

Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile Fonksiyonel Derecelenmiş Sandviç Dairesel Plakların Eğilme Analizi

Ahmad Reshad NOORI^{*1} ORCID 0000-0001-6232-6303

¹Istanbul Gelişim Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul

Geliş tarihi: 24.05.2022 Kabul tarihi: 23.09.2022

Atıf şekli/ How to cite: NOORI, A.R., (2022). Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile Fonksiyonel Derecelenmiş Sandviç Dairesel Plakların Eğilme Analizi. Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Dergisi, 37(3), 673-683.

Öz

Bu çalışmada, Fonksiyonel Derecelenmiş (FD) malzemeli sandviç dairesel plakların eğilme davranışı teorik olarak araştırılmıştır. Malzeme özellikleri kalınlığı boyunca değişen sandviç dairesel plakların, öz tabakası veya çekirdeği izotropik homojen yüzey tabakaları ise FD malzemeli olarak kabul edilmiştir. Ele alınan plakların statik davranışını idare eden denklemler Kirchhoff–Love ve Mindlin–Reissner plak teorilerine göre minimum toplam enerji prensibi yardımıyla kanonik halde elde edilmiştir. Elde edilen bu denklemlerin sayısal çözümleri için Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) uygulanmıştır. Bu çalışmada, malzeme değişim katsayılarının, yarıçap-kalınlık oranlarının, kayma deformasyon etkisinin ve farklı sınır koşullarının FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışı üzerindeki etkileri parametrik olarak incelenmiştir. TFY'nin bu tür problemlere etkin bir şekilde uygulanabilirliği ve yöntemin doğruluğu, elde edilen sonuçların mevcut literatür ile karşılaştırılarak gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Sandviç dairesel plak, Tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi, İki noktalı sınır değer problemi, Fonksiyonel derecelenmiş malzemeler

Bending Analysis of Functionally Graded Sandwich Circular Plates via the Complementary Functions Method

Abstract

In this study, the flexural response of sandwich circular plates with Functionally Graded (FG) material is investigated theoretically. The core of the sandwich circular plates, whose material properties change throughout their thickness, is considered to be isotropic homogeneous and the face sheets are assumed to be FG. The governing equations of the static behavior of the considered plates are obtained in canonical form with the aid of the minimum total energy principle based on the Kirchhoff–Love and Mindlin–Reissner plate theories. For the numerical solutions of these equations, the Complementary Functions Method (CFM) is implemented. In this research, the effects of material gradient index, radius-thickness ratios, shear deformation effects and different boundary conditions on the bending behavior of FG

*Sorumlu (Corresponding author) yazar: Ahmad Reshad NOORI, arnoori@gelisim.edu.tr

sandwich circular plates are parametrically investigated. The efficient applicability of the CFM to this type of problem and the accuracy of the suggested method are demonstrated by comparing the results obtained with the existing literature.

Keywords: Sandwich circular plate, Complementary functions method, Two-Point boundary value problem, Functionally graded materials

1. GİRİŞ

Dairesel plaklar, mühendislik tasarımının en önemli ve vazgeçilmez yapı elemanlarından biridir. FD malzemeler ise, sahip olduğu çeşitli üstün mekanik özelliklerinden dolayı havacılık, inşaat ve denizcilik gibi birçok mühendislik dallarında geniş bir uygulama alanına sahiptir. İstenen mekanik özelliklerinin elde edilebilmesi için bazen FD malzemeler katmanlı olarak da kullanılmaktadır. Bu nedenle FD sandviç malzemeden yapılan dairesel plakların statik ve dinamik davranışları çeşitli yöntemler kullanılarak yaygın bir şekilde araştırılmıştır.

Ma ve Wang [1], Karman plak teorisini kullanarak FD malzemeli dairesel plakların doğrusal olmayan eğilme davranışlarını araştırmışlardır. Jalali ve arkadaşları [2], değişken kalınlıklı FD sandviç dairesel plakların termal stabilite davranışlarını Shooting yöntemi ile incelemişlerdir. Jalali ve arkadaşları [3], çekirdeği homojen ve yüzey tabakaları FDM olan sandviç dairesel plakların burkulma analizini teorik olarak ele almışlardır. Alipour ve Shariyat [4], düşey yükler etkisinde olan FD malzemeli sandviç dairesel plakların eğilme ve gerilme analizlerini zigzag teorisi ile araştırmışlardır.

Sburlati [5], yüzey tabakaları izotropik homojen ve çekirdeği FDM olan sandviç dairesel plakların eğilme davranışlarını idare eden denklemlerin çözümünü kapalı formda elde etmiştir. Nguyen ve arkadaşları [6], FDM sandviç plakların burkulma ve serbest titreşim davranışları için Navier tipi çözüm elde etmişlerdir. Sburlati ve arkadaşları [7], yüzey tabakaları FD olan sandviç dairesel plakların deplasman ve gerilme değerlerini kapalı formda hesaplamışlardır. Shariyat ve Alipour [8], FDM sandviç dairesel plakların dinamik davranışları için zigzag-elastisite yaklaşımını önermişlerdir.

Houari ve arkadaşları [9], FDM sandviç plakların termoelastik eğilme davranışlarını analiz etmek için yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi geliştirmişlerdir. Zenkour [10], FD sandviç plakların eğilme davranışlarını incelemek için yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi kullanmıştır. Thai ve arkadaşları [11], FD sandviç plakların statik, dinamik ve burkulma davranışlarını araştırmışlardır. Thai ve arkadaşları [12], FDM sandviç plakların analizi için yeni kayma deformasyon teorisi geliştirmişlerdir.

Alibeigloo [13], termomekanik yükler etkisinde olan FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışlarını incelemek için diferansiyel kareleme yönteminden (DKY) yararlanmışlardır. Alipour [14], elastik sınır koşullarında olan FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışları için analitik çözüm yöntemi sunmuştur. Mantari ve Monge [15], basit mesnetli FD sandviç plakların doğrusal titreşim, eğilme ve burkulma davranışları için kapalı formda çözüm elde etmişlerdir. Li ve arkadaşları [16], sandviç plaklar için yeni bir FDM modeli geliştirerek bu plakların eğilme davranışlarını incelemişlerdir.

Beni ve Dehkordi [17], FD sandviç dairesel plakların davranışlarını araştırmak için Carrera birleşik formülasyonunu kullanmışlardır. Farhatnia ve arkadaşları [18], elastik zemine oturan değişken kalınlıklı FD sandviç dairesel plakların klasik plak teorisine dayalı eğilme davranışlarını DKY ile incelemişlerdir. Chung ve Ou [19], basit mesnetli FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışlarını analitik olarak incelemişlerdir. Duc ve Vuong [20], FDM sandviç kabukların doğrusal olmayan dinamik analizini araştırmışlardır. Shinde ve Sayyad [21], FD sandviç kabukların statik ve dinamik davranışlarını incelemek için yüksek mertebe kayma deformasyon teorisi geliştirmişlerdir. Sah ve Ghosh [22], çok yönlü FD sandviç plakların burkulma ve dinamik

davranışlarını analiz etmişlerdir. Dogan [23], FD plakların dinamik davranışını Laplace uzayında araştırmıştır.

TFY, daha önce birçok mekanik problemlerin etkin çözümünde yaygın olarak uygulanmıştır. Örneğin;

Noori ve arkadaşları [24], FD sandviç kirişlerin statik davranışını, Temel ve arkadaşları [25], dikdörtgen kesitli sikloid çubukların sönümlü zorlanmış titreşimini, Noori ve Temel [26], değişken kesitli tabaklı kompozit parabolik kemerlerin dinamik davranışını, Sivri ve Temel [27], değişken kesitli kolonların burkulmasını, Eker ve arkadaşları [28], basınçlı FDM kapların mekanik davranışını, Çalım [29], elastik zemine oturan FD kirişlerin dinamik davranışını, Yıldırım ve Tütüncü [30], anizotrop disklerin serbest titreşim davranışını, Yıldırım [31], kompozit sandviç kirişlerin serbest titreşim davranışını TFY ile incelemişlerdir.

Yazarın bilgisine göre, FD sandviç dairesel plakların statik davranışını TFY ile analiz eden herhangi bir çalışma ile mevcut literatürde karşılaşmamıştır. FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışı ilk kez bu makalede TFY ile incelenmiştir. Ele alınan plakların eğilme davranışını idare eden kanonik denklemler minimum toplam potansiyel enerji ilkesi ile elde edilmiştir.

Bu araştırmada, malzeme değişim katsayılarının, yarıçap-kalınlık (r/h) oranlarının ve farklı sınır koşullarının bu tür plakların statik davranışı üzerindeki etkileri parametrik olarak ele alınmıştır. Ayrıca, FD malzemeli sandviç dairesel plakların statik yükler altında beklenen eğilme davranışını belirlemenin yanı sıra, bu yöntemin kolayca ve etkin bir şekilde uygulanabilirliğini göstermeyi de amaçlamaktadır.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

Şekil 1'de sandviç dairesel plak için FD malzemenin değişim fonksiyonu Eşitlik 1 ile verilmektedir.

$$E(z) = \begin{cases} E_m + (E_c - E_m) \left(\frac{h+2z}{0,5h} \right)^p, & -0,5h \leq z \leq -0,25h \\ E_c, & -0,25h \leq z \leq 0,25h \\ E_m + (E_c - E_m) \left(\frac{h-2z}{0,5h} \right)^p, & 0,25h \leq z \leq 0,5h \end{cases} \quad (1)$$

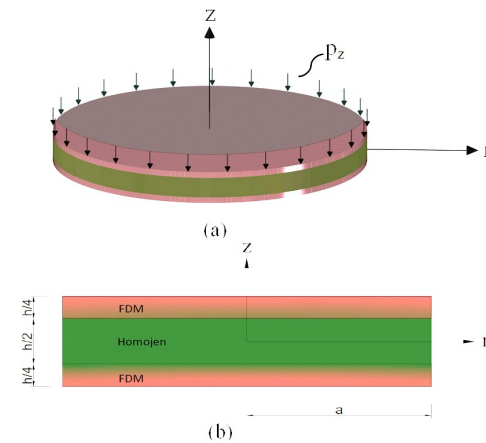
Burada, E_c ve E_m sırasıyla seramik ve metal malzemelerine ait elastisite modülleri olup p ise malzeme değişim katsayısıdır. Ele alınan sandviç dairesel plakların üç katmana sahip olduğu dikkate alınmıştır.

FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışını idare eden denklemler, kalın plak teorisine dayalı yaklaşıma göre elde edilmiştir. Dairesel plaklar için yer değiştirmeler aşağıdaki gibi ifade edilir (Eşitlik 2 ve 3) [32].

$$U_r = u(r) + z \chi(r) \quad (2)$$

$$U_z = w(r) \quad (3)$$

Burada, $w(r)$ düşey yer değiştirme, $u(r)$ radyal yer değiştirme ve $\chi(r)$ ise dönme olup, şekil değiştirmeler Eşitlik 4-8'de verilmektedir [32].



Şekil 1. FD sandviç dairesel plağın (a) geometrik parametreleri (b) malzeme değişimi

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du}{dr} = u' \tag{4}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \tag{5}$$

$$\chi_{rr} = \frac{d\chi}{dr} = \chi' \tag{6}$$

$$\chi_{\theta\theta} = \frac{\chi}{r} \tag{7}$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} = \chi + \frac{dw}{dr} = \chi + w' \tag{8}$$

Sandviç dairesel plaklara ait şekil değiştirme ve gerilme arasındaki ilişkiler Eşitlik 9-11'de verilmektedir [32].

$$\sigma_{rr} = \frac{E^{(i)}(z)}{1-\nu^2} (\varepsilon_{rr} + \nu\varepsilon_{\theta\theta} + z\chi_{rr} + z\nu\chi_{\theta\theta}) \tag{9}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E^{(i)}(z)}{1-\nu^2} (\varepsilon_{\theta\theta} + \nu\varepsilon_{rr} + z\chi_{\theta\theta} + z\nu\chi_{rr}) \tag{10}$$

$$\tau_{rz} = \frac{E^{(i)}(z)}{2(1+\nu)} \gamma_{rz} \tag{11}$$

Eşitlik (5)'te verilen $E^{(i)}(z)$ elastisite modülü dairesel plağın kalınlığı boyunca malzeme değişim katsayısına bağlı olarak değişmektedir. Minimum toplam potansiyel enerji ifadesi kalın plak (Mindlin plak) teorisine dayalı olarak Eşitlik 12'de verilmiştir.

$$\Pi_1 = 2\pi \int_0^r \frac{1}{2} \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} A_{11}u' + A_{12}\frac{u}{r} \\ + B_{11}\chi' + B_{12}\frac{\chi}{r} \end{array} \right) \varepsilon_{rr} \\ + \left(\begin{array}{l} A_{11}\frac{u}{r} + A_{12}u' \\ + B_{11}\frac{\chi}{r} + B_{12}\chi' \end{array} \right) \varepsilon_{\theta\theta} \\ + \left(\begin{array}{l} B_{11}u' + B_{12}\frac{u}{r} \\ + D_{11}\chi' + D_{12}\frac{\chi}{r} \end{array} \right) \chi_{rr} \\ + \left(\begin{array}{l} B_{11}\frac{u}{r} + B_{12}u' \\ + D_{11}\frac{\chi}{r} + D_{12}\chi' \end{array} \right) \chi_{\theta\theta} \\ + (A_{55}(\chi + w'))\gamma_{rz} \end{array} \right] - (p_r u + p_z w) y dr \tag{12}$$

Bu denklemde görülen $A_{11}, A_{12}, B_{11}, B_{12}, D_{11}, D_{12}$ ve A_{55} kesit rijitlik sabitleri olup, Eşitlik (13)'te verilen integraller yardımı ile hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} & \{A_{11}, B_{11}, D_{11}\} \\ & = \sum_{i=1}^3 \left(\int_{h_{i-1}}^{h_i} \frac{E^{(i)}(z)}{1-\nu^2} \{1, z, z^2\} dz \right) \\ & \{A_{12}, B_{12}, D_{12}\} \\ & = \sum_{i=1}^3 \left(\int_{h_{i-1}}^{h_i} \nu \frac{E^{(i)}(z)}{1-\nu^2} \{1, z, z^2\} dz \right) \end{aligned} \tag{13}$$

$$A_{55} = k_s \sum_{i=1}^3 \left(\int_{h_{i-1}}^{h_i} G^{(i)}(z) dz \right)$$

Burada k_s , kayma düzeltme faktörüdür. Gerekli büyüklüklerin türevleri ve impulsif bileşenleri elde edilerek, FD dairesel plakların eğilme davranışını idare eden 6 adet adi diferansiyel denklemler teşkil edilip Eşitlik 14-19'da verilmiştir.

$$u' = \frac{D_{11}N_{rr} - B_{11}M_{rr}}{A_{11}D_{11} - B_{11}^2} - \nu \frac{u}{r} \tag{14}$$

$$w' = \frac{Q_{rz}}{A_{55}} - \chi \tag{15}$$

$$\chi' = \frac{A_{11}M_{rr} - B_{11}N_{rr}}{A_{11}D_{11} - B_{11}^2} - \nu \frac{\chi}{r} \tag{16}$$

$$N_{rr}' = \frac{1-\nu^2}{r^2} (A_{11}u + B_{11}\chi) + \frac{\nu-1}{r} N_{rr} - p_r \tag{17}$$

$$Q_{rz}' = -\frac{1}{r} Q_{rz} - p_z \tag{18}$$

$$M_{rr}' = Q_{rz} + \frac{1-\nu^2}{r^2} (B_{11}u + D_{11}\chi) + \frac{\nu-1}{r} M_{rr} \tag{19}$$

Bu araştırmada, ele alınan plak teorilerinden Kirchhoff plak teorisine göre çözüm yapılırken Eşitlik 15'teki $\frac{Q_{rz}}{A_{55}}$ terimi ihmal edilmektedir. Elde edilen Eşitlik 14-19 aşağıdaki gibi matris formunda verilebilir.

$$\frac{d\{Y(r)\}}{dr} = [A(r)]\{Y(r)\} + \{F(r)\} \quad (20)$$

İki noktalı sınır değer problemi olan Eşitlik (20), TFY ile çözülmektedir. Burada r , bağımsız değişkendir. Bu yöntemin yardımıyla iki noktalı sınır değer problemi başlangıç değer problemine indirgenebilir. Eşitlik 20 için genel çözüm ise,

$$\{Y(r)\} = \sum_{m=1}^6 C_m [U^{(m)}(r)] + \{V(r)\} \quad (21)$$

Şeklinde. Burada $\{V(r)\}$ özel çözüm olup, $[U^{(m)}(r)]$ ise homojen çözümdür. Homojen çözümü elde etmek için m 'inci bileşenine 1, diğerlerine sıfır değeri verilir. Özel çözüm ise başlangıç şartları sıfır alınarak elde edilir. İntegrasyon sabitlerini (C_m) bulmak için problemin sınır şartlarını bilmek gerekir. Bu sınır şartları plakların mesnet koşullarına bağlıdır [32].

3. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu çalışmada, FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışını idare eden denklemler kanonik formda elde edilmiştir. Elde edilen kanonik denklemler sayısal olarak TFY ile çözülmüş ve FD sandviç kalın ve ince dairesel plakların eğilme davranışı üzerine, farklı yarıçap-kalınlık oranlarının, çeşitli sınır koşullarının ve malzeme değişim katsayısının etkileri teorik olarak araştırılmıştır. TFY'ye dayalı problemlerin çözümü için RK5 algoritması kullanılarak FORTRAN programa dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

İlk olarak, kalınlığı (h) 0,01 m, yarıçapı (r) 0,6 m, E_c değeri 360 GPa, kenarlarından sabit ve ankastre sınır şartlarına sahip olan sandviç dairesel plak için en büyük boyutsuz düşey yer değiştirmeler hesaplanmıştır. Burada, çeşitli malzeme değişim katsayıları için FD sandviç dairesel plakların Kirchhoff plak teorisine göre elde edilen boyutsuz düşey deplasmanları ($w^* = w/r$) literatürde ([18]) verilen değerler ile Çizelge 1'de karşılaştırılmıştır.

Çizelge 1. FD Sandviç dairesel plaklara ait boyutsuz düşey deplasman değerleri

n_z	Metot	Ankastre mesnetli	Sabit Mesnetli
1	Bu çalışma (TFY)	0,01790	0,07300
	Ref. [18] (DKY)	0,01790	0,07300
5	Bu çalışma (TFY)	0,02832	0,11547
	Ref. [18] (DKY)	0,02830	0,11540
Metal	Bu çalışma (TFY)	0,05268	0,21483
	Ref. [18] (DKY)	0,05270	0,21460

Çizelge 1 incelendiğinde, FDM sandviç dairesel plakların eğilme analizi için bu çalışmada önerilen yöntem ile elde edilen boyutsuz maksimum düşey yer değiştirme değerlerinin mevcut literatür ile uyum içerisinde olduğu görülmektedir.

Bu çalışmada çözülen sayısal uygulamalarda kullanılan FD malzemelerin mekanik özellikleri Çizelge 2'de verilmiştir.

Çizelge 2. Malzeme özellikleri

Malzeme	E (GPa)	ν
Metal	70	0,3
Seramik	380	0,3

Ele alınan tüm FD sandviç dairesel plaklar ($p_z = 10^5$ kPa) basınç etkisinde olup, geometrik özellikleri şöyledir: Plakın yarıçapı ($r=0,5$) ve kalın plak teorisi için kayma düzeltme faktörü 5/6 olarak alınmıştır.

Çizelge 3. Sabit mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen boyutsuz düşey deplasmanlar ($w^* \times 10^3$)

n_z	r/h		
	1/5	1/10	1/20
Seramik	0,0229	0,1832	1,4652
1	0,0404	0,3232	2,5860
2	0,0510	0,4076	3,2600
3	0,0575	0,4598	3,6780
4	0,0618	0,4942	3,9520
5	0,0648	0,5180	4,1440
10	0,0718	0,5742	4,5940
Metal	0,1243	0,9942	7,9540

Çizelge 4. Sabit mesnetli FD sandviç Mindlin dairesel plak için elde edilen boyutsuz düşey deplasmanlar ($w^* \times 10^3$)

n_z	r/h		
	1/5	1/10	1/20
Seramik	0,02392	0,18520	1,46940
1	0,04170	0,32580	2,59200
2	0,05236	0,41040	3,26600
3	0,05896	0,46280	3,68400
4	0,06328	0,49720	3,95800
5	0,06630	0,52120	4,15000
10	0,07340	0,57740	4,60000
Metal	0,12986	1,00540	7,97600

Çalışmanın devamında Kirchhoff–Love ve Mindlin–Reissner plak teorilerine göre sabit mesnetli FD sandviç dairesel plakların farklı yarıçap-kalınlık oranları ($r/h=5, 10$ ve 20) ve farklı malzeme değişim katsayıları ($n_z = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ve 10) için boyutsuz deplasman değerleri hesaplanmış ve Çizelge 3 - 4’te verilmiştir.

Benzer şekilde yukarıda verilen yarıçap-kalınlık oranları ve malzeme değişim katsayıları için ankastre mesnetli FD sandviç dairesel plaklara ait boyutsuz düşey deplasmanlar hem ince hem de kalın plak teorilerine göre elde edilmiş olup Çizelge (5 – 6)’da sunulmuştur.

Çizelge 5. Ankastre mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen boyutsuz düşey deplasmanlar ($w^* \times 10^3$)

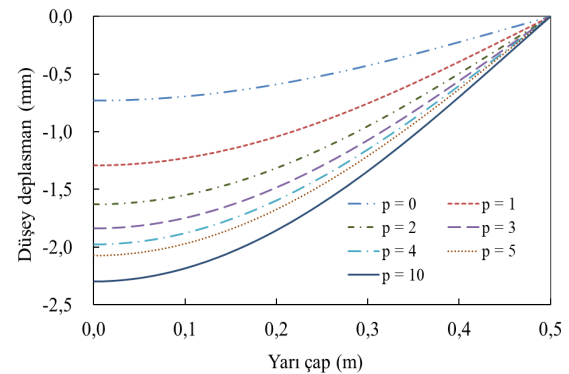
n_z	r/h		
	1/5	1/10	1/20
Seramik	0,005616	0,044940	0,359400
1	0,009912	0,079300	0,634400
2	0,012498	0,100000	0,800000
3	0,014098	0,112780	0,902000
4	0,015152	0,121220	0,969800
5	0,015886	0,127080	1,016600
10	0,017606	0,140860	1,126800
Metal	0,030480	0,244000	1,951200

Çizelge 6. Ankastre mesnetli FD sandviç Mindlin dairesel plak için elde edilen boyutsuz düşey deplasmanlar ($w^* \times 10^3$)

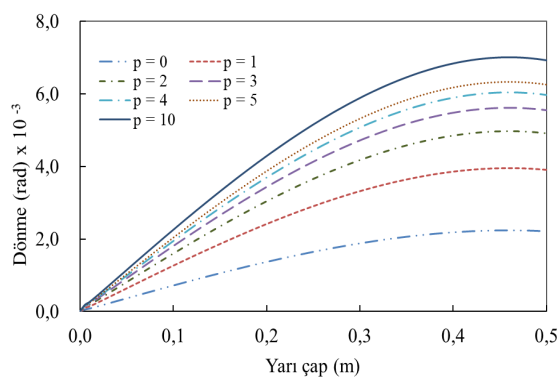
n_z	r/h		
	1/5	1/10	1/20
Seramik	0,006642	0,046980	0,363600
1	0,011202	0,081880	0,639600
2	0,013908	0,102820	0,805200
3	0,015572	0,115740	0,908200
4	0,016668	0,124260	0,975800
5	0,017440	0,130200	1,022800
10	0,019238	0,144120	1,133400
Metal	0,036060	0,255000	1,973600

Çizelgeler incelendiğinde, her iki sınır şartında da FD sandviç dairesel plaklarda meydana gelen en büyük düşey deplasman değerlerinin, Mindlin–Reissner plak teorisi kullanıldığında daha büyük olduğu gözlemlenmiştir. Bunun yanı sıra r/h oranı arttıkça boyutsuz deplasman değeri de artmaktadır. Ayrıca, ince ve kalın plak teorilerinde r/h oranına bağlı olmaksızın malzeme değişim katsayısı arttıkça boyutsuz düşey yer değiştirme değerleri de artmaktadır.

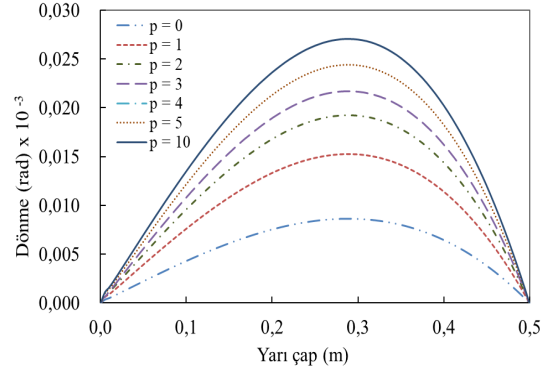
Çalışmanın devamında ince ve kalın plak teorilerine göre, sabit ve ankastre mesnetli sandviç dairesel plaklar ($r/h=20$ ve 5), çeşitli malzeme değişim katsayıları için statik yükler etkisinde analiz edilmiş olup, yarıçapı boyunca düşey deplasman ve dönme değerleri bulunarak grafik halinde sunulmuştur (Şekil 2-9).



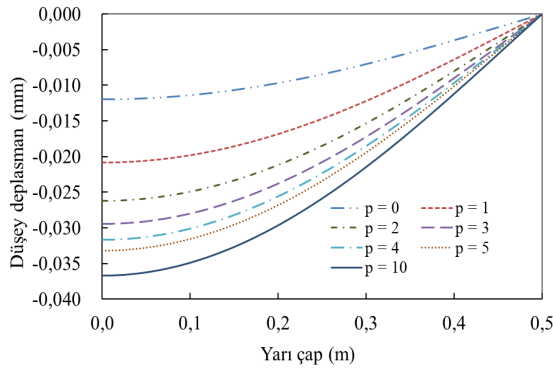
Şekil 2. Sabit mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen düşey deplasman değerleri ($r/h=20$)



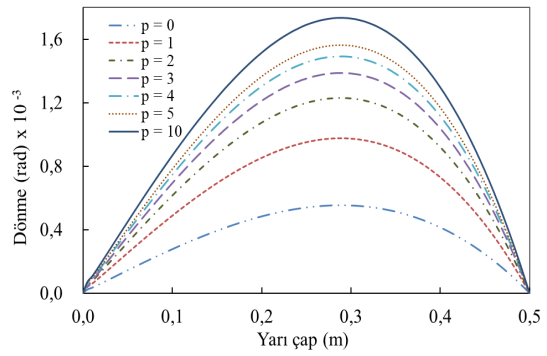
Şekil 3. Sabit mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen dönme değerleri ($r/h=20$)



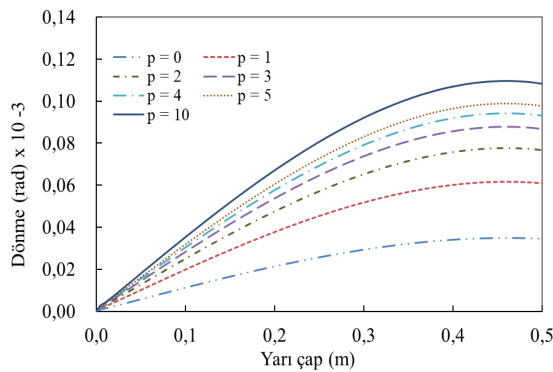
Şekil 6. Ankastr mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen düşey deplasman değerleri ($r/h=20$)



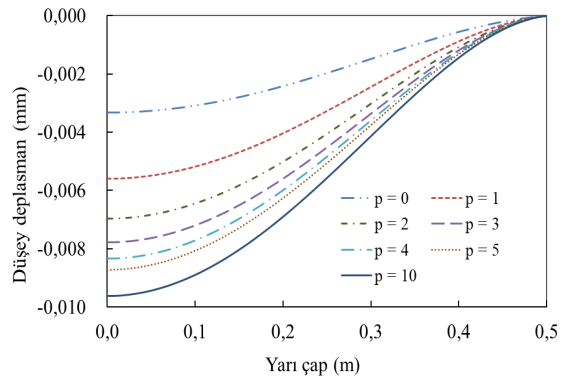
Şekil 4. Sabit mesnetli FD sandviç Mindlin dairesel plak için elde edilen düşey deplasman değerleri ($r/h=5$)



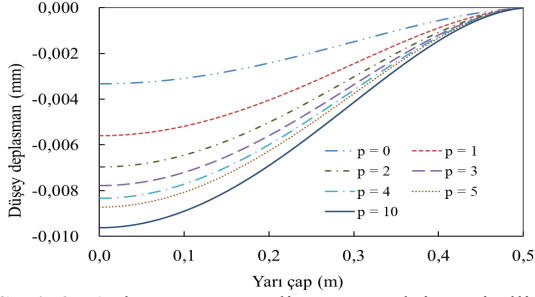
Şekil 7. Ankastr mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen dönme değerleri ($r/h=20$)



Şekil 5. Sabit mesnetli FD sandviç Mindlin dairesel plak için elde edilen dönme değerleri ($r/h=5$)



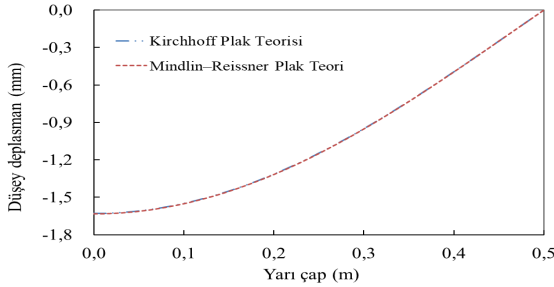
Şekil 8. Ankastr mesnetli FD sandviç Kirchhoff dairesel plak için elde edilen düşey deplasman değerleri ($r/h=5$)



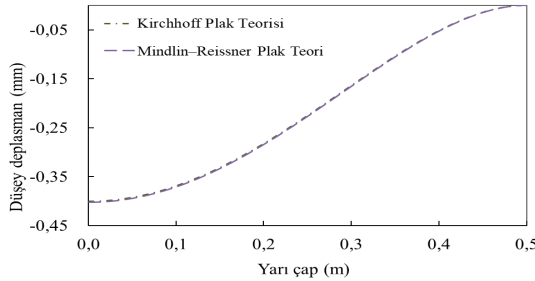
Şekil 9. Ankastré mesnetli FD sandviç Mindlin dairesel plak için elde edilen dönme değerleri ($r/h=5$)

Şekil 2-9 incelendiğinde malzeme değişim katsayısı artıka düşey yer değiştirme ve dönme değerlerinin de artıttığı görülmektedir.

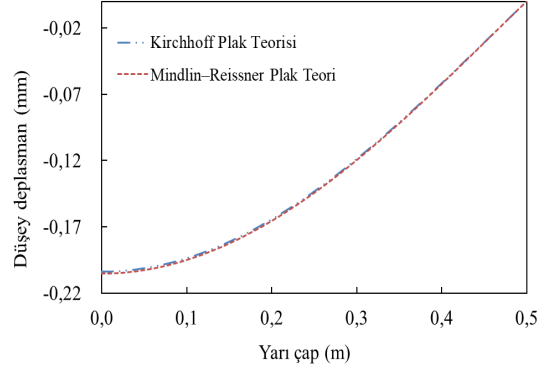
Son olarak, sabit ve ankastré mesnetli dairesel sandviç plakların $n_z = 2$ ve ($r/h=20, 10$ ve 5) durumları için düşey yer değiştirme grafikleri Şekil 10-15’de verilerek ince ve kalın plak teorileri için karşılaştırılmıştır.



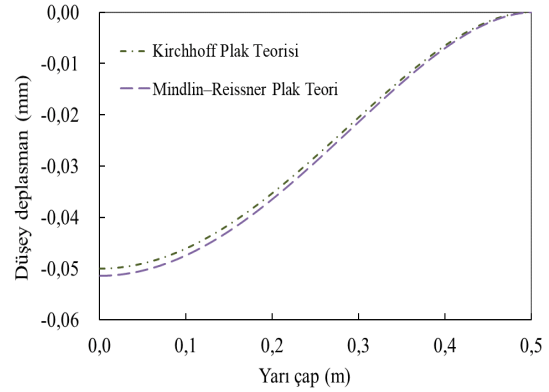
Şekil 10. Sabit mesnetli dairesel plak için düşey deplasman değerlerinin karşılaştırılması ($r/h=20$)



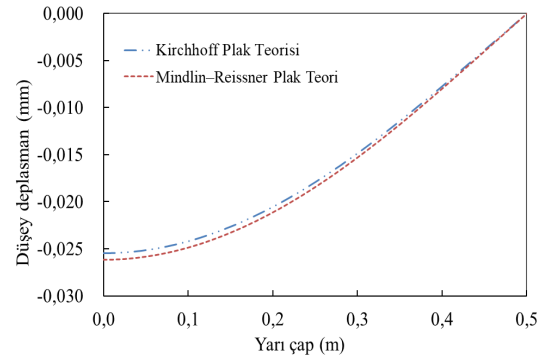
Şekil 11. Ankastré mesnetli dairesel plak için düşey deplasman değerlerinin karşılaştırılması ($r/h=20$)



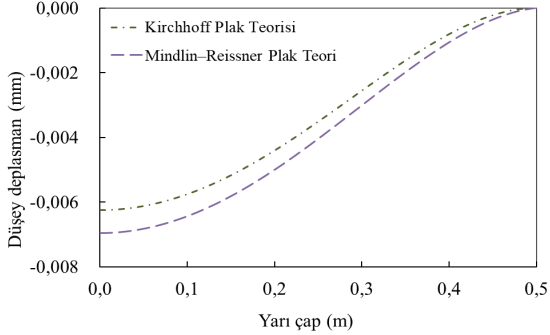
Şekil 12. Sabit mesnetli dairesel plak için düşey deplasman değerlerinin karşılaştırılması ($r/h=10$)



Şekil 13. Ankastré mesnetli dairesel plak için düşey deplasman değerlerinin karşılaştırılması ($r/h=10$)



Şekil 14. Sabit mesnetli dairesel plak için düşey deplasman değerlerinin karşılaştırılması ($r/h=5$)



Şekil 15. Ankastre mesnetli dairesel plak için düşey deplasman değerlerinin karşılaştırılması ($r/h=5$)

Grafikler incelendiğinde, r/h oranı arttıkça kayma şekil değiştirme etkisi tamamen azaldığı için her iki plak teorisine göre elde edilen düşey deplasmanlar üst üste çakışmaktadır. Düşük r/h oranlara sahip olan FD sandviç dairesel plakların eğilme analizi için kalın plak teorisin uygulanması önerilmektedir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, FD malzemeli sandviç dairesel plakların eğilme davranışı incelenmiştir. Ele alınan plakların statik davranışını idare eden adi diferansiyel denklemler kanonik formda, kalın ve ince plak teorilerine göre minimum toplam potansiyel enerji ilkesi ile bulunmuştur. Elde edilen denklemlerin nümerik olarak çözülmesi için TFY kullanılmıştır.

Çeşitli sınır koşullarının, malzeme değişim katsayılarının ve r/h oranlarının FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışı üzerindeki etkileri ayrıntılı bir şekilde araştırılmıştır. Araştırmada kullanılan malzeme modelleri için malzeme değişim katsayısı arttıkça deplasmanların da arttığı görülmüştür. Yarıçapı-kalınlık (r/h) oranı azaldıkça kayma şekil değiştirme etkisinin arttığı gözlemlenmiştir. Kenarlarından ankastre mesnetli durumda deplasmanlar küçük iken sabit mesnetli durumda deplasmanların daha büyük olduğu görülmüştür.

Son olarak daha önce çeşitli mekanik problemlerin çözümünde etkin bir şekilde kullanılan TFY'nin, FD sandviç dairesel plakların eğilme davranışını araştırmak için oldukça etkin ve kolayca uygulanabilir olduğu görülmüştür.

5. TEŞEKKÜR

Bu çalışma İstanbul Gelişim Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Uygulama ve Araştırma Merkezi tarafından desteklenmiştir (BP-180220-ARN).

6. KAYNAKLAR

1. Ma, L.S., Wang, T.J., 2003. Nonlinear Bending and Post-buckling of a Functionally Graded Circular Plate Under Mechanical and Thermal Loadings. *International Journal of Solids and Structures*, 40(13-14), 3311-3330.
2. Jalali, S.K., Naei, M.H., Poorsolhjouy, A., 2010. Thermal Stability Analysis of Circular Functionally Graded Sandwich Plates of Variable Thickness Using Pseudo-spectral Method. *Materials & Design*, 31(10), 4755-4763.
3. Jalali, S.K., Naei, M.H., Poorsolhjouy, A., 2011. Buckling of Circular Sandwich Plates of Variable Core Thickness and FGM Face Sheets. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 11(02), 273-295.
4. Alipour, M.M., Shariyat, M., 2012. An Elasticity-equilibrium-based Zigzag Theory for Axisymmetric Bending and Stress Analysis of the Functionally Graded Circular Sandwich Plates, Using a Maclaurin-type Series Solution. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 34, 78-101.
5. Sburlati, R., 2012. An Axisymmetric Elastic Analysis for Circular Sandwich Panels with Functionally Graded Cores. *Composites Part B: Engineering*, 43(3), 1039-1044.
6. Nguyen, T.K., Vo, T.P., Thai, H.T., 2014. Vibration and Buckling Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates with Improved Transverse Shear Stiffness Based on the First-order Shear Deformation Theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical*

- Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 228(12), 2110-2131.
7. Sburlati, R., Atashipour, S.R., Hosseini-Hashemi, S., 2013. Study on the Effect of Functionally Graded Coating Layers on Elastic Deformation of Thick Circular Plates: A Closed-Form Elasticity Solution. *Composite Structures*, 99, 131-140.
 8. Shariyat, M., Alipour, M.M., 2013. Semi-analytical Consistent Zigzag-elasticity Formulations with Implicit Layerwise Shear Correction Factors for Dynamic Stress Analysis of Sandwich Circular Plates with FGM Layers. *Composites Part B: Engineering*, 49, 43-64.
 9. Houari, M.S.A., Tounsi, A., Bég, O.A., 2013. Thermoelastic Bending Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates Using a New Higher Order Shear and Normal Deformation Theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 76, 102-111.
 10. Zenkour, A.M., 2013. Bending Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates Using a Simple Four-unknown Shear and Normal Deformations Theory. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 15(6), 629-656.
 11. Thai, C.H., Kulasegaram, S., Tran, L.V., Nguyen-Xuan, H., 2014. Generalized Shear Deformation Theory for Functionally Graded Isotropic and Sandwich Plates Based on Isogeometric Approach. *Computers & Structures*, 141, 94-112.
 12. Thai, H.T., Nguyen, T.K., Vo, T.P., Lee, J., 2014. Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates Using a New First-order Shear Deformation Theory. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 45, 211-225.
 13. Alibeigloo, A., 2016. Thermo Elasticity Solution of Sandwich Circular Plate with Functionally Graded Core Using Generalized Differential Quadrature Method. *Composite Structures*, 136, 229-240.
 14. Alipour, M.M., 2016. A Novel Economical Analytical Method for Bending and Stress Analysis of Functionally Graded Sandwich Circular Plates with General Elastic Edge Conditions, Subjected to Various Loads. *Composites Part B: Engineering*, 95, 48-63.
 15. Mantari, J.L., Monge, J.C., 2016. Buckling, Free Vibration and Bending Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates Based on an Optimized Hyperbolic Unified Formulation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 119, 170-186.
 16. Li, D., Deng, Z., Xiao, H., Jin, P., 2018. Bending Analysis of Sandwich Plates with Different Face Sheet Materials and Functionally Graded Soft Core. *Thin-Walled Structures*, 122, 8-16.
 17. Beni, N.N., Dehkordi, M.B., 2018. An Extension of Carrera Unified Formulation in Polar Coordinate for Analysis of Circular Sandwich Plate with FGM Core Using GDQ Method. *Composite Structures*, 185, 421-434.
 18. Farhatnia, F., Saadat, R., Oveissi, S., 2019. Functionally Graded Sandwich Circular Plate of Non-Uniform Varying Thickness with Homogenous Core Resting on Elastic Foundation: Investigation on Bending via Differential Quadrature Method. *American Journal of Mechanical Engineering*, 7(2), 68-78.
 19. Chung, Y.L., Ou, Z.X., 2021. Exact Bending Solutions of Circular Sandwich Plates with Functionally Graded Material-undercoated Layer Subjected to Axisymmetric Distributed Loads. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 23(7), 2856-2881.
 20. Duc, N. D., Vuong, P. M., 2022. Nonlinear Vibration Response of Shear Deformable FGM Sandwich Toroidal Shell Segments. *Meccanica*, 57, 1083-1103.
 21. Shinde, B.M., Sayyad, A.S., 2022. A New Higher Order Shear and Normal Deformation Theory for FGM Sandwich Shells. *Composite Structures*, 280, 114865.
 22. Sah, S.K., Ghosh, A., 2022. Influence of Porosity Distribution on Free Vibration and Buckling Analysis of Multi-directional Functionally Graded Sandwich Plates. *Composite Structures*, 279, 114795.
 23. Dogan, A., 2022. Quasi-static and Dynamic Response of Functionally Graded Viscoelastic Plates. *Composite Structures*, 280, 114883.
 24. Noori, A.R., Rasooli, H., Aslan, T.A., Temel, B., 2020. Fonksiyonel Derecelenmiş Sandviç Kirişlerin Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi

- ile Statik Analizi. Çukurova Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 35(4), 1091-1102.
25. Temel, B., Aslan, T. A., Noori, A. R., 2018. Dikdörtgen Kesitli Viskoelastik Sikloid Çubukların Zorlanmış Titreşimi. Çukurova Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 33(1), 151-162.
 26. Noori, A. R., Temel, B., 2020. On the Vibration Analysis of Laminated Composite Parabolic Arches with Variable Cross-Section of Various Ply Stacking Sequences. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 27(19), 1658-1672.
 27. Sivri, B., Temel, B., 2022. Değişken Kesitli Timoshenko Kolonlarının Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemiyle Burkulma Analizi. Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi, 11 (1) , 122-128.
 28. Eker, M., Yarımpabuç, D., Çelebi, K. 2018. Mechanical Behavior of Functionally Graded Pressure Vessels Under the Effect of Poisson's Ratio . European Mechanical Science, 2(2), 52-59 .
 29. Çalım, F.F., 2020. Vibration Analysis of Functionally Graded Timoshenko Beams on Winkler-pasternak Elastic Foundation. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, 44(3), 901-920.
 30. Yildirim, S., Tutuncu, N., 2018. Axisymmetric Plane Vibration Analysis of Polar-anisotropic Disks. Composite Structures, 194, 509-515.
 31. Yildirim, S., 2020. Effect of Boundary Conditions on Natural Frequencies of Orthotropic-cored Composite Sandwich Beams. Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 35(1), 221-226.
 32. Noori, A.R., Temel, B., 2021. A Powerful Numerical Approach for the Axisymmetric Bending Response of Shear Deformable Two-directional Functionally Graded (2D-FG) Plates with Variable Thickness. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 235(22), 6370-6387.

