ANADOLU UNIVERSITY | GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES
AJESI
ANADOLU JOURNAL OF EDUCATIONAL SCIENCES INTERNATIONAL

DOI: 10.18039/ajesi.1194051

Investigation of Released Problems Regarding the Concept of Ratio-Proportion in Higher Education Institutions Exams in terms of Mathematical Reasoning[1]

Ayça AKIN[2], H. Seda SEZGİN[3], Selçuk ALKAN[4] , Tuba ADA[5], Cem Oktay GÜZELLER[6]

Date Submitted: *24.10.2022* ***Date Accepted:*** *19.06.2023* ***Type:*** *Research Article*

Abstract

The aim of this research is to examine the problems related to the concept of ratio-proportion in Higher Education Institutions Exams (HIE) in the last 57 years from 1966 to 2022 based on Lithner's (2008) mathematical reasoning framework. The design of this study is considered in the context of the analytical research model. Moreover, data were collected through document review in this study. The data of this study were analyzed by descriptive analysis approach based on Lithner's (2008) mathematical reasoning framework. From 1966 to 2022, 164 mathematical problems regarding the concept of ratio-proportion were identified in the HIE. Research findings showed that 84% of the ratio-proportional problems in the HIE in the last 57 years can be solved by making imitative reasoning (IR), while only 16% can be solved by making creative reasoning (CR). In terms of imitative and creative reasoning components, most of problems [70%] can be solved by making algorithmic reasoning (ALGR), while very few of these problems [3%] can be solved by making global creative reasoning (GCR). The results indicate that 14% of these problems are solved by making memorized reasoning (MR) and 70% by making ALGR in the context of IR. Additionally, it has been revealed that 13% of these problems are solved by making local creative reasoning (LCR) and 3% of these problems are solved by making global creative reasoning (GCR) in the context of CR. The results of this research indicated that students need to make creative reasoning instead of imitative reasoning in the HIE that has taken place in recent years. Since this research examines in depth the problems regarding the concept of ratio-proportion in the HIE from 1966 to 2022 in terms of mathematical reasoning, it is thought that the research findings provide useful information to mathematics education researchers and mathematics teachers in our country.

Keywords: algorithmic reasoning, creative reasoning, HIE, mathematical reasoning, ratio-proportion

Cite: Akın, A., Sezgin, H.S., Alkan, S., Ada, T. & Güzeller, C.O. (2023). Investigation of released problems regarding the concept of ratio-proportion in higher education institutions exams in terms of mathematical reasoning. *Anadolu Journal of Educational Sciences International, 13*(2), 273-302. https://doi.org/10.18039/ajesi.1194051

[1] Since this study is in the context of document analysis, ethics committee permission was not obtained.

[2] (Corresponding author) Asst. Prof. Dr., Antalya Belek University, Faculty of Engineering, Department of Software Engineering, Turkey, aycaakin07@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6107-3487
[3] Dr., Ministry of Education, Turkey, hsdakn@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6280-5408
[4] Asst. Prof. Dr., Hatay Mustafa Kemal University, Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education, Turkey, selcukal4401@hotmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8717-4983
[5] Prof. Dr., Anadolu University, Faculty of Education, Department of Mathematics and Science Education, Turkey, tyuzugul@anadolu.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-5077-3376
[6] Prof. Dr., Biruni University, Faculty of Education, Department of Educational Science, Turkey, cguzeller@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-2700-3565

ANADOLU UNIVERSITY | GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

AJESI

ANADOLU JOURNAL OF EDUCATIONAL SCIENCES INTERNATIONAL

DOI: 10.18039/ajesi.1194051

Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında Oran-Orantı Kavramı ile İlgili Çıkmış Problemlerin Matematiksel Muhakeme Açısından İncelenmesi[1]

Ayça AKIN[2], H. Seda SEZGİN[3], Selçuk ALKAN[4] , Tuba ADA[5], Cem Oktay GÜZELLER[6]

Gönderim Tarihi: *24.10.2022* ***Kabul Tarihi:*** *19.06.2023* ***Türü:*** *Araştırma Makalesi*

Öz

Bu araştırmanın amacı, 1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemleri Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre incelemektir. Bu çalışmanın tasarımı analitik araştırma modeli bağlamında ele alınmıştır. Ayrıca bu araştırmada veriler doküman incelemesi yoluyla toplanmıştır. Bu araştırmanın verileri Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine dayanarak betimsel analiz yaklaşımıyla çözümlenmiştir. 1966-2022 yılları arasında Yükseköğretim Kurumları Sınavı'nda (YKS) oran-orantı kavramına ilişkin 164 matematik problemi tespit edilmiştir. Araştırma bulguları, son 57 yılda YKS'de oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin %84'ünün taklitçi muhakeme (TM) ile çözülebildiğini ve %16'sının yaratıcı muhakeme (YM) yapılarak çözülebileceğini göstermiştir. Taklitçi ve yaratıcı muhakeme bileşenleri açısından, bu problemlerin büyük çoğunluğu [%70] algoritmik muhakeme (ALGM) yaparak çözülebilirken, bu problemlerin sadece %3'ü global yaratıcı muhakeme (GYM) yaparak çözülebilmektedir. Araştırma bulguları, ALGM bağlamındaki bu problemlerin %14'ünün ezberlenmiş muhakeme (EM) yapılarak, %70'inin ise ALGM yapılarak çözüldüğünü göstermiştir. Ayrıca YM bağlamındaki bu problemlerin %13'ünün yerel yaratıcı muhakeme (YYM) yapılarak, %3'ünün ise global yaratıcı muhakeme (GYM) yapılarak çözüldüğünü ortaya çıkarmıştır. Bu araştırmanın sonuçları, öğrencilerin son yıllarda gerçekleşen YKS'de taklitçi muhakeme yerine yaratıcı muhakeme yapmaları gerektiğini ortaya koymuştur. Bu araştırma, 1966-2022 yılları arasında YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin problemlerin matematiksel muhakeme açısından derinlemesine incelediğinden, araştırma bulgularının ülkemizdeki matematik eğitimi araştırmacılarına ve matematik öğretmenlerine yararlı bilgiler sağladığı düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: algoritmik muhakeme, matematiksel muhakeme, oran-orantı, yaratıcı muhakeme, YKS

Atıf: Akın, A., Sezgin, H.S., Alkan, S., Ada, T. ve Güzeller, C.O. (2023). Yükseköğretim kurumları sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin matematiksel muhakeme açısından incelenmesi. *Anadolu Journal of Educational Sciences International, 13*(2), 273-302. https://doi.org/10.18039/ajesi.1194051

[1] Bu çalışma doküman incelemesi bağlamında olduğu için etik kurul izni alınmamıştır.

[2] (Sorumlu Yazar) Dr. Öğr. Üyesi, Antalya Belek Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Yazılım Mühendisliği Bölümü, Türkiye, aycaakin07@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6107-3487

[3] Dr., Milli Eğitim Bakanlığı, Türkiye, hsdakn@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-6280-5408

[4] Dr. Öğr. Üyesi, Hatay Mustafa Kemal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Türkiye, selcukal4401@hotmail.com, https://orcid.org/0000-0001-8717-4983

[5] Prof. Dr., Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Türkiye, tyuzugul@anadolu.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-5077-3376

[6] Prof. Dr., Biruni Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitim Bilimleri Bölümü, Türkiye, cguzeller@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-2700-3565

Giriş

Matematiksel muhakeme, matematik yapmak için kullanılması gereken zorunlu bir beceridir. NCTM'e (2000) göre matematiksel muhakeme zihinsel alışkanlıklar bütünü olup ancak birçok matematiksel bağlamda ele alınması ile geliştirilebilmektedir. Lithner'e (2008) göre matematiksel muhakeme, matematiksel görevleri yapmak amacıyla, bir sav (iddia) öne sürmek ve hükme (sonuca) varmak için yürütülen düşünceler zinciridir. Matematiksel muhakemenin mantıktan felsefeye, bilişsel bilimlerden psikolojiye kadar çok çeşitli bilim alanında sıklıkla kullanıldığı görülmektedir. Hatta matematiksel muhakemenin orantısal, cebirsel, fonksiyonel, tümdengelimsel ve tümevarımsal muhakeme gibi birçok farklı bileşeni bulunmaktadır (Arslan ve Yıldız, 2010; Kieran, 2004; Langrall ve Swafford, 2000; Liu ve Niess, 200). İşte bu noktada matematiksel muhakemenin tüm bileşenlerini ele almak kolay olmadığı için matematik eğitimi araştırmacıları, çalışmalarında bu bileşenlerin bir ya da birkaçına odaklandığı görülmektedir (örn., Baş ve diğerleri, 2011; Uçar ve Bozkuş, 2016; Yıldırım ve Köse, 2018). Bu araştırmada da orantısal muhakeme ve yaratıcı muhakemeye odaklanılmıştır.

Orantısal muhakeme, matematiksel muhakemenin önemli bileşenlerinden biridir. Lamon (2007), orantısal muhakemeyi orantısal ilişkiler ile ilgili durumları ya da iddiaları belirlemeyi, açıklamayı, analiz etmeyi ve kanıt sağlamayı içeren eylemler olarak ele almıştır. Oran kavramı ve orantısal muhakeme okul matematiğindeki yüksek matematiksel kavramlar için temel oluşturur ve her düzeydeki matematik öğretim programında kilit bir role sahiptir (Lamon, 2020; Weiland ve diğerleri, 2021). İlkokul düzeyinde basamak değeri, çarpma, bölme, kesir ve ondalık kavramları öğrencilerin orantısal muhakemeyi erken dönemde kullanmalarını sağlamaktadır (Van de Walle ve diğerleri, 2015). Ortaokul ve sonrasındaki matematik için ise ölçeklendirme, yüzde, eşlik ve benzerlik, eğim, türev, olasılık ve trigonometri gibi birçok konu ve kavram öğrencilerin orantısal muhakeme yapmalarını gerektirmektedir (Dole ve diğerleri, 2012; Weiland ve diğerleri, 2021). Matematik dışındaki fen bilimleri eğitiminde de özellikle yoğunluk, hız, kuvvet ve ivme kavramlarının gelişiminde öğrencilerin orantısal muhakeme becerisini kullanması önem kazanmaktadır. Özetle, STEM eğitimi bağlamında temel ve ileri düzeydeki kavramların çoğunun öğretiminde orantısal muhakeme becerisi kritik öneme sahiptir (Lamon, 2007).

Literatürdeki birçok araştırma öğrencilerin, matematik öğretmenlerinin ve yetişkinlerin orantısal muhakeme yaparken zorluk yaşadıklarını ortaya koymaktadır (örn., Hilton ve diğerleri, 2016; Lobato ve diğerleri, 2011; Post ve diğerleri, 1988). Hatta Lamon (2012) bu konudaki endişeyi daha da genişleterek, yetişkinlerin %90'ının orantısal muhakeme gerektiren birçok gerçek yaşam durumu bağlamında bu düşünme yolunu kullanamadıklarını iddia etmiştir. Öğrencilerin orantısal muhakeme yapamamalarının nedeni matematik dersindeki sınıf içi zayıf öğretim tasarımları ya da uygulamaları ile ilişkilendirilmektedir (Memiş, 2019). Sınıf içi zayıf öğretim tasarımları öğrencilerin oran kavramını kavramsallaştıramamasına ve bu konuda matematiksel güçlüklerin yaşanmasına neden olmaktadır (Lobato ve Ellis, 2010). Bu konudaki birçok çalışma da matematik öğretmenlerinin çoğunun oran-orantı ve orantısallık kavramlarını öğretirken içler-dışlar çarpımına odaklandıklarını ve bu algoritmayı vurguladıklarını göstermiştir (Hilton ve diğerleri, 2016; Molina, 2014; Sowder ve diğerleri, 1998). Hatta matematik öğretmenlerinin oran-orantı kavramı bağlamında en çok verilmeyeni bulma problemlerini çözmeyi tercih ettikleri görülmüştür (Post ve diğerleri, 1988). Bu problemler ise öğrencileri problem bağlamındaki nicelikler arası çarpımsal ilişki kurmak yerine sadece içler dışlar çarpımı algoritmasına odaklanmalarına neden olmaktadır. Oysaki öğrencilerin sadece içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanmaları kavramsal anlamalarına hizmet etmediği için orantısal muhakemelerin gelişmesine yardımcı olmamaktadır (Vanhille ve Baroody, 2002). Öğrencilerin ihtiyaç duydukları düşünme yollarını oluşturmaya izin vermeden sunulan algoritmalar ise onlara orantısal muhakeme yapma becerilerini geliştirme fırsatı sunmamaktadır (Lobato ve Ellis, 2010). Sonuç olarak algoritmalara dayalı yapılan oran kavramının öğretimi sınıf içi zayıf öğretim uygulamalarına işaret etmekle birlikte öğrencilerin oran kavramını öğrenmede güçlük yaşamalarına neden olmaktadır (Memiş, 2019).

Orantısal muhakeme yaparken öğrencilerin hikâye problemlerinden sadece sayıları seçip algoritmaları/kuralları rastgele uygulamak yerine, bilinçli bir şekilde muhakeme yapma ve problem çözme konusunda dikkatli ve özenli bir yaklaşım sergilemeleri gerekmektedir. Benzer şekilde Weigner ve diğerleri (2021) orantısallığı anlamanın problemin çözümünde kullanılan a/ b = c / d gibi matematiksel formüllerin uygulanmasının ötesine geçmek olduğunu vurgulamıştır. Öğrencilerin orantısal muhakemelerinin gelişmesine yardımcı olmak için rutin olmayan problemlere de ihtiyaç duyulduğu vurgulanmaktadır (Memiş, 2019). İşte bu noktada orantısal muhakeme bağlamında öğrencilerin oran-orantı kavramı ile ilgili karşılaştıkları matematik problemlerini farklı kavramsal çerçeveleri ele alarak analiz etmek faydalı olabilir.

Problem Durumu ve Araştırmanın Önemi

Ülkemizde matematik öğrenme ve öğretme uygulamaları bağlamında öğrencilerin bilgi ve becerilerini değerlendiren Yükseköğretim Kurumları Sınavı yapılmaktadır. Yükseköğretim Kurumları Sınavı dünyada ve ülkemizde öğrenme ve öğretme uygulamaları yenilendikçe değişim göstermektedir (Keleş ve Hacısalihoğlu-Karadeniz, 2015). Ölçme ve Seçme Yerleştirme Merkezi (ÖSYM) tarafından gerçekleştirilen yükseköğretim kurumları sınavlarının amacı öğrencilerin başvurabilecekleri lisans ve ön-lisans programlarını belirlemekle birlikte matematik öğretim programındaki öğrenme çıktılarının ne kadarının kazanılıp kazanılmadığını ortaya çıkarmak için de uygulanmaktadır (ÖSYM, 2014).

Yükseköğretim Kurumları Sınavlarına giriş sistemi belirli zaman aralıklarında değişim göstermiştir. Bu sınav Üniversite Seçme Sınavı (ÜSS) ismiyle 1966'dan 1980 yılına kadar aynı sistemle devam etmiştir. 19 Kasım 1974'te ÖSYM'nin kurulmasıyla birlikte Yükseköğretim Kurumları Sınavları Türkiye'de uzman ekip tarafından hazırlanarak sistematik ve kapsamlı bir şekilde yürütülmeye başlanmış ve günümüze kadar bu sınavların süreci, ÖSYM tarafından yürütülmeye devam etmektedir (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022).

1981-1998 yılına kadar bu sınav iki basamakta uygulanmıştır. İlk basamakta Öğrenci Seçme Sınavı (ÖSS) yapılmış, ikinci basamakta ise Öğrenci Yerleştirme Sınavı (ÖYS) uygulanmıştır. 1999-2005 yıllarında ise bu sınav ÖSS ismiyle tek basamaklı olarak devam etmiştir. 2006-2009 yılları arasında bu sınav ÖSS ismiyle devam edilmesine rağmen MAT-1 ve MAT-2 testiyle iki basamaklı olarak yürütülmüştür. 2010-2017 yıllarında ise bu sınav Yükseköğretime Geçiş Sınavı (YGS) ve Lisans Yerleştirme Sınavı (LYS) ile iki basamakta gerçekleşmiştir. 2018 yılından günümüze kadar bu sınav Yükseköğretim Kurumları Sınavı ismiyle ilk basamakta Temel Yeterlik Sınavı (TYT) ve ikinci basamakta Alan Yeterlik Sınavı (AYT) uygulanarak yürütülmektedir (ÖSYS, 2022).

Talim Terbiye Kurulu Başkanlığına göre (2013) ÖSYM tarafından hazırlanan Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında, öğrencilerin üst düzey bilişsel becerileri kullanmayı gerektiren matematik problemleri çözüp çözemedikleri, matematiksel kavramlarla ilgili formülleri ve bilgileri ezberleyip ezberlemedikleri ve muhakeme yapıp yapmadıkları görülmektedir. Yükseköğretim Kurumları Sınavındaki problemlerin matematiksel muhakeme açısından öğrencilerin farklı düşünme becerilerini kullanmasına olanak sağlaması gerektiği vurgulanmaktadır (Keleş ve Hacısalihoğlu-Karadeniz, 2015). Türkiye Yeterlilik Çerçevesinde (TYÇ) de yaşam boyu öğrenme bağlamındaki en önemli yetkinliklerden biri matematiksel yetkinliktir (Mesleki Yeterlilik Kurumu, 2015; Mesleki Yeterlilik Kurumu, 2021). Matematiksel yetkinliğin ise ana bileşeni matematiksel muhakemedir. Matematiksel yetkinlikte her bir bireyden matematiksel muhakeme yeteneklerini güçlü bir şekilde kullanarak gerçek yaşamdaki bir dizi problemi çözmeleri beklenmektedir (Mesleki Yeterlilik Kurumu, 2015; Mesleki Yeterlilik Kurumu, 2021). Bütün bunlarla birlikte Yükseköğretim Kurumları Sınavındaki problemlerin farklı bilişsel düşünme çerçeveleri açısından analiz edilmesi hem sınavın hem de matematik öğretim programının değerlendirilmesine olanak sağlayacağı için önemli görülmektedir (Baştürk, 2006). Aynı zamanda, TYÇ’nin ana hedefi, yeterlilikleri tanımlamak ve öğrenme kazanımları ile bu yeterlikleri karşılaştırmak olduğu için bu çalışmada matematiksel yeterlik kapsamında matematiksel muhakeme çerçevelerine odaklanmak faydalı olabilir (Yüksel, 2019). İşte bu noktada Yükseköğretim Kurumları Sınavındaki çıkmış matematiksel problemlerin özellikle matematiksel muhakeme çerçevelerine göre analiz edilmesi hem alan yazına katkı sağlayabilir hem de matematik öğrenme ve öğretme süreci açısından kritik bir değerlendirme yapmaya olanak sağlayabilir. Böyle bir araştırma Yükseköğretim Kurumları Sınavındaki çıkmış matematiksel problemleri çözerken beklenen muhakeme yapılarına ilişkin bilgi sunmakla birlikte bu problemlerde ne tür muhakeme yapılarının kullanılabileceğine ilişkin derinlemesine bulgular sağlayabilir. Bu tür bulgular ise araştırmacıların matematik öğrenme ve öğretme sürecini matematiksel muhakemeler açısından değerlendirebilmelerine olanak sunabilir.

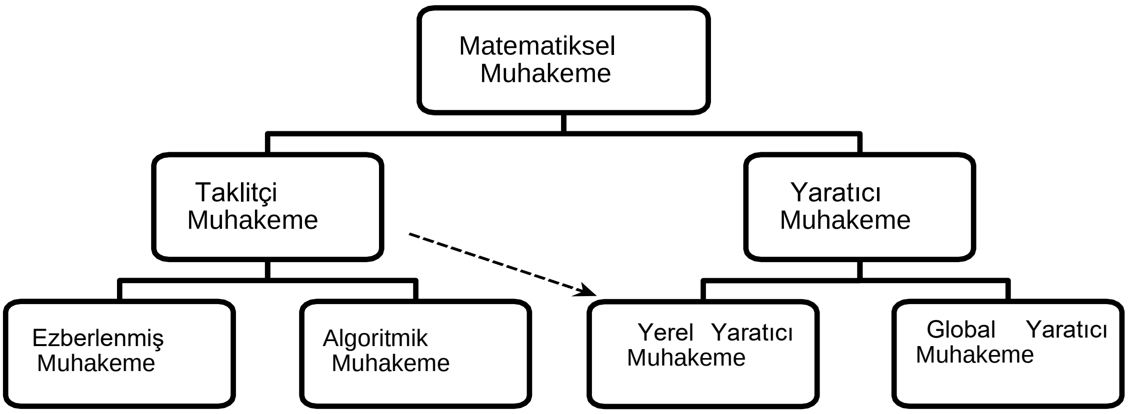
Bu amaçla, bu çalışmada hem matematiksel muhakemeye odaklanılmış ve hem de Lithner’in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi kullanılmıştır. Matematiksel muhakeme kapsamında, bu çalışmada orantısal muhakemenin seçilmesinin nedeni oran kavramının her düzeydeki matematik öğretim programında anahtar bir role sahip olması, yüksek matematiksel kavramlar için temel oluşturması ve STEM alanındaki çoğu disiplinde orantısal muhakemenin kullanılmasını gerektirmesidir (Dole ve diğerleri, 2012; Lamon, 2007; Lamon, 2020; Weiland ve diğerleri, 2021). Bu çalışmada Lithner’in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesinin kullanılmasının ise birçok nedeni bulunmaktadır. Öncelikle, bu çerçevenin matematiksel muhakemeyi kapsamlı bir şekilde sınıflandırması ve araştırmacılara istenen ya da istenmeyen muhakeme yapılarını ayrıntılı bir şekilde betimleme fırsatı vermesidir. Ayrıca son yıllardaki birçok çalışmada da istenen ya da istenmeyen muhakeme yapılarını sınıflandırmada Lithner’in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesinin kullanıldığı görülmektedir (örn, Jonsson ve diğerleri, 2022; Memiş, 2019; Norqvist ve diğerleri, 2019; Sidenvall ve diğerleri, 2022). Bu çalışmalarda, Lithner’in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi özellikle öğrencilerin bir problemi çözerken sergileyebilecekleri muhakeme becerilerine yönelik ele alınmıştır. Benzer şekilde, bu araştırmada da Yükseköğretim Kurumları Sınavındaki çıkmış matematiksel problemler Lithner’in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre analiz edilmiş ve öğrencilerden “beklenen” muhakeme becerileri açısından sınıflandırma yapılmıştır. Başka bir deyişle bu araştırmada, öğrencilerin doğrudan eyleme ya da söyleme döktüğü ürünler değil matematiksel problemlerle tetiklenebilecek ya da gösterilebilecek muhakemeye odaklanılmıştır.

Kavramsal Çerçeve

Lithner (2008) öğrenmenin farklı bileşenlerine ilişkin pek çok araştırma ortaya konulmasına karşın, matematiksel muhakemenin bileşenlerinin ve özelliklerinin belirlenmesini ele alan çalışmaların sınırlı sayıda olduğunu vurgulamıştır. Benzer şekilde son yıllardaki birçok çalışmada matematiksel muhakemeye odaklanıldığı görülse de bu alandaki çalışmaların hala sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (örn, Jonsson ve diğerleri, 2022; Memiş, 2019; Norqvist ve diğerleri, 2019; Sidenvall ve diğerleri, 2022). Lithner'in matematiksel muhakeme çerçevesi, araştırmacılara taklitçi ve yaratıcı muhakemeyi birbirinden ayırmasını sağlamaktadır. Bu nedenle Yükseköğretim Kurumları Sınavının orantısal muhakemenin gelişimi ne ölçüde desteklediğini dair Lithner'in matematiksel muhakeme çerçevesi farklı bir bakış açısı sunabilme potansiyeline sahip olduğu için bu çalışmada kavramsal/analiz çerçevesi olarak ele alınmıştır. Şekil 1'de Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi verilmiş ve ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Şekil 1

Lithner'in (2008) Matematiksel Muhakeme Çerçevesi (Uyarlayan, Bergqvist, 2012)



Taklitçi muhakemenin (TM) anlam açısından sorunlu olduğu düşünülebilir ancak Lithner (2008) muhakemeyi herhangi bir problem çözümünde kullanılan herhangi bir düşünme yolu olarak kabul ettiğini, tümdengelimsel mantığa dayalı olmak zorunda olmadığını vurgulamıştır. Hatta Lithner matematiksel muhakemenin bazı türlerinde matematiksel bilginin hatırlanması gibi basit süreçlere bile indirgenebileceğini ifade etmiştir (Bergqvist, 2012). TM bir problemin çözümünde kullanılan yöntemin kopyalanması, bir yanıtın hatırlanması, bir kitapta görülen örnek çözümün tekrarlanması, algoritmaların kullanılması üzerine kurulan muhakeme türü olarak ele alınmaktadır.

TM'nin kendi içerisinde ezberlenmiş muhakeme (EM) ve algoritmik muhakeme (ALGM) isimli iki bileşeni bulunmaktadır. EM'de hem strateji seçimi bir çözümün tamamen hatırlanmasına dayanmaktadır, hem de strateji uygulanması sadece bu çözümün yazılmasından (örn., $x^2-2x = 0$ ise $x_1 = 0$, $x_2 = 2$) ibarettir (Lithner, 2008). ALGM, bir takım durumun çözüm sürecinde kullanılan özel işlemler/kurallar bütünü olarak ele alınmaktadır. Bu muhakemede öğrenciler genellikle belirli bir türe ait problemlerin çözümünü algoritmayı ezberleyerek ve hatırlayarak yapmaktadır. Bu problemlerin çözüm sürecinde strateji seçimi ise çözüm algoritmasının hatırlanmasıdır, kısaca yeni bir çözüm üretme gereksinimi ortaya çıkmamaktadır.

ALGM yapan öğrencilerin problemle ilgili strateji seçimi ve uygulamasıyla ilgili yaptığı eylemler anlamsızdır. İşlem hatası gibi dikkatsizliklerden kaynaklanan durumlar hariç öğrenciler bu tür problemlerde doğru çözüme kolaylıkla ulaşabilmektedir (Lithner, 2008). Algoritmalar matematik öğretiminde önemli olmasına rağmen yeterli bir temel oluşturmadan öğrencilere sunulan algoritmalar matematiksel becerilerin gelişimini engellemektedir. Öğrenciler genellikle öğrendikleri algoritmaları ise belirli tür problemleri çözmek için kullanmaktadır (Memiş, 2019). Bu durum ise orantısal muhakeme ve fonksiyonel muhakeme gibi becerilerin gelişimini önlemektedir (Lobato ve Ellis, 2010).

Matematiksel düşünme sürecinin ürünü olarak tanımlanan yaratıcı muhakeme (YM) üç ayırt edici özelliğe sahiptir. YM'nin bu özellikleri sırasıyla; orijinallik, mantıksal olma ve matematiksel dayanağının olmasıdır (Lithner, 2008, s. 266). Bununla birlikte matematiksel bir problemin çözümündeki muhakeme dizisinin YM olarak isimlendirilebilmesi için iki şartı sağlaması gerekir. Birinci şart çözümün öğrenci için yeni olması (acemilik), ikinci şart ise hükümlerin/ürünlerin/çözümün neden doğru ya da mantıklı olduğunu açıklayan argümanlarla desteklenen strateji seçimi ve uygulamasını içermesidir (Bergqvist, 2007).

YM iki bileşenden oluşmaktadır. Bunlardan ilki yerel yaratıcı muhakeme (YYM) olup TM'nin ana bölümlerini (örn., algoritmalara ilişkin kural ve prosedürlerin uygulanması) ve YM'nin küçük bölümlerini içermektedir. İkincisi global yaratıcı muhakeme (GYM) olup bu muhakemede algoritmalara ilişkin kural ve prosedürlerin uygulanmasına dayalı çözüm olmadığı için tüm problem çözme sürecinde YM'nin kullanılmasını gerektirir. Diğer yandan YYM'de, problemin çözüm sürecinde algoritmalar kullanılmasına rağmen algoritmaların değiştirilerek ve ilişki kurularak kullanılması, kısmi olarak YM yapmayı gerektirir. GYM ise orijinal bir problemin çözüm sürecinin inşası, yeni bir argümanın kanıtlanması ya da modellenmesinde kullanılmaktadır (Bergqvist, 2007; Lithner, 2008).

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, 1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemleri Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre incelemektir. Bu araştırmada, iki temel araştırma sorusu ele alınmıştır. Ayrıca bu araştırmada oran-orantı konusunun Yükseköğretim Kurumları Sınavlarındaki konumu da incelendiği için alt araştırma sorusu olarak bu bağlamda ele alınmıştır.

Bu araştırmadaki iki temel araştırma sorusu ile alt araştırma sorusu aşağıdaki gibidir:

1. Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında (ÜSS, ÖSS, ÖYS, MAT-1, MAT-2, YGS, YLS, YKS, TYT, AYT) oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerde öğrencilerden matematiksel muhakemenin hangi bileşenlerini kullanmaları beklenmektedir?

2. Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında (ÜSS, ÖSS, ÖYS, MAT-1, MAT-2, YGS, YLS, YKS, TYT, AYT) oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemler zaman içerisinde öğrencilerden beklenen matematiksel muhakeme türlerinde nasıl bir değişim gözlenmektedir?

2. 1. Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında (ÜSS, ÖSS, ÖYS, MAT-1, MAT-2, YGS, YLS, YKS, TYT, AYT) oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problem sayısı zaman içerisinde nasıl bir değişim göstermektedir?

Yöntem

Bu araştırmada Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi açısından incelenmesi amaçlandığı için bu çalışmanın deseni analitik araştırma modelidir. Analitik araştırma modeli bağlamında veriler genellikle dokümanlar aracılığıyla toplanır ve sistematik bir şekilde incelenip analiz edilir (Bowen, 2009; Burkett, 1990; McMillan, 2004). Ayrıca analitik araştırma modelinde doküman ve kayıt türündeki toplanan veriler genellikle kavramsal bir çerçeveye dayalı olarak analiz edilmektedir (McMillan, 2004). Bu araştırmada Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemler belirlenen amaç doğrultusunda toplanmıştır. Araştırma verileri Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme kavramsal çerçevesi aracılığıyla bütüncül bir yaklaşımla analiz edilip yorumlanmıştır.

Verilerin Toplanması

Bu araştırma kapsamındaki verilerin toplanması doküman analizi yolu ile yapılmıştır. Doküman analizi bir veri toplama tekniği olmakla birlikte dolaylı bir veri analiz yöntemi olarak ele alınmaktadır (O'Leary, 2017). Doküman analizinde, çalışma kapsamında ele alınan bir durum ya da olgu ile ilgili belgeler veri kaynağı olarak sistematik bir şekilde toplanır, daha sonra bu toplanan veriler incelenir ve analiz edilir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu araştırma kapsamında 1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemler ele alınmıştır. Yükseköğretim Kurumları Sınavının 1966 yılından itibaren ÖSS, YGS, YKS, LYS, TYT ve AYT gibi farklı isimler aldığı ve matematik dersi ile ilgili farklı oturumlarla öğrencilere oran-orantı kavramı ile ilgili problemler sunulduğu görülmüştür.

Bu problemleri üç araştırmacı ayrı ayrı ÖSYM arşivinden yıl yıl sistematik şekilde toplamıştır (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022). YKS'deki çıkmış problemlerde özellikle oran-orantının kullanılmadığı çok az durum olduğu için oran-orantı ile ilgili çıkmış problemler seçilirken sınırlama getirilmiştir. YKS'de oran-orantı ile ilgili çıkmış problemler seçilirken çözüm sürecindeki ana kavramın oran ve orantı olmasına dikkat edilmiştir. Örneğin, değişim oranı (türev), geometri ile ilgili üçgenlerde benzerlik ve alan-hacim hesaplarında kullanılan oran hesaplamalarında ana odak oran ve orantı olmadığı için bu problemler veri havuzuna konulmamıştır. Bu problemlerin çözüm sürecinde orantısal muhakemenin merkezde kullanılması da ayrı bir kriter olarak belirlenmiştir. Veri toplama sürecinde geçerliği ve inandırıcılığını göstermek için üç araştırmacı, YKS'de oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlere ilişkin topladığı veriler üzerinde birlikte bir inceleme yapmışlardır. Bu araştırmacılar topladığı 171 problemden sadece yedisinde görüş birliği sağlayamadıkları için bir kez daha birlikte toplanarak veriler üzerinde inceleme yapmışlardır. Her üç araştırmacı da bu bahsedilen yedi problemin ana odağı geometrik cisimlerde hacim hesabı, türev ve eğim olduğu için veri havuzuna dahil etmemişlerdir. En nihayetinde bu üç araştırmacı veri toplama sürecinde görüş birliği sağlamışlardır. Daha sonra üç araştırmacı veri havuzunda topladığı oran-orantı konusu ile ilgili YKS'de çıkmış problemlerle ilgili biri matematik eğitiminde diğeri eğitimde ölçme ve değerlendirme alanında olmak üzere iki uzmanın görüşüne başvurmuşlardır. Her iki uzman da veri havuzunda toplanan oran-orantı konusu ile ilgili YKS'de çıkmış 164 problemin belirlenen kriterlere göre seçildiğini ve araştırmanın amacına uygun olarak ele alındığını ifade etmişlerdir.

Verilerin Analizi

1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda hazırlanan Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlere ilişkin veri havuzu hazırlandıktan sonra verilerin analiz aşamasına geçilmiştir. Araştırmadaki veriler betimsel analiz yaklaşımıyla çözümlenmiştir. Bu analiz türünde önce tematik bir çerçeve oluşturulur, veriler bu tematik çerçeveye göre işlenir, bulgular tanımlanır ve yorumlanır (Creswell, 2012; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Betimsel analiz yaklaşımında genelde daha önceden belirlenen kavramsal bir çerçeveye göre işlenir, kategoriler belirlenir ve bu analizlerle bulgular ortaya çıkarılıp yorumlanmaktadır. Bu analizdeki kritik nokta veri analizinde ortaya çıkan tema ya da kategorilerin çalışmada kullanılan kavramsal çerçeveden yola çıkılarak elde edilmesidir (Merriam, 2016). Bu araştırmada da Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine dayalı olarak veriler analiz edilmiştir. Daha sonra analiz sonucunda oluşturulan bulgular detaylı ve sistematik bir şekilde tablolar vasıtasıyla ortaya konulmuş ve yorumlanmıştır.

ÖSYM tarafından Yükseköğretim Kurumları Sınavındaki oran-orantı konusu ile ilgili problemlerin hepsi önce genel bir izlenim geliştirmek için incelenmiştir. Bu amaçla öncelikle ÖSYM arşivinden problemin ana odağı sadece oran-orantı kavramı olan sorular seçilmeye çalışılmıştır. Veri analizi kapsamında, 1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlere ilişkin Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre sınıflandırmalar yapmadan önce oran-orantı kavramı ile ilgili çözümlü örnek problemlerin hangi matematiksel muhakeme beklenerek hazırlandığını anlamak için araştırmacılar, ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabını (bkz. Maviş ve diğerleri, 2021) incelemişlerdir. Bu araştırmadaki veri analizi sürecinde ilköğretim veya ortaöğretim matematik öğretim programı ve kazanımları yerine 9. sınıf matematik ders kitabının dikkate alınmasının birçok nedeni vardır.

Literatürdeki çalışmalar matematik öğretmenlerinin, matematik öğretmen adaylarının ve öğrencilerin genelde matematik öğretim programından ziyade matematik ders kitaplarını önemsediklerini ve ders kitaplarına göre çalışmalarını gerçekleştirdiklerini göstermektedir (örn, Altun ve diğerleri, 2004; Gökçek ve Karadeniz, 2013; Llyod, 2009; Olsher ve Even, 2019; Remillard ve Bryans, 2004; Şahin ve Turanlı, 2005). Matematik öğretmenleri ve öğrenciler sıklıkla matematik ders kitaplarını matematik öğretimi için ana kaynak olarak ele almaktadır (örn, Altun ve diğerleri, 2004; Olsher ve Even, 2019; Remillard ve Bryans, 2004; Şahin ve Turanlı, 2005).

Matematik ders kitapları sınıf içi öğretim uygulamalarını önemli ölçüde etkilemekle birlikte matematik öğretmenleri genellikle ders kitaplarının önerdiği öğretim sıralarını takip etmekte olup sınıf içi uygulamalarında ders kitaplarında yer alan problemler üzerinde çalışmaktadır (örn, Eisenmann ve Even, 2011; Llyod, 2009; Olsher ve Even, 2019; Pepin ve Haggerty, 2003; Remillard ve Bryans, 2004; Şahin ve Turanlı, 2005). Matematik ders kitaplarının matematik öğretmenlerine neyi ve nasıl öğretecekleri konusunda açık rehberlik yapması, matematik öğretmenlerinin matematik ders kitaplarını takdir edip bu kitaplara ana kaynak olarak güvenmelerini sağlamaktadır (örn, Llyod, 2009; Olsher ve Even, 2019; Remillard ve Bryans, 2004). Bununla birlikte birçok araştırmacı matematik ders kitaplarının matematik öğretmenlerin inançlarını, matematiksel bilgilerini ve sınıf uygulamalarını güçlü bir şekilde etkilediğini vurgulamaktadır (örn, Eisenmann ve Even, 2011; Llyod, 2009; Olsher ve Even, 2019; Pepin ve Haggerty, 2003; Remillard ve Bryans, 2004). Dolayısıyla bu çalışmadaki araştırmacıların böyle bir inceleme yapmalarının nedeni, ders kitabına dayalı olarak problem çözüm sürecinde öğrencilerden yapmaları beklenen matematiksel muhakeme yapılarını anlamak ve öğrencilerin oran-orantı kavramı ile ilgili hangi tür problemlere ve çözüm sürecine aşina olduğunu görmektir.

Bu ders kitabında oran orantı kavramı ile ilgili öncelikle içler-dışlar çarpımı gibi matematiksel algoritmalar ve kurallar verilmiş ve daha sonra bu algoritmalara dayalı olarak çözümlü problemler sunulmuştur. Özellikle bu problemlerde içler-dışlar çarpımı algoritması ya da ters orantı ile ilgili kalıp/şablon çözümler sıklıkla kullanıldığı görülmektedir. Bu nedenle araştırmacılar, bu kitabın oran-orantı konu anlatımında ve çözümlü problemlerde yoğun bir şekilde şablon/kalıp çözümlerin tercih edildiğini ve kural temelli öğretim tasarımları yapıldığını fark etmişlerdir (Bknz., Ek 1).

Ders kitabı ve öğretim tasarımlarındaki oran-orantı ile ilgili çözümlü problemler araştırmacıların öğrencilerin hangi tür problemlere aşina olduklarını ve bu kavramları nasıl öğrendiklerini göstermektedir. Ayrıca bu veriler, ders kitabı bağlamındaki problemlerin çözümleri öğrencilerden beklenen muhakeme yapıları hakkında da araştırmacılara bilgi vermiştir. Daha sonra araştırmacılar, ders kitabındaki verilerden yola çıkarak, Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemleri Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre analiz etmiş ve öğrencilerden "beklenen" muhakeme becerileri açısından sınıflama yapmıştır. Bu araştırmada öğrencilerden "beklenen" muhakeme becerileri açısından sınıflama yapılmasının nedeni, araştırmanın doğası gereği öğrencilerin doğrudan eyleme ya da söyleme döktüğü ürünler yerine matematiksel problemlerle tetiklenebilecek ya da gösterilebilecek muhakemeye odaklanılmasıdır. Bu sınıflamaya örnek vermek gerekirse taklitçi muhakeme bağlamındaki bir problem oran-orantı ile ilgili verilen kurallara göre sadece basit bir işlem ya da sembolik manipülasyon yapmayı gerektiriyorsa EM olarak sınıflandırılmıştır. Ek 2'de, EM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler yer almaktadır (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022). Herhangi bir problem senaryosu olmayan EM ile ilgili problemler, bu problemler orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlayıp ve sembolik manipülasyon yaparak çözülmektedir.

YKS'deki oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemler, belirli bir türe ait olup çözüm sürecinde herhangi bir değişiklik yapılmadan önceki algoritmalarla çözülebiliyorsa, ALGM olarak sınıflandırılmıştır. Özellikle doğru ve ters orantı ile ilgili YKS'de çıkmış rutin problemler ders kitaplarında oran-orantı ile ilgili kurallara dayalı olarak geliştirilen algoritmalarla çözülebildiği için öğrencilerden beklenen ALGM yapılarını kullanmalarıdır. Ek 3'te ALGM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler yer almaktadır (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022).

ALGM ve EM ile ilgili problemlerin kendi içerisinde farklılıkları bulunmaktadır. ALGM ile ilgili problemler bir hikâyeye ya da senaryoya sahipken EM ile ilgili problemlerin herhangi bir senaryosu yoktur. Benzer şekilde, ALGM ile ilgili rutin problemler belirli bir algoritmaya dayalı çözülebilirken EM ile ilgili problemler oran-orantı ile ilgili verilen kurallara göre sadece basit bir işlem ya da sembolik manipülasyon yapılarak çözülmektedir (Bknz., Ek 2 ve Ek 3).

Oran-orantı ile ilgili bir problem önceki algoritmalara dayalı çözümde bazı değişiklikler yapılmasını gerektiriyorsa ya da bu problemler rutin problemlerdeki gibi sadece algoritmaları kullanarak çözülemiyorsa ve farklı düşünme tarzlarını kullanarak çözüme ulaşmayı gerektiriyorsa YYM olarak sınıflandırılmıştır. Bu problemler rutin problemlere benzemelerine rağmen çözüm sürecinde algoritmaları kullanmada değişiklikler yapılması ile birlikte matematiksel muhakeme kullanarak sıradan olmayan farklı bir çözüm sunulmasını gerektirmesi nedeniyle YYM olarak ele alınmıştır. EK 4'te YYM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler yer almaktadır (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022).

YKS kapsamında oran-orantı ile ilgili problemlerin çözümü önceden verilmiş bir algoritmaya dayanmıyor ve tüm çözüm süreci boyunca YM yapmayı gerektiren bir çözüm gerektiriyorsa, bu problemler GYM olarak sınıflandırılmıştır. EK 5'te GYM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler yer almaktadır (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022).

Lithner (2017) yaratıcı muhakeme ile ilgili sınıflandırma yapılırken rutin olmayan problemlerin çözüm sürecinin yaratıcı muhakeme yapma ile ilgili benzerlik gösterdiğini ifade etse de yaratıcı muhakeme yapmada taklitçilik ve oluşturma arasındaki ayrıma odaklanılması gerektiğini vurgulamıştır. GYM'de oluşturma ön plana çıkarken YYM'de ise taklitçilik/algoritmaları kullanma ön plandadır. Bu nedenle, YYM ve GYM arasındaki farklar dikkate alınarak bu araştırma kapsamındaki problemler sınıflandırılmıştır. Bu çalışmada hem YYM hem de GYM ile ilgili problemlerin hepsinin hikayesi ya da senaryosu bulunmaktadır. YYM ile ilgili problemlerin rutin problemlere benzemesine rağmen sıradan olmayan farklı çözüm sunulmasını gerektirdiği için öğrencilerden algoritmaları değiştirerek YM yapması beklenmektedir. Diğer yandan GYM ile ilgili problemler rutin olmayan problemler olup hikayeleri genellikle uzun ve görsellerle desteklendiği, ayrıca yorum ve dikkat gerektirdiği görülmüştür. Bu tür problemler, oran-orantı ile ilgili rutin (sıradan) problemlere benzemediği için ders ve diğer kaynak kitaplarda yer almadığı ve orijinal oldukları görülmektedir. Ayrıca GYM ile ilgili problemlerin YYM ile ilgili problemlerden en büyük farkı çözümünün önceden verilmiş bir algoritmaya dayanmıyor ve problemi anlama, probleme uygun çözüm planı yapma ve bu planı uygulama gibi problem çözme basamaklarında YM yapmayı gerektirmesidir (Bknz., Ek 4 ve Ek 5). Bununla birlikte, YKS öğrenciler açısından süre sınırlaması baskın olan bir sınavdır. Bu nedenle GYM ile ilgili problemleri kodlanırken problemlerin orijinal ve açık uçlu olmasından öte bu problemlerin sıradan (rutin) çözüm yolları ile çözülmemesine ve problem çözme basamaklarında YM kullanılmasına dikkat edilmiştir.

Veri analizinde yine üç araştırmacı verileri tek başına kavramsal çerçeveye göre sınıflandırarak kategorilere ayırmıştır (Lincoln ve Guba, 1985). Daha sonra bu üç araştırmacı veri analizleri ile ilgili karşılaştırma yapmak ve görüş birliği sağlamak için tekrar birlikte verileri inceleyip analiz etmişlerdir. Ayrıca araştırmacılar Miles ve Huberman'ın (1994) belirttiği inandırıcılık formülünü kullanarak p = 0,94 elde etmiş ve araştırmacıların verileri sınıflandırmada güçlü bir fikir birliğini ulaştığı görülmüştür. Ayrıca veri analizi sürecinde yine aynı iki uzmanın görüşüne başvurulmuştur. Her iki uzman da verilerin analizi kapsamındaki kodlama, kategori oluşturma ve sınıflandırma ile ilgili sürecin uygun olduğunu ifade etmişlerdir. Böylece araştırmacılar bu araştırmanın veri toplama ve veri analizi kapsamında kapsamlı ve detaylı bir şekilde geçerlik ve inandırıcılığı ortaya koymaya çalışmışlardır.

Etik Konular

Bu çalışmanın yazarları olarak, araştırmanın planlanması, verilerin toplanması, analizi ve raporlaştırma gibi tüm bilimsel süreçlerde Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesine uyulduğunu beyan ederiz. Bu çalışmanın raporlaştırılmasında da araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur. Ayrıca bu çalışmada veriler doküman incelemesi yoluyla ele alındığı için araştırmanın doğası "Etik Kurul İzni" alınmasını gerektiren çalışmalar grubuna dahil edilmemiştir. Dolayısıyla bu çalışmada "Etik Kurul İzni" beyan edilmemiştir.

Bulgular

Bu araştırma kapsamında araştırma sorularına dayalı olarak bulgular alt başlıklar altında verilmiştir.

YKS Kapsamında Oran-orantı ile İlgili Çıkmış Problemlere İlişkin Bulgular

1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerle ilgili veri havuzu yapılmıştır. 1966'dan 2022'i yılına kadar Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış 164 problem belirlenmiştir.

YKS kapsamında yürütülen sınavlarda sınav sistemi değiştikçe problem sayısının değişim gösterdiği görülmüştür. Oran-orantı konusu ile ilgili ÜSS'de dokuz problem, ÖSS-ÖYS'de 102 problem, ÖSS'de 18 problem, ÖSS'de (MAT-1 ve MAT-2) altı problem, YGS'de (LGS ve LYS) 20 problem ve YKS'de (TYT ve AYT) dokuz problem yer almıştır. 102 problem ile oran-orantıyla ilgili en fazla soru ÖSS-ÖYS sisteminde yer alırken altı problem ile bu konuda en az soru ÖSS (MAT-1 ve MAT-2) sisteminde yer almıştır. Yeni nesil problemlerin sorulduğu YKS (TYT ve AYT) sisteminde ise son beş yılda oran-orantı konusunda dokuz problem sorulmuştur. Son yıllarda bu konudaki soru sayısının düştüğü ortaya çıkmıştır (Bknz., Tablo 1).

YKS Kapsamında Oran-orantı ile İlgili Çıkmış Problemlere İlişkin Sınıflandırmalar

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) yayınları ders kitapları dizisi bağlamındaki ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabında, oran-orantı konu anlatımı ve çözümlü problemlerin yoğun bir şekilde ALGM ve EM yapmaya dayalı olarak taklitçi muhakeme bağlamında anlatıldığı ortaya çıkmıştır (Bknz., Ek 1). Ders kitabındaki yaklaşıma benzer şekilde Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin %84'ü taklitçi muhakeme bağlamında EM [%14] ve ALGM [%70] yapılarak çözülmektedir (Bknz., Tablo 1). EM yaparak çözülebilen bu problemlerin geçmişte yapılmış çözümünün hatırlanmasına dayalı olduğu ve sadece temel hesaplamalar yapılarak çözüldüğü görülmektedir. Bu problemlerin sadece işlemlerden ibaret olduğu ve probleme ilişkin herhangi bir senaryosu olmadığı da dikkat çekmektedir (Bknz., Ek 2). ALGM yaparak çözülebilen problemlerin ise kalıp şeklindeki sıradan problem senaryolarının olduğu ve özellikle içler-dışlar çarpımı algoritması ya da doğru/ters orantı ile ilgili kalıp/şablon çözümler içerdiği ortaya çıkmıştır (Bknz., Ek 3).

Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin %16'sı yaratıcı muhakeme bağlamında YYM [%13] ve GYM [%3] yapılarak çözülmektedir. YYM ile ilgili problemlerin ise oran-orantı kavramı ile ilgili kalıplaşmış problemlere benzemesine ve algoritmalara dayalı çözümler içermesine rağmen çözüm sürecinde algoritmalar ile ilgili değiştirmeler yapılmasını ve farklı düşünme yollarının işe konulmasını gerektirmektedir (Bknz., Ek 4). GYM ile ilgili problemlerde oran-orantı kavramı ile ilgili kalıplaşmış problemler ve algoritmalara dayalı çözümler olmadığı gibi bu problemlerin senaryolarının gerçek yaşamdan olduğu ve tüm çözüm süreçleri için bu konu ile ilgili orijinal ve farklı matematiksel düşünmeyi gerektirdiği görülmüştür (Bknz., Ek 5). Özetle, YKS kapsamındaki çıkmış problemlerin en çok ALGM yaparak çözülmesi beklenirken en az ise GYM yaparak çözülmesi beklenmektedir.

YKS Kapsamındaki Farklı Sınav Sistemlerinde Oran-orantı ile İlgili Çıkmış Problemlerin Sınıflandırılması

Tablo 1'de YKS kapsamındaki farklı sınav sistemlerinde oran-orantı konusu ile ilgili çıkmış problemler, Lithner (2008) matematiksel muhakemesi çerçevesine göre sınıflandırılarak beklenen muhakeme yapılarının zaman içerisindeki değişimi gösterilmiştir.

Tablo 1

YKS Kapsamındaki Farklı Sınav Sistemlerinde Oran-orantı ile İlgili Çıkmış Problemlerin Sınıflandırılması

Sınav ismi	Yıllar	Matematiksel Muhakeme					
		Taklitçi muhakeme		Yüzde	Yaratıcı muhakeme		Yüzde
		EM	ALGM	%	YYM	GYM	%
ÜSS	1966-1980	2 [%22]	7 [%78]	%100	0 [%0]	0 [%0]	%0
ÖSS-ÖYS	1981-1998	18 [%18]	79 [%77]	%95	5 [%5]	0 [%0]	%5
ÖSS	1999-2005	2 [%11]	14 [78]	%89	2 [11]	0 [%0]	%11
ÖSS (MAT1/MAT2)	2006-2009	0 [%0]	3 [%50]	%50	3 [%50]	0 [%0]	%50
YGS (LGS ve LYS)	2010-2017	1 [%5]	12 [%60]	%65	5 [%25]	2 [%10]	%35
YKS (TYT ve AYT)	2018-2022	0 [%0]	0 [%0]	%0	6 [%67]	3 [%33]	%100
Yüzde %	-	%14	%70	%84	%13	%3	%16

ÜSS'de yaratıcı muhakeme ile çözülebilen herhangi bir problem yer almazken bu çıkmış problemlerin hepsinin ALGM ya da EM yaparak çözüldüğü ortaya çıkmıştır. ÖSS-ÖYS'de ise yaratıcı muhakeme ile çözülebilen sadece beş problem yer alırken diğer problemlerin hepsi ALGM ya da EM yaparak çözülebilmektedir. ÖSS'deki problemlerin büyük çoğunluğu taklitçi muhakeme [%89] yaparak çözülebilirken sadece birkaç tanesi YYM yaparak [%11] çözülebilmektedir. ÖSS (MAT-1 ve MAT-2) ise çıkmış problemlerin yarısı [%50] ALGM yaparak çözülebilirken diğer yarısı YYM [%50] yaparak çözülebilmektedir. Sınav sistemleri açısından ÜSS, ÖSS-ÖYS ve ÖSS'nin öğrencilerin taklitçi muhakeme kapsamında özellikle ALGM yapmasını sağladığı ortaya çıkmıştır.

ÖSS (MAT-1 ve MAT-2) sisteminde ise oran-orantı konusu ile ilgili çıkmış problemlerin hem taklitçi hem de yaratıcı muhakemeyi eş oranda yaparak çözülebildiğini göstermiştir. Benzer şekilde YGS (LGS ve LYS) sistemindeki çıkmış problemlerin çoğu taklitçi muhakeme (ALGM ya da EM) [%65] yaparak çözülebilmesine rağmen bu problemlerin %35'i çözüm sürecinde yaratıcı muhakeme yapmayı gerektirmektedir. Ayrıca YGS kapsamında yaratıcı muhakeme gerektiren problemlerin %25'inin YYM'e hizmet ettiği görülürken %10'unun GYM yapmayı gerektiren problemler olduğu görülmektedir.

2018 yılından itibaren bu sınav sistemindeki köklü değişikler YKS'de oran-orantı ile ilgili çıkmış problemlerin matematiksel muhakeme açısından zenginleştiğini ve daha güçlü muhakeme türlerinin kullanarak çözülmesi gerektirdiğini göstermiştir. YKS sisteminde ise taklitçi muhakemeyi [%0] yapmayı gerektiren hiçbir problem yer almazken yaratıcı muhakeme kapsamındaki problemlerin çoğunun YYM [%67] yaparak çözüldüğü diğerlerinin ise GYM [%33] yaparak çözüldüğünü ortaya koymuştur. Sonuç olarak, YKS sistemine geçiş ile birlikte çıkmış matematik problemlerinin çözüm sürecinde yaratıcı muhakeme yapılması beklendiği ve taklitçi muhakemenin bu problemleri çözmede yeterli olmadığı anlaşılmaktadır.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada, 1966 yılından itibaren 2022 yılına kadar son 57 yılda Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemler Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi açısından incelenmiştir. Bu amaçla, Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında (ÜSS, ÖSS, ÖYS, MAT-1, MAT-2, YGS, YLS, YKS, TYT, AYT) oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış 164 problem veri havuzunda toplanmış ve daha sonra bu veriler Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine dayalı olarak analiz edilerek bulgular ortaya çıkarılmıştır. Araştırma bulguları son 57 yılda gerçekleşen Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin %84'ü taklitçi muhakeme yaparak çözülebilirken sadece %16'sının yaratıcı muhakeme yaparak çözülebildiğini göstermiştir. Taklitçi ve yaratıcı muhakeme bileşenleri açısından ise bu problemler en çok [%70] ALGM yapılarak çözülebilirken en az [%3] GYM yapılarak çözülebilmektedir.

Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin büyük çoğunluğunun ALGM yaparak çözülmesi birçok durum ile ilişkilendirilebilir. Literatürdeki araştırmalar oran-orantı kavramı ile matematik öğretmenlerinin, öğrencilerinin ve matematik ders kitaplarının yoğun bir şekilde içler-dışlar çarpımı gibi kural temelli stratejilere odaklanarak şablon/kalıp şeklindeki problemleri çözdüklerini göstermektedir (Artut ve Pelen, 2015; Bal-İncebacak ve Ersoy, 2016; Ben-Chaim ve diğerleri, 2012; Kahraman ve diğerleri, 2018; Lobato ve diğerleri, 2011). Bu çalışmalar özellikle matematik ders kitaplarında ve matematik öğretiminde oran-orantı kavramı bağlamında verilmeyeni bulma problemlerinin yaygın olarak çözüldüğünü ve öğrencilerin bu problemlerde niceliksel ilişki kurmak yerine içler-dışlar çarpımı algoritmasını kullandıklarını göstermiştir (örn., Ben-Chaim ve diğerleri, 2012; Lobato ve diğerleri, 2011; Orrill ve Burke, 2013). Bu çalışmada da Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında EM ile ilgili olarak problem senaryosu olmadan içler-dışlar çarpımı algoritmasına dayalı işlemsel soruların üretildiği görülmüştür. Bu sınavlarda ALGM ile ilgili olarak ise verilmeyeni bulma problemleri, doğru/ters orantı ile ilgili şablon/kalıp problemlerin kullanıldığı ve bunların işlemsel bilgiler ve prosedür/algoritmalar dayalı çözüldüğü ortaya çıkmıştır. Benzer şekilde Memiş (2019) araştırmasında da Türkiye'deki 7. sınıf matematik ders kitaplarındaki oran-orantı ile ilgili konuların ve problemlerin/görevlerin çoğunlukla öğrencilerin ALGM yapmaları için öğretimsel olarak tasarlandığını göstermiştir. Lobato ve Ellis (2010) öğrencilerin ihtiyaç duydukları matematiksel düşünceleri üretmesine izin verilmeden sunulan algoritmaların, orantısal muhakeme becerileri geliştirmede hiçbir etkisinin olmadığını vurgulamıştır. Çünkü algoritmalar, sadece belirli bir tür problem/görevin etkili ve hızlı çözümünü sağlamaktadır (Memiş, 2019). Ayrıca ALGM yapmak öğrencilerin sadece tanıdık problemleri çözmelerine izin vermekte ve öğrencilerin oran-orantı kavramını yüzeysel öğrenmelerine neden olmaktadır. Araştırmalar çoğu öğrencinin içler-dışlar çarpımı gibi oran-orantı konusunda kullanılan algoritmaları hiç öğrenemediğinden ya da unuttuğundan dolayı kalıp/şablon tarzındaki belirli tür problemleri çözemediklerini göstermiştir. Hatta Vanhille ve Baroody'nin (2002) çalışması içler-dışlar çarpımı gibi oran-orantı konusunda kullanılan algoritmaları, öğrenciler başarılı bir şekilde kullansa bile orantısal muhakeme gerektiren sıradan olmayan problemleri çözemediklerini ortaya çıkarmıştır. Bütün bu nedenlerden dolayı birçok matematik eğitimi araştırmacısı algoritmaların öğrencilere kısa vadede yarar sağlamasına rağmen onların orantısal muhakemelerin gelişimini engellediğini savunmaktadır (örn, Lobato ve Ellis, 2010; Memiş, 2019; Vanhille ve Baroody, 2002).

57 yıldır devam eden Yükseköğretim Kurumları Sınavlarında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin sadece %16'sı yaratıcı muhakeme bağlamında YYM [%13] ve GYM [%3] yaparak çözülebilmektedir. Bu bulgu, 2013 yılında yapılan matematik öğretim programındaki değişikliklerin Yükseköğretim Kurumları Sınavlarındaki oran-orantı konusu ile ilgili problemlere yansımasını açıkça göstermiştir. Bu araştırmanın sonuçları 2010'lu yıllardan itibaren YKS'lerde oran-orantı kavramı ile ilgili problemlerin çözümünde taklitçi muhakeme yerine yaratıcı muhakemenin gitgide daha çok kullanıldığını ortaya çıkarmıştır. 2018 yılından itibaren bu sınav sistemindeki köklü değişikler YKS'de oran-orantı ile ilgili çıkmış problemlerin matematiksel muhakeme açısından zenginleştiğini ve daha güçlü muhakeme yapılarını kullanarak çözülmesi gerektirdiğini de ortaya koymaktadır. 2018 yılından itibaren YKS sisteminde ise taklitçi muhakemeyi destekleyen hiçbir problem yer almazken yaratıcı muhakeme kapsamındaki problemlerin çoğunun YYM [%67] yaparak çözüldüğü diğerlerinin ise GYM [%33] yaparak çözüldüğünü göstermiştir.

Ülkemizde son yıllarda yürütülen hem Liselere Giriş Sınavı (LGS) hem de Yükseköğretime Giriş Sınavının (YKS) problem türlerinin yapısının yeniden düzenlenerek daha çok zihinsel beceri odaklı olduğu görülmektedir (Erden, 2020). Özellikle PISA matematik okuryazarlığında düşük performans sergileyen bir ülkeyi temsil ettiğimiz için yeni sınav sistemlerinde hem LGS'de hem de YKS'de öğrencilerin matematiksel muhakeme yapmaya odaklanarak gerçek yaşam problemlerini çözmeleri beklenmektedir (Akın, 2021). Bu nedenle bu problemler çoğu matematik eğitimcisi ve matematik öğretmenleri tarafından yeni nesil problemler olarak adlandırılmıştır (Kayhan ve diğerleri, 2022; Kılcan, 2021; Sanca ve diğerleri, 2021). Yeni nesil problemler halk dilinde bir kullanım olup bu problemler bağlam temelli problemler ve beceri temelli problemler sınıflamasında yer almaktadır (Kertil ve diğerleri, 2021; Kılcan, 2021). Yeni nesil matematik problemlerin çözümü gerçek yaşam bağlamlarında matematiksel bilgiyi kavramayı, matematiksel muhakeme etmeyi ve yorumlamayı gerektirmektedir (Kertil ve diğerleri, 2021; Kılcan, 2021; Sanca ve diğerleri, 2021; Wijaya ve diğerleri, 2014). Dolayısıyla yeni nesil problemlerde ALGM yaparak problemi çözmek mümkün değildir. Bu nedenle yeni nesil problemlerin ALGM yaparak çözülebilen sıradan problemler gibi belirli türleri ve sıradan çözüm yolları bulunmamaktadır. Öğrencilerin YM gerektiren farklı yeni nesil problem durumlarıyla meşgul olmaları ise oran-orantı kavramlarını daha derinlemesine anlamalarına yol açmaktadır (Memiş, 2019). Oran-orantı kavramını öğrenme ve orantısal muhakeme yapabilme yoğun çaba ve zaman alıcı bir süreç olduğu için rutin problemlere ek olarak öğrencilerin matematiksel muhakemelerinin gelişmesini destekleyecek rutin olmayan problemlere ihtiyaç olduğu vurgulanmaktadır (Lobato ve Ellis, 2010; Memiş, 2019). Sonuç olarak YKS'deki YM yapma fırsatı sağlayan oran-orantı ile ilgili yeni nesil problemlerin hem öğrencilerin kavram gelişimini destekleme hem de orantısal muhakemelerini güçlendirme fırsatı sağladığı ileri sürebilir. Diğer yandan, YKS'de sadece ALGM yapma fırsatı tanıyan rutin ve sıradan/şablon problemler öğrencilerin değerlendirmesinde kavram gelişimi ve orantısal muhakeme açısından yeterli değildir.

Bu araştırmanın sonuçları son yıllarda gerçekleşen YKS'lerde öğrencilerin taklitçi muhakeme yerine yaratıcı muhakeme yapmaları gerektiğini ortaya koymuştur. Öğrencilerin bu sınavlarda başarılı olmaları ise yeni nesil problemlerin çözüm sürecinde yaratıcı muhakemeyi kullanmalarına bağlıdır. Öğrencilerin yeni nesil problemleri çözebilmeleri için matematiksel kavram ve beceri gelişimini her açıdan destekleyecek özellikle matematiksel muhakemeye odaklanacak öğrenme ortamlarının tasarlanması gerekmektedir (Akın, 2021). Diğer yandan araştırmalar matematiksel işlem, prosedür ve kurallara odaklanarak gerçekleşen problem çözme ortamlarının öğrencilerin kavram gelişimi, matematiksel muhakeme ve problem çözme becerilerini desteklemediğini vurgulamaktadır (Moore, 2011; Sowder, 1988). Bu noktada YKS'de öğrencilerin yeni nesil gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri için matematik öğretmenlerinin özellikle YM'ini destekleyecek öğrenme ortamlarını hazırlamaları önemlidir. Bu nedenle matematik eğitimi araştırmacılarının matematik öğretmenlerine YM odaklı öğrenme ortamı için öğrenme materyalleri, sınıf öğretim tasarımları ve farklı matematik problemleri sunmaları sağlanabilir. Hatta bu konuda matematik eğitimi araştırmacılarının rehberliğinde matematik öğretmenlerin etkin katılımının sağlandığı çalıştaylar düzenlenebilir. Benzer şekilde üniversite iş birliği ile matematik öğretmenlerinin ders imecesine dayalı olarak matematiksel kavramların öğretiminde YM odaklı öğrenme ortamlarını tasarlamasının yararlı olacağı düşünülmektedir. Çünkü öğrencilerin yeni nesil matematik problemlerini çözememesinin en önemli nedeni matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel muhakemelerini tetikleyecek öğrenme ortamlarını tasarlamamaları ile ilişkilendirilmektedir (Akın, 2021).

Bu araştırma 1966'dan günümüze Yükseköğretim Kurumları sınavında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin matematiksel muhakeme açısından derinlemesine incelediği için araştırma bulgularının ülkemizdeki matematik eğitimi araştırmacılarına ve matematik öğretmenlerine faydalı olabileceği düşünülmektedir. Yükseköğretim Kurumları sınavında oran-orantı kavramı ile ilgili çıkmış problemlerin Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre sınıflandırılması farklı bir bakış açısı ortaya koymuştur. Çünkü Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi zaman içerisinde değişen YKS sistemlerindeki oran-orantı ile ilgili çıkmış problemlerin güçlü ve zayıf yönleri hakkında fikir sahibi olma fırsatı sağlamıştır.

Bu araştırmanın doğasından kaynaklanan bir sınırlılıklar mevcuttur. Bu araştırmanın sınırlıklarından biri matematiksel muhakeme açısından YKS problemlerinin sadece oran-orantı kavramı bağlamında incelenmesidir. Bu nedenle, gelecekteki araştırmalarda matematiksel muhakeme açısından YKS problemlerinin farklı matematiksel kavramlar bağlamında ele alınması önerilmektedir. Örneğin, cebirsel denklemler, fonksiyon ve eğim kavramları bağlamında matematiksel muhakeme açısından YKS problemlerinin ele alınması araştırmacılara hem farklı bir bakış açısı sunacak hem de matematiksel temel kavramlarla ilgili üretilen problemlere ilişkin derin bir analiz sunacaktır. Benzer şekilde ülkemiz ile farklı ülkelerde gerçekleşen ulusal/uluslararası sınavlarda çıkmış problemlerin Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre karşılaştırılması gelecekteki araştırmalar için önerilmektedir.

Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesi öğrencilerin bir problemi çözerken sergileyebilecekleri muhakeme becerilerini sözlü ya da yazılı ürünlerinden yola çıkarak sınıflandırmaktadır. Bu araştırmada ise Yükseköğretim Kurumları Sınavlarındaki çıkmış matematiksel problemler Lithner'in (2008) matematiksel muhakeme çerçevesine göre analiz edilmiş ve öğrencilerden "beklenen" muhakeme becerileri açısından sınıflandırma yapılmıştır. Başka bir deyişle, bu araştırmada öğrencilerin doğrudan eyleme ya da söyleme döktüğü ürünler değil matematiksel problemlerle tetiklenebilecek ya da gösterilebilecek muhakemeye odaklanılmıştır. Bu nedenle, matematiksel problemlerle tetiklenebilecek ya da gösterilebilecek muhakemeye odaklanmak, bu araştırmanın bir diğer sınırlılığıdır.

Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı

Yazarların araştırmaya olan katkıları ortalama olarak eşit orandadır.

Çatışma Beyanı

Araştırmanın veri toplama, bulguların yorumlanması ve makalenin yazılması aşamalarında yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Kaynakça

Akın, A. (2021). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı kapsamındaki karmaşık gerçek yaşam problemlerine ilişkin muhakemelerinin incelenmesi, M. Yigit (Ed.), *Eğitim Bilimlerinde Bilimsel Araştırmalar* (1. Baskı, ss. 1-13). Livre de Lyon.

Altun, M., Yazgan Y. & Arslan, Ç. (2004). Lise matematik ders kitaplarının kullanım şekli ve sıklığı. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(2), 131–147. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/153239 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Arslan, S., & Yıldız, C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve Bilim*, *35*(156), 17-31. http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/40/8 adresinden 15.03.2023 tarihinde erişilmiştir.

Artut, P. D., & Pelen, M. S. (2015). 6th grade students' solution strategies on proportional reasoning problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 197*, 113-119. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.066 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Baş, S., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, *36*(159), 41-55. http://egitimvebilim.ted.org.tr/index.php/EB/article/view/40/8 adresinden 15.03.2023 tarihinde erişilmiştir.

Baştürk, S. (2006). Üniversiteye giriş sınavı sorularında fonksiyon kavramı. *Ege Eğitim Dergisi, 7*(1), 61-83. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/57080 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). Proportional reasoning–A psychological-didactical view. In D. Ben-Chaim, Y. Keret, & B. S. Ilany (Eds.), *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education (pre- and in-service mathematics teachers of elementary and middle school classes)* (1st ed., pp. 49-60). Rotterdam: Sense Publishers.

Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior, 26*(4), 348-370. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S073231230700048X adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Bergqvist, E. (2012). University mathematics teachers' views on the required reasoning in calculus exams. *The Mathematics Enthusiast, 9*(3), 371-408. https://scholarworks.umt.edu/tme/vol9/iss3/8/ adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal, 9*(2), 27-40. https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.3316/QRJ0902027/full/html adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Burkett, G.L. (1990). Classifying basic research designs. *Family Medicine, 22*(2), 143-148. https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/2182361/ adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Creswell, J. W. (2012). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.11.001 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Dole, S., Wright, T., Clarke, D., & Hilton, G. (2007, November 13-16). Making connections science and mathematics: The MCSAM Project. In U. Cheah, Y. Wahyudi, R. Devadason, K. Ng, J. Chavez, & D. Mangao (Eds.*), Redefining learning culture for sustainability* (pp. 184–194). *Second International Conference on Science and Mathematics Education*, Penang, Malezia.

Eisenmann, T., & Even, R. (2011). Enacted types of algebraic activity in different classes taught by the same teacher. *International Journal of Science and Mathematics Education, 9*, 867–891. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9241-4 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Erden, B. (2020). Türkçe, matematik ve fen bilimleri dersi beceri temelli sorularına ilişkin öğretmen görüşleri. *Academia Eğitim Araştırmaları Dergisi, 5*(2), 270-292. https://dergipark.org.tr/pub/egitim adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Gökçek, T. & Karadeniz, M. H. (2013). Ortaöğretimde matematik ders kitabı yerine alternatif kaynakların tercih edilme nedenleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4*(1), 20-31. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/201336 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Hilton, A., Hilton, G., Dole, S., & Goos, M. (2016). Promoting middle school students' proportional reasoning skills through an ongoing professional development programme for teachers. *Educational Studies in Mathematics, 92*(2), 193-219.

Jonsson, B., Mossegård, J., Lithner, J., & Karlsson Wirebring, L. (2022). Creative mathematical reasoning: Does need for cognition matter?. *Frontiers in Psychology*, *12*, 1-10. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.797807 adresinden 08.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Kahraman, H., Kul, E., & İskenderoğlu, T. A. (2019). Strategies employed by 7th and 8th graders for quantitative proportional reasoning problems. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 10*(1), 195-216. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.333046 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Kayhan, M. A., Cangüven, H. D., Kayhan, S., & Kayhan, F. (2022). Yeni nesil matematik sorularının ortaokul öğrencilerinin psikolojisine etkisi. *İçel Dergisi, 2*(2), 77-90. http://publish.mersin.edu.tr/index.php/icel adresinden 11.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Keleş, T., & Karadeniz, M. H. (2015). 2006-2012 yılları arasında yapılan ÖSS, YGS ve LYS matematik ve geometri sorularının Bloom taksonomisinin bilişsel süreç boyutuna göre incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 6*(3), 532-552. https://doi.org/10.16949/turcomat.48130 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Kertil, M., Gülbağcı-Dede, H. & Ulusoy, E. G. (2021). Skill-based mathematics questions: What do middle school mathematics teachers think about and how do they implement them?, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 12*(1), 151- 186. http://doi.org/10.16949/turkbilmat.77465 adresinden 12.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Kılcan, T. (2021). Yeni nesil matematik sorularına ilişkin tutum ölçeği geliştirme: Geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Anadolu Kültürel Araştırmalar Dergisi, 5*(2), 170-180. https://doi.org/10.15659/ankad.v5i2.159 adresinden 12.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151. https://gpc-maths.org/data/documents/kieran2004.pdf adresinden 15.03.2023 tarihinde erişilmiştir.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (1st ed., pp. 629–667). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lamon, S. J. (2020). Proportional reasoning: An overview, In. S. J. Lamon (Ed.), *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content 83 and instructional strategies for teachers* (1st ed., pp. 1-19). Routledge.

Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(4), 254-261. https://pubs.nctm.org/view/journals/mtms/6/4/article-p254.xml adresinden 15.03.2023 tarihinde erişilmiştir.

Lincoln, Y.S., & Guba, E.G. (1985). *Naturalistic inquiry* (1st ed.). Beverly Hills, California: Sage Publications.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67(3), 255-276*. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Lithner, J. (2017). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *ZDM, 49*(6), 937-949. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Liu, P. H., & Niess, M. L. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. *Mathematical Thinking and Learning*, *8*(4), 373-406. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0804_2 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Lloyd, G. M. (2009). School mathematics curriculum materials for teachers' learning: Future elementary teachers' interactions with curriculum materials in a mathematics course in the United States. *ZDM, 41*, 763-775. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0206-4 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Lobato, J., & Ellis, A. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics: Grades 6-8*. (1st ed.). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Lobato, J., Orrill, C. H., Druken, B., & Jacobson, E. (2011, April 8-12). Middle school teachers' knowledge of proportional reasoning for teaching. *Paper presented in the Symposium: Extending, expanding, and applying the construct of mathematical knowledge for teaching at the Annual meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, USA.

Maviş, M., Gül, G., Solaklıoğlu H., Tarku, H., Bulut, F. ve Gökşen M. (2021). *Ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabı* (1.Baskı). MEB: Devlet Kitapları.

McMillan, J. (2004). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4th ed.). New Jersey: Pearson Education.

Memiş, Y. (2019, 6-10 February). Comparison of Japanese and Turkish textbooks: Giving opportunities for creative reasoning in terms of proportion. *Paper presented in the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (No. 18). Freudenthal Group; Freudenthal Institute, ERME, Utrecht, Netherlands.

Merriam, S. B. (2016). *Qualitative research and case study applications in education* (2th ed.). San Francisco: Jossey Bass Publishers.

Mesleki Yeterlilik Kurumu (MYK) (2015). *Türkiye yeterlilikler çerçevesi*. https://myk.gov.tr/images/articles/editor/130116/TYC_2.pdf adresinden 13.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Mesleki Yeterlilik Kurumu (MYK) (2021). *Avrupa yeterlilikler çerçevesi*. https://www.myk.gov.tr/index.php/avrupa-yeterlilikler-cercevesi adresinden 13.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (1st ed.). SAGE.

Molina C. (2014). Teaching mathematics conceptually. *SEDL Insights, 1*(4), 1–8. https://sedl.org/insights/1-4/ adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Moore, K. C. (2011, 24-27 February). Relationships between quantitative reasoning and students' problem solving behaviors. In S. Brown, S. Larsen, K. Marrongelle and M. Oehtman (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 298-313). Portland, OR: Portland State University, USA.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. (1st ed.). Reston, VA: Author.

Norqvist, M., Jonsson, B., Lithner, J., Qwillbard, T., & Holm, L. (2019). Investigating algorithmic and creative reasoning strategies by eye tracking. *The Journal of Mathematical Behavior*, *55*, 1-14. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.03.008 adresinden 07.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

O'Leary, Z. (2017). The essential guide to doing your research Project (1st ed.). SAGE Publications Inc.

Olsher, S., & Even, R. (2019). Organizing tools suggested by teachers in the mathematics textbook they use in class. *International Journal of Science and Mathematics Education, 17*, 1381-1399. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9902-2 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Orrill, C. H., & Burke, J. P. (2013, July 15-20). Fine-grained analysis of teacher knowledge: Proportion and geometry. In M. V. Martinez, A. C. Superfine (Eds.) *Proceedings of the 35th annual* *meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 605-612), Chicago, IL: University of Illinois.

Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi [ÖSYM]. (2014). *ÖSYM tarihsel gelişme.* http://www.osym.gov.tr/belge/1-2706/tarihsel-gelisme.html adresinden 15.09.2022 tarihinde erişilmiştir.

Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi [ÖSYM]. (2022). *YKS çıkmış sorular arşivi.* https://www.osym.gov.tr/TR,15164/yks-cikmis-sorular.html adresinden 20.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Sistemi [ÖSYS]. (2022). *ÖSYS geçmiş yıllarda çıkmış sorular arşivi. https://www.osym.gov.tr/TR,15045/osys-cikmis-sorular.html* adresinden 20.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Pepin, B., & Haggerty, L. (2003). Mathematics textbooks and their use by teachers: A window into the education world of particular countries. In J. van den Akker, W. Kuiper, & U. Hameyer (Eds.), *Curriculum landscapes and trends* (1st ed., pp. 73–100). Dordrecht: Springer.

Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of prealgebra understandings. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K–12* (1st ed., pp. 78–90). Reston, VA: NCTM.

Remillard, J. T., & Bryans, M. B. (2004). Teachers' orientations toward mathematics curriculum materials: Implications for teacher learning. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(5), 352–388. https://doi.org/10.2307/30034820 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Sanca, M., Artun, H., Bakırcı, H., & Okur, M. (2021). Ortaokul beceri temelli soruların yeniden yapılandırılmış Bloom taksonomisine göre değerlendirilmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(1), 219-248. https://doi.org/10.10.33711/yyuefd.859585 adresinden 10.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Sidenvall, J., Granberg, C., Lithner, J., & Palmberg, B. (2022). Supporting teachers in supporting students' mathematical problem solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-21. https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2151067 adresinden 10.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *Journal of Mathematical Behavior, 7*, 227-238. https://psycnet.apa.org/record/1989-34663-001 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Sowder, J., Armstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., & Thompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*(2), 127-155. https://doi.org/10.1023/A:1009980419975 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Şahin, S., & Turanlı, N. (2005). Liselerde okutulmakta olan lise I. sınıf matematik kitaplarının değerlendirilmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(2), 327-341. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/77265 adresinden 17.06.2023 tarihinde erişilmiştir.

Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, (2013). *Ortaöğretim matematik (9-12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Ankara.

Uçar, Z. T., & Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerileri. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, *17*(3), 281-299. https://dergipark.org.tr/tr/pub/kefad/issue/59425/853495 adresinden 15.03.2023 tarihinde erişilmiştir.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics* (1st ed.). London: Pearson Education UK.

Vanhille, L. S., & Baroody, A. J. (2002). Fraction instruction thet fosters multiplicative reasoning. B. Litweller, G. Bright (Ed.), *2002 Yearbook, Making sense of fractions, ratios, and proportions* (1st ed., pp. 224-236). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 24*(2), 179-202. https://doi.org/10.1007/s10857-019-09453-0 adresinden 15.10.2022 tarihinde erişilmiştir.

Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, *11*(3), 555-584. https://www.researchgate.net/publication/268813902_Difficulties_in_solving_context-based_PISA_mathematics_tasks_An_analysis_of_students'_errors adresinden 12.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. Baskı). Ankara: Seçkin.

Yıldırım, D., & KÖSE, N. Y. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(1), 605-633. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/376448 adresinden 12.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Yüksel, S. (2019). *Hayat bilgisi ders kitaplarının Türkiye yeterliler çerçevesinde yer alan anahtar yetkinlikler açısından incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Niğde. https://acikbilim.yok.gov.tr/handle/20.500.12812/276689 adresinden 11.04.2023 tarihinde erişilmiştir.

Extended Abstract

Introduction

Proportional reasoning is one of the important components of mathematical reasoning. Lamon (2007) considered proportional reasoning as mathematical actions involving determining, explaining, analyzing, and providing evidence for proportional relations. The concept of proportion and proportional reasoning form the basis for higher mathematical concepts in school mathematics and have a key role in the mathematics curriculum at all levels (Weiland et al., 2021; Lamon, 2020). Moreover, proportional reasoning skills are critical in teaching most of the basic and advanced concepts in the context of STEM education. When making proportional reasoning, students should use a careful and attentive approach to reasoning and problem-solving in a common-sense way, rather than just choosing numbers from story problems and imprudently applying algorithms/rules. Similarly, Weigner et al. (2021) emphasized that understanding proportionality goes beyond the application of mathematical procedures such as a/b = c/d used to solve the problem. For this reason, it is emphasized that non-routine problems are also needed to help students develop their proportional reasoning (Memiş, 2019). At this point, it may be useful to analyze or classify the mathematical problems in the context of proportional reasoning by considering different conceptual frameworks.

Lithner's (2008) mathematical reasoning framework, which focuses on the components and properties of mathematical reasoning, was used as a conceptual framework in this research. This framework allows researchers to distinguish between imitative and creative reasoning. Imitative reasoning (IM) may be considered problematic in terms of meaning, but Lithner (2008) has put forward this definition by emphasizing that reasoning is any way of thinking used to solve any problem, that it does not have to be based on deductive logical reasoning, and that it can even be inferred into simple processes such as remembering procedures or knowledge (Bergqvist, 2007). IR is considered a type of reasoning based on copying the method used to solve a problem, remembering an answer, repeating the sample solution seen in a book, and using algorithms. IR has two components named memorized reasoning (MM) and algorithmic reasoning (ALGR). In MR, both strategy choice is based on a complete recall of a solution, and the application of strategy consists only of writing that solution (Lithner, 2008). The focus in ALGR is not a mathematical operation, but a set of specific operations/rules/algorithms used for some situations. In this reasoning, students usually solve certain types of problems by memorizing and remembering the algorithm. In the process of solving these problems, the choice of strategy is to remember the algorithm regarding the problem solution, in short, the need to produce a new solution does not arise. In creative reasoning (CR), the problem-solving process is original, and a new product is created (Memiş, 2019). CR consists of two components. The first is local creative reasoning (LCR), which includes the main parts of IR (e.g., the application of rules and procedures related to algorithms) and small parts of CR. The second is global creative reasoning (GCR), which requires the use of CR in the entire problem-solving process as it is not a solution based on the application of rules and procedures related to algorithms (Lithner, 2008).

In our country, the Higher Education Institutions Exam (HIE), which evaluates the knowledge and skills of students in the context of mathematics learning and teaching practices, has been held for many years. The analysis of the mathematical problems in the HIE in terms of different conceptual frameworks related to cognitive skills is considered crucial since it provides the opportunity to evaluate both the exam and the mathematics curriculum (Baştürk, 2006). Therefore, the aim of this research is to examine the problems related to the concept of ratio-proportion in the HIE in the last 57 years from 1966 to 2022 based on Lithner's (2008) mathematical reasoning framework.

Method

The design of this study is considered in the context of the analytical research model. The studies in the analytical research model do not fully comply with the quantitative and qualitative research patterns. For this reason, in the analytical research model, data such as documents and historical records are usually analyzed based on a conceptual framework (McMillan, 2004). Moreover, data were collected through document review in this study. In document analysis/review, documents related to a situation or phenomenon discussed within the scope of the study are collected systematically as a data source, and then these collected data are systematically examined and analyzed (Yıldırım and Şimşek, 2016). In the context of this research, a data pool has been created for the mathematical problems related to the concept of ratio-proportion in the HIE in the last 57 years from 1966 to 2022. The data in the study were analyzed by descriptive analysis approach. In this type of analysis, a thematic framework is first created, the data is coded according to this thematic framework, and the findings are revealed and interpreted (Merriam, 2016). In this research, the data were analyzed based on Lithner's (2008) mathematical reasoning framework, and then the findings resulting from the analysis were presented and interpreted in a detailed and systematic way by utilizing tables.

Findings

From 1966 to 2022, 164 mathematical problems related to the concept of ratio-proportion were identified in the HIE. In the exams conducted within the scope of HIE, it was seen that the number of problems changed as the exam system changed. There were nine problems related to the concept ratio-proportion in the ÜSS, 102 problems in the ÖSS-ÖYS, 18 problems in the ÖSS, six problems in the ÖSS (MAT-1 and MAT-2), 20 problems in YGS (LGS and LYS) and nine problems in HIE (TYT and AYT). While most of the questions related to the concept of ratio-proportion with 102 problems were included in the ÖSS-ÖYS system, the fewest questions on this subject with six problems were included in the ÖSS (MAT-1 and MAT-2) system. In the HIE (TYT and AYT) system, where new generation problems are generated, nine problems have been associated with the concept of ratio-proportion in the last five years. In recent years, it has become clear that the number of problems with this concept has decreased. Research findings have shown that 84% of the problems related to the concept of ratio-proportion in the HIE in the last 57 years can be solved by imitative reasoning, while only 16% can be solved by making creative reasoning. In terms of imitative and creative reasoning components, the vast majority of these problems [70%] can be solved by making ALGR, while very few of these problems [3%] can be solved by making GCR. The results have indicated that 14% of these problems are solved by making MR and 70% by making ALGR in the context of IR. Additionally, it has been revealed that 13% of these problems are solved by making LCR and 3% by making GCR in the context of CR.

Conclusion and Discussion

The results of this research have revealed that students need to make creative reasoning instead of imitative reasoning in the HIE that has taken place in recent years. The reason for this can be associated with the preparation of problems in both the High School Entrance Exam (LGS) and the Higher Education Entrance Exam (YKS) conducted in recent years in our country by focusing on mental skills and conceptual knowledge (Erden, 2020). Moreover, this research has indicated that most of the problems related to the concept of ratio-proportion in the HIE are solved by making ALGR. However, it emphasizes that problem-solving environments that focus on algorithms, mathematical operations, procedures, and rules do not support students' concept development, mathematical reasoning, and problem-solving skills (Moore, 2011; Sowder, 1988). Similarly, Lobato and Ellis (2010) have emphasized that algorithms presented without allowing students to generate the mathematical thoughts they need offer no opportunity to develop proportional reasoning skills. Since this research examines in depth the released problems related to the concept of ratio-proportion in the HIE from 1966 to 2022 in terms of mathematical reasoning, it is thought that the research findings provide useful information to mathematics education researchers and mathematics teachers in our country. The classification of the problems related to the concept of ratio-proportion in the HIE based on the mathematical reasoning framework of Lithner (2008) revealed a different perspective. Because Lithner's (2008) mathematical reasoning framework provided an opportunity to see the strengths and weaknesses of the released problems related to the ratio-proportion in the HIE systems that changed over time. The limitation of this research is that the released problems in HIE in terms of mathematical reasoning are examined only in the context of the concept of ratio-proportion. It is recommended for future research to compare the released problems regarding different mathematical concepts in national/international exams held in different countries with our country based on Lithner's (2008) mathematical reasoning framework. Such a study can reveal findings about which type of reasoning students in these countries need to use more and less. Moreover, such findings may enable researchers to make inferences about why these countries represent a high or low performing country in terms of mathematical literacy.

Contribution Rate of the Researchers

We declare that the authors contributed equally to the research.

Statement of Conflict of Interest

We declare that there is no conflict of interest during the preparation and implementation of the research, data collection, interpretation of the results and writing of the article.

Ek 1

MEB 9. sınıf matematik ders kitabı oran-orantı kavramı konu anlatımı ve problem çözümü (Maviş ve diğerleri, 2021)

9.3.5.1. Oran ve Orantı

Aynı türden iki çokluğun bölme yoluyla karşılaştırılmasına **oran** denir. En az biri sıfırdan farklı a ve b gerçek sayıları için a nın b ye oranı, $\frac{a}{b}$ veya a : b şeklinde gösterilir.

İki ya da daha fazla oranın birbirine eşitlenmesine **orantı** denir.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ eşitliği bir orantı belirtir ve " a değerinin b değerine oranı, c değerinin d değerine oranına eşittir." şeklinde okunur.

Sabit bir k değeri için $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ eşitliğindeki k değerine **orantı sabiti** denir.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ eşitliği $a:b=c:d$ şeklinde de yazılabilir. Bu eşitlikte b ve c değerleri **içler**, a ve d değerleri **dışlar** olarak adlandırılır.

- Bir futbol takımındaki yerli ve yabancı futbolcu sayıları farklı şekillerde karşılaştırılabilir. Örneğin 20 yerli ve 8 yabancı futbolcusu bulunan bir kulüpteki yerli futbolcu sayısının yabancı futbolcu sayısına oranı $\frac{20}{8}$ şeklinde gösterilebilir.
- Boyları 160 cm ve 180 cm olan iki öğrencinin boylarının oranı $\frac{160}{180}$ şeklinde ifade edilebilir.
- $2:3=4:6$ ve $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$ ifadeleri birer orantı belirtir.

Orantının Özellikleri

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ orantısında

1. İçler çarpımı ile dışlar çarpımı birbirine eşittir. Yani $a\cdot d=b\cdot c$ olur.

2. İçteki veya dıştaki terimler yer değiştirebilir.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ $\qquad$ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

3. Oranların paylarının toplamı, paydalarının toplamına bölünürse orantı sabiti değişmez.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Rightarrow \frac{a+c}{b+d}=k$

4. $m \neq 0$ ve $n \neq 0$ olmak üzere oranların biri m sabit sayısıyla diğeri n sabit sayısıyla genişletilip pay ve paydalar kendi aralarında toplanırsa orantı sabiti değişmez.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Rightarrow \frac{m\cdot a}{m\cdot b}=\frac{n\cdot c}{n\cdot d}=k \Rightarrow \frac{m\cdot a+n\cdot c}{m\cdot b+n\cdot d}=k$

5. Oranlar çarpılırsa orantı sabitinin karesi elde edilir.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Rightarrow \frac{a\cdot c}{b\cdot d}=k^2$

ÖRNEK 1

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$ ve $a+b=15$ ise a değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

İçler yer değiştirilirse $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=k$ elde edilir. Bu eşitlikten

$\frac{a+b}{2+3}=k \Rightarrow \frac{15}{5}=k \Rightarrow k=3$ olur. $\qquad$ ve $\qquad$ $\frac{a}{2}=k \Rightarrow \frac{a}{2}=3 \Rightarrow a=6$ olur.

ÖRNEK 2

a ve b sıfırdan farklı gerçek sayılar olmak üzere $2a=5b$ ise $\frac{a+b}{a-b}$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

2a=5b olduğundan a= 5k ve b=2k denilir.
Bu değerler istenilen denklemde yerine yazılırsa $\frac{a+b}{a-b}=\frac{5k+2k}{5k-2k}=\frac{7k}{3k}=\frac{7}{3}$ elde edilir.

ÖRNEK 3

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}$ ve $2a-3b+4c=30$ olmak üzere $a+b\cdot c$ değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}=k$ orantısındaki her bir oran, orantı sabiti ile eşitlenirse $a=2k$, $b=3k$, $c=5k$ olarak bulunur. Bu değerler verilen eşitlikte yerine yazılırsa

$2a-3b+4c=30$
$2\cdot 2k-3\cdot 3k+4\cdot 5k=30$
$4k-9k+20k=30$
$15k=30$ olup $k=2$ olarak bulunur.

k değeri yerine yazılırsa $a=4, b=6, c=10$ bulunur.
Bu durumda $a+b\cdot c=4+6\cdot 10=4+60=64$ olur.

ÖRNEK 4

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=4$ olmak üzere, $\frac{a\cdot d\cdot e}{b\cdot c\cdot f}$ ifadesinin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=4$ orantısından $\frac{a}{b}=4$, $\frac{d}{c}=\frac{1}{4}$ ve $\frac{e}{f}=4$ elde edilir.
Buradan $\frac{a\cdot d\cdot e}{b\cdot c\cdot f}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}\cdot\frac{e}{f}=4\cdot\frac{1}{4}\cdot 4=4$ olur.

ÖRNEK 5

x, y, z ve t gerçek sayılar olmak üzere $\frac{x}{y}=\frac{z}{t}=\frac{3}{4}$ ise $\frac{x^2+z^2}{y^2+t^2}$ ifadesinin değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$\frac{x^2}{y^2}=\frac{z^2}{t^2}=\frac{3^2}{4^2}=\frac{9}{16}$ olup $\frac{x^2+z^2}{y^2+t^2}=\frac{9}{16}$ olur.

Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyor ya da biri azalırken diğeri aynı oranda artıyor ise bu çokluklara **ters orantılıdır** denir.

a ve b ters orantılı ise $a\cdot b=k$ (k orantı sabiti) şeklinde gösterilir.

ÖRNEK 10

a, b ve c sayıları sırasıyla 2, 3 ve 6 ile ters orantılıdır. $a+b+c=8$ ise a, b, c sayılarını bulunuz.

ÇÖZÜM

a, b, c sayıları sırasıyla 2, 3, 6 ile ters orantılı olduğundan $a\cdot 2=k$, $b\cdot 3=k$, $c\cdot 6=k$ olur. Bu eşitlikler yardımıyla bulunan $a=\frac{k}{2}$, $b=\frac{k}{3}$, $c=\frac{k}{6}$ değerleri toplamda yerine yazılırsa

$a+b+c=8 \Rightarrow \frac{k}{2}+\frac{k}{3}+\frac{k}{6}=8 \Rightarrow k=8$ olur.

k değeri yerine yazılırsa

$a\cdot 2=8 \Rightarrow a=4$, $b\cdot 3=8 \Rightarrow b=\frac{8}{3}$ ve $c\cdot 6=8 \Rightarrow c=\frac{4}{3}$ olur.

ÖRNEK 11

a sayısı b sayısı ile doğru, c sayısı ile ters orantılıdır. $a=4$ ve $b=2$ iken $c=6$ ise $a=5$ ve $b=10$ iken c sayısını bulunuz.

ÇÖZÜM

a sayısı b sayısı ile doğru, c sayısı ile ters orantılı olduğundan $\frac{a\cdot c}{b}=k$ olup $a=4$ ve $b=2$ iken $c=6 \Rightarrow \frac{4\cdot 6}{2}=k$ ve $k=12$ olur.

Bu durumda $a=5$ ve $b=10$ iken $\frac{5\cdot c}{10}=12$ ve $c=24$ olur.

Oran Orantı Problemleri

a, b, c ve x gerçek sayılar olmak üzere

$\left.\begin{matrix} a & \nearrow b \\ c & \nwarrow x \end{matrix}\right\}$ ifadesinde a ile b ve c ile x arasında doğru orantı varsa $a\cdot x=b\cdot c$ olur.

$\left.\begin{matrix} a \longleftrightarrow b \\ c \longleftrightarrow x \end{matrix}\right\}$ ifadesinde a ile b ve c ile x arasında ters orantı varsa $a\cdot b=c\cdot x$ olur.

ÖRNEK 12

Bir izci kampında 30 izciye 50 gün yetecek kadar yiyecek vardır. 10 gün sonra kamptan kaç izci ayrılırsa kalan yiyeceğin kalan izcilere 75 gün yeteceğini bulunuz.

ÇÖZÜM

10 gün sonra 30 kişiye 40 gün yetecek kadar yiyecek kalmıştır. Ayrıca kamptan x kişi ayrılırsa $30-x$ kişi kalır.
Kişi sayısı ile yiyeceğin yeteceği gün sayısı ters orantılı olduğundan

30 kişi $\longleftrightarrow$ 40 gün
(30−x) kişi $\longleftrightarrow$ 75 gün

$30\cdot 40=(30-x)\cdot 75 \Rightarrow 16=30-x \Rightarrow x=14$ izci ayrılmalıdır.

ÖRNEK 13

Furkan, Fatih ve Feyza isimli üç arkadaş 144 adet cevizi sırasıyla 3, 4 ve 6 sayıları ile ters orantılı olarak paylaşacaklardır. **En az** ceviz alan kişiyi ve bu kişinin kaç ceviz alacağını bulunuz.

ÇÖZÜM

Furkan x, Fatih y ve Feyza z tane ceviz alsın. x, y ve z sayıları sırasıyla 3, 4 ve 6 ile ters orantılı olduğundan en az ceviz alan kişi,

$$\left.\begin{matrix} x\cdot 3=k \text{ ise } x=\frac{k}{3} \\ y\cdot 4=k \text{ ise } y=\frac{k}{4} \\ z\cdot 6=k \text{ ise } z=\frac{k}{6} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} x+y+z=144 \Rightarrow \frac{k}{3}+\frac{k}{4}+\frac{k}{6}=144 \text{ olur.} \\ \Rightarrow \frac{9k}{12}=144 \\ \Rightarrow k=192 \text{ olur.} \end{matrix}\right.$$

Bu durumda $\frac{k}{3}$, $\frac{k}{4}$ ve $\frac{k}{6}$ ifadelerinden en küçük olan $\frac{k}{6}$ dır ve en az ceviz alan kişi Feyza'dır.

O hâlde Feyza $z=\frac{k}{6}=\frac{192}{6}=32$ ceviz alır.

Ek 2

EM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022)

1980 ÜSS

$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \\ 2x - 3y + z = -2 \end{cases}$ sisteminin çözümüne ait *x* değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 4 C) 6 D) -5 E) -8

Beklenen çözüm: Orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlama ve sembolik manipülasyon yapma

$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{4} = k$

2.3k - 3.4k + 5k = -2, -k = -2 ise k = 2

x = 3k ise x = 3.2 =6

1982 ÖYS

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2$ olduğuna göre $(\frac{a+b}{b})(\frac{c+d}{c})$ çarpımının değeri nedir?

A) $\frac{11}{2}$ B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

Beklenen çözüm: Orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlama ve sembolik manipülasyon yapma

$\left(\frac{a+b}{b}\right)\left(\frac{c+d}{c}\right) = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{d}{c}\right)$

$\left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{d}{c}\right) = (1+2)\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$

1984 ÖSS

$\frac{0,33}{x} = \frac{0,11}{0,21}$ olduğuna göre x'in değeri kaçtır?

A) 0,063 B) 0,63 C) 6,3 D) 63 E) 630

Beklenen çözüm: Orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlama ve sembolik manipülasyon yapma

$\frac{0,33}{x} = \frac{0,11}{0,21}$

İçler dışlar çarpımı kuralına göre

0,33.0,21 = 0,11. x

1991 ÖYS

$\begin{cases} \frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6} \\ 3a - b + c = 8 \end{cases}$ olduğuna göre, c kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Beklenen çözüm: Orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlama ve sembolik manipülasyon yapma

$\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6} = k$

$3.4k - 2k + 6k = 8$, 16k = 8 ise $k = \frac{1}{2}$

c = 6k ise c = 6. $\frac{1}{2}$ = 3

1993 ÖYS

$\frac{3}{a} = \frac{2}{b}$

$2a + b = 24$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

Beklenen çözüm: Orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlama ve sembolik manipülasyon yapma

$\frac{3}{a} = \frac{2}{b} = k$

$2.3k + 2k = 24 \; ise \; 8k = 24$

k = 3 ise b = 2k =2.3 = 6

1995 ÖYS

$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre $\frac{b+c}{a+d}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Beklenen çözüm: Orantının özelliklerine ilişkin kuralları hatırlama ve sembolik manipülasyon yapma

$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{1}{2}$ ise Orantı kuralı $\frac{a+d}{b+c} = k = \frac{1}{2}$

$$\frac{a+d}{b+c} = \frac{1}{2} \; ise \; \frac{b+c}{a+d} = \frac{2}{1}$$

Ek 3

ALGM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022)

1978 ÜSS

Bir dikdörtgenler prizmasının boyutları 3, 5, 7 ile orantılıdır. Bu prizmanın tüm alanı 568 cm^2 olduğuna göre hacmi kaç cm^3'tür?

A) 440 B) 540 C) 840 D)740 E) 640

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

A = 2.a.b + 2a.c + 2b.c

a =3k, b = 5k, c =7k ise

$30k^2 + 42k^2 + 70\,k^2 = 142\,k^2$, $142k^2 = 568$,

$k^2 = 4$, k =2 V = a.b.c, V= 3k.5k.7k = 210.8 = 840

1981 ÖYS

Bir dikdörtgenler prizmasının ayrıtları 1, 3, 5 sayıları ile orantılıdır. Bu dikdörtgenler prizmasının cisim köşegeni $\sqrt{70}$ cm olduğuna göre hacmi kaç cm^3'tür?

A) 120 B) 92 C) $30\sqrt{2}$ D) 15 E) $15\sqrt{6}$

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

a = k, b = 3k, c =5k ise

Cisim köşegeni: $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$\sqrt{k^2 + 9k^2 + 25k^2} = \sqrt{35k^2}$

$\sqrt{35k^2} = \sqrt{70}\,cm$ ve $k = \sqrt{2}$

V = a.b.c, V= k.3k.5k =15. $2\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ cm

1987 ÖSS

a, b, c sayıları sırasıyla 2; -3; 4 ile orantılıdır.

a + b + c = 6 olduğuna göre $a^2 + b^2 + c^2$ toplamı kaçtır?

A) 116 B) 96 C) 76 D) 56 E) 36

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

a = 2k, b = -3k, c = 4k

a + b + c = 2k -3k +4k = 3k = 6 ise k =2

$a^2 + b^2 + c^2 = 16 + 36 + 64 = 116$

1992 ÖSS

İki çocuğun ağırlıkları oranı $\frac{5}{7}$, farkı ise 12 kg olduğuna göre, bu çocukların ağırlıkları toplamı kaç kg'dır?

A) 36 B) 48 C) 60 D) 64 E) 72

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

Büyük çocuk ağırlık: 7k ve Küçük çocuk ağırlık: 5k ise 7k -5k =2k = 12

k = 6 olur 7k + 5k =12k = 12.6 =72 kg

1996 ÖYS

485 m^2 lik bir arazi 9 ile doğru orantılı, 2 ve 5 ile ters orantılı olarak üç parçaya ayrılmıştır. Buna göre, en büyük parça kaç m^2 dir?

A) 450 B) 400 C) 350 D) 300 E) 200

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

$9k, \frac{k}{2}, \frac{k}{5}$ *ise* $9k + \frac{k}{2} + \frac{k}{5} = \frac{97k}{5}$

$\frac{97k}{10} = 485, k = 50$ ise 9 k = 9.50 = 450

2012 YGS

Bir lokantaya giden Ahmet'in 40 TL si Burak'ın 30 TL si ve Cenk'in 20 TLsi vardır. Bu üç arkadaş, gelen 63 TL lik hesabı paralarıyla doğru orantılı paylaşırsa Ahmet kaç TL öder?

A) 21 B) 24 C) 25 D) 27 E) 28

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

EBOB (40, 30, 20) = 10 ise Ahmet: 4k, Burak: 3k ve Cenk: 2k. 63 = 4k + 3k + 2k = 9k *ise* k = 7

Ahmet: 4k = 4.7 =28

2013 YGS

x, y ve z tamsayıları için 2x = 3y = 5z olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının alabileceği değerlerden 100'e en yakın olanı kaçtır?

A) 93 B) 96 C) 98 D) 103 E) 105

Beklenen çözüm: Rutin problemleri anlama ve algoritmalara dayalı çözüm yapma

EKOK (2, 3, 5) = 30 ise x = 15k, y = 10k *ve* z =6k *olur*. $x + y + z$ =15k +10k + 6k = 31k, k =3 *ise* 31.3 =93

EK 4

YYM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022)

1986 ÖSS

Üç arkadaşın paralarının birbirine oranı bilinmektedir. Buna ek olarak aşağıdakilerden hangisi verildiğinde, her birinin kaç lirası olduğu hesaplanamaz?

A) Herhangi ikisinin paraları farkı
B) Herhangi ikisinin paraları toplamı
C) Paraların karelerinin birbirine oranı
D) İkisinin paraları toplamından üçünün farkı
E) Üçünün paraları toplamı

Beklenen çözüm: Doğru orantı ile ilgili rutin problemlerin çözümünden yola çıkarak genelleme yapmak için oran sabiti ile ilgili algoritmalara ilişkin YM kullanarak çözümü bulma.

Üç arkadaşın parasının birbirine oranı biliniyorsa herhangi iki arkadaşın paraları toplamı/farkından ya da her üçünün paraları toplamından oran sabiti k bulunarak her birinin kaç lirası olduğu bulunabilir. Ancak her bir arkadaşın paralarının karelerinin birbirine oranından her birinin kaç lirası olduğu hesaplanamaz.

2004 ÖSS

200 metrelik bir koşuda birinci gelen atlet koşuyu ikinciden 10 metre, üçüncüden de 29 metre önde bitirmiştir. Buna göre, ikinci gelen atlet koşuyu üçüncüden kaç metre önde bitirecektir? (Atletlerin sabit hızda koşukları varsayılacaktır.)

A) 19,5 B) 20 C) 20,5 D) 21 E) 21,5

Beklenen çözüm: Oran-orantı ile ilgili sıradan (rutin) olmayan bir problemi anlamak için problemde verilenler arası ilişki kurma ve problemi rutin hale getirme. Daha sonra veriler arasındaki ilişkilerden yola çıkarak doğru orantı ile ilgili algoritmaları problemin çözümünde kullanma.

1. Atlet	2. Atlet	3.Atlet
200 m koşmuş.	190 m koşmuş.	171 m koşmuş

İkinci atlet 190m koştuğunda üçüncü atlet 171 m koşar.

İçler dışlar çarpımı algoritmasını düşünerek problemi

"İkinci atlet 190m koştuğunda üçüncü atlet 171m koşarsa ikinci atlet 200m koştuğunda üçüncü atlet kaç m koşar" rutin problemine dönüştürme.

200.171 = 190.x ise x = 180 yani 200 -180 = 20 m

2020 TYT

Çınar'ın bir kısmı mavi olan toplam 78 kalemi vardır. Bu kalemleri üç adet kalemliğe aşağıdaki gibi paylaştırmıştır.

- Kalemliklerdeki kalem sayıları 3, 4 ve 6 ile doğru orantılıdır.
- Her kalemlikteki mavi kalem sayısının o kalemlikteki tüm kalemlerin sayısına oranı $\frac{1}{2}$; başka bir kalemlikte ise bu oran $\frac{1}{3}$ 'tür.

Buna göre Çınar'ın toplam kaç tane mavi kalemi vardır?

A) 18 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36

Beklenen çözüm: Doğru orantı ile ilgili rutin problemle ilgili orantı sabitine ilişkin algoritmayı kullanarak farklı renkteki kalem sayılarını bulma. Daha sonra problemde verilen ilişkileri (oranları) göze alarak YM kullanıp mavi renkli kalem sayısını bulma.

1. kalemlik	2. kalemlik	3. kalemlik
$3k$	$4k$	$6k$

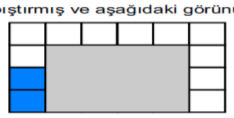
$3k$ + $4k$ + $6k$ =13 k = 78 kalem ise k = 6 olur.

1. kalemlik	2. kalemlik	3. kalemlik
$3k$ =3.6=18	$4k$=4.6=24	$6k$ =6.6=36
12	24/2=12	36/3=12

12 +12 + 12 =36 mavi kalem.

2022 TYT

Zeynep, 24 beyaz eş kareden oluşan bir tablonun bazı karelerini mavi renge boyamış ve boyadığı kare sayısının tüm kare sayısına oranını $\frac{1}{3}$ olarak bulmuştur. Sonra, yalnızca bazı kareleri kapatacak biçimde bu tablonun üzerine gri renkli bir etiket yapıştırmış ve aşağıdaki görünümü elde etmiştir.



Buna göre, etiketin altında kalan bölgedeki mavi renkli kare sayısının bu bölgedeki tüm kare sayısına oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{5}{6}$

Beklenen çözüm: Oran-orantı ile ilgili sıradan (rutin) olmayan bir problemi anlamak için problemde verilenler arası ilişki kurma ve problemdeki bilinmeyen verileri bulma. Daha sonra veriler arasındaki ilişkilerden yola çıkarak oran oluşturma.

24 karenin $\frac{1}{3}$ 'ü 8 kare olduğu için 8 karenin mavi ile boyanmış olması gerekir. Toplam 24 kare olduğu için gri bölgede 12 kare bulunur. 12 kareden 8-2 =6 kare mavi renkli olması gerekir.

$$\frac{\textit{Gri bölgedeki mavi kare sayısı}}{\textit{Bu bölgedeki tüm kare sayısı}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Ek 5

GYM yaparak çözülebilen YKS'de oran-orantı kavramına ilişkin çıkmış problem örnekleri ve beklenen çözümler (ÖSYM, 2022; ÖSYS, 2022)

2015 YGS

Bir yumurta üretim çiftliğinde, Ayhan ve Burcu yumurtaları kolilere düzme ve bu kolileri paketleme işlerini yapmaktadır.

- Ayhan dakikada 3, Burcu ise dakikada 4 koli yumurta dizmektedir.
- Ayhan dakikada 6, Burcu ise dakikada 5 koli yumurta paketlemektedir.

Ayhan bir miktar koliye yumurta dizip bu kolileri paketlemiştir. Burcu ise bu süre boyunca 60 koli yumurta dizip bu kolileri paketlemiştir. Buna göre Ayhan kaç koli yumurta dizmiştir?

A) 48 B) 50 C) 54 D) 60 E) 66

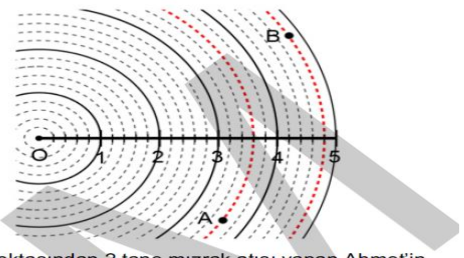
Beklenen çözüm: Ders kitapları ve oran-orantı kapsamında verilen rutin olmayan bir problemi anlama ve veriler arasında ilişki kurma. Daha sonra matematiksel muhakemeye odaklanarak veriler arasında karşılaştırma yapıp nicelikler arası ilişki kurarak orantısal muhakeme yapma. Çözümün her adımında YM kullanarak orijinal bir şekilde çözüm üretmeye çalışma.

Burcu dakikada 4 koli yumurta dizerse 60 koli yumurtayı 15 dakikada dizer. Benzer şekilde Burcu dakikada 5 koli yumurta paketlerse 60 koli yumurtayı 12 dakikada paketler toplamda 27 dakika zaman harcar.

Ayhan dakikada 3 koli yumurta diziyor ve 6 koli yumurta paketliyor. Ayhan 27 dakikada eşit sayıda yumurta kolisi dizip paketliyeceği için 27 dakikayı 3:6 oranında yani 1:2 oranında ayırmak gerekir. Bu durumda Ayhan 27:3 = 9 dakika yumurta paketlemek için uğraşır. Ayhan 9x2=18 dakika yumurta dizmek için uğraşır. Bu durumda Ayhan dakikada 3 koli yumurta dizerse 18 dakikada 54 koli yumurta dizer. Benzer şekilde Ayhan dakikada 6 koli yumurta paketlerse 18 dakikada 54 koli yumurta paketler.

2019 TYT

Yarıçap uzunluğu 5 birim olan O merkezli dairesel parkurun bir yarıçapı üzerinde, her 1 birimi beş eş aralığa bölen noktalar işaretlenmiştir. Sonra, bu noktalardan geçen O merkezli çember yayları şekilde gösterildiği gibi çizilmiştir.



O noktasından 2 tane mızrak atışı yapan Ahmet'in ilk attığı mızrak A noktasına, ikinci attığı mızrak ise B noktasına düşmüştür.

A noktasının O noktasına uzaklığı 54 metre olduğuna göre, B noktasının O noktasına uzaklığı kaç metredir?

A) 63 B) 66 C) 72 D) 75 E) 81

2019 TYT oran probleminin beklenen çözümü: Ders kitapları ve oran-orantı kapsamında verilen rutin olmayan görsel bir problemi anlama, birim uzunluğu bularak, veriler arasında ilişki kurma. Daha sonra matematiksel muhakemeye odaklanarak veriler arasında birim uzunluktan yararlanarak orantısal muhakeme yapma. Çözümün her adımında YM kullanarak orijinal bir şekilde çözüm üretmeye çalışma.

A noktası O merkezine uzaklığı 18 birim olup 54 metre ise bir birim uzaklık 3 metredir. Benzer şekilde B noktasının O merkezine uzaklığı 24 birim ise ve her bir birim 3 metre olduğu için 24.3 =72 metre olur.

2022 TYT

Bir videonun belirli bir kısmına ait oynatma hızı; o kısmın normal süresinin, izlendiğinde geçecek süreye oranı olarak tanımlanmaktadır. Örneğin; bir filmin normal süresi 100 dakika olan bir kısmı, oynatma hızı 2 olarak izlendiğinde 50 dakika sürmektedir. Cansu normal süresi 135 dakika olan bir filmi saat 12.00'de 1,25 oynatma hızı ile izlemeye başlamış ve bir süre sonra filmi kaldığı yerden 1,5 oynatma hızı ile izleyerek 14.00'te bitirmiştir.

Buna göre, Cansu yemek molasına saat kaçta başlamıştır?

A) 12.40 B)12.50 C) 13.00 D)13.10 E) 13.20

Beklenen çözüm: Ders kitapları ve oran-orantı kapsamında verilen rutin olmayan bir problemi anlama ve veriler arasında ilişki kurma. Daha sonra matematiksel muhakemeye odaklanarak veriler arasında karşılaştırma yapıp nicelikler arası ilişki kurarak orantısal muhakemeye dayalı denklem kurma. Çözümün her adımında YM kullanarak orijinal bir şekilde çözüm üretmeye çalışma.

$$\frac{x}{1,25} + 20 + \frac{135 - x}{1,5} = 120\ ise\ x = 60\ dakika$$

12.00 +1.00 = 13.00