Volume: 07 Number: 02 Category: 02 Page: 11-24 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 07 Sayı: 02 Kategori: 02 Sayfa: 11-24

BULANIK SİSTEM MODELLERİNİN GELİŞİMİ

İ. Burhan TÜRKŞEN*

ÖZET

Bu çalışmamızda, Bulanık Sistem Modelleri'nin tarihi gelişimi gözden geçirilecektir. Zadeh (1975) "Bulanık Kural Tabanları" teklif etmiş, ve bunları Sugeno-Yasukawa (1993) geliştirmiştir. Diğer bir yönden, Tagaki-Sugeno (1985) sağ tarafı "Kural Tabanı" sol tarafı "Regresyon Denklemi" olan modellerin gelişimi yönünde tekliflerde bulunmuşlardır. Daha sonraki yıllarda, "Kural Tabanları" yerine "Bulanık Regresyon" modelleri teklif edilmiştir. Bunların ilki Hathaway ve Bezdek, (1993) tarafından doğrusal"Bulanık C-Regresyon Modeli" [Fuzzy C-Regression Model, (FCRM)] olarak sunulmuştur ve Höppner ve Klawonn (2003), Hathaway ve Bezdek (1993) modelinin doğrusal olmayan (nonlinear) gelişimini teklif etmişlerdir. Bu çalışmalar ötesinde, Türkşen (2008) "Bulanık Fonksiyonlar" modelini Hathaway ve Bezdek (1993) ve Höppner ve Klawonn (2003) modelleri yerine yeni bir model yapısı olarak sunmuştur. Daha sonra Türkşen (2008)'in sunduğu "Bulanık Fonksiyonlar" çeşitli yönlerde Çelikyilmaz ve Türkşen (2008-2009) tarafından geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Bulanık kural tabanları, Bulanık fonksiyonlar, Bulanık regresyon, Bulanık öbekleme.

1. GİRİŞ

Bu çalışmamızda tarihi gelişim içinde, önce Zadeh (1975) tarafından teklif edilen "Bulanık Sistem Modelleri"nden "Bulanık Kural Tabanları"nı gözden geçireceğiz. Bunların genelleştirilmiş modelleri Sugeno-Yasukawa (1993) tarafından incelenmiştir. Daha sonra Tagaki-Sugeno (1985) sağ tarafı "Kural Tabanı" ve sol tarafı "Regresyon" olan bir model sunmuşlardır.

İkinci olarak, doğrusal yaklaşımı Hathaway ve Bezdek (1993) tarafından önerilen "Bulanık C-Regresyon Modeli" (Fuzzy C-Regression Model) ve daha sonra doğrusal olmayan yaklaşımı Höppner ve Klawonn (2003) tarafından önerilen "Birleştirilmiş Bulanık Orta Çıkarma" (Combined FCM, ve FCRM) algoritmalarını da içeren gelişmeler inceleneceklerdir.

Üçüncü olarak Türkşen (2008) tarafından sunulan "Bulanık Fonksiyonlar" (Fuzzy Functions) ve daha sonra Çelikyılmaz ve Türkşen (2008-2009) tarafından çeşitli yönlerden geliştirilen model tipleri irdelenecektir. Bezdek ve Türkşen tekliflerinin ana yapısı "Bulanık Kural Tabanları" yerine "Bulanık Orta Öbekleme" (FCM, Fuzzy C-Means, Bezdek (1981)) veya "Geliştirilmiş Bulanık Orta Öbekleme" (IFC, Improved Fuzzy Clustering, Çelikyılmaz ve Türkşen (2008)) algoritmaları ile ortaya çıkan her bir "Bulanık Öbek"e ait bir fonksiyon yapısının sistem incelemelerinde kullanılmasıdır.
Bu yazımızda, bütün bu modellerin değerlendirilmesi yapılacaktır.

---

* Prof. Dr., TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, e-posta: bturksen@edu.edu.tr
Makale, 28-30 Haziran 2010 tarihlerinde ODTÜ tarafından düzenlenmiş olan 7. İstatistik Günleri Sempozyumu'nda sunulmuş olup, herhangi bir yerde yayımlanmamıştır.

1.1 Bulanık Fonksiyonların Temeli

Tarihi gelişim içinde, Bulanık Fonksiyonlar John Grinder ve Richard Bandler tarafından duyumsal temsili sistemlerin birleştirilmesi veya üst üste gelmesi olarak tanımlanmışlardır *(The Structure of Magic Volume II (1976)).* Teknik olarak, Grinder ve Bandler "bulanık fonksiyonları" şu şekilde ifade etmektedir:

"Bulanık Fonksiyonlar temsili bir sistemi modellemede ya girdi kanallarında ya da çıktı kanallarında girdi ve çıktıların değişik tarzlarda yapılanması durumunda sistemin temsil edilmesidir." Geleneksel psikofizikte, "Bulanık Fonksiyon" terimine en yakın terim 'Sinestezi'dir.

Ayrıca bulanık fonksiyon çalışmalarına ışık tutan bazı önemli yayınlar şunlardır:
Sasaki, M., 1993, Fuzzy Functions, *Fuzzy Sets ve Systems*, 55, 295-301 ve Demirci, M., 1999, Fuzzy functions and their fundamental properties, *Fuzzy Sets ve Systems,* 106, 239-246.

1.2 Geleneksel Bulanık Sistem Modelleri (FRB, Fuzzy Rule Bases)

Geleneksel Bulanık Sistem Modelleri (FSM, Fuzzy System Models) bulanık öbeklerle tanımlanmış sistem değişkenlerinin arasındaki önemli ilişkilerin ortaya çıkarılmasıyla geliştirilmişlerdir.

En çok uygulanan bulanık kural tabanları, bir sistemin girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki temel ilişkileri bulanık kümelerle tanımlamaya çalışan bir bulanık sistem modelidir. Bu yazımızda sadece Çok Girdili ve Tek Çıktılı (Multi-Input Single Output (MISO)) sistemlerden bahsedeceğiz. Genel olarak bulanık kural tabanlı sistem modelleri, girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki ilişkileri bulanık kümelerle temsil edilen dil bilimsel yapılar kullanımıyla, diğer bir ifadeyle, "**EĞER…İSE**" yapılarıyla tanımlanan kurallar topluluğu olarak ifade edilirler.

Genel olarak her bulanık kural tabanı aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$R : \underset{\mathrm{i=1}}{\overset{\mathrm{c*}}{\mathrm{ALSO}}} \left(\mathrm{IF}\ antecedent_i \mathrm{THEN} consequent_i \right), \tag{1}$$

burada $c*$ bilirkişiler veya FCM veya IFCM gibi bir bulanık öbekleme algoritması tarafından belirlenen kural tabanının kural sayısıdır.

Yukarıda gösterilen formülüyle genel olarak tanımlanan bulanık kural tabanlarının bazı önemli yapıları şunlardır:

Eğer girdi ve çıktılar bulanık kümelerle temsil edilirlerse o zaman bulanık kural tabanı aşağıda görünen formüllerle yapılanır:

$$R_i : \ \mathrm{IF} \ \underset{j=1}{\overset{nv}{AND}} \left(x_j \in X_j \ \mathrm{isr}\ A_{ij} \right) \ \mathrm{THEN\ y} \in Y \ \mathrm{isr}\ B_i, \forall i = 1,...,c* \tag{2}$$

$$R : \ \underset{i=1}{\overset{c*}{ALSO}} \left(\mathrm{IF} \ \underset{j=1}{\overset{nv}{AND}} \left(x_j \in X_j \ \mathrm{isr}\ A_{ij} \right) \ \mathrm{THEN\ y} \in Y \ \mathrm{isr}\ B_i \right) \tag{3}$$

Bu formüllerde "isr" X değişkenlerinin A kümeleriyle ve Y değişkeninin B kümeleriyle olan ilişkilerini belirler.

Başlangıçta, Zadeh [1975] yukarıda görülen yapıyı teklif etmiştir. Bu yapının genelleştirilmiş bir çevirisi Sugeno ve Yasukawa Bulanık Kural Tabanı [1993] olarak bilinir. Eğer çıktılar girdi değişkenlerinin doğrusal bir denklemi olarak ifade edilirlerse o zaman bunlara Takagi-Sugeno Bulanık Kural Tabanı [1985] denir. Bu Zadeh'in teklif ettiği Bulanık Kural Taban yapısının özel bir durumudur. Bu özel durum yapısı aşağıda gösterilmektedir. Başka bir deyişle, Tagaki-Sugeno [1985] sağ tarafı bir regresyon denklemi ve sol tarafı bir bulanık kural tabanı olan bir sistem yapısı sunarlar.

$$R : \underset{i=1}{\overset{c^*}{ALSO}} \; (IF \; antecedent_i \; THEN \; y_i = a_i x^T + b_i) \qquad (4)$$

Burada c* kural sayısını belirtmektedir.

1.3 Bulanık Fonksiyonlar

Yukarıda gözden geçirilen kural tabanlı model yapılarına karşılık, Bulanık Regresyon modelleri ayrıcalık taşıyan bir gelişmedir. Bunların:

(a) İlk modeli, Hathaway ve Bezdek (1993) tarafından teklif edilen "Bulanık C-Regresyon" modelidir. Bu yapılanmada "Bulanık Orta Öbekleme" (FCM) yöntemiyle bulanık öbekler belirlenir. Böylece kaç regresyon denklemi kurulacağı tespit edilmiş olur. Diğer bir ifadeyle her bir öbek için bir regresyon modeli tanımlanır. Bundan sonra her bir öbek için FCRM algoritması kullanılarak bir "Bulanık C-Regresyon" modeli belirlenir.

(b) İkinci modeli, Höppner ve Klawonn (2003) "Birleştirilmiş Bulanık Orta Çıkarma" (Combined FCM, ve FCRM) algoritması olarak sunarlar. Onların hedefi amaç fonksiyonunda yer alan Bulanık Orta Öbekleme (FCM) algoritmasını geliştirerek uyumlu yapıların etkisini önlemek olmuştur. Dikkate alınması gereken, nokta-odaklı öbekleme algoritması olan "Bulanık Orta Öbekleme (FCM)" ile "Bulanık C-Regresyon Modeli"nin öbekleme algoritmasının (FCRM) beraberce uygulamasının teklif edilmiş olmasıdır.

Tekrar vurgulamak gerekirse, çok iyi bilinen bir özellik şudur: Hathaway ve Bezdek (1993) doğrusal regresyon modelleri teklif etmişlerdir. Buna karşın, Höppner ve Klawonn (2003) doğrusal olmayan regresyon modelleri sunmuşlardır.

(c) "Bulanık Fonksiyonlar", Türkşen (2008) tarafından teklif edilmiş ve Çelikyılmaz ve Türkşen (2008-2009) tarafından birkaç yönde geliştirilmişlerdir. Bu fonksiyonlar Hathaway ve Bezdek (1993) ve Höppner ve Klawonn (2003) modellerinden yapısal olarak farklıdırlar. "Bulanık Fonksiyonlar"ın sağ tarafında esas girdi değişkenlerinin yanı sıra üyelik değerlerinin çeşitli dönüşümleri de yer almaktadır. Bu üyelik değerlerinin çeşitli dönüşümleri regresyon denkleminin tahmin etme gücünü arttırır.

1.3.1 Bulanık C-Regresyon

Hathaway ve Bezdek (1993)'in "Bulanık C-Regresyon Modeli" (FCRM) başlangıçta nesneleri benzer öbeklere atamak için sunulmuştur.

Bulanık C-Regresyon Modeli (FCRM), verilen bir veri kümesini bulanık öbeklere atarken, eş zamanlı olarak model parametrelerini de tahmin eder. Hatırlamak gerekir ki "Bulanık Orta Öbekleme (FCM)" (Bezdek, 1981), nokta-odaklı bir öbekleme algoritmasıdır. Diğer bir yönden, Bulanık Orta Öbekleme (FCM)" öbekleri hiper-küre şeklindedirler. Karşıt olarak "Bulanık C-Regresyon Modeli" (FCRM) öbek prototiplerini geometric nesneler yerine fonksiyonlarla belirler. Özel olarak Bulanık C-Regresyon Modeli (FCRM), öbek prototiplerini birbirinden ayrı doğrusal öbekler olarak belirler. Diğer bir değişle, her bir öbek bir doğrusal fonksiyonla tanımlanır. FCRM (Hathaway ve Bezdek, 1993), öbekleri hiper-düzlem şeklindedir.

FCM ve FCRM Arasındaki Farklar:
FCM öbeklerini öbek merkezleri temsil etmektedir. Karşıt olarak, FCRM'in öbeklerini hiper-düzlemler temsil ederler ve aşağıdaki gibi ifade edilirler:

$$y_i = \beta_i^0 + \beta_i^1 x_1 + \ldots + \beta_i^{nv} x_{nv}, \tag{5}$$

Her bir β_i 'lar regresyon katsayılarıdırlar*, i=1…c*, ve c öbek sayısını belirtir.

FCM algoritması, öbek merkezlerini her bir veri vektörünün üyelik değerleriyle ağırlıklandırılmış ortalaması olarak hesaplar. Buna karşılık FCRM her bir öbeği temsil eden fonksiyonları ağırlıklandırılmış "En Küçük Kareler" regresyon algoritmasıyla hesaplar:

$$y_k = f_i\,(\boldsymbol{x}_k\,,\ \beta_i),\ \ \boldsymbol{x}_k=[x_{1,k},\ldots,x_{nv,k}]^T \in \Re^{nv}, \tag{6}$$

burada y_k , k ıncı *çıktı* verisi, ve $\beta_i \in \Re^{\mathrm{nv}}$, i=1,…,c dir. Bu fonksiyonlar genel olarak aşağıda görülen denklemle ölçülürler:

$$E_{ik}(\beta_i) = (y_k - f_i\,(\boldsymbol{x_k},\ \beta_i))^2 \tag{7}$$

Amaç fonksiyonu bu yaklaşık fonksiyonların tüm hatalarını en küçüğe indirgemeyi öngörür:

$$E(\mathrm{U},\beta_i) = \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n} (\mu_{ik})^m E_{ik}(\beta_i) \tag{8}$$

FCRM'de, μ_{ik}'ler, f_i ($\boldsymbol{x}_k$,β_i) fonksiyonlarıyla tahmin edilen değerlerinin y_k değerine ne kadar yakın olduğunu ifade ederler.

FCM'den hatırlamamız gerekir ki:

$$\mu_{ik}^{(t)} = \left[\sum_{j=1}^{c} \left(\frac{d\left(x_k, \upsilon_i^{(t-1)}\right)}{d\left(x_k, \upsilon_j^{(t-1)}\right)} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right]^{-1} \tag{9}$$

Buna karşı FCRM' den alınan sonuç:

$$\mu_{ik} = \left[\sum_{j=1}^{c} \left(E_{ik} \big/ E_{jk} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right]^{-1}, \forall i, j = 1,\ldots,c < n \tag{10}$$

Özel olarak FCRM, verilen bir veri kümesinde var olan gizli yapıyı bulmaya çalışır. Bu aşağıda görülen yapı içinde geliştirilir:

$$Min \quad E(\mathrm{U},\beta_i) = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}\right)^m E_{ik}\left(\beta_i\right) \tag{11}$$

burada $\beta_i = [X^T U_i X]^{-1} X^T U_i\, y$ ve

$$X_i = \begin{bmatrix} x_{i,1}^T \\ x_{i,2}^T \\ \vdots \\ x_{i,n}^T \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, U_i = \begin{bmatrix} \mu_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_{i,n} \end{bmatrix}$$

1.3.2 Doğrusal Olmayan Bulanık Fonksiyonlar

Höppner ve Klawonn (2003), FCM (Bezdek, 1981) ve FCRM (Hathaway ve Bezdek, 1993) algoritmalarını bir öbekleme kriteri içinde birleştirerek yeni bir öbekleme yapısı teklif ederler. Hedefleri sezgi yoluyla bulunan üyelik değerlerini yok etmektir. Bu nedenle FCM hedef fonksiyonu FCRM'le birleştirerek yeniden yapılandırılmıştır. Höppner ve Klawonn (2003)'da üyelik değerleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\mu_{ik} = \left[\sum_{j=1}^{c} \frac{d_{ik}^2 - \left(\min\limits_{i=1...c} d_{ik}^2 - \eta\right)}{d_{jk}^2 - \left(\min\limits_{i=1...c} d_{ik}^2 - \eta\right)}\right]^{-1}, 0 < \eta \tag{12}$$

burada $\eta > 0$ araştırmacı tarafından belirlenen bir sabittir.

Höppner ve Klawonn (2003)'da her bir öbek için tanımlanan fonksiyon yapısı aşağıdaki gibidir:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_i^T \boldsymbol{x}_i \quad . \tag{13}$$

Bunlar Takagi-Sugeno (1985) modelinde bir kural gibi yorumlanırlar.

Bu amacla, Höppner ve Klawonn (2003) yeni bir uzaklık fonksiyonu sunar. Bu uzaklık fonksiyonu aşağıda görüldüğü şekilde her iki yöntemin birleşimidir:

$$d_{ik}^2((\boldsymbol{x}_k, y_k),(v_i,\hat{\beta}_i)) = \underbrace{\left\|\boldsymbol{x}_k - \upsilon_i(x)\right\|^2}_{FCM\ distance} + \underbrace{(y_k - \hat{\beta}_i^T \hat{\boldsymbol{x}}_k)^2}_{FCRM\ distance} \tag{14}$$

Burada $\hat{x}$, örneğin, değişkenleri ($1, x_1, x_2, x_1x_2, x_1^2, x_2^2$) olan iki boyutlu polinom gibi şekillendirilebilir. Modeldeki katsayılar aşağıda görülen formülle hesaplanırlar.

$$\hat{\beta}_i = \left(\sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}\right)^m (y_k \hat{x}_k)\right) \Big/ \sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}\right)^m (\hat{x}_k \hat{x}_k^T), \forall i = 1,...,c \tag{15}$$

1.3.3 Bulanık Fonksiyonlar

Başlangıçta Türkşen (2008)'in teklif ettiği ve sonra Çelikyılmaz ve Türkşen (2008-2009) tarafından çeşitli yönleri geliştirilen "Bulanık Fonksiyon" yapılarının ana özellikleri gözden geçirilecektir.

Örneğin, (X_k,Y_k), k =1,…, nd, eğitim veri kümesinin gözlemleri ve $X_k = (x_{jk} \mid j = 1,\ldots, nv,$ $k = 1,\ldots, nd)$ girdi değişkenleri olsunlar. Bu yöntemde en iyi (m^*, c^*) ikilisinin bir değerlendirme ölçüsü, "Öbek Geçerlilik Ölçüsü" dür. Bu ölçü, FCM veya IFC (Çelikyılmaz ve Türkşen (2009)) algoritmalarının tekrarlanan araştırmalarıyla tesbit edilirler. Bizim araştırmalarımızda "Bulanıklık Seviyesi", m, genelde m = 1.4,…,2.6 ve "Öbek sayısı", c, genelde c = 2,…,10 olarak alınırlar.

FCM , "Bulanık Orta Öbekleme" Algoritması:

$$\begin{aligned} &\min \; J(U,V) = \sum_{k=1}^{nd} \sum_{i=1}^{c} (u_{ik})^m \left(\|x_k - v_i\|\right)_A \\ &s.t. \quad 0 \le u_{ik} \le 1, \forall i,k \\ &\qquad \sum_{i=1}^{c} u_{ik} = 1, \forall k \\ &\qquad 0 \le \sum_{k=1}^{nd} u_{ik} \le nd, \forall i \end{aligned} \tag{16}$$

Çalışmalarda A, Euclid Normu veya Mahalonobis Normu olarak ifade edilir.

Araştırmalarda FCM algoritması uygulanarak m=m* ve c=1,…,c* değerleri ve öbek merkezleri tespit edilir.

$$\underset{m^*}{v_{X,j}} = (x_{1,j}{}^c, x_{2,j}{}^c, \cdots, x_{nv,j}{}^c) \qquad \underset{m^*}{v_{X|Y,j}} = (x_{1,j}{}^c, x_{2,j}{}^c, \cdots, x_{nv,j}{}^c, y_j{}^c) \tag{17}$$

En iyi Üyelik Değerleri ve "Artırılmış *Girdi* Matrisi" aşağıda görülen formüllerle tespit edilir.

$$u_{ik} = \left(\sum_{j=1}^{c} \left(\frac{\|x_k - v_{X,i}\|}{\|x_k - v_{X,j}\|} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right)^{-1}, \qquad \mu_{ik} = \{u_{ik} \ge \alpha\}, \tag{18}$$

Burada seçilen bir "alfa-kesiti" ile arzu edilmeyen "harmoni" değerleri yok edilerek değiştirilmiş üyelik değerleri aşağıda görülen formülle temin edilirler.

$$\gamma_{ij}(x_j) = \frac{\mu_{ij}(x_j)}{\sum_{i'=1}^{c} \mu_{i'j}(x_j)} \tag{19}$$

Böylece, aşağıdaki gibi ifade edilen X verilerinin i-inci öbekteki üyelik değerler matrisi temin edilmiş olur.

$$\Gamma_i = (\gamma_{ij} \mid i = 1,\ldots,c^*; j = 1,\ldots,nd) \tag{20}$$

Bazı "Artırılmış *Girdi* Matrisi" örnekleri aşağıda gösterilmiştir.

$$X_i' = \left[1, \Gamma_i, X\right] \quad X_i''' = \left[1, \Gamma_i^2, \Gamma_i^m, \exp(\Gamma_i), X\right] \tag{21}$$

Örneğin, birincisinin açık yazılımı şöyle olur:

$$X_{ij}' = [1, \Gamma_i, X_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{i1} & x_{i1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \gamma_{ind} & x_{ind} \end{bmatrix} \tag{22}$$

Böylece, her bir öbek için çıktının en küçük kareler tahmini, üyelik değerleri ve esas girdi değerlerinin gereken dönüşümleriyle birlikte belirlenir.

Bu yöntemle, bir girdisi ve ona ait üyelik değerleri olan birinci örnek için i-inci öbeğe ait **Bulanık Fonksiyonlar** aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Y_i = \beta_{i0} + \beta_{i1}\Gamma_i + \beta_{i2}X_{ij} \tag{23}$$

Burada değişkenler etkileşim içinde oldukları i-inci öbeğin j-inci kuralını temsil ederler. Modelin katsayıları aşağıda görülen formülle belirlenirler.

$$\beta_i^* = (X_{ij}'^T X_{ij}')^{-1}(X_{ij}'^T Y_i) \tag{24}$$

$$\beta_i^* = (\beta_{i0}^*, \beta_{i1}^*, \beta_{i2}^*)$$

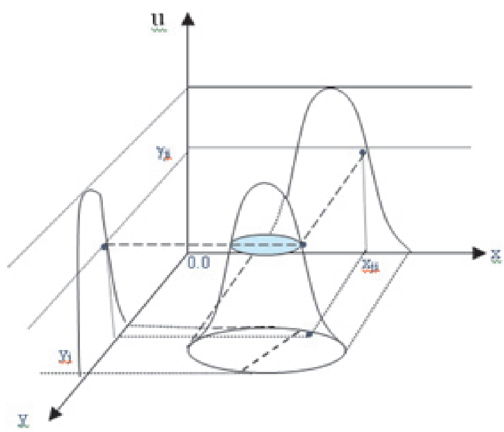
Bununla birlikte *Yi* ‘nin tahmin değerleri aşağıda görünen formülle belirlenirler.

$$Y^*_i = \beta_{i0}^* + \beta_{i1}^*\Gamma_i + \beta_{i2}^*X_{ij} \tag{25}$$

Son olarak, sistem çıktısının hesabı aşağıda gösterilmiştir.

$$Y^*_i = \frac{\sum_{i=1}^{c^*} \gamma_i Y^*_i}{\sum_{i=1}^{c^*} \gamma_i} \tag{26}$$

Bir boyutlu analizlerdeki ideal bir öbeğin gösterimi aşağıdaki grafikte verilmiştir.



Şekil 1. (UxXxY) uzayında tanımlanan bulanık öbek

Çelikyılmaz ve Türkşen tarafından geliştirilen bulanık fonksiyonlar hakkında daha detaylı bilgiye aşağıdaki kaynaklardan ulaşabilirsiniz.

“Enhanced Fuzzy System Models with Improved Fuzzy Clustering Algorithm”, (2008). “Uncertainty Modeling with Evolutionary Improved Fuzzy Functions Approach”, (2008). “Industrial Applications of Evolutionary Improved Fuzzy Functions”, Journal of Computers, (2008). “Increasing Accuracy of Two Class Pattern Recognition with Improved Fuzzy Functions”, (2009) ve diğerleri.

1.3.4 Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme Algoritması (Improved Fuzzy Clustering Algorithm (IFC))

Bezdek (1981) tarafından sunulan Bulanık Öbekleme Algoritması (FCM) yerine, Çelikyılmaz, Türkşen (2007) Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme Algoritması (*Improved Fuzzy Clustering (IFC)*) teklif etmiştir.

Yeni amaç fonksiyonu (27) iki amacı gerçekleştirir:
(i) Bölme matrisinin iyi bir temsilini bulmak;
(ii) Modellerin hatasını en küçüğe indirgeyen Bulanık Fonksiyon (*Fuzzy Fonksiyonları)*'ları bulmak.

$$J_m^{IFC} = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}^{imp}\right)^m d_{ik}^2 + \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}^{imp}\right)^m \left(y_k - h_i(\boldsymbol{\tau}_{ik}, \hat{w}_i)\right)^2 \qquad (27)$$

$d^2 = \|x_k y_k - \upsilon_i\,(\boldsymbol{xy})\|^2$, her girdi-çıktı veri vektörünün kesinliğini kontrol eder.

Geçici Bulanık Fonksiyonlar:

Üyelik değerlerinin çeşitli güçlerini ifade eden çeşitli geçici bulanık fonksiyonlar tanımlanabilir.

Örneğin, $\tau_i = [\mu_i \quad \log((1-\mu_i^{imp})/\mu_i^{imp})]$

Her bir i-inci öbek için $\Re^2$ içinde yer alan düzlemler kümesinin tanımı şöyle olur:

$$h_i = \hat{w}_{0i} + \hat{w}_{1i}\mu_i^{imp} + \hat{w}_{2i}\, log((1-\mu_i^{imp})/\mu_i^{imp}), \text{ yada } h_i = {}_i^T\hat{w}_i\,, \qquad (28)$$

burada, $\hat{w}_i^T = [\hat{w}_{0i} \;\; \hat{w}_{1i} \;\; \hat{w}_{2i}]$ "Geçici Bulanık Fonksiyonlar"ın katsayılarıdırlar.

Örneğin, $\Re^2$'de yer alan özel bir bulank fonksiyonlar kümesinin tanımı aşağıda verilmiştir:

$$\hat{y}_i = h_i(\boldsymbol{\tau}_i, \hat{w}_i) = \hat{w}_{0i} + \hat{w}_{1i}\mu_i^{imp} + \hat{w}_{2i}\log\left(\frac{1-\mu_i^{imp}}{\mu_i^{imp}}\right) = \hat{w}_{0i} + \sum_{j=1}^{2}\hat{w}_{ji}\tau_{ji} \qquad (29)$$

IFC algoritmasının uzaklık fonksiyonu şöyle belirlenir:

$$d_{ik}^{IFC} = \left\|\boldsymbol{z}_k - \upsilon_i(z)\right\|^2 + \left(y_k - h(\tau_{ik}, \hat{w}_i)\right)^2 \qquad (30)$$

Bu amaca uyum sağlayan çözüm fonksiyonu aşağıda yazılan amaç fonksiyonuna bağlanır.

$$\text{Min} \quad \underset{m}{L} = \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}^{imp}\right)^m d_{ik}^2 + \sum_{i=1}^{c}\sum_{k=1}^{n}\left(\mu_{ik}^{imp}\right)^m \left(y_k - h_i(\boldsymbol{\tau}_{ik}, \hat{w}_i)\right)^2 - \lambda\left(\left(\sum_{i=1}^{c}\left(\mu_{ik}^{imp}\right)\right) - 1\right) \qquad (31)$$

Burada λ, Lagrange çarpanıdır. Amaç fonksiyonunun öbek merkezlerine ve üyelik değerlerine göre türevleri alınarak en iyi üyelik değerleri elde edilir.

$$\underset{\substack{1<i,j\le c\\ 1\le k\le n}}{\left(\mu_{ik}^{imp}\right)^{(t)}} = \left(\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{\left(d_{ik}^{(t-1)}\right)^2 + \left(y_k - h_i(\tau_{ik}^{(t-1)}, \hat{w}_i)\right)^2}{\left(d_{jk}^{(t-1)}\right)^2 + \left(y_k - h_j(\tau_{jk}^{(t-1)}, \hat{w}_j)\right)^2}\right)^{1/(m-1)}\right)^{-1} \qquad (32)$$

2. DENEYLER

Aşağıda Tablo 1'de gösterilen çeşitli sistem modelleriyle deneyler yapılmıştır.

Tablo 1. Deneylerde kullanılan veri tabanlarının özellikleri

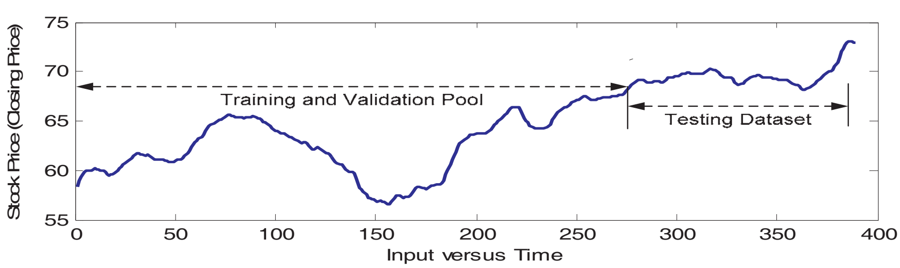
No	Dataset	Type*	OBS**	#Var§	OBS used in three-way cross validation			Perform. Measure Used*
					Training	Validation	Testing	
1	Friedman Artificial	R	9,791	5	500	250	9,000	
2	Auto-Mileage-UCI	R	398	8	125	45	100	
3	Stock Price Predict. ➤ TD ➤ BMO ➤ Enbridge ➤ Loblaws ➤ Sun Life	 R R R R R	 389 445 445 445 445	 16 16 16 16 16	 120 200 200 200 200	 90 144 144 144 144	 100 100 100 100 100	➤ RMSE ➤ MAPE ➤ Robust Simulated Trading Benchmark (RSTB) ➤ R^2 ➤ Ranking
4	Desulphurization Process ➤ Reagent1 ➤ Reagent2	 R R	 10,000 10,000	 11 11	 250 250	 750 750	 8000 8000	
5	Liver Disorder–UCI	C	345	6	175	75	50	
6	Ionosphere-UCI	C	349	34	150	120	80	
7	Breast Cancer - UCI	C	277	9	130	70	50	➤ Accuracy ➤ ROC Curve/ AUC ➤ Several Ranking Methods
8	Diabetes – UCI	C	768	8	125	75	50	
9	Credit Scoring UCI	C	690	15	150	75	50	
10	California Housing	C	20,640	9	500	500	12,600	

*R: Regresyon, C: Sınıflama tipi veri setleri.
** OBS: Toplam gözlem sayısı.
§ Var: Veri kümesinde yer alan toplam değişken sayısı.
UCI: Kaliforniya Universitesi, Irvine, Gerçek veri havuzu

2.1 Deney Sonuçları

Yukarıdaki Tablo 1'de belirtilen bütün veri kümeleri için eğitim (Training) ve onaylama (Validation) deneyleri yapılmıştır. Ayrıca Tip-1 ve Tip-2 modelleri kurularak karşılaştırma yapılmıştır.

Sonuçlar aşağıdaki şekilde gösterilmektedir. Hisse senedi fiyatlarının tahmin modelleri için kullanılan üç yönlü çapraz doğrulama işlemi



Şekil 2. Hisse senedi fiyatlarının tahmin modelleri için kullanılan üç yönlü çapraz doğrulama işlemi

2.2 Modellerin Tahmin Etme Gösterisi

Bu çalışmada çeşitli gösteri ölçümlerinin analizi yapılmıştır.

Tablo 1. Tip-1 ve Tip-2 bulanık fonksiyon modellerinin regresyon parametreleri

Parameters	T1FF	DIT2FF	ET1FF	EDIT2FF
FCM-*Küme Sayısı**	[2,…,10]	[2,…,10]	min c = 2 max c = 10	min c = 2 max c = 10
FCM m-değerleri	{1.2,1.3,…2.6}	{1.2,1.3,…2.6}	m-alt = 1.2 m-üst = 2.6	m-alt = 1.2 m-üst = 2.6
α-kesiti	{0, 0.1}	{0, 0.1}	*min-α-kesiti=0* *max-α-kesiti=0.1*	*min-α-kesiti=0* *max-α-kesiti=0.1*
Regresyon için Bulanık Fonksiyon Tipleri	LSE ve SVM	LSE ve SVM	LSE ve SVM	LSE ve SVM
C-reg	$\{2^{-1},2^{0},\ldots,2^{7},2^{8}\}$	$\{2^{-},2^{0},\ldots,2^{7},2^{8}\}$	minCreg = 2^{-1} maxCreg=2^{8}	minCreg=2^{-1} maxCreg=2^{8}
Epsilon	{0.01,…,0.5}	{0.01,…,0.5}	min-ε =0.01 max-ε =0.5	min-ε =0.01 max-ε =0.5
Gamma	1	1	1	1
Kernel Tipi	Linear, Radial Basis Fonksiyonları	Linear, Radial Basis Fonksiyonları	Linear, Radial Basis Fonksiyonları	Linear, Radial Basis Fonksiyonları

Tablo 2. Tip-1 ve Tip-2 bulanık fonksiyon modellerinin klasifikasyon parametreleri

Parameters	T1FF-C	DIT2FF-C	ET1FF-C	EDIT2FF-C
FCM-*Küme Sayısı**	[2,…,10]	[2,…,10]	min c = 2 max c = 10	min c = 2 max c = 10
FCM m-değerleri	{1.2,1.3,…2.6}	{1.2,1.3,…2.6}	m-alt = 1.2 m-üst = 2.6	m-alt = 1.2 m-üst = 2.6
α-kesiti	{0, 0.1}	{0, 0.1}	*min-α-kesiti=0* *max-α-kesiti=0.1*	*min-α-kesiti=0* *max-α-kesiti=0.1*
Sınıflama için Bulanık Fonksiyon Tipleri	LR, SVC	LR, SVC	LR, SVC	LR, SVC
C-reg	$\{2^{-1},2^{0},\ldots,2^{7},2^{8}\}$	$\{2^{-1},2^{0},\ldots,2^{7},2^{8}\}$	minCreg = 2^{-1} maxCreg=2^{8}	minCreg = 2^{-1} maxCreg=2^{8}
Gamma	1	1	1	1
Kernel Tipi	Linear,Radial Basis Fonksiyonları	Linear,Radial Basis Fonksiyonları	Linear,Radial Basis Fonksiyonları	Linear,Radial Basis Fonksiyonları

Tablo 3. Tip-1 ve Tip-2 geliştirilmiş bulanık fonksiyon modellerinin regresyon parametreleri

Parameters	T1IFF	DIT2IFF	ET1IFF	EDIT2IFF
FCM-*Küme Sayısı**	[2,…,10]	[2,…,10]	min c = 2 max c = 10	min c = 2 max c = 10
IFC m-değerleri	{1.2,1.3,…2.6}	{1.2,1.3,…2.6}	m-alt = 1.2 m-üst = 2.6	m-alt = 1.2 m-üst = 2.6
α-kesiti	{0, 0.1}	{0, 0.1}	*min-α-kesiti=0* *max-α-kesiti=0.1*	*min-α-kesiti=0* *max-α-kesiti=0.1*
Regresyon için IFC Tipleri	LSE ve SVM	LSE ve SVM	LSE ve SVM	LSE ve SVM
C-reg	$\{2^{-1},2^{0},\ldots,2^{7},2^{8}\}$	$\{2^{-1},2^{0},\ldots,2^{7},2^{8}\}$	minCreg = 2^{-1} maxCreg=2^{8}	minCreg = 2^{-1} maxCreg=2^{8}
epsilon	{0.01,…,0.5}	{0.01,…,0.5}	min-ε =0.01 max-ε =0.5	min-ε =0.01 max-ε =0.5
Gamma	1	1	1	1
Kernel Type	Linear, Radial Basis Fonksiyonları	Linear, Radial Basis Fonksiyonları	Linear, Radial Basis Fonksiyonları	Linear, Radial Basis Fonksiyonları

Tablo 4. Freidman yapay veri tabanı uygulamalarında"Eğirim-Onaylama-Test" çalışmalarında Tip-1 bulanık fonksiyonlar yaklaşımında deneylerde elde edilen *R^2* *değerleri*

R^2 (Stdev)	T1FF	T1IFF	ET1FF	ET1IFF
Eğitim- R^2	0.97 (0.008)	0.97 (0.009)	0.97 (0.003)	0.97 (0.003)
Doğrulama- R^2	0.94 (0.007)	0.94 (0.006)	0.94 (0.006)	0.94 (0.009)
Test- R^2	0.939 (0.001)	0.939 (0.001)	**0.942 (0.001)***	**0.942.004)**

*En iyi model sonuçlar koyu renklerle gösterilmiştir.

Tablo-5. Tip-1 bulanık fonksiyon yaklaşımlarında kullanılan parametre değerleri

	T1FF	T1IFF	ET1FF	ET1IFF
Regresyon Tipi	Doğrusal Olmayan SVM	Doğrusal Olmayan SVM	Doğrusal Olmayan SVM	Doğrusal Olmayan SVM
Küme Sayısı	{8,10}	{8}	{7,8}	{6,7,8}
Alpha-kesiti	{0, 0.1}	{0, 0.1}	[0,0.1]	[0,0.1]
Bulanıklık Derecesi	{1.5,1.8}	{1.8}	{1.6,1.8}	{1.3,1.6,1.85}
C-reg	{2,24}	{2}	{6.2,8.3}	[3.5,55]
Epsilon	{0.05}	{0.05}	{0.02,0.08}	[0.014,0.1]

Tablo 6. Freidman yapay Veri Tabanı "Eğitim-Onaylama- Test" çalışmalarında elde edilen R^2 değerleri ve en iyi model parametreleri

R^2 (Stdev)	ANFIS	DENFIS	NN	GFS	SVM
Eğitim- R^2	0.999 (0.001)	0.917 (0.010)	0.887 (0.04)	0.985(0.002)	0.966 (0.004)
Onaylama- R^2	0.486 (0.211)	0.863 (0.006)	0.870(0.053)	0.735(0.156)	0.939 (0.007)
Test- R^2	0.444 (0.23)	0.855 (0.007)	0.873 (0.004)	0.728(0.155)	**0.938 (0.001)**
Çapraz Doğrulama sonucu elde edilen parametrelerin ortalaması	*Kural Sayısı:* {51}	Eşikdeğeri: 0.1 *KuralSayısı:*{39}	*Nöron Sayısı:* 50	*Kural Sayısı:* {49, 50}	RBF C-reg: {2}, Epsilon:{0.05} *Destek Vektör Sayısı:* 432

3. SONUÇLAR

Araştırmalarımızda uyguladığımız yöntemler ve elde ettiğimiz bazı sonuçlar aşağıdaki gibidir:

A) Herhangi bir veri tabanındaki saklı yapıları keşfetmek için iki öbekleme algoritması uyguladık. Böylece bulanık öbekleme algoritmalarının herhangi bir veri tabanına uygulanmasıyla o veri kümesindeki gizli yapıların tanımlanabileceğini aşağıda belirtilen algoritmalarla göstermiş olduk.

I) Bulanık C- Ortalama (Fuzzy C-Means (FCM)) öbekleme metodu [Bezdek, 1981]
II) Bulanık C- Regresyon Öbekleme Metodu (FCRM) [Hathaway ve Bezdek ,1993]
III) Geliştirilmiş Bulanık Öbekleme Metodu (IFC) [Çelikyılmaz, Türkşen, 2008]

B) Aşağıda gösterilen her iki yolla deneyler yaptık:

I) Tip-1 Bulanık Fonksiyonlar ve Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar ve
II) Tip-2 Bulanık Fonksiyonlar ve Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar

Burada "Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonların" başlıca özelliklerini irdelemek gerekir. Bunlar:

a) Geliştirilmiş bulanık öbekleme algoritmalarıyla elde edilen üyelik değerleri ve onların dönüşümleri esas girdi değişkenlerine ilave edilerek belirleyici faktörler olarak kullanılırlar.
b) Fonksiyonların yapısını tanımlayan iki parametre, m^* ve c^*'nin ötesinde, sunulan yapılanma, geliştirilmiş bulanık fonksiyon tip ve yapılarının tanımlanmasını gerektirir.

Bunların ötesinde, sistem parametrelerini tanımlayan iki farklı strateji uygulanmıştır.

I) Birincisi Tip-1 Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonlar (T1IFF) yöntemiyle ayrıntılı araştırma uygulayarak çıkarsama model parametrelerini tanımlamak.

II) İkinci yöntem Evrimsel Tip-1 Geliştirilmiş Bulanık Fonksiyonları (ET1IFF)'nda genetik algoritmalar kullanarak sistem parametrelerini en iyileştirmek. ET1IFF, T1IFF'e oranla hesaplarda daha az zaman harcar, çünkü bu daha az en iyileştirme adımları kullanır.

III) Böylece ET1IFF yöntemleri üssel büyüme gösteren tarama alanlarını yönetilir ölçüde aza indirger. ET1IFF metoduyla çıkarsama parametreleri, parametrelerin belirlenen sınırları içinde otomatik olarak tanımlanırlar.

4. KAYNAKLAR

Bezdek, J. C., 1981. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Functions Algorithms. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.

Çelikyılmaz, A., Türkşen, I.B., 2009. Modeling Uncertainty with Fuzzy Logic. Elsevier.

Çelikyılmaz, A., Türkşen, I.B., 2008. Enhanced Fuzzy System Models With Improved Fuzzy Clustering Algorithm. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 16(3):779-794.

Çelikyılmaz, A., Türkşen, I.B., 2008. Uncertainty Modeling of Improved Fuzzy Functions With Evolutionary Systems. IEEE Trans. on Sys., Man & Cybern., 38(4):1098-1110.

Çelikyılmaz, A., Türkşen, I.B., 2008. Validation Criteria for Enhanced Fuzzy Clustering. Pattern Recognition Letters, 29:97-108.

Demirci, M., 1999. Fuzzy functions and their fundamental properties. Fuzzy Sets ve Systems, 106:239-246.

Grinder, J., Bveler, R., 1976. Patterns of the Hypnotic Techniques of Milton H. Erickson. M.D. Volume I. Cupertino, CA: Meta Publications, ISBN 1555520529.

Hathaway, R.J., Bezdek, J.C., 1993. Switching regression models and fuzzy clustering. IEEE Trans. Fuzzy Syst., 1:195-204.

Höppner, F., Klawonn, F., 2003. A Contribution to Convergence Theory of Fuzzy c-Means and Derivatives. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 11(5):682-694.

Sasaki, M., 1993. Fuzzy Functions. Fuzzy Sets and Systems. 55(3):295–301.

Sugeno, M., Yasukawa, T., 1993. A Fuzzy-Logic- Based Approach to Qualitative Modeling. IEEE-Trans. on Fuzzy Systems, 1(1):7-31.

Takagi T., Sugeno M., 1985. Fuzzy Identification of System and Its Application to Modeling and Control. IEEE, SMC-15:115-133.

Türkşen, I.B., 2008. Fuzzy functions with LSE. Appl. Soft Comput., 8(3):1178-1188.

Türkşen, I.B., 2009. Fuzzy System Models. Encyclopedia of Complexity and Systems Science, 4080-4094.

Zadeh. L. H., 1975. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part I:' Inf. Sci., 8:199-249; 'Part II:' Inf. Sci., 8:301-357; 'Part III:' Inf. Sci., 9:43-80.

DEVELOPMENT OF FUZZY SYSTEM MODELS

ABSTRACT

In this study, we first review the development of Fuzzy System Models in an historical perspective. "Fuzzy Rule Bases" proposed by Zadeh (1975), first were developed by Sugeno-Yasukawa (1993). Later Tagaki-Sugeno (1985) proposed models which has "Fuzzy Rulebases" on the left hand side and "Regression Equations" on the right hand side. Later on "Fuzzy Regression" models were proposed in place of "Fuzzy Rulebases". First of these were proposed by Hathaway and Bezdek (1993) as "Fuzzy C-Regression Model". Secondly, Höppner and Klawonn (2003) proposed nonlinear versions of Hathaway and Bezdek (1993) model. Beyond these works, "Fuzzy Functions" were proposed by Türkşen (2008) in place of Hathaway and Bezdek (1993) and Höppner and Klawonn (2003) models. Further developments on "Fuzzy Functions" were proposed by Çelikyılmaz and Türkşen (2008-2009) in a variety of versions. An experimental assessment of all these models are also discussed in this study.

Keywords: Fuzzy rule bases, Fuzzy functions, Fuzzy regression, Fuzzy clustering.