



## Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi

<https://dergipark.org.tr/tr/pub/yyufbed>



Araştırma Makalesi

### Stokastik Talepli Araç Rotalama Probleminin Şans Kısıtlı Matematiksel Modeline Tavlama Benzetimi Algoritması ile Optimal Çözüm Yaklaşımları #

Adem ŞEHİTOĞLU<sup>\*1</sup>, Şakir İŞLEYEN<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Muş Alparslan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Bölümü, Muş, Türkiye

<sup>2</sup> Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, Van, Türkiye

Adem ŞEHİTOĞLU, ORCID No: 0000-0002-7598-5348, Şakir İŞLEYEN, ORCID No: 0000-0002-8186-1990

\*Sorumlu yazar e-posta: a.sehitoglu@alparslan.edu.tr

#### Makale Bilgileri

Geliş: 17.09.2022  
Kabul: 17.12.2022  
Online Nisan 2023

DOI:10.53433/yyufbed.1174742

#### Anahtar Kelimeler

Optimizasyon,  
Stokastik talepli araç  
rotalama,  
Şans kısıtı,  
Tavlama benzetimi

**Öz:** Tedarik zinciri ve lojistik yönetimi ham maddenin üretim aşamasından son müşteriye ulaşmasına kadar küresel ekonomide önemli bir yere sahip olmuştur. Bitmiş ürünlerin merkezi bir depodan son müşteriye kadar dağıtım ağını sağlayan araç rotalama problemleri önemli bir rol oynamaktadır. Araç rotalama problemleri en etkili kararları alabilmek için her geçen gün daha karmaşık ve stokastik olarak modellenmektedir. Stokastik araç rotalama problemleri müşteri taleplerinin, zamanın, yolların ve hizmet gibi parametrelerinin belirsizliğinden olasılıksal olarak modellenmektedir. Stokastik talepli araç rotalama problemi, müşteri taleplerinin önceden bilinmediği hizmet aracının müşteriye ulaştıktan sonra tam olarak bilindiği problemlerdendir. Bu çalışmada, Van'da bir ekmek fabrikasının marketlere ekmek dağıtımını sırasında izlediği rotalar, talepler ve koordinatlar ile stokastik talepli şans kısıtlı bir model oluşturulmuştur. Fabrikanın kendi rota bilgileri, bir meta sezgisel olan Tavlama Benzetimi algoritmasından elde edilen optime yakın problem çözümü ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlara göre algoritmadan elde edilen rotalar fırının izlediği rotalardan daha iyi sonuçlar vermiştir.

### Optimal Solution Approaches to the Chance Constrained Mathematical Model of the Stochastic Demand Vehicle Routing Problem with Simulated Annealing Algorithm

#### Article Info

Received: 17.09.2022  
Accepted: 17.12.2022  
Online April 2023

DOI:10.53433/yyufbed.1174742

#### Keywords

Chance constrained,  
Optimization,  
Simulated annealing,  
Vehicle routing with  
stochastic demand

**Abstract:** Supply chain and logistics management have an important place in the global economy, from the production stage of the raw material to the delivery to the end customer. Vehicle routing problems play an important role, providing the distribution network of finished products from a central warehouse to the end customer. Vehicle routing problems are modelled as more complex and stochastic every day to take the most effective decisions. Stochastic vehicle routing problems are probabilistically modelled from the uncertainty of customer demands, time, routes, and service parameters. The stochastic demand vehicle routing problem is one of the problems in which the customer demands are not known beforehand, and the service vehicle is known after it reaches the customer. In this study, a chance-constrained model with stochastic demand was created with the routes, demands and coordinates followed by a bread factory in Van during the distribution of bread to the markets. The factory's route information is compared with the near-optimal problem solution obtained from a meta-heuristic, Annealing Simulation algorithm. According to the results, the routes obtained from the algorithm gave better results than the routes followed by the bakery.

# Bu makale, birinci yazarın doktora tezinden üretilmiştir.

## 1. Giriş

Mal ve hizmetlerin fiziksel teslimatında Araç Rotalama Problemi (ARP), lojistik ve tedarik zincirinin en önemli son aşamasıdır. ARP, bir dizi kısıtlama göz önüne alındığında, bir araç filosunun bir dizi müşteriye hizmet vermede optimum bir rota tasarlamak için kullanılan kombinatoriyal optimizasyon problemlerindedir. ARP'nin birçok çeşidi bulunmaktadır. Bunlar taşınan malların niteliğine, ihtiyaç duyulan hizmetin kalitesine, müşterilerin ve araçların özelliklerine göre formüle edilmektedir (Kumar & Panneerselvam, 2012).

ARP'de genellikle amaç fonksiyonları, araç kapasitesi ve hizmet süresini göz önünde bulundurarak toplam rota mesafesini minimum yapabilmek, taşıma maliyetlerini minimumda tutabilmek, taleplerin parça parça olarak dağıtılması sonucu oluşan yardımcı eylem (rücu) maliyetlerini ve talebi karşılayacak araç sayısını minimize etmek, olarak tanımlanmaktadır (Toth & Vigo, 2002; Yılmaz Yalçınar, 2021).

ARP'de parametrelerin önceden bilindiği problemler deterministik olarak bilinmektedir. Parametrelerin önceden bilinmediği olasılıksal bilgilerin yer aldığı problemler stokastik araç rotalama problemleri (SARP) olarak adlandırılmaktadırlar. SARP için matematiksel model, rotalama probleminin birkaç veya bütün parametrelerinin rassal olduğu problemlerdir. Genellikle bu problemler, müşteri talepleri, seyahat süreleri, müşteriler ve hizmet sürelerinin stokastik olduğu durumlarda modellenmektedir. Bu gibi durumlar gerçek hayatta, parametrelerin kesin olarak belirlenmesinin zor olduğu problemlerde görülür. Stokastik ARP'nin çözümündeki temel düşünce, problemin olasılıklı yapısını eşdeğeri olan deterministik modele dönüştürebilmektir. SARP literatürde şans kısıtlı stokastik programlama ve yardımcı eylemli stokastik programlama olmak üzere iki şekilde modellenmektedir (Gendreau ve ark., 1996).

Kombinatoriyal araç rotalama problemi en basit haliyle NP-Zor (Nondeterministic polinom) problemlerindedir (Garey & Johnson, 1979). ARP, NP-Zor olduğundan makul bir zaman çerçevesinde kabul edilebilir çözümler elde etmek için sezgisel, matematiksel programlama tabanlı sezgisel, meta-sezgisel ve çok yözlü birleştirici tabanlı optimizasyon algoritmaları gibi farklı çözüm teknikleri kullanılmaktadır.

ARP'de bir ilk kabul edilebilecek çalışma 1959'da Dantzig ve Ramser'in bir benzin dağıtım kamyonu filosu ile çok sayıda servis istasyonu arasında optimum rota oluşturması ile başlamıştır (Dantzig & Ramser, 1959). 1964'te Clarke ve Wright, bir kamyon filosunun merkezi bir depodan farklı yerlerde bulunan çok sayıda teslimat noktasına en uygun şekilde olası rotadan seçim yapılmasını gerektiren çalışmayı yapmışlardır (Clarke & Wright, 1964). Bertsimas (1992), kapasiteli ARP'de müşteri taleplerinin stokastik olduğu model için sezgisel bir yöntem önermiş ve olasılıklı analiz teknikleri ile sonuçların, yeniden optimizasyon stratejisine güçlü ve faydalı bir alternatif olduğunu göstermiştir. (Teodorovic & Pavkovic, 1992), STARP için yardımcı eylemli stokastik programlama modeli geliştirmişlerdir. Problemden müşteri taleplerinin düzgün dağılımdan geldiğini varsaymışlar ve problem çözümü için tavlama benzetimi algoritmasını kullanmışlardır. (Gendreau ve ark., 1995), STARP için, araç kapasitesine ulaşıldığında veya aşıldığında, araç depoya döner ve kaldığı yerden planlanan rota boyunca hizmete devam eder durumundaki, yardımcı eylemli stokastik bir tamsayı programı olarak formüle etmişlerdir. Problemi ilk kez bir Tamsayı L-şekilli yöntem vasıtasıyla optimal olarak çözmüşlerdir. (Gendreau ve ark., 1996), STARP modelinin bilimsel literatürünü özetle sunmuşlardır. Temel problemler geniş bir sınıflandırma şeması içinde açıklanmış ve literatüre katkıları özetlenmiştir. Tamsayı L-şekilli yöntemine dayalı kesin algoritmaların geliştirilmesi ve sezgisellerin oluşturulmasının problemin çözümü için umut verici olduğunu belirtmişlerdir. Laporte ve ark. (2002), STARP için Tamsayı L-şekilli bir algoritma önermişlerdir. Beklenen çözüm maliyetini, talebin araç kapasitesini aşmaması kısıtlaması altında en aza indirmişlerdir. 25 ila 100 arasında müşteri ve 2 ila 4 araç içeren örneklerde, taleplerin Poisson veya Normal dağılımdan geldiği durumu çözmüşlerdir. Hu ve ark. (2003), STARP'ı ele almışlardır ve dinamik araç rotalama problemi için gerçek zamanlı bilgilerle genişletmişlerdir. Problemi şans kısıtlı olarak modellemişler ve dal-sınır teknikleri ile CPLEX'te çözmüşlerdir. Ismail & Irhamah (2008), müşteri taleplerinin stokastik bir dağılımdan geldiği, STARP'ın bir versiyonunu ele almışlardır. Önleyici stoklama politikası yardımcı eylemini içeren yaklaşım ile modellenen bu problem için genetik algoritma ve tabu arama algoritmaları ile hibrit algoritma önermişlerdir. Novoa & Storer (2009), stokastik talepli tek araçlı ARP için araç her müşteriye ulaştığında ve talep ortaya çıktığında güncellenen, mevcut duruma göre rotalama kararlarının alındığı

dinamik bir çözüm yaklaşımı kullanmışlardır. Çözümleri değerlendirmek için bir simülasyon kullanmışlardır. Taleplerin kesikli dağılımı takip ettiğini varsaymışlar ve testlerde kesikli düzgün dağılım kullanmışlardır. Mendoza ve ark. (2010), stokastik talepli çok bölmeli ARP için, araçtaki herhangi bir bölümün kapasitesine ulaşıldığında depoya dönmeyi gerektiren, yardımcı eylemli stokastik programlama ile bir model önermişlerdir. Müşteri taleplerinin Normal dağıldığı kabul edilmiş ve problemi memetik bir algoritma yardımı ile çözmüşlerdir. Marinakis ve ark. (2013), tedarik zinciri yönetimi problemlerinden biri olan STARP'ı çözmek için yardımcı eylemli (önleyici stoklama) modeli ile modellemişlerdir. Çözüm için parçacık sürü optimizasyonuna dayalı hibrit algoritmik yaklaşımı kullanmışlardır. Jabali ve ark. (2014), stokastik talepli kapasiteli araç rotalama problemini, rota maliyeti ve beklenen rücu maliyetinin toplamını minimum yapmak için tanımlamışlardır. Problemi iki aşamalı bir stokastik programlama modeli olarak formüle etmişler, Tamsayı L-şekilli algoritma ile çözmüşlerdir. Goodson (2015), müşteri taleplerinin belirsiz olduğu ve ürünlerin ayrı bölümlerde taşınması gereken, stokastik taleplerle çok bölmeli araç rotalama problemi için öncül politikaların beklenen maliyetini tahmin etmek ve tam olarak hesaplamak için yöntemler geliştirmiştir. Problem için en iyi bilinen çözüm değerlerini önemli ölçüde geliştiren döngüsel sıra tabanlı tavlama benzetimi algoritmasına dahil etmiştir. Wang ve ark. (2017), stokastik taleplerle iki kademeli kapasiteye sahip araç rotalama problemini ele almışlardır. Problemi tanımlamak için yardımcı eylemli (rücu) stokastik bir program kullanmışlardır. Bu program, seyahat maliyetinin toplamını ve olası rota arızalarından kaynaklanan rücu eylemlerinin beklenen maliyetini minimuma indirmeyi amaçlamaktadır. Problem çözümü için genetik algoritma tabanlı bir yaklaşım önermişlerdir. Gruler ve ark. (2017), STARP'ın çözümü için Monte-Carlo simülasyon tekniği ve Clarke-Wright tasarruf algoritmasını esas alan bir sezgisel algoritma geliştirmişlerdir. Uslu ve ark. (2017), stokastik talepli çok depolu ARP için şans kısıtlı bir model geliştirmişlerdir. Model, ayrılabilir programlama yöntemleri ile doğrusallaştırılmış ve modeli test problemleri üzerinde incelemişlerdir. Louveaux ve ark. (2018), müşteri taleplerinin stokastik olduğu ARP'yi önleyici (depoya gitmek, boşaltmak ve planlanan rotayı sürdürmekten oluşur) yardımcı eylemli olarak modellemişlerdir. Çalışmalarında, rotaların toplam beklenen maliyetini en aza indirmek ve rotaları tasarlamak için kesin bir yöntem önermişler ve L-şekilli yöntemeye dayalı bir dal ve kes algoritması ile çözmüşlerdir. Gutierrez ve ark. (2018), STARP'ı yardımcı eylemli stokastik programlama olarak modellemişlerdir. Çalışmadaki örneği çözmek için bir memetic algoritma ve rastgele arama prosedürünü birleştiren hibrit bir meta-sezgisel önermişlerdir. Salavati-Khoshghalb ve ark. (2019) STARP için yeni bir rücu politikası önermişlerdir. Problemin amacı, seyahat maliyetini ve beklenen rücu maliyetini en aza indiren rotaları planlamaktır. Hibrit rücu politikası kapsamında stokastik taleplerle araç rotalama problemini çözmek için Tamsayılı L-şekilli algoritmayı kullanmışlardır. Florio ve ark. (2020), stokastik talepli ve rassal süre kısıtlamaları ile ARP'yi, taleplerin poisson ve negatif binom olasılık dağılımlarından geldiği durumlar için incelemişlerdir. Problemi küme bölümlene problemi olarak formüle etmişler ve bir dal-fiyat algoritması ile çözmüşlerdir. Metropolis ve ark. (1953), Tavlama Benzetimi (TB) algoritmasını ilk olarak kullanmışlardır. Kirkpatrick ve ark. (1983), TB algoritmasını optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanmışlardır. Cerny (1985), kombinatoryal problemlerde kullanmıştır. Osman (1993), TB algoritmasını ARP'de ilk kez kapasiteli ARP'yi (KARP) çözmek için tabu arama ile hibrit şekilde kullanmıştır. Breedam (1995), klasik bir ARP çözmek için TB'ye dayalı gelişmiş bir sezgisel yöntem geliştirmiştir. Chiang & Russell, (1996), çalışmalarında iki farklı komşuluk yapısının incelendiği ve tavlama işleminin tabu listesi aracılığıyla kısa süreli bellek işlevi ile geliştirildiği zaman pencereleli ARP'yi çözmek için TB'yi kullanmışlardır. Tavakkoli-Moghaddam ve ark. (2006), çalışmalarındaki modeli, en yakın komşuluğa dayalı olarak hibrit TB ile çözmüşlerdir. Önerilen model, tüm müşterilere en az araç sayısı ve maksimum kapasite ile hizmet verilecek rotaların oluşturulmasını sağlamıştır. Xiao ve ark. (2012), kapasiteli ARP'yi çözmek için hibrit değişim kuralı ile tavlama benzetimi algoritması geliştirmişlerdir. Wei ve ark. (2018), ARP'yi çözmek için tekrarlanan soğutma ve sıcaklık artışına sahip yeni bir TB geliştirmişlerdir. TB algoritmasının mevcut tüm algoritmalarından daha iyi performans sergilediğini ve çoğu örnek için en iyi bilinen çözümlerle eşleştirdiğini veya iyileştirdiğini iddia etmişlerdir. Rabbouch ve ark. (2020), çalışmalarında TB algoritmasını kapasiteli ve diğer ARP'leri çözmek için TB'nin yeni bir dinamik versiyonunu tanımlamışlardır. Bu algoritma ile yapılan arama sürecinin optimuma daha hızlı ulaşıldığını belirtmişlerdir. İlhan (2020), çalışmasında kapasiteli ARP için TB algoritması kullanmıştır. Algoritmanın değişim, ekleme ve ters çevirme operatörü olmak üzere üç farklı rota geliştirme operatörünü kullanmıştır. Ağayeva & Alpaslan Takan (2020), taleplerinin rassal olduğu durumlar için,

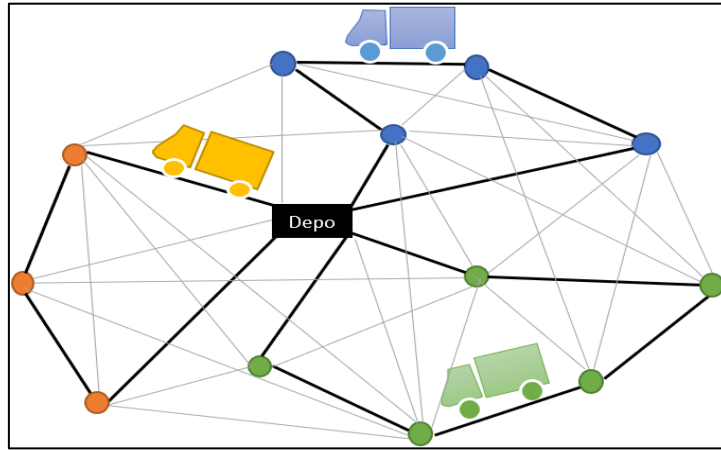
ARP'yi analiz etmişlerdir. Talepleri stokastik olarak değerlendirmişlerdir. Stokastik talep durumlarını incelemek için düzgün, üstel ve poisson dağılımlarını kullanılarak, dağılımların problemin çözümleri üzerindeki etkilerini incelemişlerdir.

Yılmaz Yalçiner, (2021), çalışmasında işletmeler için, değişken konum sayısı ve değişken araç sayısı ile oluşan problemler için farklı modeller oluşturarak bu modellere yönelik belirli kısıtlar doğrultusunda minimum mesafeyi elde etmeyi amaçlayan bir optimizasyon modeli sunmuş ve çözüm için TB algoritmasını kullanmıştır.

Bu çalışmada Van ilinde bir fırın (ekmek fabrikası) ve bu fırının 30 müşterisine ait (bakkal-şube) verilerin koordinatları, talepleri ve dağıtım için kullandığı gerçek rota bilgileri kullanılacaktır. Fırının dağıtım için kullandığı araç sayısı koordinatlar ve rota mesafe bilgileri, TB algoritması için bir başlangıç çözümü olarak kullanılacaktır. Bu veri grubunun rotalanması için oluşturulan Matematiksel Model (MM), stokastik talepli şans kısıtlı araç rotalama problemi olarak modellenmiştir. MM'de stokastik talepler, %90, %95 ve %99 oranında taleplerin karşılandığı 3 farklı durum olarak ele alınmıştır.

## 2. Materyal ve Yöntem

ARP, bir şebeke (ağ) içerisinde arklardan (yay-yol), köşe (düğüm) noktalarından ve bir depodan oluşan sistemdir. Bu sistem içerisinde ARP'nin amaç fonksiyonlarından olan minimum mesafede rota bulma problemi, depodan başlayıp tekrar depoda sonlanan rotalama için sistemin gösterimi Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Araç rotalama probleminin genel şebeke sistemi.

Araç rotalama problemlerinde aşağıdaki unsurlara dikkat edilmelidir.

- Şebekede bulunan tüm müşterilerin talepleri eksiksiz karşılanmalıdır.
- Şebekede bulunan her müşteri noktası sadece bir araç tarafından, talepleri karşılanmak üzere ziyaret edilmelidir.
- Araç rotası depodan başlamalı ve yine depoda son bulmalıdır.
- Rotadaki müşterilerin toplam talepleri aracın toplam kapasitesinden fazla olmamalıdır.
- Her bir araç sadece bir rota üzerinde hizmet vermelidir.
- Rotalamanın esas amacı tüm araçların toplam mesafesinin minimum yapılmasıdır (Tan, 2001).

Bu çalışmada şans kısıtlı stokastik matematiksel modelleme tekniği ele alınacaktır. Şans kısıtlı model eş değeri olan deterministik bir modele dönüştürülerek optimale yakın çözüme ulaşılır. Şans kısıtı adı kısıtın  $1 - \alpha$  minimum olasılığı ile gerçekleşmesinden gelmektedir (Taha, 2017).

## 2.1. Stokastik talepli şans kısıtlı ARP için matematiksel model

STARP problemi, yönlendirilmemiş  $G = (V, E)$  grafi üzerinde tanımlı,  $V = \{v_0, \dots, v_n\}$  köşe (müşteriler) kümesi,  $E = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i < j\}$  kenar (yaylar) kümesinden oluşmaktadır. Depo  $v_0$  ile temsil edilir ve müşteriler  $\{v_1, \dots, v_n\}$  ile temsil edilir. Her  $(v_i, v_j) \in E$  kenarın seyahat maliyeti (uzaklık)  $c_{ij}$  dir. Depoda her biri  $C$  kapasiteli  $k$  araç bulunmaktadır. Müşteri taleplerinin aynı şekilde ve bağımsız olarak dağıtıldığı varsayılmaktadır. Her müşterinin  $\mu_i$  ortalama ve  $\sigma_i^2$  varyans ile stokastik, bilinen bir olasılık dağılımından (normal dağılım) gelen  $d_i$  talebi vardır. İlk etapta planlanan araç rotaları depoda başlayıp depoda bitmelidir. Her bir müşteri tek bir araç ile bir kez ziyaret edilmelidir (Hernandez ve ark., 2019).

STARP için şans kısıtlı modelin kapalı şekli aşağıdaki gibidir (Baykoç & İşleyen, 2007).

$$\text{Min}Z = \sum_k \sum_{i,j} c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$P \left[ \sum_{i,j} d_i x_{ijk} \leq C \right] \geq 1 - \alpha, \quad k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$x = \{x_{ijk}\} \in S_k \quad (3)$$

Kapalı modelde Denklem (1) amaç fonksiyonu, toplam kat edilen mesafenin minimize edilmesini sağlamaktadır. Denklem (2) şans kısıtıdır. Burada,

$c_{ij}$  :  $i$  düğümünden  $j$  düğümüne kadar olan uzaklık,

$x_{ijk}$ : Eğer  $k$  aracı  $i$ 'den  $j$ 'ye gidiyorsa 1, diğer durumda 0'dır.

$K$  : Mevcut araç sayısı,

$S_k$  :  $K$ -gezgin satıcı probleminin tüm mümkün çözüm kümeleri,

$d_i$  :  $i$  müşterisinin talebini temsil eden rassal değişken,  $d_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ ,

$\alpha$  : Rota kırılması için izin verilen maksimum kırılma olasılığıdır.

$C$  : Araç kapasitesi,

## 2.2. Stokastik talepli ARP için şans kısıtlı tam sayılı programlama modeli

Şans kısıtlı tamsayı programlamanın amacı, bir rotadaki müşterilerin toplam taleplerinin araç kapasitesi olan  $C$ 'yi geçmemesini, belirlenen sınır veya olasılık seviyesi ( $\alpha$ ) altında kalacak şekilde ( $Pr \leq \alpha$ ) minimum rota uzunluğunu sağlamaktır. Modeldeki stokastik durumu ifade eden taleplerin normal dağılımı sağladığı kabul edilmiştir (Baykoç & İşleyen, 2007).

Talep  $d_i$ ,  $d_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$  iken  $X = \sum_{i=1}^{n_k} d_i$ , bir rotadaki müşterilerin talepleri toplamı olarak alınır

$$X \sim N \left( \sum \mu_i, \sqrt{\sum \sigma_i^2} \right)$$

$$z = \frac{X - \sum \mu_i}{\sqrt{\sum \sigma_i^2}} \quad (4)$$

dönüşümü ile  $z \sim N(0,1)$  olur.

Rotadaki toplam taleplerin araç kapasitesini aşma olasılığı en fazla  $\alpha$  olacağından,  $P(X > C) \leq \alpha$  yazılabilir.

Gerekli düzenlemeler yapılırsa  $1 - P(X \leq C) \leq \alpha$  veya  $P(X \leq C) \geq 1 - \alpha$  olur.

Buradan  $z$  dönüşümü yapılırsa

$$P\left(z \leq \frac{C - \sum \mu_i}{\sqrt{\sum \sigma^2_i}}\right) \geq 1 - \alpha \quad (5)$$

$$P(z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha \quad (6)$$

$$z_{1-\alpha} \leq \frac{C - \sum \mu_i}{\sqrt{\sum \sigma^2_i}} \quad (7)$$

$$\sum \mu_i + z_{1-\alpha} \sqrt{\sum \sigma^2_i} \leq C \quad (8)$$

Yukarıdaki eşitliğe  $x_{ijk}$ , 0-1 değişkeni eklendiğinde sonuç olarak aşağıdaki yeni kapasite kısıtı elde edilir.

$$\sum \mu_i x_{ijk} + z_{1-\alpha} \sqrt{\sum \sigma^2_i x_{ijk}} \leq C, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \mu_j x_{ijk} + z_{1-\alpha} \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \sqrt{\sigma^2_j x_{ijk}} \leq C, \quad \forall_k \text{ için} \quad (10)$$

Denklem (10) doğrusal olmayan bir kısıttır bunun için Denklem (11)'den yararlanarak yeni doğrusal olan Denklem (12) kısıtını elde edebiliriz (Ağpak & Gökçen, 2007; Baykoç & İşleyen, 2007).

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} \leq \sum_{i=1}^n a_i, \quad a_i \in \mathfrak{R}^+ \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \mu_j x_{ijk} + z_{1-\alpha} \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \sigma_j x_{ijk} \leq C \quad (12)$$

böylece model için doğrusal olmayan kısıt doğrusallaştırılmış olur.

### 2.3. Stokastik talepli şans kısıtlı ARP için önerilen doğrusal yaklaşım modeli

$$\text{Min}Z = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} \quad (13)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} \leq K, \quad i = 0 \text{ depodan çıkışların kontrolü için,} \quad (14)$$

$$\sum_{i \neq j} x_{ijk} - \sum_j x_{jik} = 0, \quad \forall_{j,k} \text{ için} \quad (15)$$

$$\sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1, \quad i \neq j \text{ ve } i \neq 0, \quad \forall i \text{ için} \quad (16)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1, \quad j \neq i \text{ ve } j \neq 0 \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \mu_j x_{ijk} + z_{1-\alpha} \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^N \sigma_j x_{ijk} \leq C \quad (18)$$

$$U_{ik} - U_{jk} + N * x_{ijk} \leq N - 1, \quad i \neq 0, \quad j \neq 0 \quad (19)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ ya da } 1 \quad (20)$$

$U_{ik}$  : 0'dan büyük keyfi bir sayı  $i \neq 0$

Modelde Denklem (13) amaç fonksiyonu toplam mesafeyi minimize etmektedir. Denklem (14) kısıt depodan çıkan araç sayısının en fazla K olması gerektiğini göstermekte. Denklem (15) bir düğümden çıkan ve giren arkların sayılarının eşit olmasını sağlar. Denklem (16) ve Denklem (17) kısıtları bir düğümün yalnızca bir araç tarafından ziyaret edilmesini sağlamaktadırlar. Denklem (18) kısıtı doğrusal yaklaşım ile kapasite kısıtını temsil etmektedir. Denklem (19) kısıt alt tur eleme kısıtlama kümesidir (Wu ve ark., 2002). Denklem (20) karar değişkenleridir.

#### 2.4. Müşteri koordinatları, talepler ve uzaklık matrisleri

Çizelge 1'de fırın ve 30 müşterinin coğrafi koordinatları, müşterilerin 5 günlük gerçek ekmek talepleri ve bu taleplerin ortalama ve varyansları verilmiştir.

Çizelge 2'de fırın ile 30 müşteri arasındaki km cinsinden uzaklık matrisi verilmiştir. Çizelge 3'te 30 müşterinin birbirleri ile olan uzaklıkları km olarak gösterilmektedir. Bu uzaklıklar Google Maps üzerinden karayollarının güncel bilgileri kullanılarak hesaplanmıştır.

Çizelge 1. Fırın ve 30 Müşterinin konumu, taleplerin ortalama ve varyansı

Müşteri	Enlem	Boylam	Fırının 5 günlük, 30 şubeye ekmek dağıtım miktarı					$\mu$ Ortalama	$\sigma^2$ Varyans
0	38.501519	43.365744	0	0	0	0	0	0	0
1	38.501839	43.347999	100	130	130	130	120	122	170
2	38.508733	43.343258	50	40	70	35	50	49	180
3	38.511176	43.342136	40	30	25	30	30	31	30
4	38.510165	43.338314	180	210	180	210	185	193	245
5	38.515111	43.331111	50	30	40	20	40	36	130
6	38.515376	43.330300	60	50	70	55	45	56	92.5
7	38.515884	43.327705	50	70	90	100	100	82	470
8	38.518368	43.326611	50	40	30	15	10	29	280
9	38.521300	43.317500	180	205	180	220	230	203	520
10	38.519110	43.314000	60	50	45	45	30	46	117.5
11	38.517785	43.323800	30	35	35	40	40	36	17.5
12	38.514785	43.348711	80	70	70	90	80	78	70
13	38.522201	43.355189	30	40	30	30	30	32	20
14	38.516415	43.358828	30	20	30	15	20	23	45
15	38.512969	43.362555	30	30	35	30	25	30	12.5

Çizelge 1. Fırın ve 30 Müşterinin konumu, taleplerin ortalama ve varyansı (devamı)

Müşteri	Enlem	Boylam	Fırının 5 günlük, 30 şubeye					$\mu$ Ortalama	$\sigma^2$ Varyans
			ekmek dağıtım miktarı						
16	38.512122	43.356901	35	40	30	30	30	33	20
17	38.510693	43.359911	30	35	30	30	50	35	75
18	38.512306	43.360057	60	70	60	30	35	51	305
19	38.510608	43.363375	40	45	40	70	70	53	245
20	38.511718	43.365779	60	65	70	45	35	55	212.5
21	38.509259	43.370011	145	120	160	150	140	143	220
22	38.510851	43.370779	150	180	150	150	140	154	230
23	38.516485	43.380311	100	130	110	70	100	102	470
24	38.515885	43.377011	40	35	40	25	25	33	57.5
25	38.516893	43.372711	50	45	65	30	90	56	517.5
26	38.513785	43.374600	40	50	50	20	55	43	195
27	38.508343	43.368289	35	40	25	20	50	34	142.5
28	38.501385	43.365300	45	35	45	35	45	41	30
29	38.502168	43.351511	60	50	50	35	50	49	80
30	38.501885	43.349521	55	50	55	45	50	51	17.5

Çizelge 2. Fırın ile 30 müşteri arası uzaklık matrisi

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
1.6	2.5	2.8	3.3	4.2	4.3	4.5	4.5	5.5	5.7	5.0	3.5	4.7	4.3	3.2
<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
2.7	2.9	2.5	3.2	3.6	2.2	2.7	3.0	2.6	3.8	2.3	1.3	0.9	1.3	1.6

Çizelge 4'te % 90 olasılıklı talepler  $\alpha = 0.1$ ,  $z_{1-\alpha} = 1.285$  değerleri ile %95 olasılıklı talepler  $\alpha = 0.05$ ,  $z_{1-\alpha} = 1.645$  değerleri ile %99 olasılıklı talepler  $\alpha = 0.01$ ,  $z_{1-\alpha} = 2.33$  değerleri ile hesaplanmıştır.

Bu çalışmada, müşteri taleplerinin  $\mu_i$  ortalama ve  $\sigma_i^2$  varyans ile normal dağılımdan geldiği kabul edilmiştir. Bu kabul esas alınarak her bir veri grubu için 5 günlük taleplerin ortalama ve varyanslarından elde edilen stokastik talep miktarları, modelde belirtilen, standart normal tablo (Z) yardımı ile  $\mu_j + z_{1-\alpha} \sigma_j$  ifadesinden hesaplanmış Çizelge 4'te verilmiştir. Burada  $z_{1-\alpha}$  değeri, standart normal tablonun sağ tarafında bir üst sınır değeridir.



Çizelge 3. 30 müşteri arası uzaklık matrisi

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	1.1	1.4	1.9	2.8	2.9	3.2	3.6	4.1	4.3	3.6	1.8	3.4	2.5	1.8	2.9	1.5	2.7	1.8	2.3	2.5	2.9	4.3	3.9	3.1	3.6	2.3	1.5	2.1	0.2
2	1.1	0	0.3	0.8	1.7	1.8	2.0	2.0	3.0	3.2	2.5	1.6	3.2	2.7	2.9	3.3	2.4	3.1	2.8	3.3	3.5	3.9	5.1	4.7	4.1	4.6	3.2	2.5	4.0	1.1
3	1.4	0.3	0	0.6	1.5	1.5	1.8	1.8	2.7	2.9	2.2	1.4	3.0	2.4	2.6	3.1	2.5	2.8	2.6	3.0	3.2	3.6	4.9	4.5	3.9	4.2	3.2	2.7	3.3	1.3
4	1.9	0.8	0.6	0	1.2	1.3	1.5	2.1	3.0	3.2	2.5	1.7	3.3	2.7	2.9	3.4	2.8	3.1	2.9	3.3	3.5	3.9	5.2	4.8	4.1	4.5	3.5	3.3	4.8	1.9
5	2.8	1.7	1.5	1.2	0	0.1	0.3	1.0	1.9	2.1	0.7	1.8	3.4	2.8	3.0	3.5	2.9	3.2	3.0	3.4	3.6	4.0	5.3	4.9	4.3	4.6	3.6	4.1	5.7	2.8
6	2.9	1.8	1.5	1.3	0.1	0	0.3	1.0	2.0	2.2	0.7	1.9	3.5	2.9	3.1	3.6	3.0	3.3	3.1	3.5	3.7	4.1	5.4	5.0	4.3	4.7	3.7	4.2	5.8	2.8
7	3.2	2.0	1.8	1.5	0.3	0.3	0	1.3	1.2	1.4	0.4	2.2	3.8	3.2	3.4	3.9	3.3	3.6	3.4	3.8	4.0	4.1	5.7	5.3	4.6	5.0	4.0	4.5	6.1	3.1
8	3.6	2.0	1.8	2.1	1.0	1.0	1.3	0	1.0	1.1	0.5	2.7	4.7	3.7	3.9	4.4	3.8	4.1	3.9	4.3	4.5	4.6	6.2	5.8	5.2	5.5	4.5	5.0	6.6	3.6
9	4.1	3.0	2.7	3.0	1.9	2.0	1.2	1.0	0	0.7	0.8	3.0	4.6	4.0	4.2	4.7	4.1	4.5	4.2	4.7	4.6	5.0	6.5	6.1	5.5	5.9	4.9	5.4	6.9	4.0
10	4.3	3.2	2.9	3.2	2.1	2.2	1.4	1.1	0.7	0	0.1	3.2	5.0	4.3	4.4	4.9	4.3	4.7	4.4	4.9	5.1	5.2	6.7	6.3	5.7	6.1	5.1	5.6	7.1	4.2
11	3.6	2.5	2.2	2.5	0.7	0.7	0.4	0.5	0.8	0.1	0	2.5	4.2	3.6	3.8	4.2	3.6	4.0	3.7	4.2	4.4	4.5	6.0	5.6	5.0	5.4	4.4	4.9	6.4	3.5
12	1.8	1.6	1.4	1.7	1.8	1.9	2.2	2.7	3.0	3.2	2.5	0	1.6	1.2	1.4	2.2	1.3	2.0	1.4	1.9	2.0	2.1	3.7	3.3	2.7	3.1	2.1	3.1	4.6	1.7
13	3.4	3.2	3.0	3.3	3.4	3.5	3.8	4.7	4.6	5.0	4.2	1.6	0	1.3	2.1	2.7	2.4	2.4	2.5	2.3	3.2	2.5	3.2	2.6	2.0	2.5	3.2	4.9	5.4	3.5
14	2.5	2.7	2.4	2.7	2.8	2.9	3.2	3.7	4.0	4.3	3.6	1.2	1.3	0	0.7	1.3	1.0	1.0	1.1	1.2	1.8	1.5	2.9	2.3	1.7	2.2	1.8	3.9	4.0	2.5
15	1.8	2.9	2.6	2.9	3.0	3.1	3.4	3.9	4.2	4.4	3.8	1.4	2.1	0.7	0	0.6	0.4	0.4	0.5	0.8	1.1	1.1	2.5	2.3	1.3	2.1	1.1	3.2	3.3	1.8
16	2.9	3.3	3.1	3.4	3.5	3.6	3.9	4.4	4.7	4.9	4.2	2.2	2.7	1.3	0.6	0	1.0	1.0	1.1	1.5	1.8	1.8	3.4	3.0	2.0	2.8	1.8	3.7	5.3	2.3
17	1.5	2.4	2.5	2.8	2.9	3.0	3.3	3.8	4.1	4.3	3.6	1.3	2.4	1.0	0.4	1.0	0	1.3	0.4	0.8	1.0	1.1	2.6	2.2	1.6	2.0	1.0	2.9	2.5	1.5
18	2.7	3.1	2.8	3.1	3.2	3.3	3.6	4.1	4.5	4.7	4.0	2.0	2.4	1.0	0.4	1.0	1.3	0	1.5	1.9	2.1	2.2	3.8	3.4	2.4	3.1	2.1	4.1	5.6	2.7
19	1.8	2.8	2.6	2.9	3.0	3.1	3.4	3.9	4.2	4.4	3.7	1.4	2.5	1.1	0.5	1.1	0.4	1.5	0	0.5	0.7	0.8	2.3	1.9	2.0	1.7	0.7	2.1	2.8	1.9
20	2.3	3.3	3.0	3.3	3.4	3.5	3.8	4.3	4.7	4.9	4.2	1.9	2.3	1.2	0.8	1.5	0.8	1.9	0.5	0	0.8	0.6	2.5	2.1	1.4	1.8	0.9	2.3	3.0	2.3
21	2.5	3.5	3.2	3.5	3.6	3.7	4.0	4.5	4.6	5.1	4.4	2.0	3.2	1.8	1.1	1.8	1.0	2.1	0.7	0.8	0	0.5	1.7	1.3	1.4	1.1	0.5	1.5	2.2	2.1
22	2.9	3.9	3.6	3.9	4.0	4.1	4.1	4.6	5.0	5.2	4.5	2.1	2.5	1.5	1.1	1.8	1.1	2.2	0.8	0.6	0.5	0	1.4	1.0	1.2	0.8	0.9	1.7	2.4	2.5
23	4.3	5.1	4.9	5.2	5.3	5.4	5.7	6.2	6.5	6.7	6.0	3.7	3.2	2.9	2.5	3.4	2.6	3.8	2.3	2.5	1.7	1.4	0	0.5	1.0	1.0	2.2	2.9	4.0	4.3
24	3.9	4.7	4.5	4.8	4.9	5.0	5.3	5.8	6.1	6.3	5.6	3.3	2.6	2.3	2.3	3.0	2.2	3.4	1.9	2.1	1.3	1.0	0.5	0	0.6	0.5	1.7	2.4	3.5	3.9
25	3.1	4.1	3.9	4.1	4.3	4.3	4.6	5.2	5.5	5.7	5.0	2.7	2.0	1.7	1.3	2.0	1.6	2.4	2.0	1.4	1.4	1.2	1.0	0.6	0	0.8	2.0	4.5	3.9	3.1
26	3.6	4.6	4.2	4.5	4.6	4.7	5.0	5.5	5.9	6.1	5.4	3.1	2.5	2.2	2.1	2.8	2.0	3.1	1.7	1.8	1.1	0.8	1.0	0.5	0.8	0	2.6	4.7	3.8	3.3
27	2.3	3.2	3.2	3.5	3.6	3.7	4.0	4.5	4.9	5.1	4.4	2.1	3.2	1.8	1.1	1.8	1.0	2.1	0.7	0.9	0.5	0.9	2.2	1.7	2.0	2.6	0	1.2	2.0	2.3
28	1.5	2.5	2.7	3.3	4.1	4.2	4.5	5.0	5.4	5.6	4.9	3.1	4.9	3.9	3.2	3.7	2.9	4.1	2.1	2.3	1.5	1.7	2.9	2.4	4.5	4.7	1.2	0	1.6	1.9
29	2.1	4.0	3.3	4.8	5.7	5.8	6.1	6.6	6.9	7.1	6.4	4.6	5.4	4.0	3.3	5.3	2.5	5.6	2.8	3.0	2.2	2.4	4.0	3.5	3.9	3.8	2.0	1.6	0	0.4
30	0.2	1.1	1.3	1.9	2.8	2.8	3.1	3.6	4.0	4.2	3.5	1.7	3.5	2.5	1.8	2.3	1.5	2.7	1.9	2.3	2.1	2.5	4.3	3.9	3.1	3.3	2.3	1.9	0.4	0

Çizelge 4. %90, %95, %99 olasılıklı müşteri talepleri

Müşteriler (Market)	%90	%95	%99
1	139	143	152
2	66	71	81
3	38	40	44
4	213	219	229
5	51	55	63
6	68	72	78
7	110	118	133
8	51	57	68
9	232	241	256
10	60	64	71
11	41	43	46
12	89	92	97
13	38	39	42
14	32	34	39
15	35	36	38
16	39	40	43
17	46	49	55
18	73	80	92
19	73	79	89
20	74	79	89
21	162	167	178
22	173	179	189
23	130	138	153
24	43	45	51
25	85	93	109
26	61	66	76
27	49	54	62
28	48	50	54
29	60	64	70
30	56	58	61
Toplam	2 435	2 565	2 808

## 2.5. Tavlama benzetimi algoritması

İlk kez 1953'te Metropolis tarafından geliştirilmiş olan Tavlama benzetimi (TB) algoritması, bir denge durumuna (donma durumu) yakınsayınca kadar, soğutma işlemi uygulanan bir sistemdeki enerji değişikliklerini simüle eden stokastik arama algoritmasıdır (Metropolis, 1953). TB katıların ısıtıldıktan sonra kristalleşmeye kadar geçen sürede yavaşça soğutulmasından ilham alınarak geliştirilen genellikle kombinatoryal optimizasyon problemleri için kullanılan olasılık tabanlı bir optimizasyon algoritmasıdır (Kirkpatrick ve ark., 1983).

TB algoritmasında çözüm alanının taranması ile her turda bir öncekinden daha iyi bir çözümün seçilmesi için kullanılmaktadır. Bu benzetime göre sıcaklık değeri, bulunan en iyi çözümden daha kötü çözümlerin kabul edilme olasılığını belirlemek için kullanılır. Uygulama problemlerinde TB algoritması mevcut çözümde, çözüm maliyetinde artışa yol açan değişikliğin bir olasılıkla kabul edildiği rastgele bir yerel arama yöntemi olarak tanımlanmaktadır.

Algoritma yeterince yüksek bir sıcaklık değeri ile başlatılır ve her bir adımda sıcaklık düşürülmeden önce belli sayıda çözüm elde edilir. Yeni çözümler belirlenen kriterlere göre ya kabul edilir veya reddiler. Azalan her sıcaklık, elde edilen çözümün bırakılıp yeni bir çözüme geçme olasılığının azalmasına etki eder. Sıcaklık en düşük değere ulaştığında veya TB algoritması istenen tekrar sayısı kadar çalıştığında algoritma sonlandırılır (Kalkancı, 2014).

Kombinatoriyal optimizasyon bağlamında, bir çözüm, fiziksel sistemin belirli durumuna ve çözüm maliyet değeri ise sistemin enerjisine karşılık gelir. Her yinelemede, mevcut çözüm, belirli bir dönüşüm sınıfından (çözümlerin komşularını tanımlayan) rastgele bir hareket seçilerek değiştirilir. Yeni çözüm bir iyileştirme sağlarsa, otomatik olarak kabul edilir ve yeni mevcut çözüm olarak kabul edilir. Aksi takdirde yeni çözüm,

$$P = e^{\left(-\frac{\Delta}{kT}\right)} \quad (21)$$

Denklem (21)'deki Metropolis olasılık kriterine göre kabul edilir. Burada;  $\Delta$ , Amaç (Enerji) fonksiyonundaki değişim,  $T$ , Sıcaklık parametresi,  $k$ , Boltzmann sabitini göstermektedir.

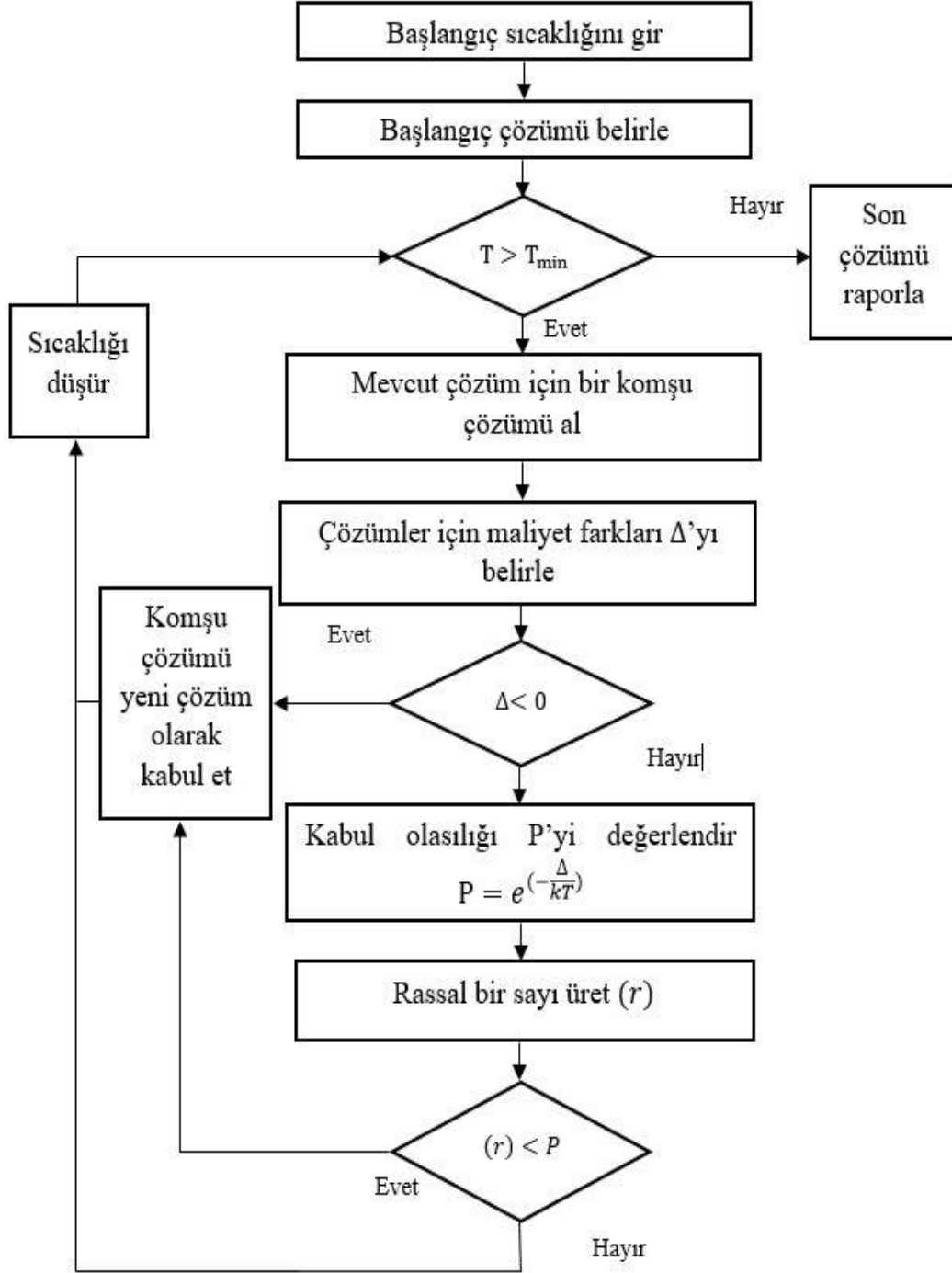
Belirtilen kritere dayanarak, sıcaklık yüksek ve maliyet artışı düşük olan bir hareketin kabul edilmesi daha olası bir durum gibi görünmektedir. Sıcaklık parametresi, önceden tanımlanmış bazı soğutma programına göre kademeli olarak düşürülerek, her sıcaklık seviyesinde belirli sayıda iterasyon gerçekleştirilir. Sıcaklığın yeterince düşük değerlerinde yalnızca iyileştirme hareketleri kabul edilir ve süreç yerel bir optimumda durur. Çoğu meta-sezgiselin aksine, bu yöntem global optimuma asimptotik olarak yakınsar (sonsuz sayıda yineleme varsayılırsa) (Gendreau & Potvin, 2005).

TB algoritmasının amacı; tüm olası çözüm noktalarının ( $S$ ) alt kümesinde tanımlanmış bir  $f(x)$  fonksiyonunu optimum yapacak bir  $x$  çözümü bulmaktır. TB algoritması rastgele seçilen bir başlangıç çözümü ile aramaya başlar. Sonra uygun bir yöntem ile bu çözüme komşu bir çözüm seçer ve  $f(x)$ 'de meydana gelen değişimi hesaplar. Eğer değişim istenen doğrultuda ise komşu çözümü mevcut çözüm olarak alır. Eğer istenilen yönde bir değişim gerçekleşmemişse, TB algoritması çözümü Metropolis olasılık kriterine göre kabul eder. Amaç fonksiyonunda aksi yönde bir değişim yaratan çözümün belli olasılık değeri ile kabulü, TB algoritmasının yerel optimum noktalardan kurtulmasını sağlamaktadır. Denklem (21) olasılık değerine göre  $T$  sıcaklık değeri yüksek olduğunda amaç fonksiyonunda meydana gelen artışların birçoğu kabul edilecektir.  $T$  sıcaklık değeri azaldıkça kabul edilme miktarı da azalacaktır. Bu sebeple TB algoritmasında yerel noktalara takılmamak için başlangıç sıcaklık değeri yeterli derecede yüksek seçilerek kademeli olarak azaltılmalıdır (Güden ve ark., 2005).

Herhangi bir optimizasyon probleminin çözümünde TB algoritmasını kullanabilmek için bazı parametrelerinin önceden belirlenmesi gerekir. Bu parametreler: Başlangıç sıcaklığı ( $T_0$ ), kötü çözümlerin kabul olasılığını kontrol için kullanılır. Her sıcaklıktaki gerekli yineleme sayısı (Maxitpermtemp); her sıcaklıkta üretilen mümkün çözümlerin sayısıdır. Soğutma fonksiyonu ( $T=0.89T$ ); bir önceki yinelemedeki sıcaklığı esas alarak mevcut yinelemedeki sıcaklığı belirler. (Güner & Altıparmak, 2003).

İterasyon sayısı (Maxit); iterasyon sayısı tamamlandığında algoritma durdurulacaktır.  $\eta$ ; Araç çalışma (mesafe) dengesini sağlayan katsayı.  $\beta$ ; Kapasite hatasını azaltan katsayı. Önerdiğimiz TB algoritmasında tur içinde veya turlar arasında rassal olarak değişim (swap) yapısı her bir iterasyon için uygulanmıştır.

TB için yukarıda anlatılan iteratif işlem algoritması Şekil 2.'de gösterilmektedir (Gülsün ve ark., 2008).



Şekil 2. Tavlama benzetimi algoritması akış diyagramı.

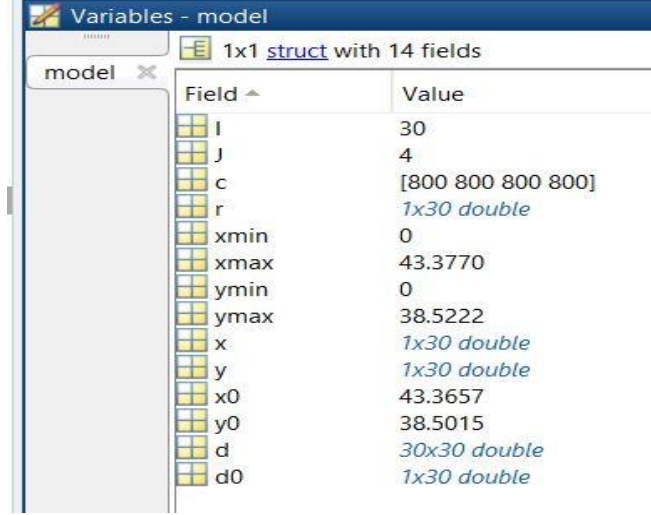
### 3. Bulgular

#### 3.1. TB Algoritmasının çalıştırılması ve fırın verileri ile karşılaştırılması

Matlab'da TB Algoritması ile fırının ve müşterilerinin coğrafi koordinatları, araç sayısı, araç kapasiteleri, müşteriler arası uzaklık, müşteriler ile fırın arasındaki uzaklık matrisleri ve stokastik taleplerden model oluşturulmuştur. Bu modelin TB'de çalıştırılması ile elde edilen rotalama sonuçlarının fırın rotalamaları ile karşılaştırılmaları verilmiştir.

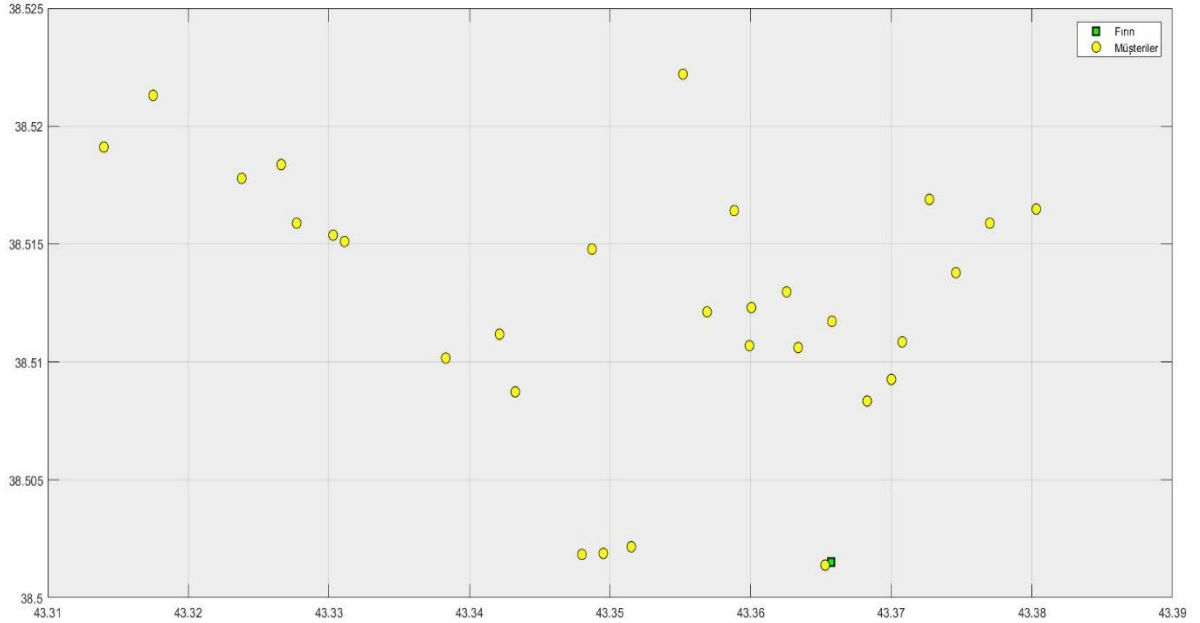
Şekil 3'te I müşteri sayısını, j araç sayısını, c araç kapasitelerini, r 30 müşteri için stokastik talepler, x ve y müşteri koordinatlarını, x0 ve y0 fırın koordinatını, d müşteriler arası uzaklık matrisi d0 fırın ile müşteriler arası uzaklık matrisi olarak gösterilmektedirler.

Şekil 4'te Fırın ve 30 şubenin coğrafi olarak yerleşimi algoritmanın çalıştırılması ile oluşturulmuştur.



Field	Value
I	30
J	4
c	[800 800 800 800]
r	1x30 double
xmin	0
xmax	43.3770
ymin	0
ymax	38.5222
x	1x30 double
y	1x30 double
x0	43.3657
y0	38.5015
d	30x30 double
d0	1x30 double

Şekil 3. Matlab'da oluşturulan model değişkenleri.



Şekil 4. Fırın ve 30 müşterinin coğrafi olarak yerleşimi.

Algoritmanın stokastik talepli rotalama sonuçlarını fırın rotaları ile karşılaştırmak için % 90, % 95 ve %99 üç farklı olasılıkta incelenmiştir. Taleplerin karşılandığı rotalama sonuçları çizelgelerde karşılaştırılmıştır. Matlab'da TB'den elde edilen optimal sonuçların rota çizimleri şekillerde verilmiştir.

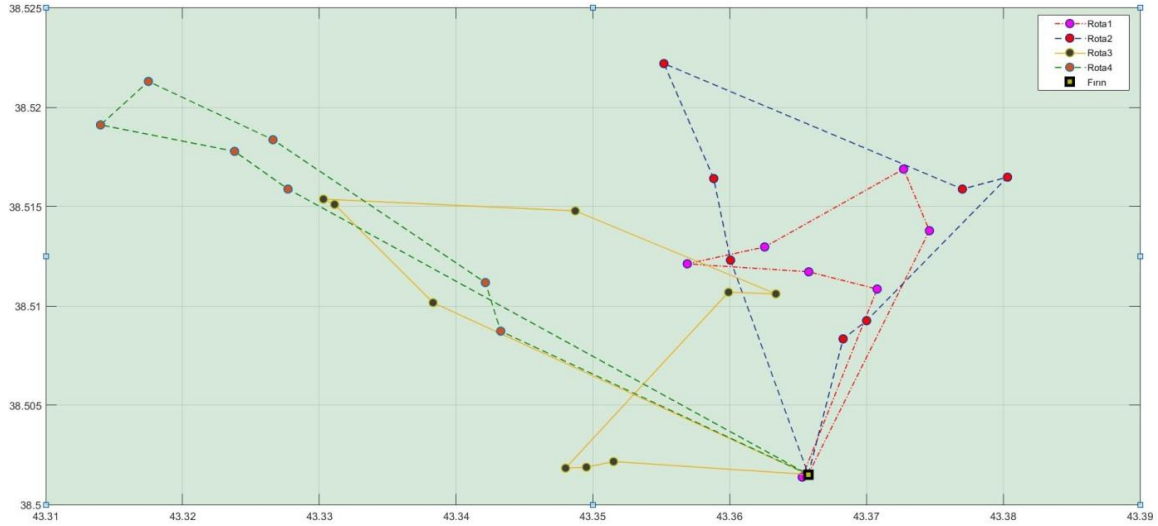
Çizelge 5 %90 olasılık ile 2435 talep ekmeğinin karşılandığı rotalama sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlara göre fırına ait 4 aracın izlediği toplam 48.6 km rota mesafesi ile TB'den elde edilen toplam 44.1 km rota mesafesi arasında 4.5 km bulunmaktadır. Bu olasılıklı taleplerin karşılanması ve optimal rotalama mesafesinin bulunması için algoritmada  $T_0:600$ , Maxitpermtmp:80,  $T=0.89T$ , Maxit:800,  $Eta(\eta):0.4$ ,  $Beta(\beta):5$  olarak alınmıştır.

Çizelge 5. %90 olasılık ile taleplerin karşılandığı rotalama sonuçları

Yöntem	Rotalar	Rota mesafesi	Rota talebi	Toplam mesafe
Fırın	R1 : 0-1-2-3-4-5-6-7-0	9.7	685	48.6
	R2 : 0-8-9-10-11-12-13-14-15-0	15.6	578	
	R3 : 0-16-17-18-19-20-21-22-0	11	640	
	R4 : 0-23-24-25-26-27-28-29-30-0	12.3	532	
TB Algoritması	R1 : 0-26-25-15-16-20-22-28-0	9.7	515	44.1
	R2 : 0-27-21-23-24-13-14-18-0	11.4	527	
	R3 : 0-29-30-1-17-19-12-6-5-4-0	11.7	795	
	R4 : 0-2-3-8-9-10-11-7-0	11.3	598	

Şekil 5. %90 taleplerin karşılandığı TB den elde edilen en iyi sonucun rota çizimini göstermektedir.

Çizelge 6. %95 olasılık ile 2565 talep ekmeğın karşılandığı rotalama sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlara göre fırının izlediği toplam 48.6 km rota mesafesi ile TB den elde edilen toplam 46.1 km rota mesafesi arasında 2.5 km bulunmaktadır. Bu olasılıklı taleplerin karşılanması ve optimal rotalama mesafesinin bulunması için algoritmada  $T_0:800$ ,  $Maxitpermtmp:80$ ,  $T=0.89T$ ,  $Maxit;1000$ ,  $Eta(\eta);0.1$ ,  $Beta(\beta); 10$  olarak alınmıştır



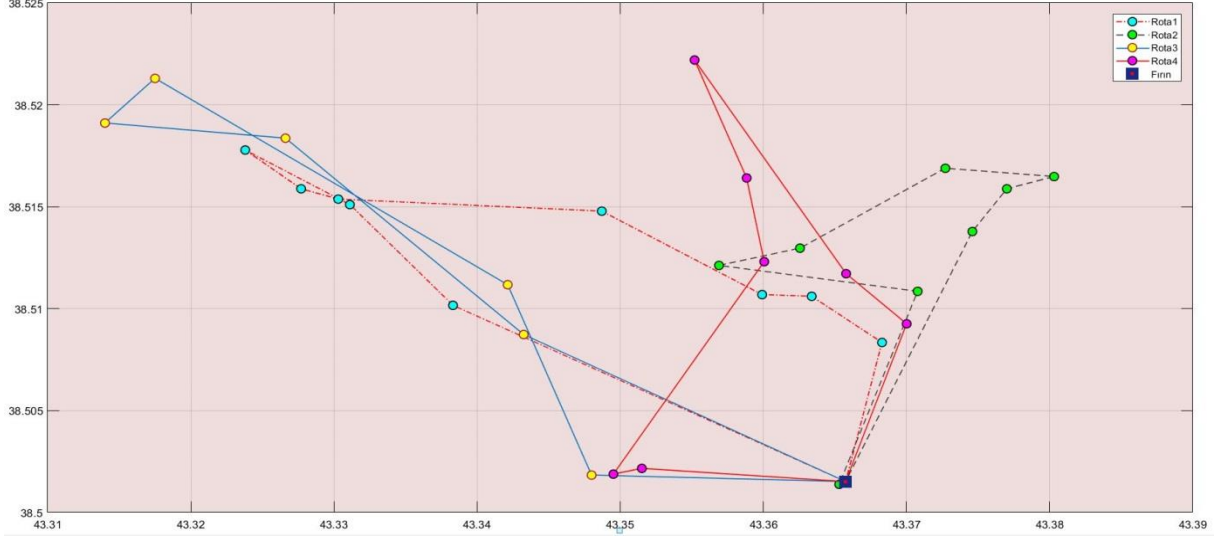
Şekil 5. 30 müşteri 4 araç ile %90 taleplerin karşılandığı TB rota çizimi.

Çizelge 6. %95 olasılık ile taleplerin karşılandığı rotalama sonuçları

Yöntem	Rotalar	Rota mesafesi	Rota talebi	Toplam mesafe
Fırın	R1 : 0-1-2-3-4-5-6-7-0	9.7	718	48.6
	R2 : 0-8-9-10-11-12-13-14-15-0	15.6	606	
	R3 : 0-16-17-18-19-20-21-22-0	11	673	
	R4 : 0-23-24-25-26-27-28-29-30-0	12.3	568	
TB Algoritması	R1 : 0-4-5-11-7-6-12-17-19-27-0	781	11.5	46.1
	R2 : 0-28-22-16-15-25-23-24-26-0	647	10.6	
	R3 : 0-1-3-9-10-8-2-0	616	12	
	R4 : 0-21-20-13-14-18-30-29-0	521	12	

Şekil 6. %95 taleplerin karşılandığı TB den elde edilen en iyi sonucun rota çizimini göstermektedir.

Çizelge 7’de %99 olasılık ile 2808 talep ekmeğin karşılandığı rotalama sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlara göre fırının izlediği toplam 48.6 km rota mesafesi ile TB den elde edilen toplam 43.1 km rota mesafesi arasında 5.5 km bulunmaktadır. Bu olasılıklı taleplerin karşılanması ve optimal rotalama mesafesinin bulunması için algoritmada  $T_0:800$ , Maxitpermtemp:90,  $T=0.80T$ , Maxit;1200,  $Eta(\eta):0.1$ , Beta( $\beta$ ); 5 olarak alınmıştır



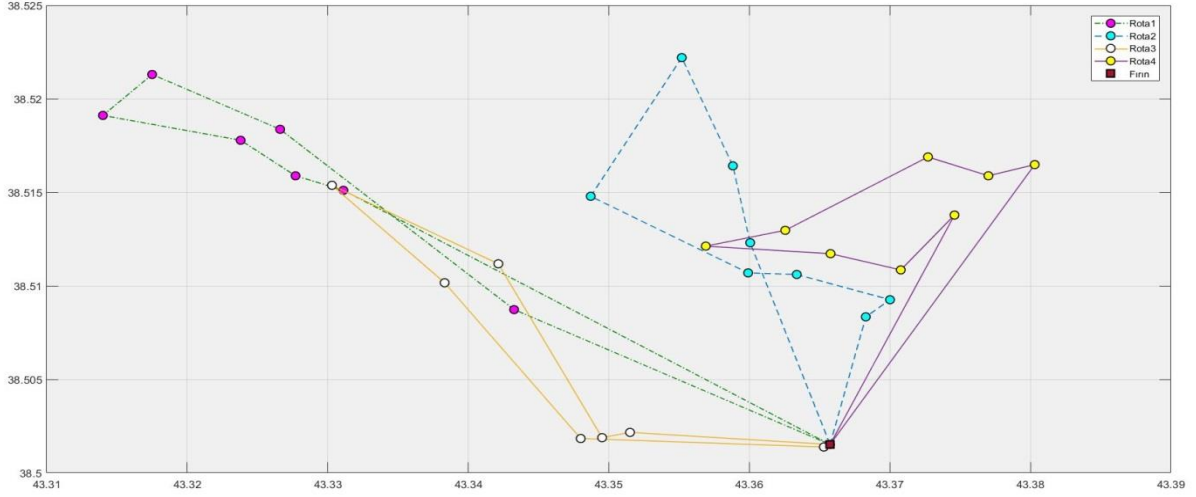
Şekil 6. 30 müşteri 4 araç ile %95 taleplerin karşılandığı TB rota çizimi.

Çizelge 7. %99 olasılık ile taleplerin karşılandığı rotalama sonuçları

Yöntem	Rotalar	Rota mesafesi	Rota talebi	Toplam mesafe
Fırın	R1 : 0-1-2-3-4-5-6-7-0	9.7	780	48.6
	R2 : 0-8-9-10-11-12-13-14-15-0	15.6	657	
	R3 : 0-16-17-18-19-20-21-22-0	11	735	
	R4 : 0-23-24-25-26-27-28-29-30-0	12.3	636	
TB Algoritması	R1 : 0-2-8-9-10-11-7-5-0	11.2	718	43.1
	R2 : 0-27-21-19-17-12-13-14-18-0	10.6	654	
	R3 : 0-29-30-3-6-4-1-28-0	10.1	688	
	R4 : 0-23-24-25-15-16-20-22-26-0	11.2	748	

Şekil 7 %99 taleplerin karşılandığı Matlab’da TB den elde edilen en iyi sonucun rota çizimini göstermektedir.

Tüm sonuçlar incelendiğinde her olasılıkta TB ile elde edilen toplam rotalama mesafeleri fırının izlediği toplam rota mesafelerinden daha kısa mesafede rotayı tamamladığını göstermiştir. %90 olasılık ile taleplerin karşılandığı rotada 4.5 km daha kısa mesafe ve % 9.25 oranında kazanç sağlanmıştır. %95 ile toplamda 2.5 km daha kısa mesafe ve %5.14 oranında kazanç elde edilmiştir. %99 olasılıklı taleplerin karşılanmasındaki rotalamada 5.5 km kısa mesafe %11.31 oranında kazanç olduğu gösterilmiştir. Algoritmadan elde edilen stokastik sonuçların farklı olmasının nedeni her olasılıktaki talep farklılığından kaynaklanmaktadır. TB her olasılık için en az 50 kez çalıştırılmış ve karşılaştırma için en iyi sonuçlar alınmıştır.



Şekil 7. 30 müşteri 4 araç ile %99 taleplerin karşılandığı TB rota çizimi.

Çizelge 8. toplam mesafelerin karşılaştırılması

Stokastik talep yüzdesi	Fırının toplam mesafesi	TB ile elde edilen toplam mesafe	Fırın ile Algoritma arası fark	Mesafe kazanç oranı	Algoritma (TB) hesaplama süresi (s)
%90	48.6	44.1	4.5	%9.25	30.81
%95	48.6	46.1	2.5	%5.14	36.21
%99	48.6	43.1	5.5	%11.31	33.09

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Stokastik talepli araç rotalama problemi müşteri taleplerinin bilinen bir olasılık dağılımından geldiği problemlerdendir. Matematiksel modeli oluşturulan stokastik talepli ARP için taleplerin normal dağılımdan geldiği kabul edilmiştir. Bu çalışmada stokastik talepler %90, %95 ve %99 olasılıkla taleplerin karşılandığı üç farklı rotalama sonuçlarına göre reel verileri bilinen fırının rotalama sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Matlab’da Tavlama benzetimi meta sezgisel algoritması ile elde edilen toplam rota mesafeleri her olasılıkta fırının kendi rota mesafelerinden toplamda daha kısa mesafeler vermiştir. TB algoritması reel veriler ile oluşturulan bir modelin optimumuna yakın problem çözümleri, rotaları bilinen bir reel veri kümesinden her olasılıkta daha iyi sonuçlara ulaşabileceği gösterilmiştir. Rota maliyetlerinden kazanç elde edildiği sonucu ortaya konulmaktadır.

Bu çalışmada, yapılan uygulamadan elde edilen sonuçlar araştırmacı ve uygulayıcılara gerçek hayat problemlerinin çözümünde değerlendirebilecekleri özgün bir yaklaşım sunmaktadır. Oluşturulan stokastik gerçek hayat problemi ve çözüm için kullanılan yöntem literatüre katkı sağlamaktadır. Daha sonraki çalışmalarda farklı yöntemler (Genetik Algoritma, Tabu Arama, Karınca Kolonisi) kullanılarak farklı çalışmalar geliştirilebilir. Elde edilen sonuçlar bu çalışmanın sonuçları ile kıyaslanabilir. Ayrıca firmalara özgü farklı problemlere göre ARP modeli tasarlanarak çeşitli sonuçlar elde edilebilir.

#### Teşekkür

Bu çalışmada verilerin toplanması aşamasında her türlü bilgiyi paylaşan Van Sarmaşık ekmek fabrikası yöneticisi Adnan Dağaynası’na teşekkür ederim.



## Kaynakça

- Ağayeva, Ç., & Alpaslan Takan, M. (2020). Stokastik talepli kapasite kısıtlı araç rotalama problemine yönelik karşılaştırmalı bir yaklaşım. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 7(2), 971-979. doi:10.35193/bseufbd.722677
- Ağpak, K., & Gökçen, H. (2007). A chance-constraint approach to stochastic line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1098-1115. doi:10.1016/j.ejor.2006.04.042
- Baykoç, Ö. F., & İşleyen, S. K. (2007). Stokastik talepli araç rotalama problemi için şans kısıtı yaklaşımı. *Teknoloji*, 10(1), 31-39.
- Bertsimas, D. J. (1992). A vehicle routing problem with stochastic demand. *Operations Research*, 40(3), 574-585. doi:10.1287/opre.40.3.574
- Breedam, A. V. (1995). Improvement heuristics for the vehicle routing problem based on simulated annealing. *European Journal of Operations Research*, 86(3), 480-490. doi:10.1016/0377-2217(94)00064-J
- Cerny, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45(1), 41-51. doi:10.1007/bf00940812
- Chiang, W. C., & Russell, R. A. (1996). Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 63(1), 3-27. doi:10.1007/BF02601637
- Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12(4), 568-581. doi:10.1287/opre.12.4.568
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1), 80-91. doi:10.1287/mnsc.6.1.80
- Florio, A. M., Hartl, R. F., Minner, S., & Salazar-González, J. J. (2020). A branch-and-price algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands and probabilistic duration constraints. *Transportation Science*, 55(1), 122-138. doi:10.1287/trsc.2020.1002
- Garey M. R., & Johnson D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York, NY, USA: WH Freeman & Co.
- Gendreau, M., Laporte, G., & Séguin, R. (1995). An exact algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands and customers. *Transportation Science*, 29(2), 143-155. doi:10.1287/trsc.29.2.143
- Gendreau, M., Laporte, G., & Séguin, R. (1996). Stochastic vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 88(1), 3-12. doi:10.1016/0377-2217(95)00050-X
- Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (2005). Metaheuristics in combinatorial optimization. *Annals of Operations Research*, 140(1), 189-213. doi:10.1007/s10479-005-3971-7
- Goodson, J. C. (2015). A priori policy evaluation and cyclic-order-based simulated annealing for the multi-compartment vehicle routing problem with stochastic demands. *European Journal of Operational Research*, 241(2), 361-369. doi:10.1016/j.ejor.2014.09.031
- Gruler, A., Juan, A. A., Klüter, A., & Rabe, M. (2017). A simulation-optimization approach for the two-echelon location routing problem arising in the creation of urban consolidation centres. *Simulation in Produktion and Logistik 2017*, 129-138.
- Gutierrez, A., Dieulle, L., Labadie, N., & Velasco, N. (2018). A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Computers & Operations Research*, 99, 135-147. doi:10.1016/j.cor.2018.06.012
- Güden, H., Vakvak, B., Özkan, B. E., Altıparmak, F., & Dengiz, B. (2005). Genel amaçlı arama algoritmaları ile benzetim eniyilemesi: En iyi kanban sayısının bulunması. *Endüstri Mühendisliği Dergisi*, 16(1), 2-15.
- Gülsün, B., Tuzkaya, G., & Bildik, E. (2008). Reverse logistics network design: A simulated annealing approach. *Journal of Engineering and Natural Sciences*, 26(1), 68-80.
- Güner, E., & Altıparmak, F. (2003). İki ölçütlü tek makinalı çizelgeleme problemi için sezgisel bir yaklaşım. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 18(3), 27-42.
- Hernandez, F., Gendreau, M., Jabali, O., & Rei, W. (2019). A local branching metaheuristic for the multi-vehicle routing problem with stochastic demands. *Journal of Heuristics*, 25(2), 215-245. doi:10.1007/s10732-018-9392-y

- Hu, T. Y., Liao, T. Y., & Lu, Y. C. (2003). Study of solution approach for dynamic vehicle routing problems with real-time information. *Transportation Research Record*, 1857(1), 102-108. doi:10.3141/1857-12
- İlhan, İ. (2020). A population based simulated annealing algorithm for capacitated vehicle routing problem. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 28(3), 1217-1235. doi:10.3906/elk-1902-122
- Ismail, Z., & Irhamah, I. (2008). Solving the vehicle routing problem with stochastic demands via hybrid genetic algorithm- tabu search. *Journal of Mathematics and Statistics*, 4(3), 161-167.
- Jabali, O., Rei, W., Gendreau, M., & Laporte, G. (2014). Partial-route inequalities for the multi-vehicle routing problem with stochastic demands. *Discrete Applied Mathematics*, 177, 121-136. doi:10.1016/j.dam.2014.05.040
- Kalkancı, Ç. (2014). *Organization of emergency response teams in combating winter conditions in natural disaster management*. (PhD), Istanbul University, Institute of Science and Technology Istanbul, Turkey.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671-680. doi:10.1126/science.220.4598.671
- Kumar, S. N., & Panneerselvam, R. (2012). A survey on the vehicle routing problem and its variants. *Intelligent Information Management*, 4(3), 66-74. doi:10.4236/iim.2012.43010
- Laporte, G., Louveaux, F. V., & Van Hamme, L. (2002). An integer L-shaped algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demands. *Operations Research*, 50(3), 415-423. doi:10.1287/opre.50.3.415.7751
- Louveaux, F. V., & Salazar-González, J. J. (2018). Exact approach for the vehicle routing problem with stochastic demands and preventive returns. *Transportation Science*, 52(6), 1463-1478. doi:10.1287/trsc.2017.0780
- Marinakis, Y., Iordanidou, G. R., & Marinaki, M. (2013). Particle swarm optimization for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Applied Soft Computing*, 13(4), 1693-1704. doi:10.1016/j.asoc.2013.01.007
- Mendoza, J. E., Castanier, B., Guéret, C., Medaglia, A. L., & Velasco, N. (2010). A memetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem with stochastic demands. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1886-1898. doi:10.1016/j.cor.2009.06.015
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 21(6), 1087-1092. doi:10.1063/1.1699114
- Novoa, C., & Storer, R. (2009). An approximate dynamic programming approach for the vehicle routing problem with stochastic demands. *European Journal of Operational Research*, 196(2), 509-515. doi:10.1016/j.ejor.2008.03.023
- Osman, I. H. (1993). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, 41, 421-451. doi:10.1007/BF02023004
- Rabbouch, B., Saadaoui, F., & Mraihi, R. (2020). Empirical-type simulated annealing for solving the capacitated vehicle routing problem. *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, 32(3), 437-452. doi:10.1080/0952813X.2019.1652356
- Salavati-Khoshghalb, M., Gendreau, M., Jabali, O., & Rei, W. (2019). A hybrid recourse policy for the vehicle routing problem with stochastic demands. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 8(3), 269-298. doi:10.1007/s13676-018-0126-y
- Taha, H.A. (2017). *Yöneylem Araştırması*. Literatür Yayıncılık, 43, İstanbul. 910.
- Tan, K. C. (2001). A framework of supply chain management literature. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 7(1), 39-48. doi:10.1016/S0969-7012(00)00020-4
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., & Gholipour, Y. (2006). A hybrid simulated annealing for capacitated vehicle routing problems with the independent route length. *Applied Mathematics and Computation*, 176(2), 445-454. doi:10.1016/j.amc.2005.09.040
- Teodorovic, D., & Pavkovic, G. (1992). A simulated annealing technique approach to the vehicle routing problem in the case of stochastic demand. *Transportation Planning and Technology*, 16(4), 261-273. doi:10.1080/03081069208717490
- Toth, P., & Vigo, D. (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Philadelphia, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics.

- Uslu, A., Çetinkaya, C., & İşleyen, S. K. (2017). Vehicle routing problem in post-disaster humanitarian relief logistics: A case study in Ankara. *Sigma Journal of Engineering & Natural Sciences*, 35(3), 481-499.
- Wang, K., Lan, S., & Zhao, Y. (2017). A genetic-algorithm-based approach to the two-echelon capacitated vehicle routing problem with stochastic demands in logistics service. *Journal of the Operational Research Society*, 68(11), 1409-1421. doi:10.1057/s41274-016-0170-7
- Wei, L., Zhang, Z., Zhang, D., & Leung, S. C. H. (2018). A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 265(3), 843-859. doi:10.1016/j.ejor.2017.08.035
- Wu, T. H., Low, C., & Bai, J. W. (2002). Heuristic solutions to multi-depot location routing problems. *Computers & Operations Research*, 29(10), 1393-1415. doi:10.1016/S0305-0548(01)00038-7
- Yılmaz Yalçınar, A. (2021). Tavlama benzetimi temelli yaklaşım ile kapasite kısıtlı araç rotalama optimizasyonu: Karadeniz bölgesi örneği. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 22, 239-248. doi:10.31590/ejosat.851540
- Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I., & Xu, Y. (2012). Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, 39(7), 1419-1431. doi:10.1016/j.cor.2011.08.013