

MEVSİMSEL DÜZELTME İÇİN ARIMA MODEL TABANLI YAKLAŞIM

Kemal ÇALIK*

Seçil ÇALIK*

ÖZET

Bu makale, bir zaman serisini karşılıklı olarak birbirinden bağımsız mevsimsel, eğilim ve düzensiz bileşenlerine ayırıştırmak için ARIMA Model Tabanlı yaklaşım üzerinde durmaktadır. Bileşenlerin tahmin edicileri Wiener-Kolmogrov (WK) filtresi aracılığıyla hesaplanmaktadır. Serinin Gaussian ARIMA modeline sahip olduğu kabul edilmektedir. Yöntemin özellikleri açıklanmakta ve gerçek bir örnek verilmektedir. Uygulamada Demetra paket programı kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: ARIMA model, Kanonikal ayırıştırma, Sinyal çıkarımı, Spektrum, Wiener-Kolmogrov filtresi.

1. GİRİŞ

Konjonktürel dalgalanmaların temelde daha kolay incelenmesi ve güncel ekonomik koşulların değerlendirilebilmesi için zaman serisinden mevsimselliğin kaldırılması gerektiği önemli bir tartışma konusudur (Nerlove vd., 1979, s. 147). Finansal ve ekonomik zaman serileri genellikle her yıl yaklaşık olarak aynı büyüklüklerde tekrarlayan, mevsimsel-periyodik, iniş-çıkışlar gösterir. Mevsimsel hareketlerin arındırıldığı bir zaman serisi, mevsimsel yapının farklı olduğu ikişer aylık dönemler veya mevsimler arasındaki verilerin karşılaştırılmasını sağlamaktadır. Mevsimsel düzeltilmiş veriler sıklıkla, ekonomik modellemede ve dönemsel (cyclical) analizde kullanılır. Mevsimsel düzeltilmiş verilerin sunumu, farklı mevsimsel yapısı olan farklı serilerin karşılaştırılmasını sağlar ve bu seriler farklı ülkelerin aynı yılın aynı ayında farklı mevsimsel bir harekete sahip olacağından, uluslararası karşılaştırmalar bağlamında tutarlıdır. Mevsimsel düzeltme, kısa dönem mevsimsel dalgalanmaları kaldırarak yönetimin fikirlerini dayandırabileceği orta ve uzun dönem tahminleri de belirlemektedir. Mevsimsel düzeltme teorisindeki gelişmeler ekonomik faaliyetlerle ilgili olarak daha güvenilir yorumlar yapmayı mümkün kılmaktadır. Günümüzde konjonktür analistleri, ekonomistler ve politikacıların kullandığı ana bilgi kaynaklarından biri de mevsimsel düzeltilmiş verilerdir.

Seksenlerin ilk yıllarında, zaman serilerinin mevsimsel düzeltilmesi için alternatif bir yaklaşım-“ARIMA Model Tabanlı” (AMB) olarak adlandırılan yaklaşım-oluşturulmuştur (Burman, 1980; Hillmer ve Tiao, 1982). Yöntem, bir ARIMA modelinin belirlendiği gözlemlenen zaman serisinde gizli gözlemlenemeyen bileşenlerin Minimum Hata Kare Ortalama (MMSE) tahmininden (veya “sinyal çıkarımı”) oluşur (Nerlove vd., 1979). Tipik olarak, bileşenler (veya sinyaller) mevsimsel, eğilim ve düzensiz bileşenlerdir ve mevsimsel etkiden arınmış olan seri, eğilim ve düzensiz bileşeni içermektedir. Üç bileşen karşılıklı olarak bağımsız varsayılır. Eğilim-konjonktür ve mevsimsel bileşen durumlarında genellikle durağan olmayan ARIMA tipi ifadeli doğrusal stokastik süreç izler. Bileşenler için belirlenen modeller, gözlemlenen seriler için belirlenen ARIMA modeli içerisinde bütünleştirilir (Maravall, 1995).

* Başbakanlık Türkiye İstatistik Kurumu, Kars Bölge Müdürlüğü, Kars, e-posta: kemalcalik@tuik.gov.tr

Bileşenlerin tahmin edicileri durağan olmayan serilere uygulandığı gibi Wiener-Kolmogrov (WK) filtresi kullanılarak da hesaplanır (Bell, 1984).

ARIMA Model Tabanlı (AMB) yöntem bazı üstün özelliklere sahiptir. Bir yandan, gözlemlenmiş serinin ARIMA modeli ile uygunluğu, yanıltıcı sonuçlara veya modelin yanlış belirlenmesine karşı iyi bir koruma olarak görülebilir. Diğer yandan, parametrik model tabanlı yöntem analiz ve yorumu kolaylaştırabilir (Pierce (1979, 1980; Bell ve Hillmer, 1984; Hillmer, 1985; Maravall, 1987; Maravall ve Planas, 1999).

Çoğu zaman serisi için ARIMA model belirlenmeden önce öndüzelme (preadjustment) işlemlerine ihtiyaç duyulur. Önemli düzeltmeler; aykırı değer düzeltmesi, takvim etkilerinin, müdahale değişkenlerinin ve diğer olası regresyon etkilerinin çıkarılması ve eksik gözlemlerin ara değerlerinin eklenmesidir. Zaman serisi literatüründe aykırı değer belirlenmesi; modellemede, yorumlamada ve hatta veri sürecinde önemli bir rol oynar. Aykırı değerler, modelin yanlış belirlenmesine, yanlış parametre tahminine ve başarısız öngörülere yol açabilir. Aykırı değerlerin varlığı otoregresif (AR) ve hareketli ortalama (MA) parametrelerinin tahmininde ciddi sapmalara neden olabilir. Örnek çalışma olarak; Chang vd. (1988), Box ve Tiao (1975), Chen ve Liu (1993), Hillmer vd. (1983), Gómez ve Maravall (2001a), Gómez vd. (1999) verilebilir. Öndüzelmeye olan ihtiyacın önemi gittikçe artmaktadır ve model tabanlı sinyal çıkarım yöntemlerinin dışına da genişlemektedir (Findley vd., 1998).

2. YÖNTEM

2.1 ARIMA Model Tabanlı Yaklaşım ve Özet Tanımları

B geriye doğru öteleme işlemcisini ifade ettiğinde; $Bx_{(t)} = x_{(t-1)}$ ve m yıl için gözlem sayısı, $0 < t_1 < \dots < t_m$ ve $y = (y_{(t_1)}, y_{(t_2)}, \dots, y_{(t_m)})$ gözlemleri verildiğinde;

$$y_{(t)} = \sum_{i=1}^{n_{out}} \omega_i \lambda_i(B) d_{i(t)} + \sum_{i=1}^{n_c} \alpha_i cal_{i(t)} + \sum_{i=1}^{n_{reg}} \beta_i reg_{i(t)} + x_{(t)} \quad (1)$$

genel modeline uyar. Burada:

$d_{i(t)}$: i . aykırı değerini gösteren bir kukla değişkeni,

$\lambda_i(B)$: B 'de aykırı değerlerin dinamik yapısını yansıtan bir polinomu,

cal_i : takvim tipi değişkenini,

reg_i : bir müdahale veya regresyon değişkenini,

$x_{(t)}$: ARIMA⁷ modelindeki hataları ifade eder.

⁷ Autoregressive Integrated Moving Average

ω_i parametresi; i . andaki aykırı değer etkisini, α_i takvim ve β_i regresyon-müdahale değişkenlerinin katsayısı, sırasıyla n_{out} , n_c , n_{reg} Eşitlik (1)'de belirtilen değişkenlerin her birinin toplam sayısını belirtir. Eşitlik (1) kısa gösterim olarak Eşitlik (2)'de verilen biçimde tekrar yazılabilir.

$$y_{(t)} = \mathbf{z}'_{(t)}\mathbf{b} + x_{(t)} \quad (2)$$

Eşitlik 2'de \mathbf{b} ; ω , α ve β katsayılarıyla bir vektördür ve $\mathbf{z}'_{(t)}$ kolon değişkenleri ile $[\text{cal}_{1(t)}, \dots, \text{cal}_{n_c(t)}, \lambda_1(B)d_{1(t)}, \dots, \lambda_{n_{out}}(B)d_{n_{out}(t)}, \text{reg}_{1(t)}, \dots, \text{reg}_{n_{reg}(t)}]$ bir matris ifade eder.

Bir ARIMA model izlediği kabul edilebilen zaman serisinden çıkarılması gereken etkiler, Eşitlik (2) ifadesinin ilk teriminde gösterilir ve böylece öndüzeltme bileşeni kapsanmış olur. $X_{(t)}$ için ARIMA modelinin kısaltılmış ifadesi (Box ve Jenkins, 1970);

$$\phi(B)\delta(B)X_{(t)} = \theta(B)a_{(t)} \quad (3)$$

biçiminde yeniden yazılabilir. Burada;

$a_{(t)}$: $N(0, \sigma_a^2)$ dağılımlı beyaz gürültü sürecini, (beyaz gürültü süreci terimi; sıfır ortalamalı ve σ_a^2 varyanslı, özdeş, bağımsız ve normal dağılımlı değişkeni ifade eder)

$\phi(B)$, $\delta(B)$, $\theta(B)$: B 'de sonlu polinomları,

$\phi(B)$: durağan otoregresif kökünü,

$\delta(B)$: durağan olmayan AR⁸ kökünü,

$\theta(B)$: ters çevrilebilir hareketli ortalama (MA⁹) polinomunu ifade etmektedir.

Genellikle çarpımsal form;

$$\delta(B) = \nabla^d \nabla_s^{d_s}$$

$$\phi(B) = (1 + \phi_1 B + \dots + \phi_p B^p) (1 + \Phi_1 B^s)$$

$$\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) (1 + \Theta_1 B^s)$$

olarak ifade edilir ve burada d fark alma sayısı, d_s mevsimsel fark alma sayısı, $\nabla = 1 - B$ ve $\nabla_s = 1 - B^s$ düzenli ve mevsimsel fark alma işlemcisidir. Uygulamada, Eşitlik (2) ve Eşitlik (3)'te ifade edilen Reg-ARIMA modelleri ele alınmaktadır. Daha

⁸ AR: Autoregressive

⁹ MA: Moving Average

sonraki aşamada, öndüzeltilmiş seri, bir ARIMA-Model-Taban yöntemine uyan, gözlemlenmemiş bileşenlerine ayrıştırılmaktadır.

Öndüzeltilme işlemleri olarak, seride herhangi bir logaritmik dönüşüme ihtiyaç olup olmayacağına karar verilir ve olası takvim etkilerinin varlığı için test uygulanır. Daha sonra üç tip aykırı değer belirlenmeye çalışılır. Karşılaşılan farklı türde aykırı değerler; ek uç değer (Additive Outlier (AO): $e_t = a_t + \omega_A d_{t_0}(t)$), geçici değişme (temporary change-TC; $e_t = a_t + \omega_T / (1 - \eta B) d_{t_0}(t)$), düzey kayması (level shift-LS; $e_t = a_t + \omega_L / (1 - B) d_{t_0}(t)$)'dir. Bir AO, verideki tek bir noktayı yakalar, bir TC yumuşak bir dönüşle izlenen tek bir nokta değişimini gösterir ve bu iki tip aykırı değer serinin düzensiz bileşeninde gerçekleşir. LS, serinin eğilim düzeyinde gerçekleşen kalıcı bir kaymayı gösterir. Bu durumların hepsinde, seriyi etkileyen her olay oluştuğu zamanla birlikte bilinir. AO, TC ya da LS'yi bağlayıcı (regresör) olarak belirlemek analiste, etkinin belirginliğini ölçme olanağı sağlar. Bu tür analiz, müdahale (intervention) analizi olarak bilinir (Box ve Tiao, 1975). Aykırı değerlerin kaldırılması önemlidir çünkü, örneklem ACF¹⁰ ve PACF¹¹'sini kirlitebilir. Örneğin, dikkate alınmayan AO fazla fark almaya neden olabilir (Phillips ve Perron, 1988). Aykırı değer tespiti, tanımlanması ve tahmini için metodolojiyi Chang vd. (1988) incelemiştir. Bir aykırı değer bulunduğu anda, bu aykırı değer için yorum yapıp yapılamayacağına karar verilmesi analizin önemli bir safhasını oluşturmaktadır. Modelleme ve tahmin araçları veride düzensizlik olduğunu gösterdiğinde bu düzensizlik açıklanmaya çalışılmalıdır.

2.2 ARIMA Zaman Serilerinin Bileşenlerine Ayrıştırılması

ARIMA modeline uygun olan serilerde gözlemlenemeyen bileşenleri tahmin etmek için ARIMA model tabanlı ayrıştırma kullanılır. Gözlemlenemeyen bileşenler; eğilim T_t , mevsimsel S_t ve düzensiz N_t bileşendir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir (Hillmer ve Tiao, 1982);

$$X_t = S_t + T_t + N_t \quad (4)$$

X_t için S_t , T_t ve N_t 'nin çarpılması durumu daha doğru bir gösterim olacağından Eşitlik (4) modeli orijinal serinin logaritmik dönüşümü için uygundur. Bileşenlerin her birinin bir ARIMA model izlediği kabul edilmektedir.

$$\begin{aligned} \phi_s(B)S_t &= \eta_s(B)b_t \\ \phi_T(B)T_t &= \eta_T(B)c_t \\ \phi_N(B)N_t &= \eta_N(B)d_t \end{aligned} \quad (5)$$

Polinom çiftlerinin her biri $\{\phi_s(B), \eta_s(B)\}$, $\{\phi_T(B), \eta_T(B)\}$ ve $\{\phi_N(B), \eta_N(B)\}$ 'nin birim çember üzerinde veya dışında ortak kökü yoktur. b_t , c_t ve d_t sırasıyla $N(0, \sigma_b^2)$,

¹⁰ ACF: Autocorrelation Function

¹¹ PACF: Partial Autocorrelation Function

$N(0, \sigma_c^2)$, $N(0, \sigma_d^2)$ dağılımlı üç karşılıklı bağımsız beyaz gürültü sürecidir ve özdeş, bağımsız dağılımlı olarak temsil edilir. Sonra, X_t için genel modeller kolaylıkla ARIMA model olarak gösterilir.

$$\varphi(B)X_t = \theta(B)a_t \quad (6)$$

$\varphi(B)$; $\phi_s(B)$, $\phi_T(B)$ ve $\phi_N(B)$ 'nin en yüksek ortak çarpanıdır ve $\theta(B)$ ve σ_a^2 ;

$$\frac{\theta(B)\theta(F)\sigma_a^2}{\varphi(B)\varphi(F)} = \frac{\eta_s(B)\eta_s(F)\sigma_b^2}{\phi_s(B)\phi_s(F)} + \frac{\eta_T(B)\eta_T(F)\sigma_c^2}{\phi_T(B)\phi_T(F)} + \frac{\eta_N(B)\eta_N(F)\sigma_d^2}{\phi_N(B)\phi_N(F)} \quad (7)$$

ilişkisinden elde edilebilir ve burada $F = B^{-1}$ 'dir. Eşitlik (6)'da belirtilen parametrelerin bilindiği de varsayılmaktadır. Uygulamada X_t serisi için bir model veriden elde edilebilir ve tahmin edilen parametre değerleri doğrudan doğruya kullanılır. Çoğu gerçek durağan olmayan ve mevsimsel zaman serisinin davranışlarını tanımlayabilen yeterince esnek ARIMA kalıbı kurulabilir (Box ve Jenkins, 1970).

X_t için bir eğilim bileşeni T_t ve mevsimsel bileşen S_t 'yi kabul etmeden önce $(1-B)^d$ ve $U(B)$ faktörünü içeren $\varphi(B)$ 'ye ihtiyaç duyulur. m yıllık gözlem sayısını göstermek üzere, $s_t - s_{t-m}$ için ardışık mevsimsel bileşen toplamı sıfır olacağından, $U(B)s_t = 0$ ve $U(B) = 1 + B + \dots + B^{m-1}$ 'dir. Eşitlik (5)'te N_t 'nin otoregresif polinomu $\phi_N(B)$ 'nin $(1-B)^d$ veya $U(B)$ her ikisinden biriyle ortak kökünün bulunmaması ek gereksinimdir, aksi takdirde, S_t ve T_t içinde yutulabilen ek mevsimsel ve eğilim bileşeninin varlığı anlamına gelecektir. Bundan dolayı Eşitlik (6)'nın

$$\varphi(B) = (1-B)^d U(B)\phi_N(B) \quad (8)$$

olduğu kabul edilmektedir. Burada sağ taraftaki üç faktörün ortak kökü yoktur. Bir başka ifadeyle, X_t için model biliniyor ve kabul edilebilir bir ayrıştırma mümkünse S_t , T_t ve N_t 'nin otoregresif polinomları ayrı ayrı belirlenebilir. Aynı zamanda Eşitlik (7) ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{\theta(B)\theta(F)\sigma_a^2}{\varphi(B)\varphi(F)} = \frac{\eta_s(B)\eta_s(F)\sigma_b^2}{U(B)U(F)} + \frac{\eta_T(B)\eta_T(F)\sigma_c^2}{(1-B)^d(1-F)^d} + \frac{\eta_N(B)\eta_N(F)\sigma_d^2}{\phi_N(B)\phi_N(F)} \quad (9)$$

Hareketli ortalama polinomlarını ve her bir bileşen için hesaplanan hata varyanslarını ifade eden yenilik varyanslarını belirlemek daha da zor olan bir çalışmadır. En çok $(s-1)$ ve d dereceli $\eta_s(B)$ ve $\eta_T(B)$ sınıfında σ_b^2 , σ_c^2 ve σ_d^2 varyanslı $\eta_s(B)$, $\eta_T(B)$ ve $\eta_N(B)$ üç hareketli ortalama polinomunun herbirinin seçiminin Eşitlik (9)'u sağlaması kabul olunabilir bir ayrıştırma olarak adlandırılabilir, çünkü bu gözlemlenmiş veri X_t modeli tarafından sağlanan bilgiyle tutarlıdır.

2.3 Wiener-Kolmogrov Filtresi

Bileşen tahmin edicisi ve öngörüsü, gözlemlenmiş serinin sinyalinin MMSE'si (normallik varsayımı altında koşullu beklenen değerine eşittir) WK¹² filtresi aracılığıyla elde edilir (Whittle, 1963). WK filtresi; iki yönlü, merkezi, simetrik ve yakınsak filtre olarak AMB çerçevesinde basit analitik gösterimle verilebilir. $X_{(t)}$ serisinin ayrıştırması ele alındığında ARIMA model,

$$\phi(B)X_{(t)} = \theta(B)a_{(t)} \quad (10)$$

burada $a_{(t)} \sim N(0, \sigma_a^2)$ dağılımına sahip beyaz gürültü sürecidir ve $\phi(B)$ polinomu birim kökleri içerir, "sinyal artı sinyal olmayan" bileşenler $X_{(t)} = s_{(t)} + n_{(t)}$ ve $n_{(t)} = T_{(t)} + N_{(t)}$ dir.

$$\phi_s(B)s_{(t)} = \theta_s(B)a_{s(t)}$$

olarak ifade edildiğinde; $a_{s(t)} \sim N(0, \sigma_s^2)$ dağılımına sahip beyaz gürültü sürecidir ve $\phi_s(B)$ polinomu birim kökleri içerir. F ileri doğru öteleme işlemcisidir ve $F = B^{-1}$ 'dir. WK filtresi, sinyali tahmin etmede aşağıdaki eşitlikleri kullanır:

$$\hat{S}_t = W_s(B)X_t \quad \text{ve} \quad \hat{T}_t = W_T(B)X_t \quad (11)$$

Burada

$$W_s(B) = \frac{\sigma_b^2 \phi(B)\phi(F)\eta_s(B)\eta_s(F)}{\sigma_a^2 \theta(B)\theta(F)\phi_s(B)\phi_s(F)}$$

ve

$$W_T(B) = \frac{\sigma_c^2 \phi(B)\phi(F)\eta_T(B)\eta_T(F)}{\sigma_a^2 \theta(B)\theta(F)\phi_T(B)\phi_T(F)}$$

olarak gösterilir. Uygulamada, $[X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(T)}]$ gibi bir sonlu seri kullanılır. Genel olarak, verilen $[X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(T)}]$ serisinin bileşenlerinin (sinyallerinin) öngörü ve MMSE tahmin edicileri ileriye ve geriye yönelik tahminlerle genişletilmiş serilere WK filtresi uygulanmasıyla elde edilir.

¹² WK: Wiener Kolmogrov

2.4 Kanonikal Ayırıştırma

Kanonikal ayırıştırma, gürültü (noise) dağıtımını problemi için bazı ek faktörleri kullanan yöntemdir. Bileşenlerin bağımsızlığı varsayımı, $g_x(\omega) = g_s(\omega) + g_n(\omega)$ ilişkisini oluşturur. Burman (1980)'de olduğu gibi, $\varepsilon_s = \min_{\omega} g_s(\omega)$ ve $\varepsilon_n = \min_{\omega} g_n(\omega)$ olarak ifade edilir. $\varepsilon_s + \varepsilon_n$ nicelikleri, gözlemlenen serilerin spektrumunda somutlaştırılan saf gürültü bileşenlerinin varyansı olarak kabul edilebilir. Bileşenlere ne kadar gürültü ayrılacağı bilinmediğinden belirleme probleminin doğduğu açıktır. ε_s ve ε_n 'nin çok küçük bir miktarı, her bileşen spektrumundan ayrılabilir ve diğer bileşene tahsis edilebilir. Eğer s_t 'den mümkün olduğu kadar gürültü ayrılır ve bu n_t 'ye eklenirse; $g_s^0(\omega) = g_s(\omega) - \varepsilon_s$ ve $g_n^0(\omega) = g_n(\omega) + \varepsilon_s$ elde edilir. Bu ayırıştırma kanonikal olarak bilinir.

Kanonikal ayırıştırma yöntemi ilk olarak Box vd. (1978) ve Pierce (1978) tarafından gösterilmiştir. Yaklaşım, mümkün olduğunca gürültüden arındırılmış bileşenin belirlenmesini sağlar. MA polinomundaki birim köke karşılık gelen kanonikal sinyal spektrumunda sıfıra sahiptir. Bir başka ifade ile kanonikal sinyal ters çevrilemez. Kanonikal ayırıştırmanın önemli bir özelliği, sinyal için kabul olunabilir modellerin, kanonikal ile bağımsız beyaz gürültünün toplamı şeklinde yazılabilmesidir. Ayrıca, Hillmer ve Tiao (1982), kanonikal ayırıştırmanın sinyal yenilik varyansını minimize ettiğini göstermiştir. Düzensiz bileşen izole edileceği ve diğer bileşenler kanonikal olduğu zaman, düzensiz bileşenin varyansı maksimize olur. Kanonikal ayırıştırma, ARIMA Model Tabanlı yaklaşımlarda sıklıkla kullanılır.

s_t ve n_t 'nin kanonikal şekilde tanımlanan bileşenler olduğu varsayalım. Böylece, incelenen ayırıştırma $X_t = S_t + T_t + N_t$ olur. Burada N_t , maksimize edilen varyanslı beyaz gürültüyü gösterir. W_{s0} ve W_{T0} katsayıları, kanonikal sinyali ve kanonikal sinyal olmayı tahmin etmek için planlanan WK filtrelerinin katsayılarını gösterir. Tahmin hatasını minimize eden kanonikal ayırıştırma, tahmin ediciler arasındaki kovaryansı da minimize eder. Bununla birlikte, modelin bütün gürültüsü, nispeten daha önemli olan bileşene tahsis edilmelidir. Bu görece önemlilik, bileşenleri kanonikal şekillerinde tahmin etmek için planlanan WK filtrelerinin ağırlıklarını karşılaştırarak, incelemek biçiminde gerçekleştirilir.

2.5 Frekans Alanı Analizi

Bir zaman serisinin dinamiği hakkında bilgi, X_t ve geçmişi arasındaki süren ilişki, sürecin otokorelasyon (ACF) incelemesi ile elde edilir. Bunun yanısıra, zaman serileri konusunun diğer bir özelliği, serinin gösterdiği hareketlerin düzenliliğidir. Stokastik süreçlerle ilgilenildiği için yorumlar doğrudan yapılamaz. Frekans alanında zaman serileri analizi için uygun bir araç, spektrumlar aracılığıyla verilir. Durağan bir stokastik süreç için, güç (power) spektrumu aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda=-\infty}^{\infty} \gamma_{\lambda} e^{-i\lambda\omega} \quad (12)$$

$\omega \in [-\pi, \pi]$ radyanla ifade edilen frekans, i kompleks sayı $\sqrt{-1} = -1$ ve γ_λ da λ gecikmesinin otokorelasyonudur. Bu çerçevede $\gamma_\lambda = \gamma_{-\lambda}$ olarak verildiğinde Eşitlik (12), diğer bir ifadeyle,

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left[\gamma_0 + 2 \sum_{\lambda=1}^{\infty} \gamma_\lambda \cos \lambda \omega \right] \quad (13)$$

yazılabilir. Bu durumda ilgilenilen uygulamalar için, $f(\omega)$ sıfır etrafında simetrik olacak ve böylece $[0, \pi]$ aralığındaki frekansların ele alınması yeterli olacaktır. Bazen kovaryanslardan korelasyonların elde edilmesiyle benzer bir yolla spektral yoğunluk tanımlanarak, güç spektrum γ_0 'a bölünür (Priestley, 1981). Serideki diğer bütün hareketler $[-\pi, \pi]$ aralığında tanımlanır. Bir zaman serisinin spektrumu, ω frekanslı hareketlerin $f(\omega)$ serisinin varyansına katkısını tanımlar. Bu katkılar toplanarak,

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(\omega) d\omega = \gamma_0 \quad (14)$$

elde edilir. k gecikmeli kovaryanslar ayrıca $f(\omega)$ spektrumundan elde edilebilir ve özel olarak,

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{ik\omega} f(\omega) d\omega = \gamma_k \quad (15)$$

yazılır. Spektral üreten fonksiyon (SGF¹³), bu analizde daha faydalı olmaktadır. $\gamma(\lambda)$ kovaryanslarının yerine ACGF¹⁴ ile bulunan $\gamma(B)$ konulmasıyla elde edilir. Böylece SGF kolayca $\gamma(e^{-i\omega})$ olarak tanımlanır. Durağan bir ARMA süreci için elde edilen ACGF'de;

$$\gamma(B) = \sigma_a^2 \frac{\theta(B)\theta(F)}{\phi(B)\phi(F)} \quad (16)$$

olmaktadır ve gecikme işlemcisi B 'nin yerine geçen $e^{-i\omega}$ dönüşümüyle,

$$g(\omega) = \gamma(e^{-i\omega}) = \sigma_a^2 \frac{\theta(e^{-i\omega})\theta(e^{i\omega})}{\phi(e^{-i\omega})\phi(e^{i\omega})} \quad (17)$$

elde edilir. Güç spektrumu ve SGF $2\pi f(\omega) = g(\omega)$ olacak şekilde ilişkilidir. Verilen modellerin otokovaryans fonksiyonları çıkarıldığı zaman, güç spektrumun ya da SGF'nin hesaplamaları önemsizdir. Bu, Fourier dönüşümüdür. Güç spektrumun ters Fourier dönüşümü otokovaryansları verir.

¹³ SGF: Spectrum Generating Function

¹⁴ ACGF: Autocovariance Generating Function

Frekans alanında filtrenin seride çalışmasına bakmak, son (final) tahmin edicileri ve bileşenleri arasındaki farkın anlaşılmasına yardım eder. s_t tahmin edicisinin spektrumu $g_s(\omega)$ olarak gösterildiğinde, Eşitlik (18) kullanılarak, Eşitlik (19) aşağıdaki biçimde yazılabilir,

$$W_s(B) = \sigma_s^2 \frac{\theta_s(B)\theta_s(F)\phi_n(B)\phi_n(F)}{\theta_x(B)\theta_x(F)} \quad (18)$$

$$g_s(\omega) = W_s(e^{-i\omega})W_s(e^{i\omega})g_x(\omega) \quad (19)$$

$$= \left[\frac{g_s(\omega)}{g_x(\omega)} \right]^2 g_x(\omega)$$

Frekans tepki fonksiyonu da aşağıdaki gibi yazılabilir,

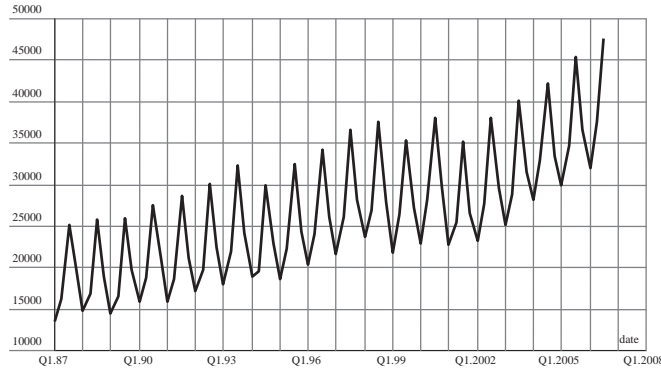
$$\frac{g_s(\omega)}{g_x(\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{g_n(\omega)}{g_s(\omega)}} \quad (20)$$

Bu özellik, WK filtre mekanizması hakkında aşağıdaki yorumların yapılabilmesini sağlar. Sinyalin görelî katkısı ω^* özel frekansında yüksek olduğu zaman, $g_n(\omega^*)/g_s(\omega^*) \approx 0$ olur. Böylece frekans tepki fonksiyonu 1'e yakın olur ve $g_s(\omega^*) \approx g_s(\omega^*)$ sağlanır. Bileşen ve tahmin edicisi, ω^* frekansı etrafında benzer değişkenliği olan hareketler gösterecektir. Ayrıca, bu frekansla filtrenin artımı (gain) 1'e yakın olur ve böylece $g_s(\omega^*) \approx g_x(\omega^*)$ elde edilir. Artım hareketlerin genişliği ile ilgilidir. Artımın karesi, ω frekanslarındaki özel bir genişliğe sahip hareketlerin çıktı serisine taşınmasındaki dereceyi kontrol eder. Gözlemlenen serinin spektrumunun çoğu, sinyal tahmininde kullanılır. Aksi durumda, görece katkısı özel bir frekansta düşük olduğu zaman, WK filtresi sinyal tahmini için bu değeri kullanmaz.

Genel olarak, eğilim bileşeni serilerin düşük frekansta ($\omega = 0$) değişimini tutar ve sıfır sıklığında bir spektral uç gösterir. Mevsimsel bileşen sırası ile mevsimsel sıklıklarda (çeyreklik seriler için; $\omega = \pi/2$ ve $\omega = \pi$) spektral uçları tutar ve düzensiz bileşen beyaz gürültü davranışını gösterir ve bu nedenle düz spektruma sahiptir.

3. BULGULAR

Uygulamada, Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK), Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (GSYİH), 1987=sabit fiyatlarıyla üç aylık (Bin YTL) serisi kullanılmıştır. Dönem 1987 (I)- 2006 (IV) olup, gözlem sayısı 80'dir. Orijinal seri Şekil 1'de gösterilmektedir.



Şekil 1. Orijinal seri (GSYİH)

3.1 Ön Düzeltme İşlemleri

İlk aşamada seriye logaritmik dönüşüm uygulanıp uygulanmayacağına karar verildikten sonra, takvim etkileri ve aykırı değer etkilerinin varlığının test edilmesi ve düzeltilmesi işlemlerini kapsayan öndüzeltilme yöntemleri uygulanmıştır. Ticaret günü (Trading day) etkilerinin belirlenmesinde -Pazar hariç- 6 bağlayıcı ve Artık yıl etkisinin (Leap year effect) belirlenmesi için 1, toplam 7 bağlayıcı kullanılmaktadır. Seride hareketli tatil etkisi ve aykırı değer etkisi araştırılmıştır. Bu süreçte anlamlı bulunan etkiler seriden çıkarılmış ve öndüzeltilme işlemi tamamlandıktan sonra model belirleme aşamasına geçilmiştir. Köşeli parantez içinde bulunan değerler %95 güvenilirlik düzeyinde ilgili test istatistiğinin alt ve üst sınır değerini ifade etmektedir.

Seri için model belirlenmeden önce öndüzeltilme işlemlerinden takvim etkisi, hareketli tatil etkisi ve aykırı değer etkisi düzeltilmesi yapılmaması durumunda ve yapılması durumunda belirlenen modeller sırasıyla; ARIMA modeli $(0,1,0)(0,1,1)_4$, ARIMA modeli $(0,1,0)(0,1,1)_4$, ARIMA modeli $(0,1,1)(0,1,1)_4$, ARIMA modeli $(0,1,0)(0,1,1)_4$ 'tür. Bu modellere ait model parametre uygunluk kontrol bilgileri ve model uygunluk kontrol bilgilerini içeren sayısal değerler Tablo 1'den Tablo 8'e kadar sıralı olarak verilmiştir.

Model uygunluk kontrol bilgileri tablosu ile ilgili açıklamalar

- 1) $t(\mu_a)$: H_0 artıklar ortalaması= sıfır ile ilgili t istatistiği değeridir.
- 2) $Q_a(12)$: artıklarda otokorelasyon için "portmanteau" Ljung-Box testidir (12) otokorelasyon için hesaplanır ve $\chi^2(10)$ asimptotik dağılımlıdır.
- 3) N_a : artıkların dağılımının normalliği için Jarque-Bera testidir ($\chi^2(2)$).
- 4) $t_a(\text{skew})$: H_0 artıklar çarpıklık (skewness)= sıfır ile ilgili t istatistiği değeridir.
- 5) $t_a(\text{kurt})$: H_0 artıklar basıklık (kurtosis)= 3 ile ilgili t istatistiği değeridir.
- 6) $Q_{as}(2)$: mevsimsel gecikmeli artıklarda otokorelasyon varlığı için Box-Pierce testidir.
- 7) $t_a(\text{runs})$: H_0 artıkların işaretleri rastgeledir ile ilgili t istatistiği değeridir.
- 8) Her bir test için kritik değerler %95 güvenilirlik düzeyine göre hesaplanmaktadır.

Ticaret günü etkisi, hareketli tatil etkisi ve aykırı değer düzeltilmesi yapılmadığında elde edilen bulgular:

ARIMA modeli (0,1,0)(0,1,1)₄

Tablo 1. Model parametre uygunluk kontrol bilgileri

Parametre	Tahmin	Std Hata	T değeri	Periyot	AIC	BIC
Θ	-0.7567	0.0755	-10.02	4	1233.66	13.60

Tablo 2. Model uygunluk kontrol bilgileri

	$t(\mu_a)$	$Q_a(12)$	N_a	$t_a(\text{skew})$	$t_a(\text{kurt})$	$Q_{as}(2)$	$t_a(\text{runs})$
Orijinal Seri	0.45	10.45	0.86	-0.26	2.93	6.16	2.09
Kritik Değer (%95)	[-1.99, 1.99]	[0, 25.70]	[0, 5.99]	[-0.55, 0.55]	[1.89, 4.11]	[0, 5.99]	[-1.99, 1.99]

Mevsimsel gecikmeli artıklarda otokorelasyon belirlenmiştir ($Q_{as}(2) = 6.16$). Artıkların işaretleri rastgele olduğu hipotezi reddedilmiştir ($t_a(\text{runs}) = 2.09$).

Ticaret günü etkisi, hareketli tatil etkisi düzeltilmesi yapıldığında, aykırı değer düzeltilmesi yapılmadığında elde edilen bulgular:

ARIMA modeli (0,1,0)(0,1,1)₄

Tablo 3. Model parametre uygunluk kontrol bilgileri

Parametre	Tahmin	Std Hata	T değeri	Periyot	AIC	BIC
Θ	-0.9431	0.0384	-24.55	4	1239	13.85

Tablo 4. Model uygunluk kontrol bilgileri

	$t(\mu_a)$	$Q_a(12)$	N_a	$t_a(\text{skew})$	$t_a(\text{kurt})$	$Q_{as}(2)$	$t_a(\text{runs})$
Orijinal Seri	0.64	11.32	2.07	-0.43	3.03	6.63	1.23
Kritik Değer (%95)	[-1.99, 1.99]	[0, 25.70]	[0, 5.99]	[-0.59, 0.59]	[1.83, 4.17]	[0, 5.99]	[-1.99, 1.99]

Mevsimsel gecikmeli artıklarda otokorelasyon belirlenmiştir ($Q_{as}(2) = 6.63$). Hareketli tatil etkisi istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur (-3.91 [-1.99, 1.99]). Ticaret günü etkisi istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır.

Ticaret günü etkisi, hareketli tatil etkisi düzeltilmesi yapılmadığında, aykırı değer düzeltilmesi yapıldığında elde edilen bulgular:

ARIMA modeli (0,1,1)(0,1,1)₄

Tablo 5. Model parametre uygunluk kontrol bilgileri

Parametre	Tahmin	Std Hata	T değeri	Periyot	AIC	BIC
θ_1	-0.7561	0.0800	-9.46	4	1217.77	13.79
Θ	-0.6638	0.0981	-6.76			

Tablo 6. Model uygunluk kontrol bilgileri

	$t(\mu_a)$	$Q_a(12)$	N_a	$t_a(\text{skew})$	$t_a(\text{kurt})$	$Q_{as}(2)$	$t_a(\text{runs})$
Orijinal Seri	0.86	22.13	0.70	-0.05	2.52	0.64	0.96
Kritik Değer (%95)	[-1.99, 1.99]	[0, 18.30]	[0, 5.99]	[-0.57, 0.57]	[1.86, 4.14]	[0, 5.99]	[-1.99, 1.99]

ARIMA model ile elde edilen artıklarda otokorelasyon belirlenmiştir ($Q_a(12) = 22.23$). 1994 yılı 2. çeyrekte (Q2) t-değeri: -5.89 ([-3.075,3.075] %5) geçici değişme (TC), 1999 yılı 1. çeyrekte t-değeri: -6.32 ve 2001 yılı 1. çeyrekte (Q1) t-değeri: -8.29 ([-.075,3.075] %5) düzey kayması (LS) aykırı değerleri belirlenmiştir.

Ticaret günü etkisi, hareketli tatil etkisi düzeltilmesi ve aykırı değer düzeltilmesi yapıldığında elde edilen bulgular:

ARIMA modeli (0,1,0)(0,1,1)₄

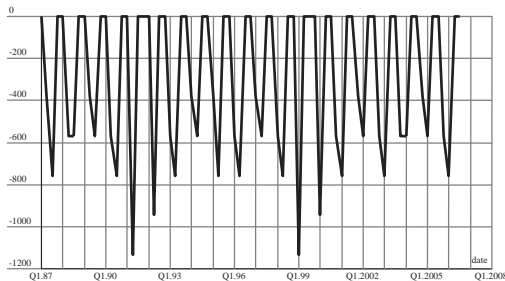
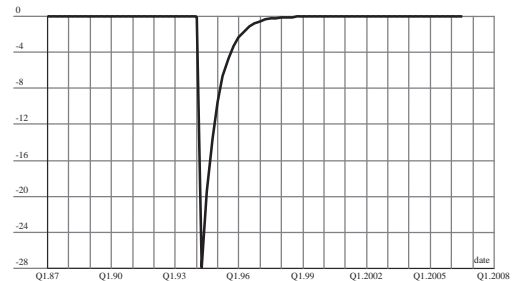
Tablo 7. Model parametre uygunluk kontrol bilgileri

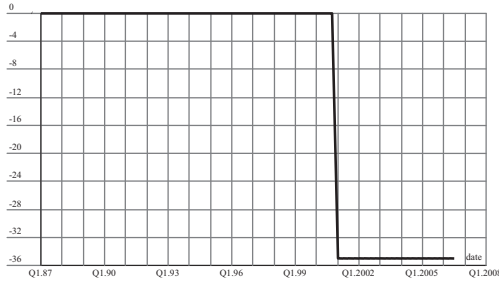
Parametre	Tahmin	Std Hata	T değeri	Periyot	AIC	BIC
Θ	-0.6402	0.0887	-7.22	4	1208.74	13.56

Tablo 8. Model uygunluk kontrol bilgileri

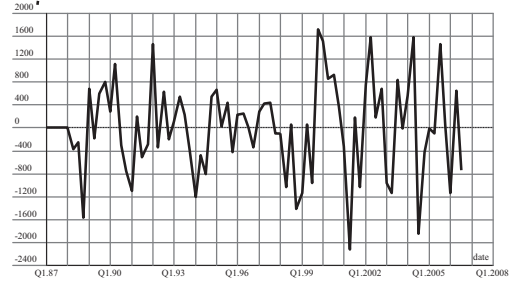
	$t(\mu_a)$	$Q_a(12)$	N_a	$t_a(\text{skew})$	$t_a(\text{kurt})$	$Q_{as}(2)$	$t_a(\text{runs})$
Örijinal Seri	0.61	9.15	2.47	-0.26	2.21	1.28	1.25
Kritik Değer (%95)	[-1.99, 1.99]	[0, 19.70]	[0, 5.99]	[-0.57, 0.57]	[1.87, 4.13]	[0, 5.99]	[-1.99, 1.99]
	$t(\mu_a)$	$Q_a(12)$	N_a	$t_a(\text{skew})$	$t_a(\text{kurt})$	$Q_{as}(2)$	$t_a(\text{runs})$
Mevsimsel Düzeltmiş Seri	0.30	12.14	2.37	-0.42	3.14	4.33	-1.82
Kritik Değer (%95)	[-1.99, 1.99]	[0, 21.00]	[0, 5.99]	[-0.54, 0.54]	[1.91, 4.09]	[0, 5.99]	[-1.99, 1.99]

Seriye logaritmik dönüşüm uygulanmamıştır. Ticaret günleri arasında ortalama faaliyetten önemli bir şekilde sapma ve artık yıl etkisi istatistiksel olarak anlamsızdır. Ramazan bayramı ve kurban bayramı tatillerinin değişen gün sayısı ve zamanından kaynaklanan hareketli tatil etkisi, t-değeri: -4.17 ([-1.990,1.990] %5), anlamlı bulunmuş ve modele regresyon etkisi olarak dahil edilmiştir. Hareketli tatil etkisi Şekil 2’de gösterilmiştir. 1994 yılı 2. çeyrekte (Q2) t-değeri: -4.61 ([-3.075,3.075] %5) geçici değişme (TC) ve 2001 yılı 1.çeyrekte (Q1) t-değeri: -4.77 ([-3.075,3.075] %5) düzey kayması (LS) aykırı değerleri belirlenmiştir. Şekil 2’de hareketli tatil etkisi, Şekil 3 ve Şekil 4’te sırasıyla bu aykırı değer etkileri gösterilmektedir. Hareketli tatil etkisi ve aykırı değer etkisi düzeltilmesi birlikte uygulanan ve model uygunluk testlerini geçen ARIMA (0,1,0)(0,1,1)₄ modeli seri için uygun model olarak kabul edilmiştir. Şekil 5 ve Şekil 6 sırasıyla Model ARIMA (0,1,0)(0,1,1)₄ artıklarını ve artıklar ACF’sini göstermektedir.

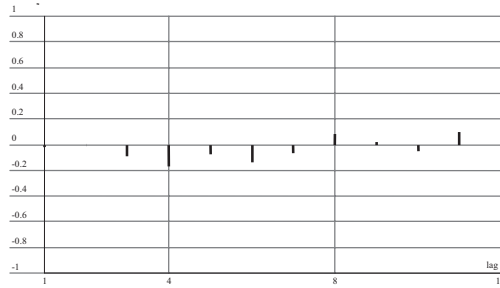
**Şekil 2. Hareketli tatil etkisi****Şekil 3. Aykırı değer etkisi (Geçici Değişme – TC)**



Şekil 4. Aykırı değer etkisi (Düzey Kayması – LS)



Şekil 5. Model ARIMA (0,1,0)(0,1,1)₄ artıklar



Şekil 6. Model ARIMA (0,1,0)(0,1,1)₄ artıklar ACF

3.2 Model Belirleme ve Bileşenlere Ayrıştırma

Öndüzeltilmiş seri $X_{(t)}$ ARIMA Model ve Parametreleri: $(0,1,0)(0,1,1)_4$

$$\nabla \nabla_4 X_{(t)} = (1 - \Theta B^4) a_t \quad (21)$$

$$\nabla \nabla_4 X_{(t)} = (1 + 0.6402 B^4) a_{(t)}$$

Belirlenen ARIMA modeli $(0,1,0)(0,1,1)_4$ 'ün parametreleri En Çok Olabilirlik yöntemi ile belirlenmiştir. Modelin veriye uygunluğunda; artıklarda otokorelasyon testi Ljung-Box (1978) ve mevsimsel gecikmeli artıklarda Box-Pierce (1970) kullanılmıştır. Bir seri için birden çok modelin karşılaştırılmasında kullanılan seçim ölçütlerinden Akaike bilgi kriteri (AIC) (Hannan, 1980) ve Bayezyen bilgi kriteri (BIC) (Sneek, 1984), en uygun modelin belirlenmesinde dikkate alınmıştır. Bu ölçütlere göre en küçük değere sahip olan model en uygun modeldir.

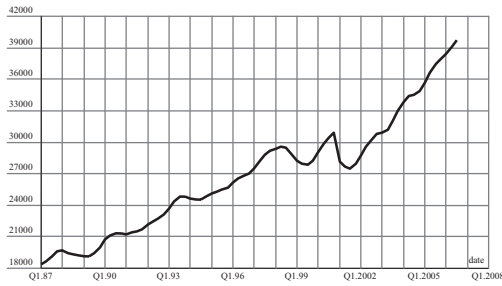
Bileşenlere ayrıştırma

Bileşenlere ayrıştırma için (sinyal çıkarımı) Eşitlik (21)'de ifade edilen öndüzeltilmiş seriyi filtrelemede kullanılan ARIMA modelleri; eğilim bileşeni için IMA(2,2), mevsimsel bileşen için ARMA(3,3)'tür. Uygulamalı ekonometride; öngörü ve mevsimsel düzeltme için IMA(2,2) modeli eğilim bileşeni için yaygın olarak

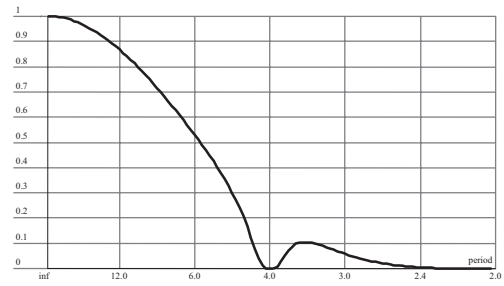
kullanılmaktadır. Eğilim, mevsimsel ve düzensiz bileşenlere ait bileşen ve filtre kareli artım şekilleri sırasıyla; Şekil 7, Şekil 8, Şekil 9, Şekil 10, Şekil 11, Şekil 12'de gösterilmektedir. Bileşenlere ait Wiener-Kolmogrov ağırlıkları da sırasıyla; Tablo 9, Tablo 10, Tablo 11'de verilmektedir.

Eğilim bileşeni;

$$\nabla^2 T_t = (1 + 0.1053B - 0.89471B^2) a_{T(t)}, \quad V(a_{T(t)}) = 0.18228,$$



Şekil 7. Eğilim bileşeni



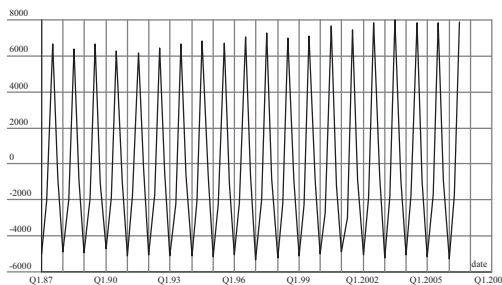
Şekil 8. Eğilim bileşen filtre kareli artım

Tablo 9. Eğilim bileşeni için Wiener-Kolmogrov ağırlıkları

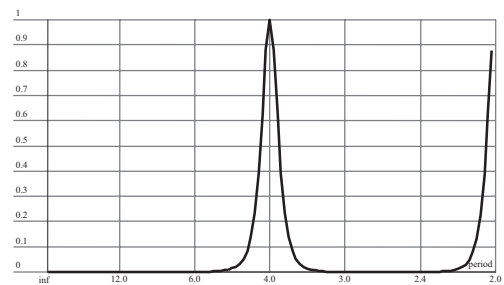
Gecikme j	W _j											
0-11	0.4501	0.2488	0.0450	0.0043	-0.0360	-0.0038	0.0288	0.0027	-0.0230	-0.0024	0.0184	0.0017
12-23	-0.0148	-0.0016	0.0118	0.0011	-0.0094	-0.0010	0.0076	0.0007	-0.0060	-0.0006	0.0048	0.0005
24-35	-0.0039	-0.0004	0.0031	0.0003	-0.0025	-0.0003	0.0020	0.0002	-0.0016	-0.0002	0.0013	0.0001
36-47	-0.0010	-0.0001	0.0008	0.0001	-0.0007	-0.0001	0.0005	0.0000	-0.0004	0.0000	0.0003	0.0000
48-60	-0.0003	0.0000	0.0002	0.0000	-0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0001	0.0000

Mevsimsel bileşen;

$$Ss_{(t)} = (1 + 0.9961B + 0.3381B^2 - 0.4559B^3) a_{S(t)}, \quad V(a_{S(t)}) = 0.01271$$



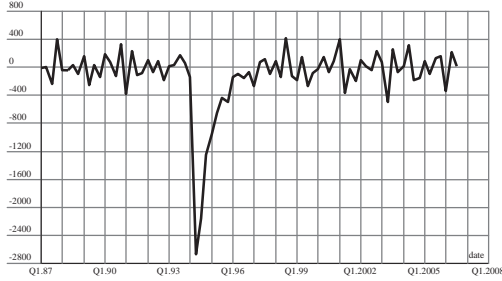
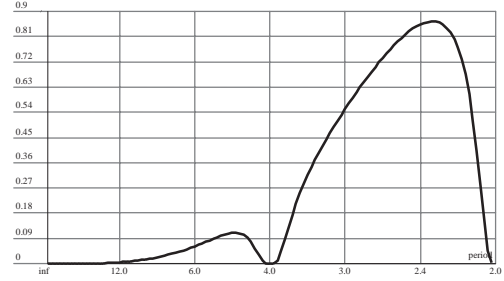
Şekil 9. Orijinal seri mevsimsel bileşen



Şekil 10. Mevsimsel bileşen filtre kareli artım

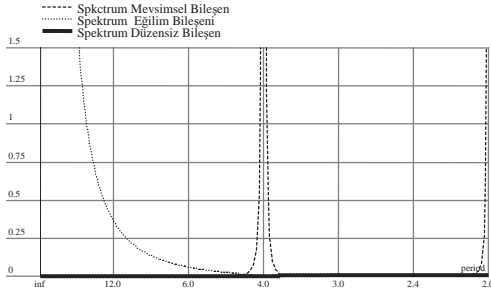
Tablo 10. Mevsimsel bileşen için Wiener-Kolmogrov ağırlıkları

Gecikme j	W _j											
0-11	0.1381	-0.0428	-0.0450	-0.0413	0.1101	-0.0332	-0.0288	-0.0264	0.0705	-0.0213	-0.0184	-0.0169
12-23	0.0451	-0.0136	-0.0118	-0.0108	0.0289	-0.0087	-0.0076	-0.0069	0.0185	-0.0056	-0.0048	-0.0044
24-35	0.0118	-0.0036	-0.0031	-0.0028	0.0076	-0.0023	-0.0020	-0.0018	0.0049	-0.0015	-0.0013	-0.0012
36-47	0.0031	-0.0009	-0.0008	-0.0007	0.0020	-0.0006	-0.0005	-0.0005	0.0013	-0.0004	-0.0003	-0.0003
48-60	0.0008	-0.0002	-0.0002	-0.0002	0.0005	-0.0002	-0.0001	-0.0001	0.0003	-0.0001	-0.0001	-0.0001

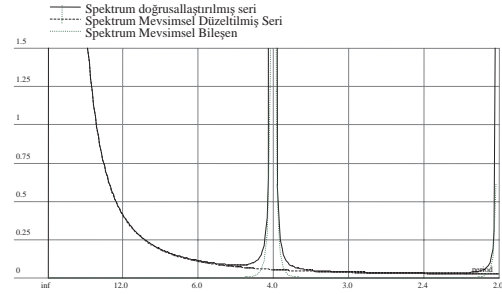
**Şekil 11. Düzensiz bileşen****Şekil 12. Düzensiz bileşen filtre kareli artım****Tablo 11. Düzensiz bileşen için Wiener-Kolmogrov ağırlıkları**

Gecikme j	W _j											
0-11	0.4118	-0.2059	0.0000	0.0370	-0.0741	0.0370	0.0000	0.0237	-0.0474	0.0237	0.0000	0.0152
11-23	-0.0304	0.0152	0.0000	0.0097	-0.0194	0.0097	0.0000	0.0062	-0.0124	0.0062	0.0000	0.0040
24-35	-0.0080	0.0040	0.0000	0.0026	-0.0051	0.0026	0.0000	0.0016	-0.0033	0.0016	0.0000	0.0010
36-47	-0.0021	0.0010	0.0000	0.0007	-0.0013	0.0007	0.0000	0.0004	-0.0009	0.0004	0.0000	0.0003
48-60	-0.0005	0.0003	0.0000	0.0002	-0.0004	0.0002	0.0000	0.0001	-0.0002	0.0001	0.0000	0.0001

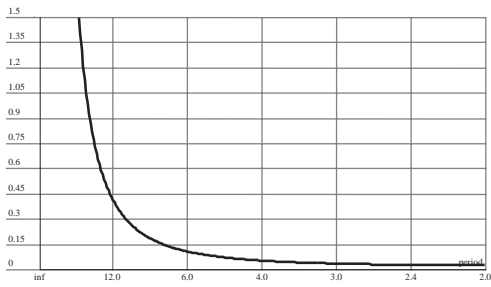
ve düzensiz bileşenin varyansı $V(a_{N(t)}) = 0.16887$ olarak elde edilmiştir. Eğilim IMA (2,2) süreci izler ve π radyan frekansında sıfır spektral ile birleştirilmiş MA polinomunun çarpanları $(1+B)$ 'yi gösterir. Bileşen spektrumlarının birlikte gösterildiği **Şekil 13'te** monoton azalan eğilim spektrumu görülmektedir ve sıfıra yakınsadığı noktada mevsimsel bileşen spektrumu uç göstermektedir. Bu durum AMB ayrıştırması içinde eğilim ve mevsimsel bileşenlerin belirlenmesi için kullanılan kanonik özelliği ifade eder. Mevsimsel bileşen, yıllık toplam operatörü ($S = I + B + \dots + B^{f-1}$) tarafından verilen AR polinomu ile bir ARMA(3,3) süreçtir, bunun spektrumunda spektral sıfır, son iki harmonik arasında yer almaktadır. Düzensiz bileşenin spektrumu düz bir çizgi olarak görülmektedir. Mevsimsel düzeltilmiş serinin spektrumunda, **Şekil 14'te**, mevsimsellik ile ilgili frekanslarda harmoniklere rastlanılmamaktadır. Eğilim, mevsimsel ve düzensiz bileşenin hangi frekanslarda serinin toplam varyansına ne tür bir katkı yaptığı sırasıyla **Şekil 8**, **Şekil 10** ve **Şekil 12'de** görülebilir. **Şekil 15'te** serideki mevsimsel etkilerin olduğundan çok (overadjustment) veya olduğundan az (underadjustment) düzeltilmediğini gösteren düzeltilmiş seri, mevsimsel düzeltilmiş seri ve mevsimsel bileşenin spektrumları verilmektedir. **Şekil 16'da** orijinal seri ve mevsimsel etki arındırılmış seri gösterilmektedir.



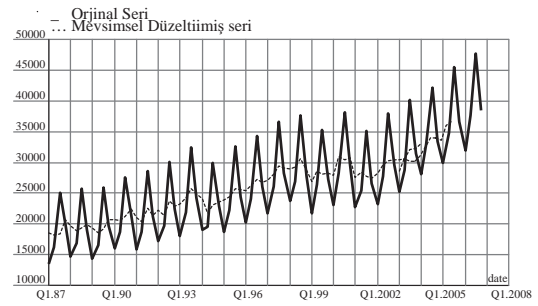
Şekil 13. Mevsimsel-egilim-düzensiz bileşen spektrumları



Şekil 15. Düzeltilmiş seri, mevsimsel düzeltilmiş seri, mevsimsel bileşen (Spektrumlar)



Şekil 14. Mevsimsel düzeltilmiş seri spektrum



Şekil 16. Orijinal seri-mevsimsel düzeltilmiş seri

Bir zaman serisinde artık mevsimselliği test etmek için kullanılan yaklaşımlardan biri, mevsimsel olarak düzeltilmiş seriye, mevsimsel olmayan bir ARIMA model uydurmak ve artıklar için Ljung-Box testi uygulamaktır (Burman, 1980). Bu çalışmada mevsimsel düzeltilmiş seri ARIMA model (0,1,0) ile modellenenmektedir. ARIMA model (0,1,0)'e ait model uygunluk test istatistikleri Tablo 8'de verilmektedir. Tablo 12'de bileşenlerine ayrıştırılan orijinal serinin bileşenleri arasındaki korelasyon yapısı gösterilmektedir.

Tablo 12. Bileşenler arasında çapraz korelasyon

	Eğilim	Mevsimsel Bileşen	Düzensiz Bileşen
Eğilim	1		
Mevsimsel Bileşen	0.0340314	1	
Düzensiz Bileşen	0.0343089	0.012605	1

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, TÜİK, GSYİH-1987=sabit fiyatlarıyla (üç aylık-Bin YTL) serisinin mevsimsel düzeltmesi için AMB yöntem kullanılmıştır. Orijinal seri için belirlenen model ARIMA (0,1,0)(0,1,1)₄, Eğilim bileşeni için IMA (2,2) ve Mevsimsel bileşen için ARMA(3,3)'tür. Düzensiz bileşen beyaz gürültü sürecidir. Mevsimsel düzeltilmiş seri tekrar modellenerek seride mevsimsellik (periyodik yapı) içerilip içerilmediği test edilmiştir. Mevsimsel düzeltilmiş seri için belirlenen model ARIMA(0,1,0)'dir. Bu sonuç, mevsimsel düzeltilmiş serinin eğilim ve düzensiz bileşenden oluştuğunu göstermektedir. Bileşenlerin karşılıklı olarak bağımsız olduğu, bileşenler arasında çapraz korelasyon değerleri Tablo 12'de verilmektedir.

Şekil 13 incelendiğinde; Eğilim, mevsimsel ve düzensiz bileşene ait spektrumların başarılı bir şekilde bileşenlerine ayrıştırılmış seriden beklenen özellikleri karşıladığı görülmektedir. Bileşenlerin kareli artım (squared gain) filtreleri incelendiğinde ise eğilim ve düzensiz bileşenin mevsimsel sıklıklarda "0" değeri alması ve sadece mevsimsel bileşenin "1" değerini alması kanonikal ayrıştırma özelliğini göstermektedir (Şekil 8, 10, 12). Şekil 15, serideki mevsimsel etkinin olduğundan fazla veya az arındırılmadığını ifade etmektedir.

GSYİH serisinde iki aykırı değer belirlenmiştir. 1994 yılı 2. çeyrekte (Q2) t-değeri: -4.61 ([-3.063,3.063] %5) TC ve 2001 yılı 1. çeyrekte (Q1) t-değeri: -4.77 ([-3.063,3.063] %5) LS'dir. 1994 ve 2001 yıllarında ülkemizde yaşanan siyasi-ekonomik krizlerin etkisi her iki aykırı değerini nedeni olarak değerlendirilebilir. Hareketli tatil etkisi t istatistiği değeri -4.17'dir. Ramazan ve kurban bayramları GSYİH serisi üzerinde daha az çıktı üretilmesine neden olmaktadır.

Çalışmada ulaşılan diğer önemli bulgular ise seri için model belirlemeden önce öndüzeltilme işlemlerinin gerekliliğini ortaya koymaktadır. Seri için bir model belirlenmeden önce hareketli tatil etkisi ve aykırı değer etkisi düzeltilmesi yapılmaması durumunda; mevsimsel gecikmeli artıklarda otokorelasyon belirlenmiş ve artıkların işaretlerinin rastgeleliği hipotezi red edilmiştir. Hareketli tatil etkisi düzeltilmesi yapılması, aykırı değer etkisi düzeltilmesi yapılmaması durumunda; hareketli tatil etkisi anlamlı bulunmakla birlikte, mevsimsel gecikmeli artıklarda otokorelasyon belirlenmiştir. Hareketli tatil etkisi düzeltilmesi yapılmaması, aykırı değer düzeltilmesi yapılması durumunda, artıklarda otokorelasyon belirlenmiştir. Hareketli tatil etkilerinin kaldırılmaması artıklarda mevsimselliğe neden olabilmektedir. Türkiye için örnek çalışmaya Alper ve Bora (2004)'den bakılabilir. Ayrıca; hareketli tatil etkisi düzeltilmesi yapılmaması durumunda; 1994 yılı 2. çeyrekte (Q2) t-değeri: -5.89 ([-3.075,3.075] %5) geçici değişme (TC), 2001 yılı 1. çeyrekte (Q1) t-değeri: -8.29 ([-3.075,3.075] %5) düzey kayması (LS) belirlenmesinin yanısıra, 1999 yılı 1. çeyrekte t-değeri: -6.32 ([-3.075,3.075] %5) (LS) aykırı değeri belirlenmiştir. Bir diğer durum ise serinin diğer modelden farklı olarak ARIMA (0,1,0)(0,1,1)₄ ile modellenmesidir.

Bu çalışmada, zaman serilerini karşılıklı olarak bağımsız mevsimsel, eğilim ve düzensiz bileşenlerine ayırtmak için ARIMA model tabanlı yöntem üzerinde durulmuştur. Yöntem, farklı modeller içeren birçok zaman serisine uygulanabilir.

5. KAYNAKLAR

- Alper C.E., and Bora S., 2004. Moving holidays and seasonal adjustment: The case of Turkey. *Review of Middle East Economics and Finance*, Volume: 2 , Issue: 3 , Pages: 203-209.
- Bell, W.R., 1984. Signal extraction for nonstationary time series. *The Annals of Statistics*, 12, 2, 646-664.
- Bell W.R., and Hillmer, S.C., 1984. Issues involved with the seasonal adjustment of economic time series. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, 291-320.
- Box, G.E.P and Jenkins, G.M., 1970. *Time series analysis: Forecasting and control*. San Francisco, Holden Day.
- Box, G.E.P, Hillmer S.C., and Tiao G.C., 1978. Analysis and modeling of seasonal time series, in *seasonal analysis of time series*. ed. A. Zellner, Washington, D.C. U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census, 309-334.
- Box, G.E.P., and Tiao, G.C., 1975. Intervention analysis with applications to economic and environmental problems. *Journal of the American Statistical Association*, 70, 71-79.
- Box, G.E.P. and Pierce, David A., 1970. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of American Statistical Association*, 65 (December), 1509-1526.
- Burman, J.P., 1980. Seasonal adjustment by signal extraction. *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. A*, 143, 321-337.
- Chen C. and Liu L. M., 1993. Joint estimation of model parameters and outlier effects in time series. *Journal of the American Statistical Association*, 88, 284-297.
- Chang, I., Tiao, G.C., and Chen, C., 1988. Estimation of time series models in the presence of outliers. *Technometrics*, 30, 2, 193-204.
- Findley, D.F., Monsell, B.C, Bell, W.R., Otto, M.C. and Chen, S., 1998. New capabilities and methods of the X-12 ARIMA seasonal adjustment program (with discussion). *Journal of Business and Economics Statistics*, 16, 127-177.
- Gómez, V., Maravall, A. and Peña, D., 1999. Missing observations in ARIMA models: skipping approach versus additive outlier approach. *Journal of Econometrics*, 88, 341-364.
- Gómez, V. and Maravall, A., 2001a. Automatic modelling methods for univariate series, Ch.7 in Peña D., Tiao G.C. and Tsay, R.S. (eds.) *A Course in Time Series Analysis*. New York: J. Wiley and Sons.
- Hannan, E.J., 1980. The estimation of the order of ARMA processes. *Annals of Statistics*, 8, 1071-1081.
- Hillmer, S.C., 1985. Measures of variability for model-based seasonal adjustment procedures. *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, 1, 60-68.
- Hillmer S.C., and Tiao G.C., 1982. An ARIMA-model-based approach to seasonal adjustment. *Journal of the American Statistical Association*, 77, 63-70.

Hillmer, S.C., Bell, W.R. and Tiao, G.C., 1983. Modeling considerations in the seasonal adjustment of economic time series. in Zellner, A. (ed.), Applied time series analysis of economic data, Washington, D.C.. U.S. Department of Commerce. Bureau of the Census, 74-100.

Ljung, G. and Box G.E.P., 1978. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65, 297-303.

Maravall, A., 1987. On minimum mean squared error estimation of the noise in unobserved component models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 115-120.

Maravall, A., 1995. Unobserved components in economic time series, in handbook of applied econometrics. (eds) Pesaran, M. H., and Wickens, Blackwell, Oxford.

Maravall, A. and Planas, C., 1999. Estimation error and the specification of unobserved component models. *Journal of Econometrics*, 92, 2, 325-353.

Nerlove, M., Grether, D.M, and Carvalho, J.L., 1979. Analysis of economic time series: A synthesis. New York, Academic Press.

Pierce, D.A., 1978. Seasonal adjustment when both deterministic and stochastic seasonality are present. in seasonal analysis of economic time series. ed. A. Zellner, Washington, D.C.. U.S. Dept. of Commerce, Bureau of the Census, 242-269.

Pierce, D.A., 1979. Signal extraction error in nonstationary time series. *Annals of Statistics*, 7, 1303-1320.

Pierce, D.A., 1980. Data revisions in moving average seasonal adjustment procedures. *Journal of Econometrics*, 14, 1, 95-114.

Phillips, P.C.B., Perron, P., 1988. Testing for unit roots in time series regression. *Biometrika*, 75, 335-346.

Priestley, M.B., 1981. Spectral analysis and time series. New York, Academic Press.

Sneek, M., 1984. Modelling procedures for economic time series. Amsterdam, Free University Press.

Whittle P., 1963. Prediction and regulation using least-square methods. London, English Universities Press.

AN ARIMA-MODEL-BASED APPROACH TO SEASONAL ADJUSTMENT

ABSTRACT

This article presents a model-based procedure to decompose a time series uniquely into mutually independent additive seasonal, trend, and irregular noise components. Estimators of components are calculated by Wiener-Kolmogrow (WK) filter. The series is assumed to follow the Gaussian ARIMA model. Properties of the procedure are discussed and an actual example is given. Demetra package programme was used at implementation.

Key Words: ARIMA model, Canonical decomposition, Signal extraction, Spectrum, Wiener-Kolmogrov filter.