

Tayfsal Ayırma Yöntemlerinde MCMC Optimizasyonunun Kullanımı

Emre Barbaros¹  , Ahmet Dervişoğlu² 

¹ Erciyes Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Bölümü, Kayseri, Türkiye

² Atatürk Üniversitesi, Fen Fakültesi, Astronomi ve Uzay Bilimler Bölümü, Erzurum, Türkiye

Accepted: January 12, 2023. Revised: January 11, 2023. Received: November 13, 2022.

Özet

Bu çalışmada literatürde bulunan bir tayfsal ayırma programı olan FDBinary tayfsal ayırma programına Python programlama dili aracılığı ile MCMC (Markov Chain Monte Carlo) yöntemi bir optimizasyon rutini olarak entegre edilmiş ve FDMC kodu oluşturulmuştur. FDMC kodu için referans yıldız olarak HD 5550 yıldızı seçilmiştir. HD 5550 Cassiopeia takım yıldızında bulunan ve görsel parlaklığı 5.9 kadir olan bir tayfsal çift yıldız sistemidir. Oldukça farklı kimyasal yapısı sistemi özel kılar. Sistemin Polarbase veri arşivinden alınmış 41 yüksek çözünürlüklü tayfı kullanılarak FDMC'nin ilk uygulaması gerçekleştirilmiştir. Analizler sonucunda elde edilen sonuçlar paylaşılmıştır.

Abstract

In this study, the MCMC (Markov Chain Monte Carlo) method was integrated into the FDBinary spectral separation program, which is a spectral separation program in the literature, via the Python programming language, and the FDMC code was created. The HD 5550 star was chosen as the reference star for the FDMC code. HD 5550 is a spectral binary star system with a visual magnitude of 5.9 in the constellation Cassiopeia. The first application of FDMC was performed using 41 high resolution spectra from the system's Polarbase data archive. The obtained results are shared after the analyzes.

Anahtar Kelimeler: Spectroscopic Binaries – Spectral Disentangling – MCMC

1 Giriş

Çift yıldız sistemleri, ortak bir kütle merkezi etrafında yörünge hareketi gerçekleştiren, kütleçekimsel kuvvetler ile birbirine bağlı ve en az iki yıldızdan oluşan sistemlerdir. Çift yıldız kavramı ilk olarak William Herschel tarafından kullanıldı ([Kamilla ve diğ. 2011](#)). Bazı çift yıldız sistemlerini oluşturan bileşen yıldızlar birbirine oldukça yakındırlar. Böyle sistemler tayfsal çift yıldız sistemleri olarak adlandırılır. Tayfsal çift yıldız sistemleri, sistemi oluşturan bileşen yıldızların birbirine çok yakın olduğu ve sistemi oluşturan bileşen yıldızları ayrı ayrı gözlemlenemeyen mümkün olmadığı sistemlerdir. Bu sebeple böyle bir sistemin bileşenlerinin ayrı ayrı tayflarını almakta pek mümkün değildir. Bu sistemler ilk bakışta tek bir yıldızmış gibi görünürler. Gözlemler sonucunda tayfsal bir çift sistemin her bileşeninin akı katkısından oluşan kompozit bir tayf elde edilir. Bu gözlemlerin tayfsal analizleri sonucunda tayf çizgilerinde görülen evreye bağlı değişim ve bileşenlerin yörünge hareketlerinden dolayı tayfta bulunan çizgilerde görülen Doppler kaymaları, bu tür sistemlerin bileşen yıldız içerdiklerini gösterir. Keşfedilen ilk tayfsal çift sistem 1889 yılında Ç Ursae Majoris veya bilinen adı ile Mizar yıldızıydı ([Vogel 1901](#)). Bu tür bir sistemin bileşen yıldızlarının tayflarını ayrı ayrı elde edebilmek için farklı yöntemlere başvurulabilir. Günümüzde bu yöntemlerden en kullanılanı tayfsal ayırma yöntemidir.

Bu çalışmada öncelikle tayfsal ayırma yönteminden ve kullanılan optimizasyon rutinlerinden bahsedilmiştir. Sonrasında MCMC algoritmasına değinilmiş ve FDMC kodu incelenmiştir. Son olarak elde edilen sonuçlara bakılmıştır

* ebarbaros054@gmail.com

2 Yöntem

2.1 Tayfsal Ayırma

Tayfsal ayırma, tayfsal çift yıldız sistemlerini oluşturan bileşen yıldızlarının tayflarını ayrı ayrı elde etmek için kullanılan matematiksel bir yöntemdir. Tayfsal ayırma, kaynakların farklı katkılarının gözlenen bir kompozit spektrumdan şablondan bağımsız olarak ayrılması olarak da tanımlanabilir ([Sablowski & Weber 2017](#)). İlk tayfsal ayırma uygulaması [Bagnuolo & Gies \(1991\)](#) çalışması olsa da tayfsal ayırmada kodsız ilk uygulama [Simon & Sturm \(1994\)](#) çalışmasında gerçekleştirilmiştir. Tayfsal ayırma en temelinde tayfsal bir çift yıldız sisteminin kompozit gözlemlerine ihtiyaç duyar. Bu gözlemler sistemin yörünge evrelerine ne kadar iyi dağılmışsa o kadar iyi bir sonuç elde edilebilir. Sonrasında yöntem bir yörünge simülasyonu gerçekleştirir. Bunu gerçekleştirebilmek için sistemin bazı fiziksel parametrelerine ihtiyaç duyar. Bu parametreler; sistemin yörünge dönemi P , en beri geçiş zamanı T_0 , yörünge basıncı e , enberi noktasının boylamı ω , baş ve yoldaş bileşenlerin dikine hız yarı genlikleri K_1-K_2 olarak sıralanabilir. Simülasyon sonucunda bileşen yıldızların her bir gözlemdeki radyal hızları hesaplanır. Bu hızlar kullanılarak kompozit tayftaki Doppler kayması sebebi ile kayan çizgilere bir radyal hız düzeltmesi uygulanır. Tüm bu hesapların ardından oluşturulan bir model yardımı ile düzeltilmiş kompozit tayftan bileşen yıldızların tayfları ayrı ayrı elde edilir. Oluşturulan model en küçük kareler (χ^2) yöntemine dayanır. χ^2 yöntemi gözlemler ile oluşturulan model arasındaki farkların toplamının karesine dayanan ve bu farkı minimize etmeyi amaçlayan bir yöntemdir.

Tayfsal ayırma yönteminde üst paragrafta belirtilen sistemin yörünge parametrelerinin doğruluğu sonucu çok

büyük oranda etkiler. Hatta tayfsal ayırmada en önemli verinin gerçekleştirilen gözlemler, sonrasında ise sistemin verilen yörünge parametreleri olduğu söylenilebilir. Bundan dolayı yöntem bir parametre optimizasyon rutinine ihtiyaç duyar. Optimizasyonun en temel amacı, gözlemler ve modelin farkına dayanan χ^2 sonucunu minimuma indirebilmektir. Tayfsal ayırmada kullanılan ilk parametre optimizasyonu **Simon & Sturm (1994)** çalışmasında kullanılan Downhill-Simplex (**Nelder & Mead 1965**) optimizasyon rutini. Literatürde bulunan diğer tayfsal ayırma programları da parametre optimizasyonu için bu rutini benimsemektedir. Lakin Downhill-Simplex kimi noktalarda yetersiz kalmaktadır. Bunun en temel sebebi yöntemin yerel minimum noktalardan kaçamama durumudur. Bundan dolayı da optimizasyon her zaman en iyi sonucu bulmakta oldukça zorlanır. Ayrıca Downhill-Simplex bir hata analizi gerçekleştirememektedir. Bu durum optimizasyon sonucunda elde edilen sonuçların doğruluğu konusunda bir şüphe yaratmaktadır.

Tayfsal ayırmada sonuçların daha tutarlı olabilmesi için farklı optimizasyon rutinlerine ihtiyaç duyulduğu görülmektedir. Kullanılabilecek bir çok optimizasyon rutini bulunmaktadır. Bu çalışmada biz bu rutinlerden en kabul görenlerinden olan MCMC (Markov Chain Monte Carlo) yöntemini kullanmayı öneriyoruz.

2.2 Markov Chain Monte Carlo

MCMC (Markov Chain Monte Carlo) bayes istatistiğine dayanan ve hata analizi gerçekleştirmemize olanak sunan bir yöntemdir. Sonsal dağılımları tahmin etmeye yaramaktadır ve bunu rastgele bir şekilde gerçekleştirmektedir. MCMC iki yöntemi birleştirir. Markov Chain ve Monte Carlo (**Metropolis & Ulam 1949**). Markov chain rus matematikçi Andrey Markov'un geliştirdiği bir rutindir (**Sharma 2017**). Yöntem, mevcut bir durumun gelecekteki durumları etkilemeyeceği ve gelecekteki durumların bağımsız olduğu bir süreçtir. Lakin mevcut durum, sürecin geleceğini etkileyebilecek her bilgiyi de içerir. Monte Carlo yöntemi ise ilk olarak Metropolis tarafından paylaşılmıştır. Monte Carlo, verilen bir koşulda rastgele sayılar atanarak bir sonucu tahmin etme uygulamasıdır. Bu çalışmanın ardından Metropolis, 1953 yılında ilk kez bayes istatistiğinde MC methodunu geliştirdi (**Metropolis ve diğ. 1953**). Sonrasında çalışmalarını genişleten Metropolis, Metropolis Hasting (MH) algoritmasını icat etti. MH, Markov Chain ile Monte Carlo yöntemlerini birleştirir. Bu iki uygulama birleştirilince ortaya oldukça güçlü bir algoritma çıkmıştır.

Metropolis algoritması bir kabul kriteri şeklinde çalışır. Markov Chain bir zincir yapısıdır. Kriterin en genel amacı hangi sonucun zincire eklenip eklenmeyeceğini belirlemektir. Algoritma bu kabulü rastgele bir şekilde gerçekleştirir. Kabul kriteri aslında bir kıyasa dayanır. Kıyas zincire eklenen en son sonuç ile hesaplanan en son sonucun bir oranıdır. Bu oran 0 ila 1 arasında rastgele atanan bir sayı ile tekrardan kıyaslanır ve oranın bu rastgele atılan sayıdan büyük olduğu koşullar zincire eklenir. χ^2 sonucunun daha iyi (daha küçük) olduğu her koşulda oran 1'den büyük olacağı için sonuç zincire her zaman eklenir. Lakin eğer χ^2 sonucu daha kötü (daha büyük) ise zincire sonuç rastgele bir şekilde ekleneyecektir. Bu kriter ile birlikte optimizasyon süreci boyunca yerel minimumlardan kaçınılması sağlanır. Kötü sonuçlarında zincire eklenmesi ile tüm parametre uzayında sonuç aranmış olur. Bu sebeple MCMC, Downhill-Simplex rutinine nazaran daha güvenilir bir optimizasyon yöntemi olarak kabul edilebilir.

Çizelge 1. HD 5550 tayfsal çift yıldız sisteminin **Alecian ve diğ. (2016)** çalışmasında elde edilen yörünge parametreleri

Parametre	(Alecian ve diğ. 2016)
P (gün)	6.82054
T_0 (HJD 2,400,000)	50,988.460±0.050
e	0.006±0.001
ω (derece)	169.6±2.3
K_1 (km/s)	24.97±0.05
K_2 (km/s)	38.58±0.15

Bu çalışmada geliştirilen MCMC rutini FDBinary (**Ilijic 2003**) tayfsal ayırma programına entegre edilmiş ve geliştirilen bu kod FDMC olarak adlandırılmıştır.

2.3 FDMC

FDMC, FDBinary tayfsal ayırma programını kullanarak tayfsal ayırma gerçekleştiren ve MCMC optimizasyon rutini ile parametre optimizasyonu gerçekleştirmeyi amaçlayan bir koddur. FDBinary, Fourier uzayında tayfsal ayırma gerçekleştiren bir tayfsal ayırma programıdır. Ilijic tarafından 2003 yılında kullanıma sunulmuştur (**Ilijic 2003**). FDBinary, tayfsal ayırma çalışmalarında oldukça sık kullanılan bir uygulamadır. Kendi içerisinde bir optimizasyon rutinine sahiptir. Bu rutin Downhill-Simplex metoduna dayanır. FDMC bu rutini iptal eder ve MCMC yöntemi ile bir parametre optimizasyonu gerçekleştirir. FDMC, python programlama dili aracılığı ile yazılmıştır. Linux tabanlı işletim sistemlerinde çalışmaktadır. İki veya üç bileşenli tayfsal çift yıldız sistemleri için tayfsal ayırma gerçekleştirebilmektedir. Ayrıca gerekli analizleri de içerisinde bulundurmaktadır.

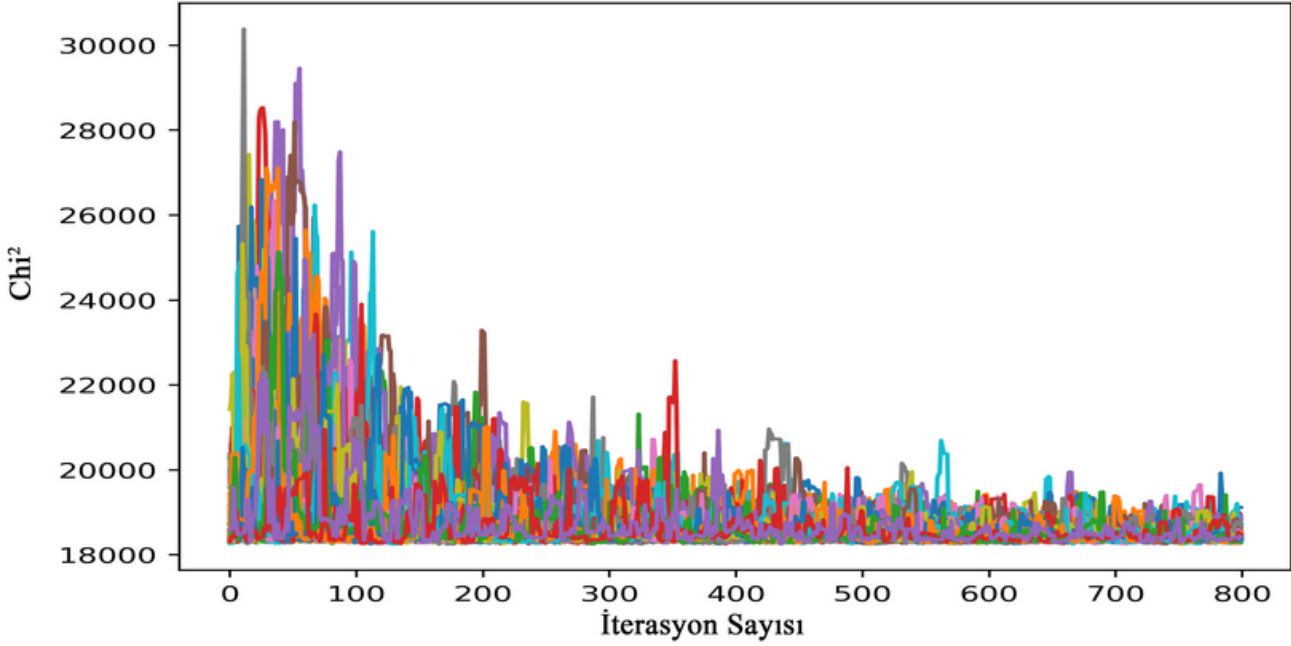
Şekil 1'de FDMC kodu ile gerçekleştirilen ve 100 zincirden oluşan 800 iterasyonluk bir optimizasyon rutinde oluşturulan zincirlerin dağılımları görülmektedir. Görselde her bir zincir rastgele bir veri seti ile başlar. İterasyon sayısı arttıkça zincirler ortak bir sonuca doğru evrilir. Bu durum optimizasyon rutininin doğru bir şekilde çalıştığını kanıtlar niteliktedir.

3 Uygulama

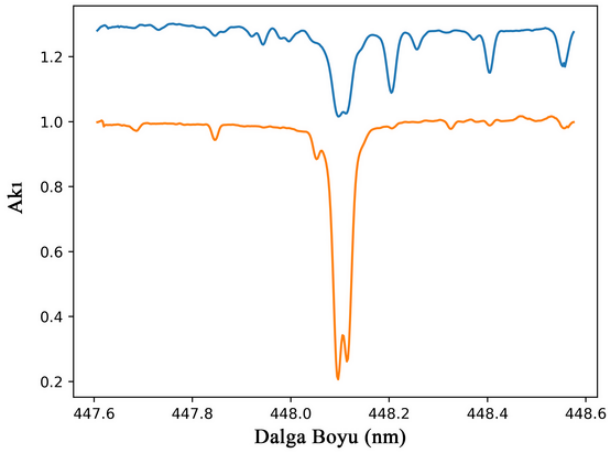
3.1 HD 5550

FDMC kodu ilk olarak HD 5550 yıldızı için kullanılmıştır. Sistem **Carrier ve diğ. (2002)** çalışmasında ilk kez gözlenmiş ve SB2 olarak belirlenmiştir. Gözlemler sonucu elde edilen sistemin kompozit tayfinin kimyasal yapısının kendisine özgün oluşu HD 5550 yıldızını özel kılar. Sistem Ap SrCrEu tip bir sistem olarak belirlenmiştir (**Renson ve diğ. 1991**). Baş bileşen A0III tipine bir yıldızdır ve çok güçlü stronsiyum ve krom çizgilerine sahiptir (**Carrier ve diğ. 2002**). Sistem baş bileşeni bir Ap yıldızı iken yoldaş bileşen Am yıldızdır. Ayrıca sistemin 100 Gauss'luk bir manyetik alana sahiptir. Hem bileşenlerinin türleri hem de kendi türündeki yıldızlara nazaran çok daha silik bir manyetik alana sahip oluşu sisteminin özel olduğunu gösterir. Sistemin baş bileşeni 11400 K, yoldaş bileşen 7800 K bir sıcaklığa sahip iken, baş bileşenin yarıçapı yoldaş yıldızın yarıçapının 1.24 katıdır (**Alecian ve diğ. 2016**). Çizelge 1'de HD 5550 sistemi için en güncel çalışma olan **Alecian ve diğ. (2016)** çalışmasında elde edilen sistemin yörünge parametreleri bulunmaktadır.

HD 5550 sistemi için Polarbase veri arşivinden 41 adet yüksek çözünürlüklü tayf seçilmiştir. Seçilen tayflar sistemin tüm yörünge evrelerin kapsamaktadır. Polarbase



Şekil 1. 800 iterasyonluk bir FDMC optimizasyonunun zincir dağılımı. Şekilde her bir renk farklı bir optimizasyon sürecini temsil eder.

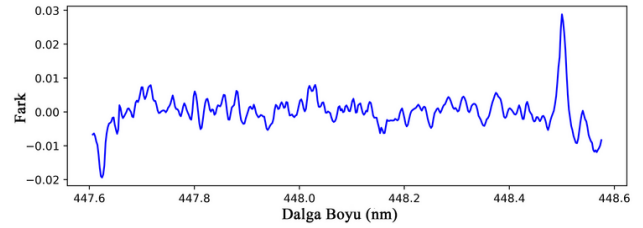


Şekil 2. FDMC kodu ile HD 5550 sistemi için elde edilen ayırılma sonuçları. Şekilde alta baş bileşenin, üstte ise yoldaş bileşenin ayırılmış tayfları bulunmaktadır.

arşivinden alınan indirgenmiş tayflar ISpec (Blanco-Cuaresma ve diğ. 2014) programı kullanılarak normalize edilmiştir. Ayrıca gerekli diğer düzeltmeler de ISpec programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. FDMC, FDBinary tayfsal ayırma programı ile aynı veri seti düzeninde çalışmaktadır. Bu sebeple gözlemler FDBinary'ye uygun olacak şekilde hazırlanmıştır.

3.2 Sonuçlar

HD 5550 sistemi için belirlenen dalga boyundaki ayırma sonucu Şekil 2'de verilmiştir. Sonuç 100 zincir ve her zincir başına 30000 iterasyondan oluşan bir optimizasyonun sonucunda yapılan analizler ile elde edilmiştir. Gerçekleştirilen tayfsal



Şekil 3. FDMC kodu ile HD 5550 sistemi için elde edilen ayırılma sonuçlarının kalıntı değerleri.

ayırılmalar sonucunda FDMC kodu ile FDBinary tayfsal ayırma programına nazaran daha küçük χ^2 sonuçları bulunmuştur. Bu sonuç FDMC ile elde edilen sonuçların FDBinary tayfsal ayırma programının optimizasyon rutininden daha tutarlı olduğunu göstermektedir.

Ayırma sonrasında elde edilen kalıntı değerleri Şekil 3'te görülmektedir. FDMC ile gerçekleştirilen ayırma sonucunda daha küçük kalıntı değerleri hesaplanmıştır. Kalıntı sonucunun uç kısımlarındaki sapmalar FDBinary tayfsal ayırma programının Fourier uzayında çalışıyor olmasında kaynaklıdır.

FDMC kodu optimizasyon sonunda her bir zincir için bir analiz çıktısı oluşturur. Şekil 4'te HD 5550 sistemi için FDMC analiz çıktısı görülmektedir. Bu çıktı içerisinde kaç parametrenin parametre uzayı dışarısında kaldığı, optimizasyon süresince hangi parametrenin kaç kere optimizasyona girdiği, iterasyonlar sonucunda parametre kabul oranı ve en iyi veri seti gibi önemli sonuçlar bulunur. Kabul oranı oldukça önemli bir değerdir. Çok yüksek veya çok düşük olduğu koşullarda sonuca olan güven azalır. Bu çıktı tüm optimizasyona genel

Çizelge 2. HD 5550 tayfsal çift yıldız sisteminin FDMC kodu ile elde edilen yörünge parametreleri.

Parametre	FDMC
P (gün)	$6.820429^{+0.000005}_{-0.000005}$
T_0 (HJD 2,400,000)	$50,926.923^{+0.003}_{-0.007}$
e	$0.0038^{+0.001}_{-0.001}$
ω (derece)	$156.29^{+0.18}_{-0.26}$
K_1 (km^{-1})	$25.22^{+0.03}_{-0.03}$
K_2 (km^{-1})	$39.17^{+0.07}_{-0.08}$

```

number of rejected parameters on prior: 5320
P rejected 1680 times.
T0 rejected 1324 times.
e rejected 287 times.
w rejected 666 times.
K1 rejected 1013 times.
K2 rejected 350 times.

### Ratio of Changed Parameter ###
P changed 5070(%0.169) times.
T0 changed 4960(%0.165333) times.
e changed 5011(%0.167033) times.
w changed 4925(%0.1641666) times.
K1 changed 4893(%0.1631) times.
K2 changed 5141(%0.1713666) times.

### Iteration Results ###
Total Iteration= 30000
Accept ratio= %31.419999

Best Chi2= [5932.52]
Best Orbit Parameters From MCMC(P,T0,e,w,K1,K2): [6.8204297605834965, 2450926.923556523,
0.003861315783732712, 156.2973891908277, 39.1795250081751, 25.222023032875846]

```

Şekil 4. FDMC kodu optimizasyon analiz çıktısı.

bir bakış sunar ve eğer sonuçlarda bir tutarsızlık varsa sorunun belirlenmesine olanak sağlar.

FDMC, optimizasyon boyunca her bir parametrenin belirlenen uzaydaki dağılımı ve parametrelerin birbirleri arasındaki ilişkiyi görebilmek için corner grafiğinden (**Foreman-Mackey 2016**) yararlanır. Şekil 5'te FDMC kodu ile HD 5550 sisteminin optimizasyonu sonunda elde edilen corner grafiği görülmektedir. Corner grafiği iterasyona giren her bir parametrenin birbirleri ile aralarındaki ilişkisinin belirlenebilmesini sağlar. Bu şekilde parametreler arasında bir korelasyon olup olmadığı anlaşılabilir. Grafikte sütunların üst kısmında bulunan Gauss eğrileri iterasyonlar sonucu parametrelerin uzaydaki yığılımını, alt kısımda kalan kareler ise parametrelerin uzaydaki dağılımlarını gösterir. Ayrıca belirlenen bir sigma (σ) alanının içerisinde hata analizinde gerçekleştirir. Burada sigma 1 kabul edilmiştir.

Tüm analizlerin sonucunda FDMC kodu ile HD 5550 sistemi için elde edilen yörünge parametreleri Çizelge 2'de görülmektedir.

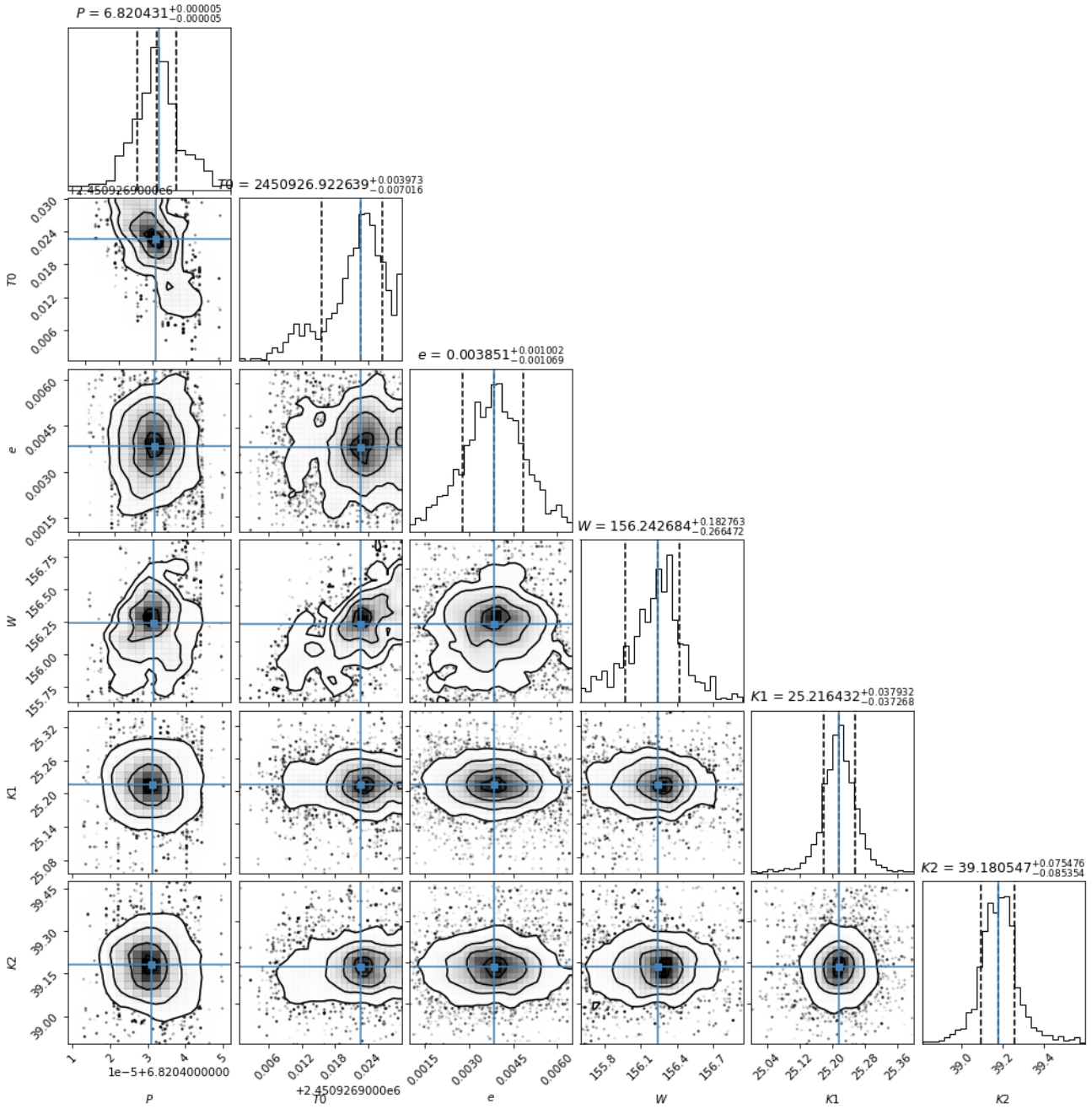
Analizler sonucunda elde edilen parametrelerin hataları **Alecian ve diğ. (2016)** çalışmasında elde edilen hatalardan daha düşük hesaplanmıştır. Ayrıca FDMC ile elde edilen veri seti **Alecian ve diğ. (2016)** çalışmasında hesaplanan veri setine göre daha küçük χ^2 sonucuna ulaşılmıştır. Bu sayede HD 5550 sistemi için yeni daha iyi bir veri seti elde edilmiştir. Bu durum HD 5550 sistemi için daha doğru bir analize imkan sağlayacaktır.

Sonuç olarak FDMC optimizasyon rutini ile literatürde bulunan tayfsal ayırma yöntemlerinde kullanılan Downhill-Simplex optimizasyon rutinine kıyasla daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca önceden tayfsal ayırma optimizasyonu sonucunda bir hata analizi gerçekleştirilemez iken FDMC ile artık bu mümkündür. Ayrıca FDMC farklı analiz yöntemleri de

sunmaktadır. Kod açık kaynak bir şekilde gerekli düzenlemelerin ardından **GitHub** adresi üzerinden paylaşılacaktır.

Kaynaklar

- Alecian E., Tkachenko A., Neiner C., Folsom C. P., and B. L., 2016, *Astronomy & Astrophysics*, 589, A47
- Bagnuolo William G. J., Gies D. R., 1991, *The Astrophysical Journal*, 376, 266
- Blanco-Cuaresma S., Soubiran C., Jofré P., Heiter U., 2014, in *Astronomical Society of India Conference Series*. pp 85–91 ([arXiv:1312.4545](https://arxiv.org/abs/1312.4545))
- Carrier F., North P., Udry S., Babel J., 2002, *Astronomy & Astrophysics*, 394, 151
- Foreman-Mackey D., 2016, *The Journal of Open Source Software*, 1, 24
- Ilijic S., 2003, PhD thesis, University of Zagreb
- Kamilla S., Nayak M., Khamari Sharma N., Das R., Pattnaik S., 2011, *LATIN AMERICAN JOURNAL OF PHYSICS*, 5
- Metropolis N., Ulam S., 1949, *Journal of the American Statistical Association*, 44, 335
- Metropolis N., Rosenbluth A. W., Rosenbluth M. N., Teller A. H., Teller E., 1953, *The journal of chemical physics*, 21, 1087
- Nelder J. A., Mead R., 1965, *The Computer Journal*, 7, 308
- Renson P., Gerbaldi M., Catalano F. A., 1991, *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 89, 429, *ADS*
- Sablowski D. P., Weber M., 2017, *Astronomy & Astrophysics*, 597, A125
- Sharma S., 2017, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 55, 213
- Simon K. P., Sturm E., 1994, *Astronomy & Astrophysics*, 281, 286, *ADS*
- Vogel H. C., 1901, *The Astrophysical Journal*, 13, 324
- Access:**
M23-0368: *Turkish J.A&A — Vol.4, Issue 3.*



Şekil 5. FDMC kodu optimizasyon corner dağılımları. Şekilde sütunlar soldan sağa sırasıyla sistemin yörünge dönemini, T_0 zamanını, yörünge eksantrisitesini, ω açısını, baş ve yoldaş bileşenlerin hızlarını temsil eder.