

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Süreçleri: Su İsrafı Örneği

Deniz KAYA¹ , Cenk KEŞAN² 

Öz: Bu araştırmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçlerini incelemektir. Araştırmada, nitel araştırma yöntemi desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmaya, 49'u kadın ve 14'ü erkek olmak üzere toplam 63 ilköğretim matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemleri içerisinde ölçüt örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. Araştırmanın veri toplama araçları, araştırmacılar tarafından gerçek yaşam durumuna uygun olarak hazırlanmış matematiksel modelleme problemine ilişkin yazılı yanıt kağıtlarından ve gözlem notlarından oluşmaktadır. Verilerin analizinde içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının modelleme basamaklarındaki yeterlilikleri yerine getirmede birtakım güçlükler yaşadığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının gerçek hayat problemini anlama, matematiksel model oluşturma ve problemi çözmek için matematiksel işlem yapma basamaklarında sorunlar yaşamadıkları ancak gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlamada ve sonuçların geçerliliğini doğrulamada sorunlar yaşadıkları belirlenmiştir. Çalışma sonunda, öğretmen adaylarının model kurma ile ilgili farkındalıklarının artırılması öneri olarak sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: Matematiksel modelleme, modelleme problemi, öğretmen adayı, su israfı örneği

Mathematical Modelling Processes of Elementary Mathematics Teacher Candidates: An Example of Waste of Water

Abstract: This research examines the mathematical modelling processes of elementary mathematics teacher candidates. A case study, one of the qualitative research method designs, was used. A total of 63 elementary mathematics teacher candidates, 49 female, and 14 male, participated in the research. Participants were determined according to the criterion sampling method among purposive sampling methods. The data collection tools of the study consisted of written answer sheets related to the mathematical modelling problem prepared by the researchers following the real-life situation and the observation notes. Content analysis was used in the study of the data. The findings obtained from the research show that candidate teachers have some difficulties fulfilling the competencies in the mathematical modelling steps. It was determined that candidate teachers did not experience problems in understanding real-life problems, creating a mathematical model and performing mathematical operations to solve the problem, but they had problems interpreting mathematical results and verifying the validity of the results in an actual situation. At the end of the study, it was suggested to increase teacher candidates' model building awareness.

Geliş tarihi/Received: 20.09.2022

Kabul Tarihi/Accepted: 19.11.2022

Makale Türü: Araştırma Makalesi

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi, Matematik Eğitimi, denizkaya@nevsehir.edu.tr, 0000-0002-7804-1772

² Prof. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Matematik Eğitimi, cenk.kesan@deu.edu.tr, 0000-0003-2629-8119

Atıf için/To cite: Kaya, D., & Keşan, C. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Su israfı örneği. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1068-1097. <https://doi.org/10.33711/yyuefd.1177845>

Keywords: Mathematical modelling, modelling problem, teacher candidate, example of waste of water

Giriş

Matematik genellikle çevremizdeki dünyayı daha iyi anlamamıza yardımcı olan gizli kalıpları ortaya çıkarır (Kohen & Nitzan-Tamar, 2022). Birçok disiplinin mihenk taşlarından biri olan matematiğin izlerine felsefeden sağlığa, astronomiden mimariye, teknolojiden mühendisliğe, ekonomiden meteorolojiye, ulaştırmadan haberleşmeye, adaletten spora ve turizmden tarıma kadar daha birçok alanda rastlamak mümkündür. Bu kadar yaygın etkin alanına sahip bir bilim dalının öğretimi de hiç şüphesiz önem arz etmektedir. Bu bilinçle çok sayıda ulus matematik öğretimine her zamankinden daha fazla önem vermekte ve matematik öğretim programlarının standartlarında yeni yaklaşımlar ışığında değişiklikler yapmaktadır (Eurydice, Avrupa Eğitim Bilgi Ağı, 2011). Özellikle bilim, enformasyon ve teknolojideki gelişmelere bağlı olarak bireylerden beklenen rollerin farklılaşması ulusların matematik öğretim programına bakış açısını yeniden şekillendirerek daha radikal kararlar almasına neden olmuştur (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014). Günümüzde küresel bir norm ve kabul haline dönüşerek eğitim yoluyla bireylere çağın gerektirdiği yetkinlikleri kazandırmayı hedefleyen 21. yüzyıl becerileri de bunlardan biridir (Trilling & Fadel, 2009). Bu yeni eğitim anlayışı zamana, koşullara ve ihtiyaçlara bağlı olarak değişimler göstermekte problem çözme, iletişim, üstbilişsel farkındalık, iş birliği, esneklik, uyum, eleştirel düşünme, yaratıcılık, finansal, teknoloji ve bilgi okuryazarlığı gibi üst düzey düşünme becerileri içermektedir (Assessment and Teaching of 21st Century Skills [ATC21S], 2012; Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010; NCTM, 2016; Partnership for 21st Century Learning [P21], 2019). Dolayısıyla matematik öğretim programı da bir taraftan farklı konu ve sınıf düzeylerinde sarmal bir yaklaşımla devam eden kazanımlar diğer taraftan bütünsel yapıda öğrenme çıktılarıyla şekillenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, s.4). Özellikle 2000'li yıllardan itibaren süreç odaklı matematik öğretimine yönelik yaşanan keskin evrilmeye birlikte becerileri, kavramları, işlemleri, matematiksel düşünmeyi ve matematik dersine yönelik olumlu eğilimleri içeren yeni bir matematiksel yeterlilik anlayışına kapı aralanmıştır (Maaß vd., 2020). Bu kapsamda, üstbilişsel bilgi, beceri ve deneyimlerini ilerletebilecek ve öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilecek bireyler yetiştirmek matematik öğretiminin özel amaçları/hedefleri arasında gösterilmekte ve bireylerin etkin öğrenimi ile eleştirel düşüncelerini teşvik edecek yöntemlere yer verilmektedir (ATC21S, 2012; CCSSI, 2010; Eurydice, Avrupa Eğitim Bilgi Ağı, 2011; MEB, 2018; NCTM, 2000). Bireylerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimini destekleyen, gerçek hayat durumlarını açıklamada sıklıkla kullanılan ve ilköğretimden yükseköğretime kadar geniş bir yelpazede bulunan matematiksel araçlardan biri de matematiksel modellemedir (Berry & Houston, 1995; Blomhøj, 2011; Erbaş vd., 2014; Gravemeijer, 2002; Maaß, 2006).

Gün geçtikçe modellemenin yalnızca matematik eğitimi için değil diğer birçok disiplin için ne kadar önemli olduğu daha iyi anlaşılmaktadır. Matematik eğitiminin/öğretiminin önemli çalışma ve araştırma alanlarından biri olan matematiksel modelleme hem bireylere hem de öğreticilere değerli fırsatlar sunmaktadır. Hiç şüphesiz, bu fırsatlardan biri de matematiği yaşadığımız hayatla ilişkilendirerek anlamlı öğrenmeye destek olmasıdır (Erbaş vd., 2016). Matematiksel modelleme, otantik bir durumu anlayarak ve basitleştirerek gerçek bir durumdan matematiksel bir probleme geçişi içeren döngüsel süreci kapsamaktadır (Niss vd., 2007). Matematiksel modelleme karmaşık bir süreç olmasına rağmen öğrencilerin tanımlama, matematikleştirme, yorumlama, doğrulama, analiz etme ve karşılaştırma yapabilme becerilerine sahip olmalarını sağlar (Blomhøj & Jensen,

2003; Blum vd., 2007; Bukova-Güzel, 2021; English, 2010; English & Watters, 2004; Maaß, 2006). Öyle ki matematiksel modeller aritmetik, cebir, geometri veya hesap içeren matematiğin tüm alanlarının önemli bir parçası konumundadır (Dundar vd., 2012). Bu bakımdan matematik eğitiminin önemli girdilerinden biri öğrencilerin mantıksal ve entelektüel becerilerinin gelişimine katkı sunan matematiksel modellemenin değerini anlamalarını sağlamaktır (CCSSI, 2010; MEB, 2018; NCTM, 2016). Nitekim NCTM'nin mesleki öncülüğünde yayımlanan okul matematiğinin prensipleri ve standartları kitabında öğrencilerin tüm öğrenim kademelerinde (okul öncesi, ilkökul, ortaokul, ortaöğretim) modelleri kullanmaları gerektiği belirtilerek modellemenin önemine vurgu yapılmıştır (NCTM, 2000). Milli Eğitim Bakanlığı güncel matematik dersi öğretim programında da matematiksel yetkinlikler ve kazanımlar bağlamında modellemenin (ör. modeller kullanarak ya da modelleme yaparak toplama ve çıkarma işlemlerini içeren uzunluk problemlerini çözme) varlığına değinilerek matematik dersinin önemli bir bileşeni olduğu vurgulanmıştır (MEB, 2018).

Matematiksel modellemenin kuramsal çerçevesi genel hatlarıyla irdelendiğinde, çok sayıda ve farklı türde matematiksel modelleme anlayışlarının olduğu dikkat çekmektedir. Özellikle son yıllarda matematiksel modellemeyle bağlantılı öğrenme-öğretme süreçlerine ilişkin tutarlı bir teorik anlayış ortaya çıkmıştır (Kaiser vd., 2006). Varsayılan ya da edinilen deneyimler sonucu edinilmiş bilgiler arasındaki bağlardan bahsetmek için kullanılan “model” kavramı birçok modelle şekillendirilmiştir (Ural, 2018). Matematik öğretimine modelleme anlayışını ilk getiren kişilerden biri olan Pollak (2007) matematiksel modellemeyi; matematiksel olarak anlamaya çalıştığımız bir durum karşısında bazı cevaplar almaya/aramaya çalışırken resim ya da formülasyon elde etme şeklinde tanımlanmıştır. Pollak tarafından açıklanmaya çalışılan tanım aslında matematiksel modelleme için oluşturulan yaklaşımlardaki temel yapıyı içermektedir (Dost, 2019). Örneğin Berry ve Houston (1995) modellemenin problem durumunu anlama, problemdeki değişkenleri belirleme, matematiksel model oluşturma, problemi çözme, çözümü yorumlama, modelin geçerliliğini test etme, modeli diğer problemler için düzenleme ve oluşturulan/geliştirilen modele ilişkin raporu sunma süreçlerinden oluştuğunu belirtmektedir. Blum (2011) tarafından öne sürülen matematiksel modellemede gerçek hayatta karşılaşılan durum daha da basitleştirilerek daha kesin hale getirilir. Sonrasında model içerisinde yer alan kavramlar ve ilişkiler matematiksel dile transfer edilerek matematikleştirilir. Oluşturulan model üzerinde hesaplamalar yapılarak modelin amacına hizmet edip etmediği yorumlanır ve model doğrulanır. Model üzerinde uyumsuzluklar varsa revize edilir. Borromeo-Ferri (2006) tarafından öne sürülen modelleme sürecinin bilişsel aşamaları da benzer bir döngüde ele alınarak ilk aşamada problemi anlamaya yer verilmiştir. Bu aşamayı sırasıyla basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama aşamaları takip etmektedir. Matematiksel modellemeye farklı bir bakış açısı sunan Maaß (2006), modelleme döngüsünün bir aşamasından diğerine geçişte alt yeterliliklerden söz etmiştir. Maaß'a (2006) göre, bir modelleme sürecinin her aşaması başarma, bilişüstü modelleme, gerçek yaşam problemlerini tasarlama, matematik ile gerçeklik arasında ilişki kurma, matematiği bir süreç olarak algılama ve modellemenin öznel olduğunu algılama alt yeterliliklerinden meydana gelmektedir. Açıklanan bu alt yeterlilikler öncesinde Blum ve Kaiser (1997) tarafından ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Blum ve Kaiser (1997) tarafından ele alınan alt yeterlilikler, gerçek bir problem durumunu anlama ve gerçeğe uygun model oluşturma, gerçek bir modelden matematiksel model üretme, oluşturulan matematiksel model üzerinde matematiksel işlem/işlemler yapma, gerçek durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve sonucun geçerliliğini doğrulama şeklinde sıralanmaktadır. Bunların yanı sıra deneysel, teorik, simülasyon ve boyutsal analiz olmak üzere matematiksel modellemenin çeşitlerine de değinilerek modelleme; gerçek hayat problem durumunu değerlendirme, yorumlama ve tekrardan sınama şeklinde döngüler halinde belirtilmektedir (Berry & Houston, 1995; Doerr,

1997). Nitekim yapılan çok sayıdaki matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalarda modelleme yetkinlikleri modelleme döngüsünün aşamalarına göre tanımlanmakta ve yeterliliklerinin ifadesi matematik müfredatlarına göre farklılıklar içermektedir (English, 2009; Kit Ee Dawn, 2018).

Matematiksel modeller, öğrencilerin gerçek dünya ile okul matematiği arasında bağlantı kurmalarına olanak tanıyan platformlar olmalarının yanı sıra gerçek dünyadaki bir durumu matematiksel bir sistem olarak ifade etmeye imkân tanıyan bilimsel bir bilginin de parçalarıdır (Frejd & Bergsten, 2016; Gershensfeld & Gershensfeld, 1999; Kaiser vd., 2010; Kaiser ve Sriraman, 2006; Lesh vd., 2000; Stillman vd., 2016). Sadece matematik ve fen bilimleri ile sınırlı olmayan modelleme; mühendislik, bilgi sistemleri, iletişim, ekonomi, sanat, sosyal ve çevre bilimi gibi diğer disiplinlerdeki bir dizi karmaşık problemlerle başa çıkmada önemli ölçüde katkı sunmaktadır (Lesh & Sriraman, 2005). Zamanla geliştiği bilinen matematiksel modelleme becerisinin bireyler üzerinde birçok faydası da bulunmaktadır (Maaß, 2006; Stillman vd., 2016). Modelleme sayesinde bireylerin matematiksel anlamaları gelişir, matematiğin doğasını keşfeder, matematiğin günlük yaşamın bir parçası ve uygulanabilir olduğunu görür, iletişim ve yaşam becerileri gelişir, döngüsel bir yorumlama sürecinden geçmelerine ve farklı yaklaşımlar geliştirmelerine olanak tanır, öğrenme deneyimi kazanmalarına katkı sunar, zengin bir öğrenme ortamı oluşturmalarına imkan tanıyarak akıcı temsiller geliştirmelerini kolaylaştırır (Berry & Houston, 1995; Blomhøj, 2011; Blum vd., 2007; Brown & Edwards, 2011; Bukova-Güzel, 2011; Doerr & English, 2003; Erbaş vd., 2016; Gainsburg, 2013; Kaiser & Schwarz, 2006; Kim & Kim, 2010; Lesh & Harel, 2003; Maaß, 2006; Mayer, 1984; NCTM, 2000).

Öğrencilerin gerçek dünya problemlerini çözme yetkinliğini geliştirmek matematik eğitiminin yaygın olarak kabul edilen bir hedefidir (Cevikbas vd., 2022). Dolayısıyla matematiksel modelleme dünya çapında kabul görerek pek çok öğretim programında yer almış ve kuramsal açıklamalar ışığında araştırmalar/çalışmalar yapılmıştır. Matematiksel modelleme ile ilgili alanyazın incelendiğinde, matematiksel modellemenin farklı perspektifler ve modelleme döngüleri ekseninde ele aldığı görülmektedir. Örneğin yapılan matematiksel modelleme çalışmalarında teknoloji destekli modelleme süreçlerinin etkilerine (Hıdıroğlu vd., 2018), modelleme yöntemine uygun etkinlikler oluşturmaya (Çiltaş, 2012; Deniz, 2014; Doerr & English, 2003; Karataş & Tuna, 2021; Özer & Bukova-Güzel, 2020; Yıldırım & Işık, 2014), modellemeye yönelik görüşlere (Akgün vd., 2013; Didiş-Kabar & İnan-Tutkun, 2018; Genç & Karataş, 2017; Kertil, 2008; Siller & Kuntze, 2011), modelleme deneyimlerine (Çoksöyler & Bozkurt, 2021; İnan-Tutkun & Didiş-Kabar, 2018), modelleme becerilerine (Abay & Gökbulut, 2017; Deniz & Yıldırım, 2018; Deniz & Akgün, 2018; Gündüzalp, 2019; Kertil, 2008; Özgen & Şeker, 2021; Yıldırım, 2019), modelleme süreçlerine (Baran-Bulut & Erkan, 2020; Bukova-Güzel, 2011; Doerr & English, 2003; Duran vd., 2016; Hıdıroğlu & Özkan-Hıdıroğlu, 2017; Hıdıroğlu vd., 2014; Hıdıroğlu vd., 2017; Şahin & Eraslan, 2016), modelleme yeterliliklerine (Çakmak-Gürel & Işık, 2018; English, 2010; Şahin & Eraslan, 2017; Tekin-Dede & Yılmaz, 2013), modelleme seviyelerine, gelişimlerine ve bilgilerine (Greefrath vd., 2022; Genç & Karataş, 2017; Kit Ee Dawn, 2018; Siller & Kuntze, 2011; Spooner, 2021) yer verilmiştir. Araştırmayla paralellik gösteren çalışmaların içerikleri irdelendiğinde, öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinde bir dizi sorunlara sahip oldukları ve modelleme basamakları ilerledikçe modelleme yapma yeterliliklerinde azalma olduğu belirlenmiştir. Örneğin Duran vd. (2016) tarafından yapılan çalışmada, öğretmen adaylarının modelleme işlemlerinin adımlarındaki yeterliliklerini tamamlamada birtakım sorunlar yaşadıkları ve modelleme işlem adımları ilerledikçe sorunların daha çok arttığı belirlenmiştir. Katılımcıların özellikle yorumlama ve doğrulama basamaklarında yetersiz kaldıkları belirtilmiştir. Deniz ve Akgün (2018) tarafından

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelendiği araştırmada, öğretmen adaylarının günlük yaşam durumunu niteleyen örneği matematiksel dile çevirmede zorlandıkları belirlenmiştir. Abay ve Gökbulut (2017) tarafından yapılan çalışmada ise öğretmen adaylarının en fazla doğru yanıtı değişkenleri seçme ve varsayımları kurma aşamasında en az doğru yanıtı matematiksel modelleri kurma aşamasında yaptığı rapor edilmiştir. Tekin-Dede ve Yılmaz (2013) tarafından yapılan başka bir çalışmada ise katılımcıların değişkenleri belirleyip aralarında ilişkiler oluşturabildikleri, bu ilişkileri düzenleyebildikleri, matematiksel bilgilerini problem çözmek için kullanabildikleri, modellerini doğrulamada zengin yaklaşımlar sergiledikleri ancak matematiksel sonuçları yorumlamada yetersiz kaldıkları rapor edilmiştir. Deniz ve Yıldırım (2018) tarafından fen bilimleri öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerinin belirlenmeye çalışıldığı başka bir araştırmada ise katılımcıların matematiksel modellemenin tüm basamaklarında zorlandıkları belirlenmiştir. Katılımcıların büyük çoğunluğunun problemi doğru bir şekilde anladığı ancak değişkenleri, matematiksel modeli ve oluşturulan modeli yorumlamayı kısmen yapabildikleri tespit edilmiştir. Bunların yanı sıra ortaokul ve ilkokul düzeyinde yapılan çalışmalarda, öğrencilerin problemi matematikselleştirerek modellerini ortaya koydukları ancak stratejik etkenleri belirlemedikleri, matematiksel çıktılarını gerçek yaşama göre yorumlamadıkları, sonuçların doğruluğunu kontrol etmedikleri, gerçek bir dünyadan matematiksel bir dünyaya geçişte zorlandıkları, gösterimlerden yeterince yararlanmadıkları ve çok az bir kısmının modellemenin üst basamaklarında yer aldığı belirlenmiştir (Baran-Bulut & Erkan, 2020; Çakmak-Gürel & Işık, 2018; Çoksöyler & Bozkurt, 2021; Genç & Karataş, 2017; Hıdıroğlu & Özkan-Hıdıroğlu, 2017; Kertil, 2008; İnan-Tutkun & Didiş-Kabar, 2018; Şahin & Eraslan, 2016; Tekin-Dede & Yılmaz, 2015).

Yapılan çalışmalar gösteriyor ki matematiksel modelleme konusunda öğrenciler yeterince deneyim sahibi değildir. Bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri “Su İsrafi” isimli gerçek yaşam durumuna uygun olarak geliştirilmiş problem cümlesi bağlamında incelenmiştir. İlgili alanyazındaki çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin matematiksel modelleme süreçleri bilişsel modelleme yeterlilik çerçevesi basamakları ekseninde ayrıntılı bir şekilde değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda, teorik çerçevenin basamaklarının yanı sıra alt yeterlilik göstergeleri de dikkate alınarak katılımcıların matematiksel modelleme süreçlerinde izledikleri yollar değerlendirilmiştir. Bu çalışma sayesinde, matematiksel modelleme anlayışının kazandırılmasında önemli bir role sahip olacak matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme konusundaki yeterliliklerinin düzeyi hakkında bilgi sahibi olunması ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme konusunda deneyim kazanmaları hedeflenmektedir. Aynı zamanda çalışmanın matematiksel modelleme konusunda yapılacak benzer çalışmalara kaynak oluşturmasının yanında yükseköğretim öğrencilerinin modelleme sürecinde yaşadıkları zorlukların hangi aşamalarda daha fazla olduğu konusunda fikir vermesi umulmaktadır.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu araştırma kapsamında, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının “Su İsrafi” isimli gerçek yaşam durumuna uygun problem cümlesi ile ilgili modelleme süreçleri ayrıntılı bir şekilde incelendiğinden nitel paradigmaya dayalı durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışması, belirlenen aktüel bir olgu konusunda olgu ve bağlam arasındaki sınırlar tam olarak belirli değilken yapılan deneysel bir sorgulama/istintak araştırması olarak nitelendirilmektedir (Yin, 2017, s. 4). Ayrıca durum çalışması, belli bir zaman dilimindeki çoklu sınırlandırılmış durumlar nazarında gözlem, mülakat, doküman vb. bilgi kaynakları yardımıyla detaylı ve derinlemesine bilgi toplanan

betimleme türünde bir çalışmadır (Creswell, 2018). Bu bağlamda, çalışmada tekli araçsal durum çalışması modeli kullanılarak belirlenen olay kendi koşulları bağlamında ancak mutlak bir şekilde analiz edilmeye çalışılmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2018; Yin, 2017).

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcı grubu, İç Anadolu Bölgesi'nde yer alan bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören ayrıca Matematik Öğretiminde Modelleme dersini alan 63 öğretmen adayından oluşmaktadır. Katılımcıların %78'i kadın (n=49), %22'si (n=14) erkektir. 2021-2022 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde yürütülen araştırmanın katılımcıları belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemleri içerisinde ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Gönüllülük esasına göre belirlenmiş bu örneklemede tipinde ölçüt/ölçütler, araştırmacı tarafından oluşturulabileceği gibi önceden hazırlanmış kriterler listesi de kullanılabilir (Marshall & Rossman, 2016). Araştırmanın belirlenen örnekleme kriterleri “modelleme hakkında bilgi sahibi olmanın yanı sıra matematiksel modelleme problemini analiz edebilme, çözebilme, tasarlayabilme ve problemin çözümüne uygun değerlendirmelerde bulunabilme becerilerine sahip olma” şeklinde belirlenmiştir. Katılımcılar, Matematik Öğretiminde Modelleme dersi kapsamında model/modelleme kavramı, modelleme adımları, modelleme geliştirme prensipleri/işlemleri, matematiksel model/modelleme, matematiksel modelleme tekniklerini uygulama, matematiksel modelleme faaliyetleri hazırlama ve matematiksel modellemeye ihtiyaç duyulan gerçek yaşam problemlerinin yapısına ilişkin bilgileri edinmişlerdir. Araştırmacılarından birinin vermiş olduğu lisans dersini alan öğretmen adayları dersler sırasında gerçek yaşama uygun örnek problem cümleleri ile çalışmalar yapmışlar ve sınıf içi tartışmalara katılmışlardır. Grup çalışması şeklinde yürütülen derslerde öğretmen adaylarına ilgili alanyazında yer alan günlük yaşam durumlarına uygun modelleme soruları (banka soygunu, kaplumbağa terbiyecisi, trafik işaret levhaları, köfte savaşları, maksimum alan, dergi satışları, su deposu, göl kirliliği, meyve suyu ambalajı, yaz işi vb.) (Erbaş vd., 2016) sunularak, model tasarımları ve tasarlanan modelleri hem grup içinde hem de bireysel olarak değerlendirmeleri istenmiştir. Bu sayede adaylar, diğer gruplar tarafından sunulan farklı modelleme türlerini görme ve fikir sahibi olma fırsatı yakalamışlardır. Araştırmayı içeren bulgular sunulurken katılımcıların isimleri gizli tutularak katılımcıları temsil eden K₁, K₂, K₃,...K₆₃ şeklinde kodlar kullanılmıştır.

Verilerin Toplanması

Araştırmanın öncelikli veri toplama aracı, araştırmacıların gerçek yaşam durumuna uygun olarak hazırlanmış oldukları “Su İsrafı” isimli problem cümlesinden oluşmaktadır. Gerçek yaşam durumunu yansıtan problem cümlesi geliştirilirken günümüzün güncel sorunlarından biri olmasına ve kullanılacak verilerin gündelik hayatımızda karşılığının olmasına dikkat edilmiştir. Nitekim su israfı; yalnızca ülkemiz için değil tüm insanlık için önemle üzerinde durulması gereken küresel bir sorundur. UNESCO (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization) tarafından yayınlanan Birleşmiş Milletler Dünya Su Geliştirme Raporu'nun son baskısına göre, 2 milyardan fazla insanın yüksek su sıkıntısının olduğu ülkelerde yaşadığı ve yaklaşık 4 milyar insanın yılın en az bir ayında ciddi su kıtlığı çektiği belirtilmiştir (UNESCO WAP, 2019). Bu nedenle öğretmen adaylarına su israfının önemini yansıtacak bir problem cümlesi yöneltilerek matematiksel bir fikir üretmeleri istenmiştir. Araştırmada su israfına yönelik geliştirilen problem cümlesi şu şekildedir: “Türkiye Tabiatını Koruma Derneği (TKD) bilim danışmanı aynı zamanda göl uzmanı olan Dr. Erol Kesici, Türkiye’de son 60 yılda Marmara Denizi büyüklüğünde sulak alanın kurduğunu ve vahşi tarımsal sulama yüzünden yılda 20 milyar metreküp suyun israf edildiğini belirtti. 1980’lerde kişi başına beş bin ton olan su miktarının 2020 yılı sonunda bin tona düştüğünü dile getirdi. Kesici,

Devlet Su İşleri verilerine göre, Türkiye’de kullanılabilir yer üstü ve yer altı su potansiyelinin yıllık 120 milyar metreküp olduğunu belirterek bu potansiyelin 44 milyar metreküpünün tarım, 13 milyar metreküpünün içme-kullanma suyu olduğunu söyledi...” (Kesici, 2021). Öğretmen adaylarına yöneltilen problem cümlesinin sonunda, kişi başı kullanılan su miktarının gelecek 100 yılda ne kadar olacağına yönelik en iyi tahminde bulunmaları ve ülkemizdeki su israfının gelecek yıllardaki etkisini betimleyen bir matematiksel model oluşturmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarından Su İsrafi isimli problem cümlesini çözerken modelleme süreçlerini takip etmeleri istenerek çözümde yardımcı olabilecek bilgilerin neler olduğu şeklinde birkaç soru öğretmen adaylarına yöneltilmiştir. Katılımcılardan gerçek hayat durumunu yansıtan problemi tanımlayıp sadeleştirmeleri, bir model geliştirmeleri, geliştirdikleri modeli dönüştürerek çözmeleri, modeli yorumlamaları ayrıca modeli doğrulayarak kullanmaları beklenmektedir (NCTM, 2000). Öğretmen adayları için matematiksel modellemeye uygun Su İsrafi problemi oluşturulurken (i) anlaşılır sade bir dil kullanımına, (ii) sınıf seviyesine uygunluğa, (iii) hazır bulunuşluğa uygun olmasına (ön koşul bilgi ve beceri), (iv) açık uçlu olmasına, (v) gerçek hayatla ilişkili olmasına, (vi) merak uyandırıcı ve günlük yaşamda bir karşılığının olmasına ve (vii) öğrencilerin kendilerinin veri oluşturmalarına olanak tanınmasına dikkat edilmiştir (Berry & Houston, 1995; Blomhøj & Jensen, 2006; Borromeo-Ferri, 2006; Lesh vd., 2000; Lesh & Doerr, 2003; Maaß, 2006; NCTM, 2014; Schoenfeld, 1994). Diğer yandan problem cümlesinin matematiksel modellemeye uygunluğu hakkında modelleme konusunda bilimsel çalışmaları bulan uzmanlardan görüş alınmıştır. Problem cümlesinin anlaşılır kılınması için uzman önerileri doğrultusunda problem cümlesi formuna ek bilgiler eklenmiştir. Bu bağlamda, çözüme yardımcı olabilecek bilgilerin, varsayımların, değişkenlerin, gerçek yaşam durumlarında kullanılabilirliğinin ve modelin kusursuzluğunun neler olduğu ile ilgili katılımcıların cevaplaması gereken bir yönerge problem cümlesinin altına eklenmiştir. Oluşturulan problem cümlesi daha önce modelleme dersini almış ve katılımcı grupta yer almayan üç öğretmen adayına uygulanarak pilot çalışması yapılmıştır. Bu çalışmayla problem cümlesinde anlaşılmayan ve çözüme yönelik yaşanan sorunlar hakkında fikir edinilmeye çalışılmış ve eksik görülen noktalar düzeltilerek son şekli verilmiştir. Araştırmanın ikincil veri toplama kaynağı, araştırmacı tarafından tutulan gözlem notlarından elde edilmiştir. Gözlem notları, araştırmacılarından birisi tarafından çözüm süreçlerinin gözlemlenmesiyle edinilmiştir. Yöneltilen problem durumuna uygun modelleme geliştirebilmesi için süre kısıtlamasına gidilmemiştir.

Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının problem cümlesine yönelik çözümleri modelleme adımlarına uygun olacak şekilde değerlendirilmeye alınarak içerik analiz yöntemi yardımıyla analiz edilmiştir. İçerik analizi, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar altında bir araya getirme şeklinde ele alınmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Analizin sağlıklı yürütülmesi için katılımcıların yazılı ifadelerinde anlaşılmayan ve açıklamaya gereksinim duyulan yerlerde katılımcıların görüşlerine de başvurulmuştur. Verilerin analizinde Blum ve Kaiser (1997) tarafından teorik değerlendirmelere dayandırılarak ayrıntılı bir şekilde listelenen ve Maaß (2006) tarafından düzenlenen modelleme sürecinin alt yeterlilikleri dikkate alınmıştır. Bilişsel modelleme yeterlilik çerçevesi basamakları:

B₁: Gerçek Problemi Anlama ve Gerçeğe Dayalı Model Oluşturma Yeterlilikleri:

- B_{1.1}: Problem için varsayımlarda bulunabilme ve durumu basitleştirebilme
- B_{1.2}: Problem durumunu etkileyen nicelikleri tanıyabilme/isimlendirebilme, anahtar değişkenleri seçip belirleyebilme
- B_{1.3}: Değişkenler arasında ilişkiler kurabilme
- B_{1.4}: Mevcut bilgileri arayabilme ayrıca ilgili olan ve olmayan bilgiler arasında ayırım yapabilme

B₂: Gerçek Modelden Matematiksel Model Oluşturma Yeterlilikleri:

- B_{2.1}: Durumla ilgili nicelikleri ve bunların ilişkilerini matematiksel olarak ifade edebilme
- B_{2.2}: Durumla ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri basitleştirebilme
- B_{2.3}: Uygun matematiksel gösterimleri seçebilme ve durumları temsil edebilme/açıklayabilme

B₃: Oluşturulan Matematiksel Model Üzerinde Matematiksel İşlem Yapma Yeterlilikleri:

- B_{3.1}: Problemi çözülebilir alt problemlere ayırmak için sezgisel stratejiler kullanabilme, benzer problemlerle aralarında ilişkiler kurabilme, problemi bir başka şekilde ifade edebilme, probleme farklı bir boyuttan bakabilme, eldeki verileri veya nicelikleri değiştirip düzenleyebilme vb.
- B_{3.2}: Problemi çözmek için matematiksel bilgiyi kullanabilme

B₄: Gerçek Bir Durumda Matematiksel Sonuçları Yorumlama Yeterlilikleri:

- B_{4.1}: Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilme
- B_{4.2}: Özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleştirebilme
- B_{4.3}: Uygun matematiksel dili kullanarak çözümler hakkında iletişim kurabilme

B₅: Sonucun Geçerliliğini Doğrulama Yeterlilikleri:

- B_{5.1}: Ulaşılan çözümleri eleştirel olarak kontrol edebilme ve yansıtabilme
- B_{5.2}: Çözüm gerçek yaşam durumuna uygun değilse modelin bazı kısımlarını veya modelleme sürecinin tamamını tekrar gözden geçirebilme
- B_{5.3}: Benzer sonuca götüren başka bir çözüm yolu veya yolları üzerinde düşünebilme
- B_{5.4}: Genel olarak modeli sorgulayabilme (Blum & Kaiser, 1997; Maaß (2006).

Katılımcıların problem durumuna yönelik yanıtlarının matematiksel modelleme yeterlilik çerçevesine uygunluğu Hıdıroğlu vd. (2014) tarafından Berry ve Houston (1995) ile Borromeo-Ferri'nin (2006) çalışmalarına dayandırılarak derledikleri “hiç yaklaşım sergilememe”, “bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme” ve “uygun yaklaşım sergileme” şeklinde dereceli puanlama anahtarı ile incelenmiştir (Tablo 1). Bu puanlama anahtarında değişkenleri belirleme basamağı Maaß'ın (2006) modelleme yeterlilik sürecinin ilk basamağına göre değerlendirilmiştir. Matematiksel modelleme sürecinin temel basamakları ile derecelendirmelerini içeren açıklamalar aşağıda sunulmuştur.

Tablo 1

Matematiksel Modelleme Sürecine Yönelik Dereceli Puanlandırma Anahtarı

Yeterlilik basamağı	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B ₁	Hiç anlamama ya da yanlış anlama	Kısmen anlama ancak anlamlandırmada bazı hataları barındırma. Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri kısmen belirleme, yeterli varsayımlarda bulunmama	Problemi tam olarak anlamlandırma, verilen ve istenenleri belirleme. Model için gerekli olan ve olmayan değişkenleri belirleme, gerçekçi varsayımlarda bulunma
B ₂	Matematiksel model/leri oluşturamama ya da yanlış oluşturma	Matematiksel model/leri oluşturma ancak bunları ilişkilendirmeme	Matematiksel model/leri doğru bir şekilde oluşturma, bunları ilişkilendirme
B ₃	Modeli yanlış çözme ya da herhangi bir yaklaşım yapma ya da sonuca ulaşamama sergilememe	Modeli kısmen çözme, bazı hatalar	Modeli tam olarak çözme, matematiksel hatalar yapmama
B ₄	Çözümünden matematiksel sonuçlar çıkarmama ya da yanlış sonuçlar çıkarma	Çözümünden matematiksel sonuçlar çıkarma ancak yeterli bir şekilde yorumlayamama	Çözümünden matematiksel sonuçlar çıkarma, bunları yorumlama ve gerçek yaşama uyarlama

B ₅	Model/leri doğrulamama Model/leri kısmen doğrulama ya da yanlış doğrulama	Model/lerin doğruluğunu test etme ve farklı durumlar için uygunluğunu gösterme
----------------	---------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------

Verilerin analizi yapılırken öncelikle iki araştırmacı katılımcıların problem cümlesine yönelik çözümlerinin modelleme basamaklarına uygunluğunu dereceli puanlama anahtarına göre bireysel olarak kodlamıştır. Sonrasında bir araya gelen araştırmacılar, öncelikle kodlamalarını karşılaştırmışlar, değerlendirmelerini paylaşmışlar ve incelemelerde ortaya çıkan farklılıkların neler olduğunu belirlemişlerdir. Matematiksel modelleme yeterlilik sürecinin her bir basamağı için Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen kodlayıcılar arası güvenilirlik katsayısı hesaplanmış ve %80 üzeri bulunmuştur. Diğer yandan araştırmacılar arasında yapılan değerlendirmeler görüş birliği oluşuncaya kadar devam etmiştir. Araştırmanın iç geçerliliğine yönelik araştırmacılarından biri katılımcılar ile uzun süre etkileşim halinde bulunarak altı hafta boyunca modelleme etkinlikleri gerçekleştirmiştir. Ayrıca edinilen veriler, deneyimli iki uzmanın görüşüne sunularak düşünceleri alınmış ve modelleme süreçleri yeterliliklerini içeren işlemler konusunda fikir birliği sağlanmaya çalışılmıştır. Bunların yanı sıra amaçlı örnekleme göre belirlenen katılımcıların yanıtlarından doğrudan alıntılar yapılarak inandırıcılık artırılmaya çalışılmıştır. Dış geçerlilik çalışması için veri toplama aracı, süreci ve veri analizi detaylı şekilde açıklanmıştır. Ayrıca çalışma grubunun seçim şekli ile özellikleri hakkında bilgiler verilmiştir. Araştırmanın iç güvenilirliği için bulgular yorum yapılmadan sunulmaya çalışılmıştır. Araştırmanın dış güvenilirliği için veriler uygun şekilde tartışılarak veriler arasındaki tutarlılık kontrol edilmiştir.

Bulgular

Bu bölümde, yöneltilen modelleme problemine ait katılımcıların çözümlerinin modelleme yeterlilik çerçevesine göre değerlendirilmesiyle ulaşılan bulgulara yer verilmiştir. Bu doğrultuda, öncelikle “Su İsrafı” isimli probleme yönelik ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının gerçek problemi anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma yeterliliklerine ait çözüm süreçleri incelenerek dereceli puanlama anahtarına göre değerlendirilmiştir. Sonrasında ise sırasıyla gerçek modelden matematiksel model oluşturma, oluşturulan matematiksel model üzerinde matematiksel işlem yapma, gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve sonucun geçerliliğini doğrulama yeterlilikleri değerlendirilmiştir. Ayrıca katılımcıların modelleme problemine ilişkin çözümlerini içeren alıntılar eklenerek ulaşılan bulgular da desteklenmiştir. Öğretmen adaylarının günlük yaşam durumuna uygun olarak sunulan problemi ne ölçüde anladıklarını içeren bilgiler aşağıdaki tabloda sunulmuştur (Tablo 2).

Tablo 2

Katılımcıların Gerçek Problemi Anlama ve Gerçeğe Dayalı Model Oluşturma Yeterlilikleri

Alt yeterlilik basamakları	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B _{1.1}	5 (%7,9)	18 (%28,6)	40 (%63,5)
B _{1.2}	8 (%12,7)	16 (%25,4)	39 (%61,9)
B _{1.3}	9 (%14,3)	16 (%25,4)	38 (%60,3)
B _{1.4}	10 (%15,9)	16 (%25,4)	37 (%58,7)

Tablo 2'ye göre, öğretmen adaylarının gerçek bir problemi anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma alt basamaklarını içeren yeterlilikler kapsamında genellikle uygun yaklaşım sergileme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Katılımcıların çoğunluğu problem durumlarını basitleştirme, varsayımda bulunma, problem durumunun niceliklerini tanımlayabilme ve problem değişkenlerini belirleyebilme, değişkenler arasında ilişkiler kurabilme, problem durumunda yer verilen bilgilerin ilgili olup olmadığına karar verebilme noktasında birbirine yakın oranda uygun ya da bir ölçüde uygun yaklaşım sergilemişlerdir. Hiç yaklaşım sergilemeyen az sayıdaki öğretmen adayının bir kısmı problem durumu için varsayımda bulunurken nicelikleri tanımda veya isimlendirmede, değişkenler arasında ilişki kurmada, ilgili olan veya olmayan bilgiler arasında ayırım yapmada herhangi bir değerlendirmede bulunmamıştır. Katılımcıların %63,5'i problem ifadesine yönelik varsayımlarda bulunarak durumu basitleştirip karmaşıklığı giderebilmiş, %61,9'u nicelikleri ayrıca anahtar değişkenleri seçip isimlendirebilmiş, %60,3'ü değişkenler arasında ilişkiler kurabilmiş ve %58,7'si problem durumuyla ilgili olan ve olmayan bilgiler arasında ayırım yapabilmıştır. Birinci yeterlilik basamağı olan gerçeğe dayalı problemi anlama ve model oluşturma yeterliliklerine ilişkin K₃₀ kodlu öğretmen adayının yanıtı şu şekildedir:

Şekil 1

K₃₀ Kodlu Katılımcının Gerçek Problemi Anlama ve Model Oluşturma Yeterliliğine İlişkin Bir Kesit

Verilenler: * Vahşi tarımsal sulamadan kaynaklı yılda 20 milyar m³ su israf edilmektedir.
* 1980'lerde kişi başına 5 bin ton olan su miktarı, 2020 yılı sonunda bin tonla düşmüştür
* Türkiye'de yıllık kullanılabilir yer altı ve yer üstü su potansiyeli 120 milyar m³'dür
* kullanılabilir yıllık 120 milyar m³ su potansiyelinin 100 milyar m³'ü tarım, 13 milyar m³'ü tıme - kullanma suyu olduğu belirtilmiştir.

İstenilenler: Su israfının gelecek yıllarda ülkemize etkisi neki olacaktır?
* kişi başına tüketilen su miktarı gelecek 100 yılda ne kadar olacaktır?

Varsayımlar: * Nüfus artacağı su tüketimi artar.
* 2020 yılında Türkiye nüfusu 84,34 milyon olup problem kapsamında 85 milyona yuvarlanacaktır
* Son 30 yılın Türkiye nüfusuna bakıldığında her 10 yılda yaklaşık 10 milyon artışın olduğu görüldüğü için her yıl nüfusun 1 milyon arttığı kabul edilecektir.
* Her yıl 1 milyon nüfus artışına bağlı olarak 100 yıl sonra nüfusu 185 milyon olması gerektiği holds bu artışa tarihsel olarak yaşanabilecek bir ealdinden dolayı 180 milyon olarak kabul edilecektir.
* Her bir kişinin günde ortalama 200 litre tıme - kullanma suyu tükettiği kabul edilecektir.
* 2020 yılında kişi başına bin ton su tüketilmektedir
* 100 yıl sonra kadar her yıl kullanılabilir su miktarının 120 milyar m³ ve 13 milyar m³'ü tıme - kullanma suyunun olduğu kabul edilip, artan nüfusa bağlı olarak kişiye düşen su miktarının yıllar arasıda farklılık çok olmasından dolayı bu fark ihmal edilip 100.yıla kadar bu şekilde devam ettiği kabul edilecektir.
* Nüfus artışı hızında farklılıkta dolayı 100.yılda büyük bir kuraklık yaşanacağı bu kuraklıktan dolayı çok az yağışın olduğu, bundan dolayı 2122 yılında her su tüketimi kabul edilecektir.
* 2122 yılında oluşan büyük kuraklık nedeniyle yıllık artırılan 99 yıl tarihindeki suyun 2122 yılında kullanılacağı kabul edilecektir.
* kişi başına düşen kullanılabilir su miktarının yıllar arasıdaki fark olduğu için her yıl için hesaplarına yapılmış 2020 ve 100.yıl sonraki kişi başına düşen su miktarları hesaplanacaktır.

Değişkenler: Bağımsız değişken; 2020 yılı ve 100.yıldaki nüfus miktarı
Bağımlı değişken; kişi başına düşen su miktarı
1 ton = 1m³ = 1000 Litre

Şekil 1 incelendiğinde, K₃₀ kodlu öğretmen adayının verilen gerçek yaşam durumuna uygun problem ifadesine yönelik verilenleri, istenilenleri ve varsayımları uygun bir şekilde listelediği görülmektedir. Katılımcı mümkün olduğunca durumu basit hale getirmeye çalışmış ve problem ifadesinden hareketle çeşitli varsayımlarda bulunmaya ayrıca çözüm için gerekli değişkenleri belirleyerek planlama yapmaya çalışmıştır. Dolayısıyla mevcut bilgiler yardımıyla matematiksel modelleme yapma gayretiyle hareket etmiştir. Ayrıca katılımcı, varsayımlarını detaylandırarak güncel nüfus bilgisi, su tüketimi, nüfus artış hızı, kuraklık vb. birtakım bilgilerden de yararlanarak

kişi başına düşen kullanılabilir su miktarını hesaplayabilmek için bilgiler arasında ayırım yapmaya çalışmıştır. Benzer şekilde, K₃₈ kodlu katılımcının çözüm kâğıdı incelendiğinde ise katılımcının problemi anladığı ve kendisine yardımcı olabilecek bilgileri sıraladığı görülmektedir. Ayrıca araştırmacı tarafından tutulan gözlem notlarında da katılımcıların çoğunun problemi anladıklarını ve problem ifadesinde verilenleri ve istenilenleri listeledikleri belirlenmiştir. Gerek K₃₈ kodlu katılımcının problem ifadesine yönelik yanıtı gerekse gözlem notlarından elde edilen bilgilere ilişkin bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Verilenler: Kişi başına düşen su miktarı: 1980-beş bin ton, 2020-bin ton. Yıllık potansiyel: 120 milyar metreküp. Tarım: 44 milyar metreküp. İçme-kullanma: 18 milyar metreküp. Kuruyan alan: 11.500 km² (60 yılda). Her yıl israf edilen alan: 20 milyar metreküp. 40 yılda kişi başına su miktarında dört bin ton düşüş. İstenilenler: Kişi başı kullanılan su miktarı gelecek 100 yılda ne kadar olur? Yararlı olabilecek bilgiler: Marmara Denizi'nde bulunan su miktarı. 60 yılda kuruyan alanın ortalama yıllık kuruma miktarı. Gelecek 100 yılda yağış miktarı. Nüfus sayısı. Yıllık su miktarı. Varsayımlar: Her yıl yağış miktarı aynı olsun. Kuraklık olmasın... Nüfus sayısındaki değişim sabit kalsın... Kişi başı kullanılan ortalama su miktarı değişmesin ... (K₃₈)

Katılımcıların çoğunluğu verilen problem ifadesindeki niceliksel ifadeleri verilenler listesine ekledi ve mevcut bilgileri arayarak ilgili ve ilgili olmayan bilgiler arasında ayırım yapmaya çalıştı. K_{11,13,34} kodlu katılımcılar verilen bilgilerin yeterli olduğunu ve verilen bilgiler ile matematiksel model oluşturabileceğini söyledi... K₁₇ kodlu katılımcı problem için varsayımda bulunmaya, K₆₁ kodlu katılımcı ise verilen problem ifadesini basitleştirmeye/sadeleştirmeye çok fazla zaman ayırdı. K₂₇ kodlu katılımcı problem ifadesinin günümüzün en önemli gereksinimlerinden biri olduğunu ve su israfı konusunda bilinçli olmamızın önemli olduğunu söyledi... K_{2,3,4,14,16,26} kodlu katılımcılar problem durumunu etkileyen niceliklerin nelerden oluştuğunu belirlemeye ve anahtar değişkenler arasında ilişkiler kurmaya daha fazla vakit ayırdı...Katılımcıların birçoğu su israfı ile ilgili güncel istatistiksel bilgilerden yararlanmak için akıllı telefonlarını kullanarak resmi internet sitelerinden araştırmalar yaptılar. K₁₅ kodlu katılımcı verilenleri ve istenilenleri listeledikten model oluşturmaya çalışmıştır. K₂₆ kodlu katılımcı verilenleri eksik sıraladı ve istenileni yazmadı...(Gözlem Notu: 1).

K₃₈ kodlu öğretmen adayının yanıtından ve gözlem notlarından da anlaşılacağı üzere birçok öğretmen adayı problem içeriğinden veya sunulan bilgilerden hareketle birtakım varsayımlarda bulunmaya ve geliştirilecek matematiksel modeller için değişkenleri belirlemeye çalışmışlardır. Ayrıca katılımcılar, varsayımlarını oluştururken tecrübe ettikleri gerçek yaşam durumlarını içeren güncel istatistiksel bilgilerden yararlanmışlardır. Öğretmen adaylarının gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliliklerini içeren tablo aşağıda sunulmuştur (Tablo 3).

Tablo 3

Katılımcıların Gerçek Modelden Matematiksel Model Oluşturma Yeterlilikleri

Alt yeterlilik basamakları	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B _{2.1}	3 (%4,8)	39 (%61,9)	21 (%33,3)
B _{2.2}	7 (%11,1)	37 (%58,7)	19 (%30,2)
B _{2.3}	30 (%47,6)	20 (%31,8)	13 (%20,6)

Tablo 3 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yöneltilen gerçek yaşam durumuna uygun probleme ait modelleme yeterlilikleri farklılıklar içermektedir. Katılımcıların çoğunluğu gerçek model oluştururken nicelikleri ve bunların ilişkilerini matematiksel olarak ifade etmede ve

basitleştirme ile karmaşıklığı azaltmada bir ölçüde uygun ya da uygun yaklaşım sergilemişlerdir. Ancak uygun matematiksel temsilleri seçebilme bunları grafiksel/şekilsel olarak temsil edebilme/açıklayabilme yeterliğinde zorlandıkları görülmüştür. Katılımcıların yarısına yakını matematiksel gösterimleri seçme konusunda hiçbir yaklaşım sergilemezken üçte birine yakını bir ölçüde uygun yaklaşım sergilemiştir. Katılımcıların cevap kağıtları ayrıntılı olarak incelendiğinde ise nicelikler ve bunlar arasındaki ilişkileri ifade etmede ve problemi sadeleştirmede çok fazla sorun yaşamadıkları ayrıca matematiksel gösterimler/temsiller konusunda çok fazla çaba içinde olmadıkları belirlenmiştir. İkinci yeterlilik basamağı olan gerçek model oluşturma yeterliliklerine ilişkin K₄₈ kodlu öğretmen adayının yanıtı şu şekildedir:

Şekil 2

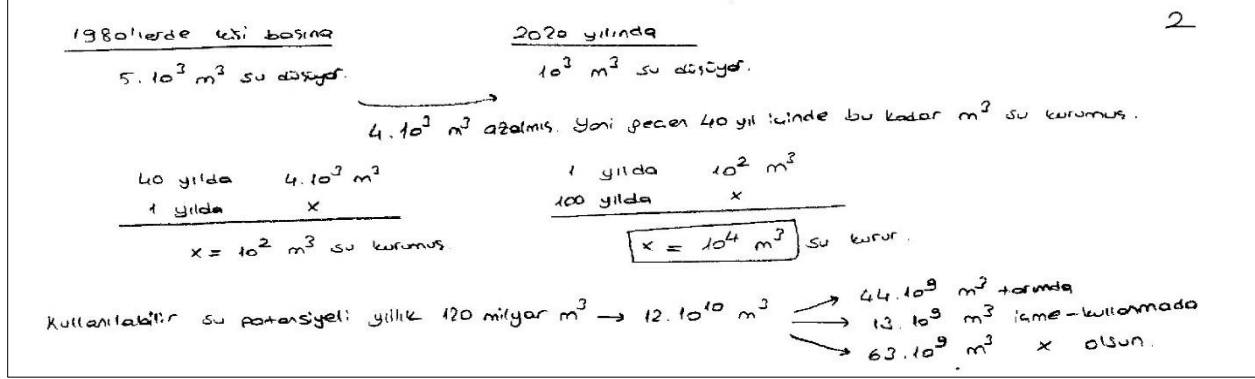
K₄₈ Kodlu Katılımcının Gerçek Modelden Matematiksel Model Oluşturma Yeterliliğine İlişkin Bir Kesit

2 → - 1980 lerdeki nüfus - 60 yılda gerçekleşen küçülme
- 2020 yılında nüfus - 1980, 1985, 1990, 2000, 2007 nüfus sayımlarında 5 milyon artarken daha sonrasında
- Toplam potansiyel su her yıl nüfus sayımı yapılması ve 1m artması.

3 → 1980 de 141.736.957
2020 de 83.614.362 ise ve her yıl 1m arttığını düşünürsek 100 yıl sonra nüfus 100m artar ve
183 milyon olur.
1980 de kişi başı 5 bin ton (5.000.000 litre)
2020 de kişi başı bin ton

83 milyon kişi 57 milyar su $x = \frac{183.57}{83} = 125$ milyar su
183 " " x su

Şekil 2 incelendiğinde, öğretmen adayının verilen problem ifadesine yönelik nicelikleri ve nicelikler arası bağlantıları matematiksel olarak açıklamak için basitleştirmeye ve karmaşıklığı azaltmaya yönelik bir ölçüde uygun yaklaşım sergilediği ve verilenleri listelediği görülmektedir. Diğer yandan öğretmen adayının yöneltilen problem ifadesine yönelik uygun bir matematiksel gösterimde bulunmadığı görülmektedir. Ulaşılan bu bulgu, diğer katılımcıların cevaplarıyla da benzerlik göstermektedir. Nitekim katılımcıların %47,6'sının yöneltilen problem ifadesine yönelik uygun matematiksel gösterimleri kullanmadıkları bunun yerine nicelikler arasındaki ilişkilere yoğunlaştığı belirlenmiştir.

Şekil 3**K25 Kodlu Katılımcının Gerçek Modelden Matematiksel Model Oluşturma Yeterliliğine İlişkin Bir Kesit**

K25 kodlu öğretmen adayının gerçek modelden matematiksel model oluşturmaya yönelik yanıtının bir parçasını içeren Şekil 3'teki kesitte, öğretmen adayının verilen problem ifadesindeki nicelikleri ve aralarındaki ilişkileri betimlemeye çalıştığı görülmektedir. Katılımcı bu girişimiyle nicelikler arasındaki ilişkileri basitleştirmeye ayrıca karmaşıklığı azaltmaya çalışmıştır. Ancak katılımcının çözümünde matematiksel model oluşturmaya yönelik uygun gösterimde bulunmadığı belirlenmiştir. Ayrıca araştırmacı tarafından tutulan gözlem notlarında da katılımcıların çoğunun nicelikleri ve nicelikler arası bağlantıları matematiksel olarak açıklayabildikleri aynı zamanda niceliksel ilişkilerde karmaşıklığı basitleştirmeye çalıştıkları ve matematiksel modele başlamadan önce verilen sayısal bilgileri sıraladıkları belirlenmiştir.

Katılımcıların çoğunluğu verilen gerçek yaşam durumuna uygun problem cümlesindeki nicelikleri daha basit hale getirmek için verilen sayısal bilgileri sıraladıkları gözlemlenmiştir. K_{10,28,47,57} kodlu katılımcılar problem ifadesinde yer alan 60 yıl, 44 milyar metreküp, 20 milyar metreküp, 1980 yılı, beş bin ton, 2020 yılı, 120 milyar metreküp, 13 milyar metreküp, içme ve kullanma suyu ifadelerinin ya altını çizerek ya da yuvarlak içerisinde alarak belirgin hale getirdi... Gözlem sırasında dikkat çeken en önemli ayrıntılardan birisi de katılımcıların daha çok niceliksel bilgilerle ilgilendiği uygun matematiksel gösterimleri seçerken grafik ya da şekillerden çok fazla yararlanmadıklarının gözlemlenmesi olmuştur. K₄₁ kodlu katılımcı uygun temsili belirlemek için önce grafik çizimine yöneldi sonrasında çizdiği grafiği silerek tablo oluşturdu. K₄₄ kodlu araştırmacı verilen niceliksel bilgileri sıralayıp en iyi tahminini yaptı ve modelini oluşturmak için belirlediği en iyi tahmin değeri olarak 650 ton yazdı... K₃ kodlu katılımcı Marmara Denizi'nin yüzölçümü ile Türkiye'nin yüzölçümü arasındaki oranı belirlemeye çalıştı... Bunun için Türkiye'nin yüzölçümünü öğrenmeye yönelik girişimlerde bulundu... Ayrıca katılımcı oran belirlerken modelleme problem durumunun verilerinden yararlandı...(Gözlem Notu: 2).

Bulgular kısmının bu bölümünde, öğretmen adaylarının oluşturulan matematiksel model üzerindeki matematiksel işlem yapma yeterlilikleri problemi çözülebilir alt problemlere ayırmak için sezgisel stratejiler kullanma, benzer problemlerle aralarında ilişkiler kurma, problemi başka bir açıdan açıklama, probleme farklı bir pencereden bakma, nicelikleri değiştirip düzenleme ile problemi çözmek için matematiksel bilgiyi etkili bir şekilde kullanma olmak üzere iki basamakta ele alınmıştır. Katılımcıların oluşturdukları matematiksel model üzerinde matematiksel işlem yapma yeterliliklerini içeren tablo aşağıda sunulmuştur (Tablo 4).

Tablo 4*Katılımcıların Oluşturulan Matematiksel Model Üzerinde Matematiksel İşlem Yapma Yeterlilikleri*

Alt yeterlilik basamakları	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B _{3.1}	16 (%25,4)	32 (%50,8)	15 (%23,8)
B _{3.2}	9 (%14,3)	38 (%60,3)	16 (%25,4)

Tablo 4'e göre, öğretmen adaylarının matematiksel model üzerinde matematiksel işlem yapma yeterlilikleri çoğunlukla bir ölçüde uygun yaklaşım ya da uygun yaklaşım sergileme şeklindedir. Öğretmen adaylarının yarısından fazlası problemi çözülebilir alt problemlere ayırarak sezgisel stratejiler kullanabilmekte, problemi başka bir açıdan açıklayabilmekte, probleme farklı pencereden bakabilmekte, verilenleri veya niceliksel bilgileri değiştirip düzenleyebilmekte ayrıca problemi çözmek için matematiksel bilgiyi bir ölçüde uygun şekilde kullanabilmektedir. Diğer yandan öğretmen adaylarının dörtte birine yakını problem ifadesini başka bir şekilde ifade ederek problem ifadesini içeren matematiksel bilgiyi etkili şekilde kullanabilmiştir. Öğretmen adaylarının %25,4'ü problemi çözmek için sezgisel stratejiler kullanmamış, benzer problemlerle ilişkiler kuramamış, problemi bir başka açıdan açıklayamamış, probleme farklı pencereden bakamamış, eldeki verileri veya niceliksel bilgileri değiştirip düzenleyememiştir. Katılımcıların %14,3'ü ise probleme yönelik model geliştirmek için matematiksel bilgiyi kullanmayı tercih etmemiştir. Üçüncü yeterlilik basamağı olan matematiksel model üzerinde matematiksel işlem yapma yeterliliklerine ilişkin K₃₉ kodlu öğretmen adayının yanıtı şu şekildedir:

Şekil 4*K₃₉ Kodlu Katılımcının Oluşturulan Matematiksel Model Üzerinde Matematiksel İşlem Yapma Yeterliliğine İlişkin Bir kesit*

3) 1980
16 milyon nüfus
Toplam su = 80 milyar ton
Toplam su = 5 bin ton
Kişi sayısı

2020
80 milyon nüfus
T.S = 80 milyar ton
Toplam su = bin ton
Kişi sayısı

2120
100 milyon < x < 160 milyon
T.S = 80 milyar ton
Toplam su = ?
Kişi sayısı

1 metre küp = 1 ton

Matematiksel model
y = kişi başına düşen su miktarı
2120 yılında verdiğim nüfus aralığını kullanarak ve toplam su miktarını sabit kabul ederek aşağıdaki eşitsizliğe ulaştım.

$$\frac{8 \cdot 10^{10} \text{ ton}}{10^8} > y > \frac{8 \cdot 10^{10} \text{ ton}}{16 \cdot 10^7} \Rightarrow \frac{\text{Toplam su}}{\text{Kişi sayısı}}$$

$$8 \cdot 10^2 > y > \frac{10^3}{2}$$

$$800 \text{ ton} > y > 500 \text{ ton}$$

Şekil 4 incelendiğinde, öğretmen adayının oluşturduğu matematiksel model üzerinde işlem yapma gayretinde olduğu ancak problemi farklı bir boyutta ele almadığı görülmektedir. Özellikle varsayımlarına dayalı farklı sezgisel stratejilere yer vermediği dikkat çekmektedir. Ancak katılımcı problemi çözmek için matematiksel bilgidan mümkün olduğunca yararlanmaya çalışarak niceliksel bilgileri düzenleyebilmiş ve bunu bir ölçüde sergileyebilmiştir. Değişkenlere matematiksel model üzerinde yeterince yer vermeyen öğretmen adayının model üzerinde matematiksel işlem yapma yeterliliği sınırlı kalmıştır. Ayrıca araştırmacı tarafından tutulan gözlem notlarında katılımcıların çoğunun nicelikleri ve bu nicelikler arasındaki bağlantıları matematiksel olarak ifade edebildikleri

aynı zamanda niceliksel bilgiler arasındaki ilişkilerde karmaşıklığı basitleştirmeye çalıştıkları ve matematiksel modele başlamadan önce verilen sayısal bilgileri sıraladıkları belirlenmiştir.

Katılımcıların çoğunluğu problem ifadesinde yer alan sayısal bilgiler yardımıyla matematiksel model oluşturmaya çalıştı... Nitekim K_{6,7,8,9,10,18,21,22,23,25,27,28,30} kodlu katılımcılar modellerini oluşturduktan sonra matematiksel işlemlerle sonuç bulmaya çalıştı. K₄₆ kodlu katılımcı işlem adımına geçmeden önce nüfus ile su tüketimi arasında bir oran belirlemeye çalıştı... Bunun için belirli yıl aralıkları ile su tüketimi arasında tablolar oluşturdu. K₁₁ kodlu katılımcı değişkenlerini belirlemeden işlemler yapmaya başladı. K₅₃ ve K₅₆ kodlu katılımcılar 20 dakikalık bir süreden daha fazla süre geçmesine rağmen problem ifadesini incelemeye devam etti. K₆₃ kodlu katılımcı kişi başı su tüketim miktarının ülkemize etkilerini yazdıktan sonra 100 yıl sonraki kişi başı tüketim miktarının ne olabileceğini belirlemeye çalıştı... (Gözlem Notu: 3).

Bulgular kısmının bu bölümünde, öğretmen adaylarının gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlamak için sergiledikleri yeterlilikler; matematiksel bulguları, matematik dışı durumlarda yorumlama, çözümleri genelleştirme ile makul matematiksel dili kullanma şeklinde üç alt basamakta ele alınmıştır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının gerçek bir durumda matematiksel sonuçları yorumlamak için sergiledikleri yeterlilikleri içeren tablo aşağıda sunulmuştur (Tablo 5).

Tablo 5

Katılımcıların Gerçek Bir Durumda Matematiksel Sonuçları Yorumlama Yeterlilikleri

Alt yeterlilik basamakları	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B _{4.1}	24 (%38,1)	28 (%44,4)	11 (%17,5)
B _{4.2}	30 (%47,6)	23 (%36,5)	10 (%15,9)
B _{4.3}	29 (%46,1)	25 (%39,6)	9 (%14,3)

Tablo 5'e göre, öğretmen adaylarının gerçek bir durum karşısında matematiksel bulguları yorumlama yeterlilikleri çoğunlukla hiç yaklaşım sergilememe ile bir ölçüde yaklaşım sergileme şeklindedir. Öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu matematiksel bulguları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilmeye, geliştirilen çözümleri genelleştirebilmede ve uygun matematiksel dili kullanarak yöneltilen problemin çözümleri hakkında iletişim kurabilmeye uygun bir yaklaşım sergileyememiştir. Nitekim katılımcıların %38,1'i matematiksel sonuçlarını matematik dışı bağlamlarla ilişkilendirememiş, %47,6'sı çözümlerini genelleştirememiş ve %46,1'i matematiksel dili etkili bir şekilde kullanarak çözümler hakkında fikirler yürütememiştir. Diğer yandan öğretmen adaylarının yalnızca %17,5'i matematik dışı bağlamlarla ilişkilendirme yapabilmemiş, %15,9'u çözümlerini genelleştirebilmiş ve %14,3'ü uygun matematiksel dili kullanarak çözümleri hakkında bilgiler sunabilmiştir. Dördüncü yeterlilik basamağı olan gerçek durumda matematiksel sonuçları yorumlama yeterliliklerine ilişkin K₂₉ ile K₅₀ kodlu öğretmen adaylarının cevapları şu şekildedir:

Yıllar geçtikçe nüfus miktarında bir artış olmaktadır. Dolayısıyla kişi başına düşen su miktarı da azalmaktadır. 2020 yılında kişi başına düşen su miktarı bin ton iken bunun sadece 152 tonu kişi başına düşen yıllık içme suyu olarak kullanılabilir. 2020 yılında her bir kişinin 200 litre içme-kullanma suyu tükettiği varsayıldı. Bu değerden dolayı yılda 73 ton su kullanılmış olup kişi başına düşen yıllık su miktarının neredeyse yarısı kullanılmış olmaktadır. 100 yıl sonra çok büyük kuraklık yaşandığını düşünelim. Aynı zamanda nüfus artış hızına bakarak 100 yıl sonra 180 milyon nüfusa sahip olduğunda 13 milyar m³ içme-kullanma su potansiyelinin 7 milyar metreküpü önümüzdeki 99 yıl boyunca aynı miktarda artırıldığı takdirde 100 yıl sonra kişi başına yılda 3850 ton su kullanılabilir... (K₂₉)

Elde ettiğimiz/ulaştığımız veriler gerçek yaşam durumlarında geçerlidir. Çünkü gerçek yaşam durumlarında olabilecek varsayımlar ele alınarak model oluşturulmuştur... küresel ısınmanın gelecek yıllarda artacağından dolayı dünyanın yüzey sıcaklığı da artacaktır... Bu yüzden su kaynaklarının potansiyeli gelecek yıllarda daha az olacaktır. Küresel ısınmanın artması yıllık yağış miktarını azaltacak ve su kaynaklarını olumsuz yönde etkileyecektir... (K₅₀)

Yukarıda yer verilen katılımcıların yanıtlarından da anlaşılacağı üzere matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilmede katılımcıların genelinde benzer ifadelerin olduğu ve oluşturdukları matematiksel modelde matematik dışı bağlamlara çok fazla değinmedikleri belirlenmiştir. Ancak öğretmen adaylarının büyük bir kısmı su kaynaklarının geleceğine yönelik ifadelerle yer vererek özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleştirme yoluna gitmiştir. Örneğin K₅₀ kodlu katılımcı su kaynaklarının kullanımı hakkında geleceğe yönelik yorumlamada bulunmuş ancak oluşturduğu modelinin benzer problemler için geçerli olup olmadığına yönelik herhangi bir değerlendirmede bulunmamıştır. Dolayısıyla katılımcıların etkili bir matematiksel dil kullanarak bir problemin çözümleri hakkındaki yorumlama yeterlilikleri sınırlı düzeyde kalmıştır. Öğretmen adaylarının sonucun geçerliliğini doğrulama yeterliliklerine ait bilgiler aşağıdaki tabloda sunulmuştur (Tablo 6).

Tablo 6

Katılımcıların Sonucun Geçerliliğini Doğrulama Yeterlilikleri

Alt yeterlilik basamakları	Hiç yaklaşım sergilememe	Bir ölçüde uygun yaklaşım sergileme	Uygun yaklaşım sergileme
B _{5.1}	27 (%42,9)	28 (%44,4)	8 (%12,7)
B _{5.2}	34 (%53,9)	20 (%31,8)	9 (%14,3)
B _{5.3}	35 (%55,5)	20 (%31,8)	8 (%12,7)
B _{5.4}	32 (%50,8)	23 (%36,5)	8 (%12,7)

Tablo 6 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yarısına yakını sonucun geçerliliğini içeren doğrulama basamağında hiç yaklaşım sergilemedikleri görülmektedir. Öğretmen adaylarının %42,9'u ulaştığı çözümleri eleştirel olarak kontrol edebilmede veya yansıtılabilmeye, %53,9'u geliştirmiş oldukları matematiksel modeli kontrol edebilmede, %55,5'i problem ifadesine yönelik diğer çözüm yollarını deneyebilmede ve %50,8'i oluşturdukları modeli sorgulayabilmede hiç yaklaşım sergilememişlerdir. Diğer yandan uygun yaklaşım sergileyen öğretmen adayı sayısının az olması dikkat çekmektedir. Öğretmen adaylarının yalnızca %12,7'si ulaştığı çözümleri eleştirel olarak ele alabilmiş, diğer çözüm yollarını deneyebilmiş ve modelini sorgulayabilmiştir. Öğretmen adaylarının yalnızca %14,3'ü ise modelini gözden geçirmiştir. Beşinci yeterlilik basamağı olan matematiksel modele ilişkin sonuç geçerliliğini doğrulama yeterliliklerine ilişkin K₁₀, K₄₇ ve K₆₃ kodlu öğretmen adaylarının cevapları şu şekildedir:

Problem hem çok kapsamlı hem de çok fazla değişkene sahip... Ülkemizde gelecek yıllarda bir savaşa, göçe ya da salgın hastalığa bağlı olarak nüfus beklenmedik bir durumda iki katına çıkabilir veya yarısına inebilir. Problemimizi modelleyebilmek için bu durumları göz ardı ettik. Susuz tarım uygulaması başlatılabilir ya da şu an bilmediğimiz bir yenilik... Yağışların miktarının çok artması-azalması durumu modelimizi hayli değiştirebilir. Bunların yanında bir de küresel ısınma faktörü vardır... (K₁₀)

Dünyada yaşanan küresel ısınmanın etkisiyle ülkemizde yıllara göre su potansiyelinde ciddi azalışlar meydana gelmiştir. Ülkemizde yıllar içerisinde (1980-2020) birçok gölün yanı sıra Marmara Denizi büyüklüğünde bir su kaybı yaşanmıştır. Öngörüme göre önümüzdeki yıllarda ülkemizin su kaynaklarının azaldığını ve ülkemizde yaşanabilecek nüfus sayısının artışı gelecek

100 yılda büyük tehditler içermektedir. Yaptığım matematiksel model yardımıyla 100 yıl sonunda oluşabilecek sonuçlara yakın bir sonuç bulduğumu düşünüyorum... (K₄₇) ...bütün bu faktörler bir insanın hayatındaki pek çok değişkene bağlıdır. Dolayısıyla betimlemiş olduğum model benim bakış açımına göre oluşturulmuştur. Örneğin her yıl en fazla bir milyon artış olduğunu varsayarsak sağlık, teknoloji vb. etmenlerle düzelebileceğini düşünüyorum... (K₆₃)

Katılımcıların matematiksel sonuçları gerçek durum için yorumlamada ve ulaştıkları sonucun geçerliliğini test etmede zorlandıkları gözlemlenmiştir...Birçok katılımcı oluşturdukları modelinin benzer durumlar için geçerliliğini ve kullanılabilirliğini karşılaştırmadı. K₄ ve K₁₇ kodlu katılımcılar araştırmacıya geçerliliğini nasıl yorumlayacaklarını sordu. K₃₅ kodlu katılımcı 1980 yılında beş bin ton olan kişi başı tüketiminin günümüzde bin tona düştüğünü dolayısıyla 100 yıl sonra hiç su kalmayacağını belirterek modelinin geçerliliğini test etmeye gerek olmadığını belirtti...K₈ kodlu katılımcı sesli düşünerek işlemlerin matematik yardımıyla yapıldığını ancak küresel ısınmayı düşündüğümüzde modelinin değişeceğini belirtti... Birçok katılımcı matematiksel modellerini genelleştirebilmek için herhangi bir çaba içine girmediler. Katılımcılar modellerini değerlendirmeye çalışsalar da oluşturulan modeller sorgulanmadan bitirildi...(Gözlem Notu: 4).

Yukarıda yer verilen katılımcıların cevapları/yanıtları ve gözlem notları genel olarak değerlendirildiğinde, katılımcılar matematiksel modellerini eleştirel bir bakış açısıyla ele almaya çalışmış ancak modellerini genel olarak sorgulamayı ihmal etmişlerdir. Ayrıca benzer sonuçları götüren başka çözüm yollarının neler olabileceği konusunda görüş beyan etmemişlerdir. Birçok katılımcı benzer yanıtlarda bulunmuş ve geliştirdikleri matematiksel modellerin geçerliliklerini doğrulamada tatmin edici yanıtlara yer vermemişlerdir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının bu yeterlilik basamağındaki yanıtları sınırlı düzeyde kalmıştır. Diğer yandan yukarıda yer verilen öğretmen adaylarının yanıtlarında dikkat çeken ayrıntılardan biri de öğretmen adaylarının oluşturdukları model üzerinde değil de günlük yaşama uygun olarak hazırlanan problem cümlesinin etkisinde yanıtlar vermeleri olmuştur.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri Su İsrافی isimli problem cümlesinden hareketle bilişsel modelleme yeterlilik çerçevesinin alt basamaklarına göre değerlendirilmiştir. Kuramsal çerçeveye göre yapılan içerik analizinde ise Blum ve Kaiser'in (1997) teorik değerlendirmelere dayandırarak oluşturduğu ve Maaß'ın (2006) düzenlediği bilişsel modelleme sürecinin alt yeterlilik çerçevesi kullanılarak ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri sistematik bir şekilde incelenmiştir. Araştırmadan elde edilen ilk bulgu, öğretmen adaylarının gerçek yaşam durumuna uygun olarak sunulan problemi ne ölçüde anladıkları ile ilgilidir. Buna göre, öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğu problem durumlarını basitleştirme ve varsayımda bulunma, sorunu etkileyen değerleri tanıma ve değişkenleri tespit etme, bu değişkenler arasında ilişkiler kurma ile problem durumunda yer verilen bilgileri geliştirmeyi planladığı model/modellerle ilgili olup olmadığına karar verme noktasında birbirine yakın oranda uygun ya da bir ölçüde uygun yaklaşım sergilemişlerdir. Gerçek problemi anlama ve gerçeğe uygun model tasarlama bağlamında az sayıda öğretmen adayı hiçbir yaklaşım sergilememiştir. Buna göre, öğretmen adaylarının büyük bir kısmı modelleme sürecinin ilk basamağında ne yapılması gerektiğinin farkındadır denilebilir. Bu sonucun elde edilmesinde, araştırmacılarından birinin vermiş olduğu lisans dersini alan öğretmen adaylarının dersler sırasında literatürde de yer alan gerçek yaşama uygun örnek problem cümleleri (banka soygunu, kaplumbağa terbiyecisi, trafik işaret levhaları, köfte savaşları, maksimum alan, dergi satışları, su deposu, göl

kirliliği, meyve suyu ambalajı vb.) ile çalışmalar yapmalarının ve sınıf içi tartışmalara katılmış olmalarının etkili olduğu söylenebilir. Aynı zamanda katılımcıların model/modelleme kavramı, modelleme döngüleri/süreçleri, model geliştirme basamakları ve teknikleri, etkinlik hazırlama ile matematiksel modelleme gerektiren gerçek yaşam problemlerinin yapısına ilişkin bilgileri edinmiş olmalarının da etkisi aşikardır. Her ne kadar öğretmen adaylarının matematiksel modelleme konusunda belirli bir bilgi birikimi olsa da model ve modelleme doğası gereği egzersiz ve deneyim gerektirir. Nitekim öğrenciler ne kadar fazla gerçek yaşam durumunu içeren problem cümleleri ile karşılaşırse bir öğretim aracı olan modellemenin etkin kullanımı konusunda kapı aralanmış olur ve geleneksel anlayışın ötesinde öğrencilerin rolü yeniden şekillenir (Erbaş vd., 2016). Fakat özellikle ülkemizde yapılan çalışma bulgularının ortak sonuçlarından biri de öğrencilerin gerçek hayat problemlerine aşina olmamalarıdır (Abay & Gökbulut, 2017; Deniz & Akgün, 2018). Bu bakımdan matematiksel modelleme becerisinin erken yaşlarda edinilmesi önem arz etmektedir. Gerçek yaşam problemini anlama ve gerçeğe dayalı model oluşturma kapsamında ilgili alanyazında da benzer bulgulara ulaşıldığı dikkat çekmektedir. Örneğin English (2009) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin problem durumuyla ilgili istenilene anladığı, değişkenleri ve değişkenler arasındaki ilişkileri belirleyebildikleri ayrıca gerçek yaşama dayalı varsayımda bulanabildikleri belirlenmiştir. Çoksöyler ve Bozkurt (2021), Deniz ve Yıldırım (2018), Hıdıroğlu vd. (2014) ve Tekin-Dede ve Yılmaz (2013) tarafından yapılan benzer çalışmalarda öğretmen adaylarının büyük bir kısmının modelleme basamağının ilk döngüsü olan problemi anlama bölümünde sorun hakkında tartıştıkları, problemde istenilene yazdıkları ve problemde ne anladıklarını kendi ifadeleriyle açıkladıkları belirlenmiştir. Katılımcıların bu basamakta iyi performans sergilemelerinin bir diğer nedeni olarak gerçek yaşam durumuna uygun olarak tasarlanan problemin bireyler üzerindeki etkisi gösterilebilir. Çünkü problem bağlamının niteliği bir başka ifade ile gerçek bilgi ve deneyime dayalı problem durumları bireylerin ilgisini daha fazla çekmekte, onları motive etmekte aynı zamanda edindiği bilgileri anlamlandırmalarını kolaylaştırmaktadır (Lesh & Harel, 2003; Maaß vd., 2020; Maaß, 2006). Bunların yanı sıra farklı sınıf düzeylerinde olmak üzere ilgili literatürde bazı öğrencilerin modelleme süreçlerinde problem durumunu anlamakta veya anlamlandırmakta sorunlar yaşadığı yönünde çalışma bulgularına da rastlanılmaktadır (English & Watters, 2004; Erbaş vd., 2014; Genç & Karataş, 2017; Hıdıroğlu & Özkan-Hıdıroğlu, 2017; Şahin & Eraslan, 2016).

Araştırmanın bir diğer bulgusu gerçek modelden matematiksel model oluşturma basamağı ile ilgili alt yeterliliklerine aittir. Buna göre, katılımcıların çoğunluğu gerçek model oluştururken nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak açıklayıp karmaşıklığı azaltmada bir ölçüde uygun ya da uygun yaklaşım sergilemişlerdir. Ancak uygun matematiksel gösterimleri seçebilmede ve verilen durumları temsiller aracılığı ile kullanabilme yeterliliğinde zorlandıkları belirlenmiştir. Katılımcıların büyük kısmı problem durumuna uygun temsil tercihinde bulunmamış veya buna gerek duymamıştır. Araştırmanın bulguları, öğrencilerin modelleme oluştururken gerçek yaşam ve matematiksel dünyadan fazlasıyla etkilendiğini göstermektedir. Nitekim birçok katılımcı, modelleme sürecine geçmeden nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeye ayrıca nicelikler arasındaki ilişkilerde karmaşıklığı basitleştirmeye çalışmıştır. Böylelikle öğrenciler, istenilene ulaştıktan sonra problemi çözmelerinin önu açılmış ve öğrenciler problemi çözmek için gayret sarfetmişlerdir. Lesh ve Doerr'e (2003) göre, başarılı bir modelleme süreci problemi doğru anlamak ve sadeleştirebilmekten geçmektedir. Bu basamakta elde edilen bulgular alanyazındaki benzer çalışma bulgularını da desteklemektedir. Nitekim yapılan pek çok çalışmada öğrencilerin soruda istenilene ulaştıktan sonra problemin çözüm süreçlerini bitirdikleri, çözüm süreçleri aşamasında günlük hayatla ilgili varsayımları denedikleri, fikirler yürüttükleri/ürettikleri, gerekli uygun stratejileri kullandıkları, değişkenleri belirledikleri ve niceliksel bilgiler arasında

ayrım yaparak problemi basitleştirdikleri belirlenmiştir (Abay & Gökbulut, 2017; Doerr & English, 2003; Karataş & Tuna, 2021; İnan-Tutkun & Didiş-Kabar, 2018; Şahin & Eraslan, 2016; Tekin-Dede & Yılmaz, 2013). Diğer yandan öğrencilerin kavram bilgisine sahip olsa da bu bilgileri matematiksel modelleme problemlerinin çözümünde kullanırken bazı sorunlar yaşadığı, problem durumunu tam olarak anlamadan matematiksel işlem yapma eylemine yöneldikleri, problem durumunu temsil etmede zorlandıkları, beklenen optimum çözümü sağlayamadığı aynı zamanda geçerli modeli oluşturamadığı ile ilgili çalışma bulgularına da rastlanılmaktadır (Baran-Bulut & Erkan, 2020; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Genç & Karataş, 2017; Gündüzalp, 2019; Hıdıroğlu vd., 2014; Özer & Bukova-Güzel, 2020). Böyle bir durumun öğrencilerin, problemi tam olarak özümsememesi, problemin çözümü için gerekli planı yapmaması, farklı disiplinler arasında ilişki kurmaya yönelik eğitim almaması ve verilen değerleri kullanarak matematiksel bir sonuç elde etme eğilimlerinden kaynaklandığı ifade edilmektedir (Çoksöyler & Bozkurt, 2021; Genç & Karataş, 2017; Hıdıroğlu vd., 2014). Dolayısıyla gerçek yaşam durumu içerikli problemlerin öğrencilerin ilgisini çekecek şekilde tasarlanması aynı zamanda diğer disiplinlerle olan birlikteliğinin ön plana çıkartılması oldukça değerlidir.

Araştırmanın dikkat çekici bulgularından biri de geliştirilen matematiksel model üzerinde matematik işlemleri yapma basamağından elde edilmiştir. Bu basamağın alt yeterliliklerine göre, öğretmen adaylarının büyük bir kısmının problemi çözülebilir alt problemlere ayırarak sezgisel stratejiler kullandığı, problemi başka bir biçimde açıklayabildiği, problem durumuna farklı bir açıdan bakabildiği, verileri veya niceliksel bilgileri değiştirip düzenleyebildiği ayrıca problemi çözmek için matematiksel bilgiyi bir ölçüde uygun şekilde kullanabildiği belirlenmiştir. Diğer yandan öğretmen adaylarının dörtte birine yakını problem ifadesini başka bir şekilde ifade ederek problem ifadesi için matematiksel bilgiyi etkili şekilde kullanmıştır. Katılımcıların çok az bir kısmı probleme yönelik model geliştirmek için sahip oldukları matematiksel bilgiyi kullanmayı tercih etmiştir. Öğrenciler modelleme sürecinde genellikle verilen problemin çözümüne odaklanmakta matematiksel dünyada edindiklerinin gerçek yaşamdaki karşılıklarını eleştirel bir bakış açısıyla irdeleyememektedir. Nitekim yapılan birçok çalışmanın bulguları da öğrencilerin çözüm dışında çözüme ilişkin çok fazla farklı yaklaşımlar ve açıklamalar sergilemediklerini göstermektedir (Hıdıroğlu vd., 2018). Bu çözüm yaklaşımı da öğrencilerin oluşturdukları modellerin zayıf ve güçlü yönlerini görmelerini kısıtlayarak doğrulama yapmalarının önüne geçmektedir. Bu durumun en önemli nedenleri arasında öğrencilerin bu tarz modelleme durumları ile çok sık karşılaşmalarını ya da öğrenim hayatı boyunca karşılaştığı problem durumlarının modelleme ile bağlantısını tam olarak kavrayamaması gösterilebilir. Nitekim gerek okul içinde gerekse okul dışında öğrencilerin modelleme ile ilgili etkinlik deneyimlerinin sınırlı olması öğrencilerin modelleme basamaklarında arzu edilen performanslarının önüne geçmektedir (Blum & Borromeo-Ferri, 2009). Bu duruma dikkat çeken Deniz ve Akgün (2018) ile Maaß (2006) verilen problemlerde öğrencilerin modelleme sürecinin ilk aşamalarını doğru şekilde tamamlayamadıklarında sonraki aşamalarının bu durumdan olumsuz etkilendiğini belirtmektedir. Nitekim modelleme görevlerini yerine getirmenin standart matematiksel görevleri yerine getirmekten daha fazla yeterlilik gerektirdiği bilinmektedir (Maaß, 2006). Diğer yandan Şahin ve Eraslan (2016) tarafından yapılan çalışmanın bulguları öğrencilerin modellerinin doğruluğunu gerçek hayatla ilişkilendirerek sınadıklarını ve genellenebilir olması yönünde gayret sarfettiklerini ortaya koymuştur. Doerr ve English (2003) tarafından yapılan başka bir çalışmada öğrencilerin kendi matematiksel anlamaları çerçevesinde verilen problem durumuna uygun matematiksel işlemi yapıp bir model ortaya koydukları belirlenmiştir. Hıdıroğlu vd. (2014) tarafından yapılan çalışmanın bulguları da öğrencilerin geliştirdikleri matematiksel modeli çözmeye yönünde çaba harcadıklarını ve matematiksel sonuçlar elde etmeye çalıştıklarını göstermektedir.

Genç ve Karataş'ın (2017) yaptığı çalışmada da öğrencilerin matematiksel edinimlerini bir modeli düzenleyerek problem çözmede kavramsal araç olarak değerlendirdikleri belirlenmiştir. Ancak Baran-Bulut ve Erkan (2020) öğrencilerin elde ettikleri modellerin yeterli olduğuna inanma eğilimi taşıdığını ve daha iyi bir modeli iyileştirme aşamasına girmeyi başaramadıklarını belirtmektedir. Nitekim Hıdıroğlu ve Özkan-Hıdıroğlu (2017), öğrencilerin gerçekçi tahminde bulunamamasından dolayı çözümlerinde gerçekçi bir modele ulaşamadıklarını belirtmektedir.

Araştırmanın çarpıcı bulguları arasında gerçek durumda matematiksel sonuçları yorumlama ve sonucun geçerliliğini doğrulama basamakları ile bu basamakların alt yeterliliklerinden edinilen sonuçlar yer almaktadır. Katılımcıların büyük bir kısmının matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlayabilmede, özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleştirebilmede ve uygun matematiksel dili kullanarak bir problemin çözümleri hakkında iletişim kurabilmede uygun bir yaklaşım sergileyemedikleri belirlenmiştir. Aynı zamanda öğretmen adaylarının yarısına yakını oluşturduğu modellerinin geçerliliğini doğrulama basamağında hiçbir yaklaşım sergilemedikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde, Hıdıroğlu vd. (2018) tarafından yapılan çalışmanın bulguları da basamaklar ilerledikçe öğrencilerin uygun yaklaşım sergileme sayısının azaldığını göstermektedir. Duran vd. (2016) tarafından yapılan çalışmanın bulguları da matematik öğretmeni adaylarının yorumlama ve doğrulama basamaklarında yetersiz kaldıklarını göstermektedir. İnan-Tutkun ve Didiş-Kabar (2018) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin istenilen çözüme ulaştıktan sonra elde etmiş oldukları matematiksel çıktıları gerçek yaşama göre yorumlamadıkları ve sonuçlarının doğruluğunu ihmal ettikleri belirlenmiştir. İlgili alanyazında yapılan birçok çalışmanın sonuçları ulaşılan bulgular yönünden benzerlik göstermekte, öğrencilerin modellemeye ait özellikle nitel ve nicel verileri yorumlamada ve modellerini doğrulamada birtakım sorunlar ve güçlükler yaşadığını göstermektedir (Baran-Bulut & Erkan, 2020; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Çakmak-Gürel & Işık, 2018; Çoksöyler & Bozkurt, 2021; Deniz & Yıldırım, 2018; Duran vd., 2016; Gündüzalp, 2019; Özgen & Şeker, 2021; Şahin & Eraslan, 2016). Öğrencilerin büyük bir kısmı modellemenin yorumlama/doğrulama basamaklarını ihmal ederek herhangi bir değerlendirmede bulunmamıştır. Oysa modelleme sürecinde öğrenciler ne kadar çok alt basamağa ilişkin düşüncelerini destekleyici bir role bürünürse modelleme yeterlilikleri de o derece nitelikli ve çok yönlü olur (Hıdıroğlu vd., 2018). Modelleme sürecinin en önemli basamaklarından biri de gerçek yaşam durumuna uygun olarak oluşturulan modellere ait çözümlerin doğrulamasını ve yorumlamasını yapmaktır (Berry & Houston, 1995; English, 2009; Gravemeijer, 2002; Maaß, 2006; Stillman vd., 2016). Bu durumun ortaya çıkmasının önemli gerekçeleri arasında öğrencilerin öğrenim hayatları boyunca edindikleri matematiksel kültürün etkisi gösterilebilir. Çünkü pek çok öğrenci için matematiksel bilgiler yorumlanmadan kabul görmektedir. Dolayısıyla öğreticiler, öğrencilerine matematiğin doğasını tanıtarak günlük yaşam içerisindeki önemini fark ettirilmelidir. Ayrıca öğrencilerinin matematiksel modelleme ile ilgili deneyimler yaşamalarına uygun ortamlar hazırlamalı ve edindikleri bilgileri zihin süzgeçlerinden geçirmelerine fırsatlar tanımalıdır.

Sonuç olarak gerek uluslararası değerlendirme sınavlarının içeriklerinde gerekse matematik öğretiminin standartlarında matematiksel modelleme önemli bir yer edinmiştir (ATC21S, 2012; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Kim & Kim, 2010; NCTM, 2016). Dost'a (2018) göre, matematikle uğraşmak sanıldığı gibi sadece sayılar ve formüller silsilesi içerisinde bulunmak değil bir düşünce tarzını benimsemektir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının iyi birer modelleme düşünce yapısına sahip olmalarında matematiksel modelleme düşünce tarzını benimsemeleri ve gerçek yaşamdaki karşılıklarının farkında olmaları önemlidir. Bu nedenle eğitimin tüm kademelerindeki öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin gelişimi için günlük hayatta karşılaşılabilecekleri sorular yöneltilmeli ve

modelleme etkinliklerinin geliştirilmesi sürecinde onlara rehberlik edilmelidir. Özellikle bilginin günümüzde kolay ulaşılabilir olması dikkate alındığında öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin gelişiminde öğreticilere de önemli sorumluluklar düşmektedir. Bunların yanında çalışmanın birtakım sınırlılıkları da bulunmaktadır. Bu çalışma bir durum çalışmasıdır ve bir devlet üniversitesindeki lisans öğrencilerinin gerçek yaşama uygun problem çözüm süreçleri ile sınırlıdır. Çalışmanın bir diğer sınırlılığı da öğretmen adaylarından matematiksel modelleme çalışmalarını bireysel olarak yürütmelerinin istenmesidir. Bu yüzden öğretmen adaylarının bilişsel modelleme süreçleri ayrı ayrı ele alınarak değerlendirilmiştir. Grup şeklinde yapılacak benzer çalışmalarda bu durum farklılıklar içerebilir.

Öneriler

Bu çalışmanın bulguları da göstermiştir ki öğrenciler matematiksel modelleme görevlerini yerine getirirken birtakım sorunlar yaşamaktadır. Özellikle yorumlama ve modelin geçerliliğini doğrulama basamaklarında yaşanan güçlükler öne çıkmaktadır. Bundan dolayı okul öncesinden yükseköğretime kadar yer alan eğitim sürecinde matematiksel modelleme anlayışının belirgin hale getirilerek öğretim programlarında bu yönde düzenlenmeler yapılması önemlidir. Ayrıca bireylerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin istenilen düzeyde olabilmesi için diğer disiplinlerde de modelleme anlayışının yaygınlaştırılması önem arz eder. Bu bağlamda, matematiksel modelleme etkinliklerinde yalnız matematiğe değil matematikle ilişkili diğer disiplinlere de (mühendislik, fen bilimleri, sanat vb.) daha fazla yer verilmeli ve disiplinlerarası birliktelik erken yaşlarda öğrencilere hissettirilmelidir. Gerek öğreticiler gerekse öğretici adayları matematiksel modelleme konusunda bilinçlendirilerek farklı türde matematiksel modelleme çalışmalarıyla tanıştırılmalıdır. Bunların yanı sıra teorik çerçeveler genişletilerek öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçleri izlenebilir ve rehberlik edilebilir. Gelecekteki çalışmalarda grup çalışmaları da yapılarak benzer modelleme kuramı çerçevesinde değerlendirilebilir. Ayrıca öğreticilerin modelleme süreçlerindeki etkinliğini artıracak uygulama içerikli çalışmalar da yapılabilir.

Etik Kurul İzin Bilgisi: Bu araştırma, Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar ve Yayın Etik Kurulu 27/04/2022 tarihli 2022.05.131 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Yazar Çıkar Çatışması Bilgisi: Bu çalışmada çıkar çatışması yoktur ve finansman desteği alınmamıştır.

Yazar Katkısı: Yazarlar makaleye eşit katkı sağlamış olduklarını beyan ederler.

Kaynakça

- Abay, S. ve Gökbulut, Y. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri: Fermi problemleri uygulamaları. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri*, 9, 65-83.
- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(12), 1-34.
- Assessment and Teaching of 21st Century Skills (ATC21S) (2012). *About the project*. <http://www.atc21s.org/> adresinden 3 Eylül 2022 tarihinde alınmıştır.

- Baran-Bulut, D. ve Erkan, B. (2020). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi: Geometrik şekillerde alan ölçme. *Turkish Studies-Education*, 15(6), 3971-3988. <https://dx.doi.org/10.47423/TurkishStudies.46716>
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. J. W. Arrowsmith Ltd.
- Blomhøj, M. (2011). Modelling competency: Teaching, learning and assessing competencies. In G. Kaiser, G. W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 343-348). Springer.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139. <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling. International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15-30). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14 ICMI study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Brown, J., & Edwards, I. (2011). Modelling tasks: Insight into mathematical understanding. In G. Kaiser, W. Blum, R. Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp.187-197). Springer.
- Bukova-Güzel, E. (Ed.). (2021). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme. Araştırmacılar, eğitimciler ve öğrenciler için* (4. baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bukova-Güzel, E. (2011). An examination of pre-service mathematics teachers' approaches to construct and solve mathematical modelling problems. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 30(1), 19-36.
- Cevikbas, M, Kaiser, G., & Schukajlow, S. (2022). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: State-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics*, 109, 205-236. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6>

- Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). *Common core state standards mathematics*. National Governors Association Center for Best Practices; Council of Chief State School Officers.
- Creswell, J. W. (2018). *Nitel araştırma yöntemleri. Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. (M. Bütün & S. B. Demir, Çev.) (4. baskı). Siyasal Kitabevi.
- Çakmak-Gürel, Z. ve Işık, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin yeterliklerinin incelenmesi. *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85-103. <https://doi.org/10.19160/ijer.477651>
- Çiltaş, A. (2012). The effect of the mathematical modelling method on the level of creative thinking. *The New Educational Review*, 30(4), 103-114.
- Çoksöyler A. ve Bozkurt, G. (2021). Bilişsel perspektif bağlamında matematiksel modelleme süreci: Altıncı sınıf öğrencilerinin deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi*, 52, 480-502. <https://doi.org/10.53444/deubefd.930216>
- Deniz, D. ve Akgün, L. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 12(24), 294-312. <https://doi.org/10.29329/mjer.2018.147.16>
- Deniz, D. ve Yıldırım, B. (2018). Fen bilgisi öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(STEMES'18), 87-93. <https://doi.org/10.18506/anemon.463533>
- Deniz, D. (2014). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Didiş-Kabar, M. G. ve İnan-Tutkun, M. (2018). Ortaokul matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemini uygulama sürecinin incelenmesi: Uygulamayı planlama ve öğretmen müdahaleleri. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(2), 98-123.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136. <https://doi.org/10.2307/30034902>
- Doerr, H. M. (1997). Experiments simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19(3), 265-282. <https://doi.org/10.1080/0950069970190302>
- Dost, Ş. (Ed.). (2019). *Matematik eğitiminde modelleme etkinlikleri*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Dundar, S., Gokkurt, B., & Soylu, Y. (2012). Mathematical modelling at a glance: A theoretical study. *Social and Behavioral Sciences*, 46, 3465-3470. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.06.086>
- Duran, M., Doruk, M. ve Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: Kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 4(5), 55-71. <https://doi.org/10.30703/cije.321415>

- English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 24-47. <https://doi.org/10.1007/BF03217564>
- English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 41(1-2), 161-181.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 335-342). PME.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S. ve Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Türkiye Bilimler Akademisi.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Mathematical modeling in mathematics education: Basic concepts and approaches. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(4), 1621-1627.
- Eurydice, Avrupa Eğitim Bilgi Ağı (2011). *Avrupa'da matematik eğitimi: Temel zorluklar ve ulusal politikalar*. Eurydice Türkiye Birimi. <https://doi.org/10.2797/18385>
- Frejd, P., & Bergsten, C. (2016). Mathematical modelling as a professional task. *Educational Studies in Mathematics*, 91, 11-35. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9654-7>
- Gainsburg, J. (2013). Learning to model in engineering. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(4), 259-290. <https://doi.org/10.1080/10986065.2013.830947>
- Genç, M. ve Karataş, İ. (2017). Problem çözme süreçlerinde öğrencilerin modelleme seviyelerinin belirlenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(3), 608-632.
- Gershenfeld, N. A., & Gershenfeld, N. (1999). *The nature of mathematical modeling*. Cambridge University Press.
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: from models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Kluwer Academic Publishers.
- Greefrath, G., Siller, H. S., Klock, H., & Wess, R. (2022). Preservice secondary teachers' pedagogical content knowledge for the teaching of mathematical modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 109, 383-407. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10038-z>
- Gündüzalp, M. (2019). *11. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Hıdıroğlu, Ç. N., Özaltun-Çelik, A., Kula-Ünver, Z. ve Bukova-Güzel, E. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının teknoloji destekli matematiksel modelleme sürecindeki eylemleri: Uzaklık problemi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 782-809. <https://doi.org/10.17556/erziefd.441732>
- Hıdıroğlu, Ç. N. ve Özkan-Hıdıroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek yaşam problem durumu modelleri. *İlköğretim Online*, 16(4), 1720-1731. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.342986>
- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin-Dede, A., Kula-Ünver, S., & Bukova-Güzel, E. (2017). Mathematics student teachers' modelling approaches while solving the designed eşme rug problem.

EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education, 13(3), 873-892.
<https://doi.org/10.17051/10.12973/eurasia.2017.00648a>

- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin-Dede, A., Kula, S. ve Bukova-Güzel, E. (2014). Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(31), 1-17.*
- İnan-Tutkun, M. ve Didiş-Kabar, M. G. (2018). Ortaokullarda matematiksel modelleme: 7. sınıf öğrencilerinin “hava durumu” modelleme problemi ile deneyimi. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences, 8(2), 23-52.* <https://doi.org/10.17984/adyuebd.456200>
- Kaiser, G., Schwarz, B., & Tiedemann, S. (2010). Future teachers' professional knowledge on modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp. 433-444). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_37
- Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 82-85.* <https://doi.org/10.1007/BF02655882>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(3), 302-310.* <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 196-208.* <https://doi.org/10.1007/BF02655889>
- Karataş, E. ve Tuna, A. (2021). Sınıf içi matematiksel modelleme etkinliklerinden yansımalar. *The Journal of International Education Science, 8(29), 274-296.*
- Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Kesici, E. (2021, 21 Mart). *40 yıl sonra korkutan tespit! Su kanunu önerisi.* Habertürk. <https://www.haberturk.com/son-dakika-haberi-40-yil-sonra-korkutan-tespit-3012979>
- Kim, S. H., & Kim, S. (2010). The effects of mathematical modeling on creative production ability and self-directed learning attitude. *Asia Pasific Education Review, 11, 109-120.* <https://doi.org/10.1007/s12564-009-9052-x>
- Kit Ee Dawn, N. (2018). Towards a professional development framework for mathematical modelling: The case of Singapore teachers. *ZDM Mathematics Education, 50(2), 287-300.* <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0910-z>
- Kohen, Z., & Nitzan-Tamar, O. (2022). Contextual mathematical modelling: Problem-solving characterization and feasibility. *Education Sciences, 12(7), 1-13.* <https://doi.org/10.3390/educsci12070454>
- Lesh, R., & Sriraman, B. (2005). Mathematics education as a design science. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 37(6), 490-505.* <https://doi.org/10.1007/BF02655858>

- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 3-33). Routledge Publishing.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conception development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2-3), 157-189. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9679998>
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought revealing activities for students and teachers. In R. Lesh & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Erlbaum.
- Maaß, J., O'Meara, N., Johnson, P., & O'Donoghue, J. (2020). *Öğretmenler için matematiksel modelleme. Uygulamalı matematik eğitimi için pratik bir rehber.* (A. Yıldız, Çev.). Vizetek Yayıncılık. (Orijinal eserin basım tarihi 2018).
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Marshall, C., & Rossman, G. B. (2016). *Designing qualitative research* (6th ed.). Sage Publishing.
- Meyer, W. J. (1984). *Concepts of mathematical modelling*. McGraw-Hill.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publishing.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2016). *Executive summary: principles and standards for school mathematics*. Author, NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Author, NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author, NCTM.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study (pp. 3-32). Springer.
- Özer, A. Ö. ve Bukova-Güzel, E. (2020). Bisim matematiksel modelleme etkinliğinin sınıf içi ve sınıf dışı uygulaması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics Dergisi* 7(4), 289-308.
- Özgen, K. ve Şeker, İ. (2021). 6. sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel modelleme problemlerindeki beceri gelişimlerinin incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 50(230), 329-358. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.680760>
- Partnership for 21st Century Learning (P21) (2019). *Framework for 21st century learning*. http://static.battelleforkids.org/documents/p21/P21_Framework_Brief.pdf adresinden 4 Eylül 2022 tarihinde alınmıştır.

- Pollak, H. (2007). Mathematical modeling-A conversation with Henry Pollak. In W. Blum, P. L. Galbraith, H-W, Henn, M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 109-120). Springer.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 53-72). Routledge Publishing.
- Siller, H. S., & Kuntze, S. (2011). Modelling as a big idea in mathematics: knowledge and views of pre-service and in-service teachers. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 33-39.
- Spooner, K. (2021). Promoting conditions of student learning in a mathematical modelling course. In F. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in East and West* (pp. 583-592). Springer.
- Stillman, G., Brown, J., Galbraith, P. L., & Ng, K. E. D. (2016). Research into mathematical applications and modelling. In K. Makar, S. Dole, J. Visnovska, M. Goos, A. Bennison & K. Fry (Eds.), *Research in mathematics education in Australasia: 2012-2015* (pp. 281-304). Springer.
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2017). Ortaokul 3. sınıf öğrencilerinin okuma yarışması problemi üzerinde bilişsel modelleme yeterlikleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 11(2), 19-51. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.373135>
- Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri. Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2016.6011>
- Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2015). 6. sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterlikleri nasıl geliştirilebilir. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 4(1), 49-63.
- Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185-206.
- Trilling, B., & Fadel, C. (2009). *21st century skills: Learning for life in our times: learning for life in our times*. John Wiley & Sons.
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization World Water Assessment Programme (UNESCO WAP) (2019). *The United Nations World Water Development report 2019: Leaving no one behind*. UNESCO.
- Ural, A. (2018). *Matematiksel modelleme eğitimi*. Anı Yayıncılık.
- Yıldırım, U. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erzincan Binalı Yıldırım Üniversitesi.
- Yıldırım, Z. ve Işık, A. (2014). Matematiksel modelleme etkinliklerinin 5.sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki akademik başarılarına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 581-600.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları* (3. baskı). (İ. Günbayı, Çev.). Nobel Akademik Yayıncılık.

Extended Summary

Introduction

Mathematical modelling is one of the mathematical tools used in a wide range from elementary to higher education to support the development of individuals' higher-order thinking skills and to explain real-life situations (Berry & Houston, 1995; Blomhøj, 2011; Erbaş et al., 2014; Maaß, 2006). Day by day, it is better understood how important modelling is for mathematics education and many other disciplines. Mathematical modelling, one of the critical study and research areas of mathematics education, offers valuable opportunities to both individuals and teachers. One of these opportunities is undoubtedly that it helps meaningful learning by associating mathematics with real life (Erbaş et al., 2016). Although mathematical modelling is a complex process, it enables students to have the skills to define, mathematize, interpret, verify, analyze and compare (Blomhøj & Jensen, 2003; Blum et al., 2007; Bukova-Güzel, 2021; English, 2010; English & Watters, 2004; Maaß, 2006). So much so that mathematical models are an essential part of all mathematics fields, including arithmetic, algebra, geometry and calculus (Dundar et al., 2012). In this respect, one of the essential inputs of mathematics education is to enable students to understand the value of mathematical modelling, which contributes to the development of their logical and intellectual skills (CCSSI, 2010; MoNE, 2018; NCTM, 2016). Developing students' ability to solve real-world problems is a widely accepted goal of mathematics education (Cevikbas et al., 2022). Therefore, mathematical modelling has been accepted worldwide and included in many teaching programs, and research/studies have been performed in the light of theoretical explanations. When the literature on mathematical modelling is examined, it is seen that it is handled on the axis of different perspectives and modelling cycles. Studies show that students do not have enough experience in mathematical modelling. In the present study, the mathematical modelling processes of elementary mathematics teacher candidates were examined in the context of a problem statement developed by a real-life situation called Water of Waste. Unlike the studies in the related literature, students' mathematical modelling processes were evaluated in detail in the axis of the sub-dimensions of the cognitive modelling competence framework.

Method

In this study, the case study design based on the qualitative paradigm was preferred since the modelling processes of the elementary mathematics teacher candidates related to the problem statement suitable for the real-life situation called "Waste of Water" were examined in detail. In this context, the event determined by using the single instrumental case study model in the study was analyzed in its terms but holistically (Yıldırım & Şimşek, 2018; Yin, 2017). The study participants consisted of 63 candidate teachers studying in the department of elementary education mathematics teaching at a state university in the Central Anatolian Region and taking the Modeling in Mathematics Education course. 78% of the participants ($n=49$) were female, and 22% ($n=14$) were male. The basic data collection tool of the research consists of the problem statement "Waste of Water" prepared by the researchers in a real-life situation. While developing a problem statement

suitable for real life, attention was paid to the fact that it is one of the current problems of our day and that the data are to be used as a counterpart in our daily life. The second data collection source of the research was obtained from the observation notes kept by the researcher. One of the researchers collected observation notes by observing the participants' solution processes. There was no time limit, and no intervention was made so that the participants could develop mathematical modelling for the problem statement. The solutions of the candidate teachers for the problem statement were evaluated by the modelling steps and analyzed with the help of the content analysis method.

Findings

Candidate teachers generally tend to show an appropriate approach within the framework of competencies, including the sub-dimensions of understanding the real problem and creating a reality-based model. Most of the candidate teachers showed a similar or somewhat appropriate approach to simplifying problem situations and making assumptions, recognizing and naming the quantities that affect the problem situation, determining the variables, establishing relationships between the variables, and deciding whether the information included in the problem situation is relevant or not. While some of the few candidate teachers who did not show any approach made assumptions about the problem situation, they did not make any evaluation in recognizing and naming quantities, establishing relationships between variables, and distinguishing between relevant or non-relevant information. Most participants took an appropriate or somewhat appropriate approach to mathematically expressing quantities and their relationships and simplifying and reducing complexity when constructing the actual model. However, it was observed that they needed help choosing appropriate mathematical representations and representing/explaining situations graphically/figuratively. More than half of the candidate teachers were able to use heuristic strategies by dividing the problem into solvable sub-problems, expressing the problem in another way, looking at the problem from a different perspective, changing and organizing the available data or quantities, and using mathematical knowledge to some extent appropriately to solve the problem. Candidate teachers' competencies in interpreting mathematical results in an actual situation are mainly in the form of approaching to some extent with no approach.

Discussion and Results

In the modelling process, students generally focus on the problems solution and cannot critically examine the real-life counterparts of what they have learned in the mathematical world. The findings of many studies show that students do not exhibit too many different approaches and explanations for a solution other than a solution (Hıdıroğlu et al., 2018). This solution approach also prevents students from verifying the strengths and weaknesses of the models they have created. Most students neglected the interpretation and validation steps of the modelling and do not make any evaluations. One of the most critical steps of the modelling process is to verify and interpret the solutions of the models created following the real-life situation (Berry & Houston, 1995; English, 2009; Gravemeijer, 2002; Maaß, 2006; Stillman et al., 2016). Among the essential facts of the emergence of this situation, the effect of the mathematical culture that students have acquired throughout their education can be shown. As a matter of fact, for many students, mathematical information is accepted without interpretation. Therefore, teachers should introduce the nature of mathematics to their students and make them realize its importance in daily life. In addition, they should prepare an environment for their students to experience mathematical modelling and allow

them to mentally filter the knowledge they have acquired. As a result, mathematical modelling has gained an important place both in the context of international assessment exams and in the standards of mathematics teaching (ATC21S, 2012; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Kim & Kim, 2010; NCTM, 2016). According to Dost (2018), dealing with mathematics is not just being in a series of numbers and formulas but adopting a way of thinking. Therefore, it is essential for candidate teachers to adopt a mathematical modelling way of thinking and to be aware of their real-life counterparts in order for them to have a good modelling mindset. In this context, it is importance to ask questions that will enable students to think in real life to develop their modelling skills and guide them in the modelling process.