(+2)=3-5+6+2=6$

g) $(-2)-|-4|+(+3)-|+1|=-2-4+3-1=-4$

h) $|-3|+(-5)-(+6)+|+2|=3-5+(-6)+2=3-5-6+2=-6$

ı) $|+2|-(-4)+(+3)-|-1|=2+(+4)+3-1=2+4+3-1=8$

j) $(+3)+|-5|-|+6|-(-2)=3+5-6+(+2)=3+5-6+2=4$

k) $(-2)-(+4)-|-3|+|+1|=-2+(-4)-3+1=-2-4-3+1=-8$

l) $|-3|-(+5)+(-6)-|+2|=3+(-5)-6-2=3-5-6-2=-10$

Yönerge 96: Aşağıdaki işlemleri, işlemlerin sade hallerini yazarak yapınız.

a) $-3-(-5)-|-6|=-3+(+5)-6=-3+5-6=-4$

b) $2-|4|-(-3)=2-4+(+3)=2-4+3=1$

c) $|-3|-(-5)-6=3+(+5)-6=3+5-6=2$

d) $2-(-4)-|3|=2+(+4)-3=2+4-3=3$

e) $-3+|5|-(-6) = -3+5+(+6) = -3+5+6 = 8$

f) $-3-|-5|-(-6)-|-2| = -3-5+(+6)-2 = -3-5+6-2 = -4$

g) $2-|4|-(-3)-|-1| = 2-4+(+3)-1 = 2-4+3-1 = 0$

h) $|-3|-(-5)-6+|2| = 3+(+5)-6+2 = 3+5-6+2 = 4$

ı) $2-|-4|-|3|-(-1) = 2-4-3+(+1) = 2-4-3+1 = -4$

j) $-3+|5|-|-6|-2 = -3+5-6-2 = -6$