



## Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi

<https://dergipark.org.tr/tr/pub/yyufbed>



Araştırma Makalesi

### HAD Simülasyonlarında Ağ Yakınsama İndeksi ve Richardson Ekstrapolasyonun Uygulaması: DrivAer

Oğuz BAŞ<sup>\*1</sup>, Mustafa Atakan AKAR<sup>2</sup>, Coşkun ÖZALP<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Amasya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 05100, Amasya, Türkiye

<sup>2</sup> Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü, 01000, Adana, Türkiye

<sup>3</sup> Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Enerji Sistemleri Mühendisliği Bölümü, 80000, Osmaniye, Türkiye

Oğuz BAŞ, ORCID No: [0000-0003-2301-2306](https://orcid.org/0000-0003-2301-2306), Mustafa Atakan AKAR, ORCID No: [0000-0002-0192-0605](https://orcid.org/0000-0002-0192-0605), Coşkun ÖZALP, ORCID No: [0000-0003-2249-7268](https://orcid.org/0000-0003-2249-7268)

\*Sorumlu yazar e-posta: [oguz.bas@amasya.edu.tr](mailto:oguz.bas@amasya.edu.tr)

#### Makale Bilgileri

Geliş: 17.11.2022  
Kabul: 13.09.2023  
Online Aralık 2023

DOI:[10.53433/yyufbed.1206050](https://doi.org/10.53433/yyufbed.1206050)

#### Anahtar Kelimeler

Ağ yakınsama indeksi,  
Ağdan bağımsızlık,  
Richardson ekstrapolasyonu,  
Taşıt aerodinamiği

**Öz:** Bu çalışmada bir HAD simülasyonunda, akış alanının ağ çözünürlüğünün yeterli olup olmadığını belirlemek için yapılan ağ bağımsızlığı testlerine Richardson Ekstrapolasyonu ve ağ yakınsama indeksi (GCI) yaklaşımı uygulaması gerçekleştirilmiştir. Simülasyonlarda son yıllarda popüler hale gelen DrivAer jenerik araç geometrisi, aerodinamik sürüklenme kuvveti bakımından incelenmiştir. Ansys Fluent yazılımı kullanılarak kapalı gövde fastback, estateback ve notchback modellerinin simülasyonları gerçekleştirilmiştir. Ağ elemanı sayıları artırılarak oluşturulmuş üç farklı ağ çözünürlüğünün yanısıra, dördüncü bir ağ seviyesi, GCI' inden yararlanılarak oluşturulmuş ve deneysel verilere yakınsama açısından test edilmiştir. Sonuç olarak, bu yeni ağ seviyesi ile ağ sayısında çok fazla artışa gerek kalmadan, bütün araç modellerinde deneysel verilere kıyasla sürüklenme katsayısı ( $C_D$ ) için hata oranı %3'ün altına indirilmiştir.

### Applications of Grid Convergence Index and Richardson Extrapolation in CFD Simulations: DrivAer

#### Article Info

Received: 17.11.2022  
Accepted: 13.09.2023  
Online December 2023

DOI:[10.53433/yyufbed.1206050](https://doi.org/10.53433/yyufbed.1206050)

#### Keywords

Grid convergence index,  
Grid independency,  
Richardson extrapolation,  
Vehicle aerodynamics

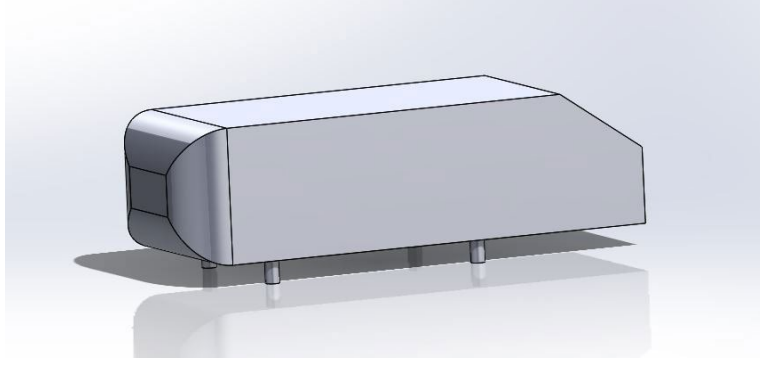
**Abstract:** In this study, Richardson Extrapolation, and grid convergence index (GCI) approach was applied to the grid independence tests to determine whether the mesh resolution of the flow domain is sufficient in a CFD simulation. In CFD simulations, DrivAer generic vehicle geometry, which has become popular in recent years, has been investigated in terms of aerodynamic drag force. Simulations were performed on closed-body fastback, estateback, and notchback models by using Ansys Fluent software. In addition to three different grid resolutions created by increasing the number of grid elements, a fourth grid level was created by using GCI and tested in terms of convergence to the experimental data. As a result, for all vehicle models, with this new grid level, the error rate for the coefficient of drag ( $C_D$ ) was reduced to less than 3% compared to the experimental data, without the need for a large increase in the grid number.

## 1. Giriş

HAD (Hesaplanmalı Akışkanlar Dinamiği) simülasyonlarında en zahmetli ve zaman alıcı aşamalardan biri olan ağ oluşturma işlemi çoğu kullanıcıyı zorlamaktadır. Gerek HAD yazılımlarında meydana gelen geliştirmeler, gerek bu konuda günden güne ortaya koyulan detaylı çalışmalar, ağ oluşturmada yol gösterici olmakta, hatta işlemler kullanıcıdan bağımsız hale gelerek otomatikleşmektedir. Ancak bununla beraber çoğu zaman HAD kullanıcıları, bir HAD simülasyonunda ağ çözünürlüğünün gerekli seviyesini tespit etmekte zorlanmaktadır. Bu noktada bir HAD simülasyonu için ağdan bağımsızlık testleri gerekmektedir. Ağdan bağımsızlık genel olarak, bir HAD simülasyonunda, ağ çözünürlüğünün artmasıyla, ilgilenilen bir çıktı değerindeki (sürüklenme katsayısı, kaldırma katsayısı, akış profili, basınç düşüşü, sıcaklık vb.) farkın belirli bir değerin altına ulaştığı ağ seviyesi olarak tanımlanabilir (Saraf ve ark., 2017). Ancak burada ağ çözünürlüğündeki artış miktarının ne kadar olacağı, akış alanında hangi bölgelerde artış yapılacağı, ilgilenilen çıktı değerinin hangisi ya da hangileri olacağı, çıktı değerlerindeki değişimin ne kadar olması gerektiği tartışma konusudur.

Taşıt aerodinamiği özelinde, genel olarak ağ çözünürlüğünü belirlemek için araştırmacılar farklı yöntemler izlemektedirler. SAE' ye (Society of Automobile Engineers) göre yeterli bir ağ bağımsızlığı için, ağ çözünürlüğünün %50 artışında sürüklenme katsayısındaki değişim 0.001' in altında olmalıdır (Huminic & Huminic, 2012). Ancak literatürde farklı uygulamalarda mevcuttur. Örneğin, Cho ve ark. (2018) ağ çözünürlüğünü %60 artırırken,  $C_D$  (sürüklenme katsayısı) için değişimin %3' ün altına düştüğü ağ seviyesini ağdan bağımsız kabul etmişlerdir. Bir başka taşıt aerodinamiğini odağına alan HAD çalışmasında ise Read & Viswanathan (2020), farklı ağ çözünürlüklerinden elde edilen  $C_D$  sonuçlarını deneysel elde edilen verilerle kıyaslamış ve deneysel olarak elde edilen veriye en yakın ağ seviyesini ağdan bağımsız kabul etmiştir. Zhang ve ark. (2019) ise çalışmalarında ağ elemanı sayısını %33 artırmış ve  $C_D$  ' ndaki değişimin %1' in altında olduğunu belirterek simülasyonları ağdan bağımsız kabul etmişlerdir. Öte yandan kaldırma katsayısının ( $C_L$ ) ağdan bağımsızlık testi için çıktı olarak ele alındığı çalışmalarda mevcuttur. Ancak bu çalışmalarda  $C_L$  'nin yüzde değişiminin %10' dan fazla olduğu görülmektedir. Bunun sebebi incelenen jenerik geometrilerin  $C_L$  'nin mutlak değerlerinin çok küçük olmasının yanı sıra, HAD simülasyonlarında  $C_L$  hesaplamalarında deneysel verilere yaklaşmakta hala yüksek hatalar vermesidir (Huminic & Huminic, 2017). Bunun önüne geçmek amacıyla, ağdan bağımsızlık testi için  $C_L$  'nin çıktı olarak ele alındığı çalışmalarda yüzde değişim yerine, sayım (counts) değişimi ele alınmaktadır. Buna göre  $C_L$  ve  $C_D$  için 1 sayım = 0.001 olarak değerlendirilmektedir. Böylece yüzde değişimin ele alınmasının getirdiği yanılmanın önüne geçilmekte, hem de ağdan bağımsızlığın sağlandığı çözünürlük için hem  $C_L$  hem de  $C_D$  sonuçları değerlendirilebilmektedir. Örneğin, Yu ve ark. (2018), ağdan bağımsızlığın  $C_L$  ve  $C_D$  için değişimin 2 sayımın altına düştüğü ağ seviyesini ağdan bağımsız kabul etmişlerdir. Öte yandan, literatürde ağdan bağımsızlık testi için hız profilleri, art izi bölgesindeki akış yapısı gibi veri çıktılarının kullanıldığı çalışmalarda görülebilmektedir (Guilmineau, 2014; Tunay ve ark., 2016).

Taşıt aerodinamiği çalışmalarında, jenerik, yani basitleştirilmiş ve sadeleştirilmiş model kullanımı çok yaygındır. Bunun başlıca birkaç sebebi mevcuttur. İlk olarak, seri üretim taşıt modellerinin literatüre açık olmaması nedeniyle akademi araştırmacılarının bu geometrilere erişimi kısıtlıdır. Ancak modellere erişimin kolay olması durumunda bile üreticilerin, ürünlerini sürekli olarak güncellemeleri, literatür için verilerin sürekliliği bakımından bu seçeneği olanaksız kılacaktır (Wojciak ve ark., 2011). Ayrıca, seri üretim araçlarının karmaşık yapısı da özellikle HAD kullanıcıları açısından bu araç modellerinin kullanımını verimsiz hale getirmektedir. Diğer taraftan literatürde daha basit, jenerik model kullanımı oldukça yaygındır. Ahmed cismi (Ahmed ve ark., 1984), SAE aracı (Le Good & Garry, 2004), MIRA (Yang ve ark., 2018) aracı bunlardan bazılarıdır. Şekil 1' de bunlardan en yaygın olarak kullanılan Ahmed cismi gösterilmiştir. Bu cisimlerin yaygın olarak literatürde kullanılmasıyla, deneysel olarak elde edilen verilerle doğrulama kolay hale gelmektedir. Ayrıca basit yapıları ve literatüre açık olmaları ile simülasyonları görece olarak daha basittir. Ayrıca ERCOFTAC veri tabanı ile deneysel verilerin paylaşılması sonucu, sadece aerodinamik kuvvet katsayıları ile değil, akış profilleri ile doğrulama imkanı da mevcuttur (ERCOFTAC, 2022).



Şekil 1. Ahmed cisminin görünüşü.

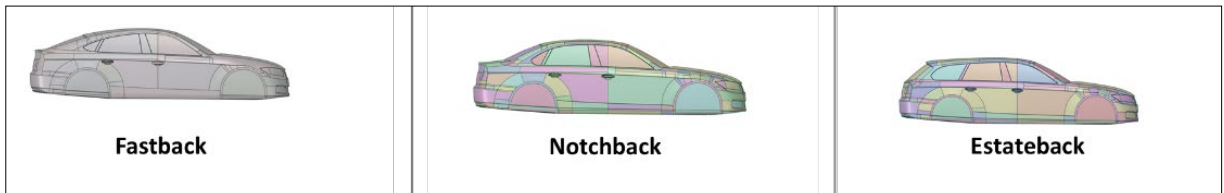
Ancak yıllardan beri kullanılan bu geometriler, oldukça küt ve basit yapıda olup, bu modellerde olumlu sonuçlar alınan akış kontrol çalışmaları seri üretim araçlara uygulanamamış, fikir vermekten öteye gidememiştir. Bunun sebebi küt yapıda olmalarının doğal bir sonucu olarak günümüz akım çizgili araçların akış yapısını yansıtmaktan uzak olmalarıdır. Bu jenerik modellerin ortaya çıktığı yıllarda araçlar daha küt bir yapıdayken, akış yapısını kabaca benzer bir şekilde ortaya koymaktaydı. Ancak, yıllar geçtikçe gelişen imalat yöntemleri, saç presleme teknolojileri ve bilgisayar destekli üretim sayesinde araçlar daha akım çizgili üretilmeye başlamış ve jenerik modeller taşıt aerodinamiğinde üreticiler açısından demode kalmaya başlamıştır (Mack ve ark., 2012). Bu noktada, 2010 yılında, BMW Group, Audi AG ve Münih Teknik Üniversitesi ortaklığı ile yeni bir jenerik model oluşturulmuş ve bu bilimsel boşluk doldurulmuştur. DrivAer adında bu model günümüz araçlarının akım çizgili yapısına sahip olmakla beraber, tekerlekli veya kapalı gövde, yan aynalı veya yan aynasız, detaylı alt gövde veya sade alt gövde gibi çeşitli varyasyonları mevcut olup, literatüre açık (Geometry - Chair of Aerodynamics and Fluid Mechanics) olmasıyla da gittikçe popüler hale gelmektedir. Ayrıca, DrivAer için Fastback, notchback (sedan) ve estateback gibi araç gövde opsiyonları da mevcuttur.

Bu noktalardan hareketle, kapalı gövde DrivAer araç modelleri, Ansys Fluent HAD yazılımında k-w SST türbülans modeli kullanılarak ağdan bağımsızlık testlerine tabii tutulmuştur. Bu testlerde oluşturulan üç farklı ağ çözünürlüğüyle, Richardson ekstrapolasyonu ve GCI metotları kullanılarak, deneysel verilere daha yakın ve ağdan bağımsızlığın istenilen seviyeye getirilebileceği yeni bir dördüncü ağ seviyesi oluşturulmuştur. Sonuçlar aerodinamik sürüklenme kuvvet katsayıları bakımından incelenmiştir.

## 2. Sayısal Yaklaşım

### 2.1. Ön işlemler

Modelin katı hale getirilmesi, temizlenmesi yoğunlaştırılacak ağ bölgelerinin belirlenmesi, çözücü için akış alanı ve sınır koşullarının belirlenmesi için bir CAD yazılımı olan SpaceClaim programı kullanılmıştır. Bu çalışmada, kapalı gövde fastback, notchback ve estateback olarak üç farklı DrivAer jenerik model kullanılmıştır (Şekil 2).



Şekil 2. Bu çalışmada kullanılan DrivAer geometrileri.

Akış alanı oluşturulurken daha önce yapılan literatürdeki benzer HAD çalışmaları dikkate alınarak yeterince büyük olması sağlanmıştır ki akış hızı profillerinin hesaplama alanının girişinden cisme ulaşana kadar tam gelişmiş olması, cismin arkasındaki iz alanının (wake region) tam olarak

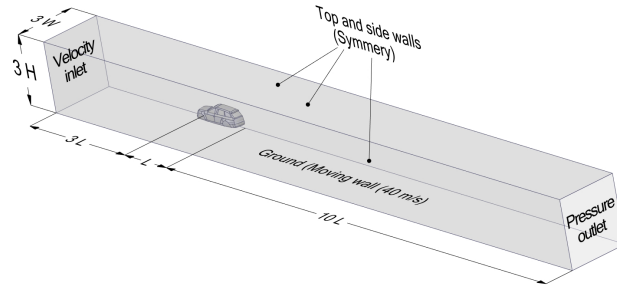
kapsanması ve blokaj etkilerinin minimum düzeyde tutulması hedeflenmiştir. Nitekim akış alanının girişinden araç ön yüzüne kadar olan bölgenin ve aracın arkasından basınç çıkışına kadar olan bölgenin uzunluğu, literatürdeki bazı çalışmalardan (Heft et al., 2012; Ashton & Revell, 2014; Jakirlic et al., 2016) yüksek tutulmuştur. Akış alanının bu özellikleri ile blokaj oranı  $A_{\text{ön}}/A_H < \%5$  olarak belirlenmiştir. Çengel ve Cimbala blokaj oranının  $\%7.5$ ' ten küçük olmasını tavsiye etmişlerdir (Cengel & Cimbala, 2006). Ayrıca, rüzgâr ve su tüneli gibi deneysel metotlarda sabit olan yan ve üst duvarlar, bu HAD çalışmasında, literatürde de sıklıkla kullanılan bir yöntemle simetri sınır koşulu (symmetry boundary condition) olarak ayarlanmıştır. Bu yöntemle, üst ve yan duvarlarda serbest kayma koşulu tanımlaması yapılarak blokaj etkilerinin bertaraf edildiği düşünülebilir (Huminic & Huminic, 2010). Ayrıca araç uzunluğuna bağlı  $Re_L=5.2 \times 10^6$  koşulunun sağlanması için giriş hızı üniform  $U_\infty=45$  m/s olarak girilmiştir. Hesaplama alanı ve bu alandaki sınır koşullarına dair detaylar Şekil 3, Çizelge 1 ve Çizelge 2'de paylaşılmıştır.

Çizelge 1. Bu çalışmadaki kullanılan sınır koşulları

	Giriş	Çıkış	Zemin	Yan ve üst duvarlar	Araç yüzeyi
Sınır koşulu	Hız Girişi	Basınç çıkışı	Hareketli duvar	Serbest Kayma Sınır Koşulu	Sabit duvar
Değer	45 m/s (üniform)	0 Pa	45 m/s (üniform)	Serbest kayma	Kaymamazlık koşulu

Çizelge 2. Hesaplama alanı özellikleri

Akış Alanı	Yarı simetrik, daimî, türbülanslı ve sıkıştırılmaz
Boy X En X Yükseklik	14L X 3H X 3W
$A_{\text{ön}}$	$\cong 2.3 \text{ m}^2$
$A_{\text{ön}}/A_H$ (Blokaj oranı)	$< \%5$



Şekil 3. 3-boyutlu hesaplama alanı.

## 2.2. Ağ hazırlama

Bu sayısal çalışmada ağ hazırlanırken Ansys 'in Fluent-Meshing'de sunduğu Watertight Geometry Workflow görev-tabanlı ağ geliştirme yazılımı kullanılmıştır. HAD çalışmalarında ağ oluşturulurken temel amaç sayısal doğruluktan ödün vermeden uygun kalite ve sayıda eleman ile ağ yapısı oluşturmaktır. Böylelikle hesaplama zamanı ve sayısal doğruluk arasındaki denge sağlanabilmektedir. Bu amaçla, akış alanında çözüm hassasiyeti kritik olan alanlarda, ağı etkileme bölgeleri (Body of Influence ya da BOI) kullanılarak akışın uzak bölgelerinde kullanılan ağ sayısına oranla kademeli olarak daha fazla ağ elemanı oluşturulmuştur. Araca yakın olandan uzağa doğru iki farklı BOI kullanılmıştır; BOI I ve BOI II. Ağdan bağımsızlık testlerinde de BOI maksimum eleman sayısı artırılarak simülasyonlar yapılmıştır. Ayrıca uygun kalitede ağ üretmek için yazılımın, hacim ve yüzeylerde ağ iyileştirme özelliklerinden faydalanılmıştır. Bu sayede ağ kalitesinin bütün durumlarda çarpıklık (skewness)  $< 0.7$  olması sağlanmıştır ki bu, böyle karmaşıklıkta bir akış alanı için oldukça iyi

bir değerdir (Lanfrit, 2005). Bu değer in yüksek olması halinde, HAD kullanıcıları yakınsamada zorluklar ve doğru olmayan sonuçlarla karşılaşabilmektedirler.

Bu çalışmada daha az ağ elemanı ile daha iyi ağ kalitesi ve sayısal sonuçlar elde etmek için son yıllarda geliştirilen Poly-Hexcore ağ elemanı tipi kullanılmıştır. Bu ağ elemanı tipi sayesinde karmaşık ve dar alanlardan serbest akış alanına geçerken daha iyi sonuçlar veren çok yüzeyle (Polyhedral) ağ elemanları kullanılırken, serbest akış alanında ise altı yüzeyle (Hexahedral) ağ elemanları kullanılır.

Diğer yandan türbülanslı sınır tabakasının doğru olarak çözülmesi, HAD simülasyonlarında, akışa maruz kalan cisimlerin üzerindeki kuvvetleri doğru hesaplayabilmek için önemli bir husustur (Schlichting & Gersten, 2016). Bu anlamda bazı kullanıcılar çözüm ağlarında, yetersiz prizmatik ağ katmanı ya da türbülans modeli ile uyumsuz ilk ağ yüksekliği kullanabilmektedirler. Bütün ağlarda ilk hücre yüksekliği  $h_0=0.05$  mm olacak şekilde simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. İlk hücre yüksekliğinin bu değeri ile, bu çalışmada kullanılan türbülans modelinin ( $k-\omega$  SST) doğru sonuçlar vermesi için bir gereklilik olan  $y^+ < 5$  şartı sağlanmıştır (Menter, 1992). Bu çalışmada, türbülans viskozitesi hipotezine dayanan, Shear Stress Transport (SST) türbülans modeli kullanılmıştır. Bu türbülans modeli özellikle otomotiv aerodinamiği simülasyonlarında üstün modelleme ve makul hesaplama maliyetine sahiptir. Alan sınırlamaları nedeniyle,  $k-\omega$  SST modelinin denklemleri ve ilgili parametreleri burada sunulmamıştır. Bir zaman ortalamalı Navier-Stokes (RANS) modeli olan  $k-\omega$  SST, geleneksel türbülans modellerinin farklı üstün özelliklerini birleştirmek için harmanlama fonksiyonu (blending function) içerir ve sonuçta karmaşık bir akışın farklı bölgelerinde istenen özelliklere ulaşır. Harmanlama fonksiyonu sayesinde, türbülanslı sınır tabakasında ve kaymamazlık koşulu olan cidarlara yakın bölgelerde daha iyi modelleme yapan  $k-\omega$  türbülans modeli kullanılırken, serbest akış bölgesinde daha iyi akış modelleme özelliklerine sahip  $k-\epsilon$  modeli aktif hale gelir. Böylelikle hem sınır tabaka için hem de serbest akış bölgesi için iki farklı türbülans modelinin üstün özelliklerinden de faydalanılmış olmaktadır (Chen ve ark., 2015). Türbülanslı sınır tabakası,  $y^+$  ve nasıl hesaplandığına dair daha fazla detay için okuyucular (Cengel & Cimbala, 2006; Soares & De Souza, 2015; Schlichting & Gersten, 2016) referanslarına göz atabilirler.

Ağdan bağımsızlık testi, taşıt aerodinamiği simülasyonları için, ağ sayısı kademeli olarak artırılırken, nicel bir sonucun (yaygın olarak  $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_P$  veya cismin arkasındaki iz bölgesinden alınan hız profili vb) sabitlendiği ağ sayısının belirlenmesi ilkesine dayanmaktadır (Yılmaz & Çiçek, 2017; Şimşek, 2020). Bu çalışmada ağı etkileme bölgelerinin yanı sıra, global ağ elemanlarının boyutları değiştirilerek elde edilen 3 farklı ağ durumu test edilmiştir. Ağ seviyelerinin özellikleri ve Çizelge 3' te paylaşılmıştır. Bütün ağ seviyelerinde ağ elemanları için en-boy oranının 100'den küçük olması sağlanmıştır.

Çizelge 3. Ağdan bağımsızlık testlerinde kullanılan ağların özellikleri

Ağ Seviyesi		Ağ 3	Ağ 2	Ağ 1	Ağ*
Maksimum eleman uzunluğu (BOI I)		30 mm	20 mm	10 mm	6 mm
Maksimum eleman uzunluğu (BOI II)		40 mm	30 mm	20 mm	10 mm
Duvara yakın ilk ağ yüksekliği		0.04 mm	0.04 mm	0.04 mm	0.04
Toplam prizmatik ağ elemanı sayısı		20	20	20	20
Prizmatik ağ elemanı büyüme oranı		1.2	1.2	1.2	1.2
Keskinlik oranı		0.67	0.65	0.67	0.68
Ortogonal kalite		0.28	0.29	0.27	0.26
Toplam ağ elemanı sayısı*	E	1122037	2588710	6053255	12436474
	F	1080098	2416661	6046474	12833710
	N	1053810	2442436	6015424	12553255

\* E: Estateback F: Fastback N: Notchback

### 3. Bulgular ve Tartışma

#### 3.1. Richardson ekstrapolasyonu

Ağdan bağımsızlık testlerinde türbülanslı akışın doğru modellenebilmesi için ağ elemanı sayısı artış oranı faktörü ( $r$ ) 1.3 değerinden büyük olmalıdır (Celik ve ark., 2008). Ağ elemanı sayısı artış oranı faktörü ( $r$ ) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1} \quad (1)$$

$$r_{32} = \frac{h_3}{h_2} \quad (2)$$

Formüllerde 3, 2 ve 1 alt indisleri sırasıyla Ağ 3, Ağ 2 ve Ağ 1 seviyelerini gösterirken,  $h$  ise akış alanındaki bir ağ elemanın ortalama boyutunu ifade etmektedir. Üç boyutlu bir akış alanında  $h$  şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$h_{ort} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta v_i) \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

Bu denklemde  $N$ , hesaplama için kullanılan toplam ağ elemanı sayısını gösterirken,  $\Delta v_i$  ise alt indisindeki rakamın belirttiği ağ elemanın hacmini ifade etmektedir. Bu çalışmadaki ağ seviyelerine göre yukarıda belirtilen parametrelerin değerleri Çizelge 3'te gösterilmiştir.

Çizelge 4. Ağ seviyelerine göre parametrelerin değerleri

Araç Modeli	Parametre	Ağ 1	Ağ 2	Ağ 3
Estateback	Toplam ağ elemanı sayısı ( $N$ )	6053255	2588710	1122037
	Ortalama hücre boyutu ( $h_{ort}$ )	0.0432	0.0574	0.0758
	Ağ artış oranı ( $r$ )	$R_{21}=1.32$	$R_{32}=1.33$	
Fastback	Toplam ağ elemanı sayısı ( $N$ )	6046474	2416661	1080098
	Ortalama hücre boyutu ( $h_{ort}$ )	0.0432	0.0587	0.0468
	Ağ artış oranı ( $r$ )	$R_{21}=1.36$	$R_{32}=1.31$	
Notchback	Toplam ağ elemanı sayısı ( $N$ )	6015424	2442436	1053810
	Ortalama hücre boyutu ( $h_{ort}$ )	0.0433	0.0585	0.0774
	Ağ artış oranı ( $r$ )	$R_{21}=1.35$	$R_{32}=1.31$	

Richardson ekstrapolasyonu, bir fonksiyonun değerinin, bilinen en az iki noktasının değerini kullanarak, analitik olarak hesaplanması zor ya da imkansız belirli bir nokta ya da aralık için tahmin edilmesini sağlayan nümerik bir yöntemdir (Richardson & Gaunt, 1927). HAD için, bu yöntemin adaptasyonu, boyutsal ayrıklaştırmanın maksimum olduğu, akış alanının sonsuz ağ elemanına bölüldüğü ( $h \rightarrow 0$ ), bir problemde çıktı değerlerin hesaplanmasının sağlanabileceği fikri Roache (1997) tarafından ortaya koyulmuştur. Öte yandan ekstrapolasyonun HAD çalışmalarında kullanılabilmesi için, en az üç ağ seviyesi oluşturulması gerektiği belirtilmiştir (Stern ve ark., 2001). Richardson ekstrapolasyonunun denklemi,  $p^{th}$  derece metodu olarak aşağıdaki gibi formüle edilmektedir:

$$f_{RE} \approx f_1 + \left[ \frac{f_1 + f_2}{r^p - 1} \right] \quad (4)$$

$r$ , (1) ve (2)'deki formüllerde de belirtildiği gibi ağ seviyesi artış oranını,  $f_i$  ise  $i$  indisindeki rakamın gösterdiği ağ seviyesindeki çıktı sonucunu ifade etmektedir (örneğin  $C_D$ ). Ekstrapolasyon değeri, kaçınıcı derecede hesaplanacağına ( $p$ ) göre değişmektedir.  $p$  değeri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$p = \frac{1}{\ln r_{21}} \left| \ln \left| \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \right| + q(p) \right| \quad (5)$$

$$\epsilon_{32} = f_3 - f_2 \quad (6)$$

$$\epsilon_{21} = f_2 - f_1 \quad (7)$$

$$q(p) = \ln \left( \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (8)$$

$$s = \text{sign} \left( \frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \right) \quad (9)$$

Burada ağ artış oranının sabit olduğu durumlarda ( $r_{21}=r_{32}$ ),  $q(p)=0$  olacağı bilinmelidir. Ancak, günümüz ağ oluşturma yazılımlarında bu oranı hassas bir şekilde sabit tutmak pek çok kez mümkün olmamaktadır. Burada denklem (5)'i hesaplamak için Regula Falsi ya da Newton Raphson gibi nümerik çözüm yöntemleri kullanılabilir. Bu çalışmada da Çizelge 4'te görüldüğü gibi, ağ artış oranı sabit değildir.

Ekstrapolasyon hesaplamalarıyla elde edilen değerlerin güvenilirliğini belirlemek için, yakınsama davranışı (R) tespit edilmelidir:

$$R = \frac{\epsilon_{21}}{\epsilon_{32}} \quad (10)$$

R için üç olasılık mevcuttur:

1. Monotonik yakınsama ( $0 < R < 1$ )
2. Salımlı yakınsama ( $R < 0$ )
3. İraksama ( $R > 1$ )

Daha yüksek doğrulukta bir çözüm ve yakınsama için, yakınsama durumunun (R), monotonik yakınsama durumunda olması önerilmektedir (Shaharuddin ve ark., 2018).

### 3.2. Ağ yakınsama indeksi (GCI-grid convergence index)

Ağ yakınsama indeksi, ağdan bağımsızlık testleri için ağ boyutları sıfıra yaklaşırken, daha düzenli ve güvenilir sonuçlar veren bir metottur. Bu metotta hesaplamalar, Richardson ekstrapolasyonu ile türetilen kesirli hataya dayanmaktadır. GCI, belirli bir ağ çözünürlüğünün sonucunun, asimptotik aralığa, ağdan bağımsız hale gelmiş nümerik simülasyonun sonucuna, yüzdeye yakınlığını hesaplamaktadır. GCI' nin küçük değerde olması, nümerik sonucun asimptotik sonuca yaklaştığını göstermektedir. Böylelikle, HAD simülasyonlarında, boyutsal ayrıklaştırmanın getirdiği hataları (spatial discretization errors) minimize edilebilmeyi hedeflemektedir. Ancak burada, asimptotik değer aralığının, gerçek fiziksel sonuca her zaman yakın olamayabileceği not edilmelidir. Bunun sebebi, zamansal ayrıklaştırma, fiziksel modelleme, geometri modellemesindeki sadeleştirme, matematiksel yuvarlama, iteratif yakınsama gibi hata kaynaklarının da sonucu etkileyebilmesidir (Uncertainty and Error in CFD Simulations). GCI, farklı ağ çözünürlüğü seviyeleri için şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$GCI_{i+1,i} = F_s \frac{|\epsilon_{i+1,i}|}{f_i(r^p - 1)} \times 100\% \quad (11)$$

Bu denklemde  $F_s$ , emniyet katsayısını ifade etmektedir. Wilcox, emniyet katsayısının, üç veya daha fazla ağ çözünürlüğü seviyesi için 1.25 olması gerektiğini belirtmiştir (Wilcox, 2006). Hesaplama sonuçlarının, deneysel duruma kıyaslayarak bulunan hata oranları ise şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$E_i = \left| \frac{f_{deneyysel} - f_i}{f_{deneyysel}} \right| \times 100\% \quad (12)$$

Çizelge 5. Ağ çözünürlükleri için GCI ve Richardson ekstrapolasyonu değerleri

	$ \mathcal{E}_{32} $	$ \mathcal{E}_{21} $	$R$	$p$	$GCI_{32}$	$GCI_{21}$	$GCI_{32}/r^p GCI_{21}$
<b>Estateback</b>	-0.0262	-0.0083	0.3168	4.155	%8.77	%2.58	1.05
<b>Fastback</b>	-0.0169	-0.0059	0.3491	4.173	%9.84	%2.60	1.06
<b>Notchback</b>	-0.0232	-0.0072	0.3103	4.301	%10.96	%2.83	1.06

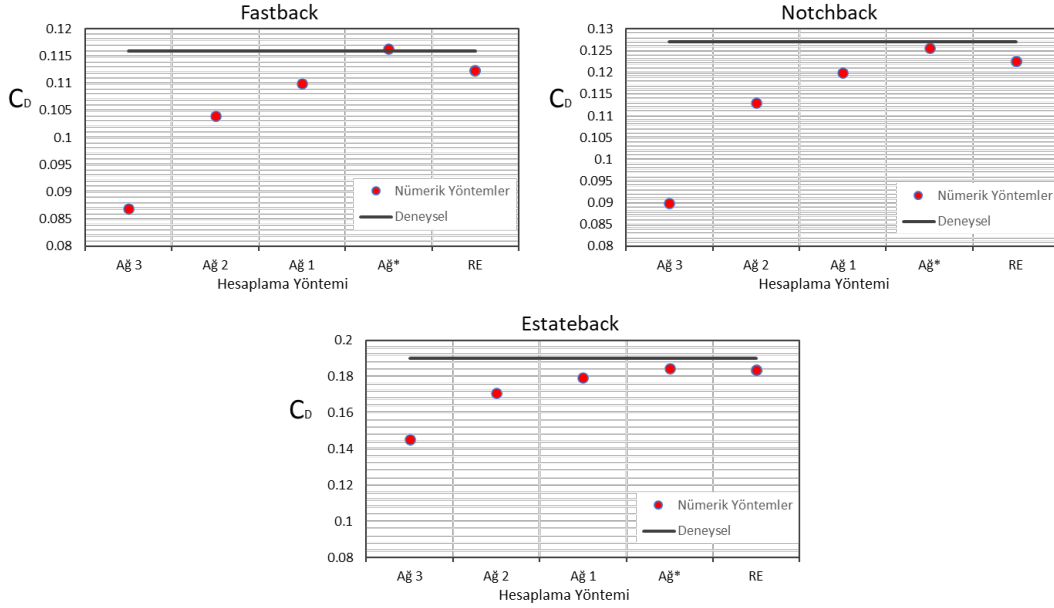
Ağ 1, Ağ 2 ve Ağ 3 için gerçekleştirilen simülasyonların GCI ve ekstrapolasyon denklemlerindeki parametre değerleri Çizelge 5’te paylaşılmıştır. Değerler gözlemlendiğinde, üç farklı araç modelinde, monotonik yakınsama durumu mevcuttur. Öte yandan Ağ 3 seviyesinden, Ağ 2 seviyesine geçişlerde bütün GCI değerlerinin %8’den yüksek olduğu görülmektedir. GCI değerinin, en yüksek çözünürlüklü ağ ve bir önceki daha kaba ağ arasında %5’ten daha az olduğu durumlarda, daha iyi sonuçlar alındığı belirtilmiştir (Sukri ve ark., 2009). Ağ 2 seviyesinden, Ağ 1 seviyesine geçişlerde ise bu koşul bütün modeller için sağlanmıştır.  $GCI_{21}$  için estateback, fastback ve notchback modellerinde sırasıyla %2.58, %2.60 ve %2.83 değerleri elde edilmiştir. Öte yandan bir HAD çalışmasında  $GCI_{32}/r^p GCI_{21} \approx 1$  koşulunun sağlanması çözümün asimptotik değer aralığında olduğunun bir göstergesidir. Eğer çözüm asimptotik değer aralığında değilse simülasyonların ağdan bağımsız olduğu söylenemez (Baker ve ark., 2020). Bu çalışmadaki bulgulara bakıldığında, bu koşulun üç model için de sağlandığı görülmektedir.

Öte yandan, arzu edilen bir ağ yakınsama indeksini ( $GCI^*$ ) yakalamak için, bir sonraki ağ artış oranını ( $r_*$ ) tahmin etmeye yarayan formül ise aşağıdaki gibidir:

$$r_* = \sqrt[p]{GCI_{12}/GCI_*} \quad (13)$$

Yukardaki denklem (13)’ten yararlanılarak, bir sonraki ağ çözünürlüğü için, ağ artış oranı ( $r_*$ ) tahmin edilmiştir.  $GCI^* = 1$  durum ele alınmıştır, ancak bu durumun sağlanması için, üç modelde de yeni ağ seviyesinin ( $Ağ^*$ ) yaklaşık en az 12 milyon ağ elemanı gerektirdiği öngörülmüştür. Bu durum dikkate alınarak, akış bölgesindeki bütün çözünürlükler artırılarak seviyesi oluşturulmuştur. Bu ağa ait özellikler Çizelge 3’te sunulmuştur. Ağ 1, Ağ 2, Ağ 3, Richardson ekstrapolasyonu ile hesaplanan (RE) ve  $GCI^* = 1$  durumu için oluşturulan yeni ağ seviyesi ( $Ağ^*$ ) için belirlenen sonuçlar Şekil 4’te gösterilmiştir. Verilerin tablo halinde sunumu ve deneysel olarak elde edilen  $C_D$  ‘na göre hata oranları ise Çizelge 6’da sunulmuştur.





Şekil 4. Hesaplama yöntemine göre DrivAer modellerinin  $C_D$  sonuçları.

Çizelge 6. DrivAer modellerinin  $C_D$  sonuçları ve deneysel yönteme kıyasla hata oranları

Araç Modeli	Değer	Ağ 3	Ağ 2	Ağ 1	Ağ*	RE
<i>Estateback</i>	$C_D$	0.1449	0.1711	0.1794	0.1844	0.1831
	$E_j$	23.74%	9.95%	5.58%	2.95%	%3.63
<i>Fastback</i>	$C_D$	0.0871	0.104	0.1099	0.1163	0.1122
	$E_j$	24.91%	10.34%	5.26%	0.26%	3.29%
<i>Notchback</i>	$C_D$	0.0905	0.1132	0.1204	0.1256	0.1231
	$E_j$	29.13%	10.87%	5.20%	1.10%	3.05%

Sonuçlar incelendiğinde Ağ 3 ve Ağ 2 için, deneysel veriye kıyasla hata oranlarının yüksek olduğu görülmektedir. Bu durumun temel sebebinin, DrivAer geometrilerinin kompleks geometrileri sonucu daha fazla ağ elemanı gerektirmeleri olduğu değerlendirilebilir. Nitekim literatürde, DrivAer araç modelleri üzerinde yapılan HAD çalışmaları incelendiğinde, doğru sonuçlar elde edebilmek adına ağ elemanı sayılarının 50 milyon, hatta kimi durumlarda 200 milyon seviyelerinde olduğu görülebilmektedir (Guilmineau, 2014; Ashton & Revell, 2014 and 2015; Yazdani, 2015; Ashton ve ark., 2016). Ağ 1 çözünürlük seviyesinde ise daha kabul edilebilir olarak  $E_j < \%6$  koşulu bütün modellerde elde edilebilmiştir. Richardson ekstrapolasyonu ile hesaplanan değerler, bütün modellerde %4'ün altında hata ile tespit edilmiştir. Deneysel verilere en yakın sonuçlar ise Ağ\* seviyesinde gözlemlenmiştir. Ağ\* için, yaklaşık olarak 12 milyon ağ elemanı mertebeleriyle elde edilen sonuçlar, literatürde yaygın olarak çok daha fazla ağ elemanı ile elde edilebilen sonuçlara kıyasla daha az hata oranlarıyla elde edilebilmiştir. Örneğin Yazdani (2015), kapalı gövde DrivAer fastback, estateback ve notchback modelleri için, çok daha fazla hesaplama maliyeti ve donanım gerektiren 200 milyon ağ elemanlı, daimî olmayan Spalart-Allmaras DDES hibrit türbülans modeliyle,  $C_D$ 'ni deneysel verilere kıyasla sırasıyla %14.66, %2.63 ve %10.24 hata oranlarıyla elde edebilmiştir.

#### 4. Sonuç

Bu çalışmada kapalı gövde DrivAer araç modelleri, Ansys Fluent HAD yazılımında  $k-\omega$  SST türbülans modeli kullanılarak ağdan bağımsızlık testlerine tabii tutulmuştur. Boyutsal ayrıklaştırmadan kaynaklanan hataları minimize edebilmek için, testlerde oluşturulan üç farklı ağ çözünürlüğüyle, Richardson ekstrapolasyonu ve GCI metotları kullanılarak, deneysel verilere daha yakın ve ağdan

bağımsızlığın istenilen seviyeye getirilebileceği yeni bir dördüncü ağ seviyesi oluşturulmuştur. Sonuçlar aerodinamik sürükleme kuvvet katsayıları bakımından incelenmiştir.

Bu çalışma ile, DrivAer kapalı gövde araç geometrileri için, literatürdeki muadillerinin ağ elemanı sayılarına kıyasla, daha az ağ elemanı ile deneysel verilere yakın sonuçlar elde edilmiştir. Öte yandan Richardson ekstrapolasyonu ile elde edilen sonuçlar da deneysel verilere yakınsamada iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Daha sonraki çalışmalarda, ağ yakınsama indeksi kullanılarak oluşturulan ileri ağ seviyesinin, akış profili, yüzey basıncı katsayıları, araç arkasındaki akış yapısı incelenecektir. Ayrıca, ağ elemanı sayısı sonsuza giderken ( $h \rightarrow 0$ ), Richardson ekstrapolasyonu ile bu verilerin tüm akış alanı için elde edilip edilemeyeceği, elde edilebilmesi durumunda deneysel verilere yakınsamaları hem kalitatif hem de kantitatif sonuçlarla incelenecektir.

## Simgeler

$A_{\text{ön}}$	Ön kesit alanı ( $m^2$ )	$h$	Hesaplama bölgesindeki ortalama hücre boyutu
$A_H$	Hesaplama bölgesinin kesit alanı ( $m^2$ )	$L$	Aracın uzunluğu (m)
$C_D$	Sürükleme katsayısı	$N$	Toplam ağ elemanı sayısı
$C_L$	Kaldırma katsayısı	$p$	Denklemin derecesi
$C_P$	Basınç katsayısı	$Re_L$	Aracın uzunluğuna bağlı Reynolds Sayısı
$f$	Çıktı sonucu	$R$	Yakınsama davranışı
$F_S$	Emniyet katsayısı	$y^+$	Boyutsuz ilk hücre yüksekliği
$GCI$	Ağ yakınsama indeksi	$\Delta C_D$	Sürükleme katsayısının değişimi (sayım)
$E_i$	Hata oranı	$v_i$	$i$ Numaralı hücrenin hacmi ( $m^3$ )

## Teşekkür

Bu çalışma, Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri komisyonu (BAP) tarafından FDK-2021-13262'nolu proje tarafından desteklenmiştir.

## Kaynakça

- Ahmed, S. R., Ramm, G., & Faltin, G. (1984). Some salient features of the time-averaged ground vehicle wake. *SAE Technical Papers*, 840300. doi:10.4271/840300
- Ashton, N., & Revell, A. (2014). Investigation into the predictive capability of advanced Reynolds-Averaged Navier-Stokes models for the DrivAer automotive model. *The International Vehicle Aerodynamics Conference*, 125-137. doi:10.1533/9780081002452.4.125
- Ashton, N., & Revell, A. (2015). Comparison of RANS and DES methods for the DrivAer automotive body. *SAE Technical Papers*, 2015-01-1538. doi:10.4271/2015-01-1538
- Ashton, N., West, A., Lardeau, S., & Revell, A. (2016). Assessment of RANS and DES methods for realistic automotive models. *Computers and Fluids*, 128, 1-15. doi:10.1016/j.compfluid.2016.01.008
- Baker, N., Kelly, G., & O'Sullivan, P. D. (2020). A grid convergence index study of mesh style effect on the accuracy of the numerical results for an indoor airflow profile. *International Journal of Ventilation*, 19(4), 300-314. doi:10.1080/14733315.2019.1667558
- Celik, I. B., Ghia, U., Roache, P. J., Freitas, C. J., Coleman, H., & Raad, P. E. (2008). Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 130(7), 0780011-0780014. doi:10.1115/1.2960953
- Cengel, Y., & Cimbala, J. (2006). *Fluid Mechanics: Fundamentals and Application*. McGraw-Hill.
- Chen, W. L., Cao, Y., Li, H., & Hu, H. (2015). Numerical investigation of steady suction control of flow around a circular cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 59, 22-36. doi:10.1016/j.jfluidstructs.2015.09.002
- Cho, J., Park, J., Yee, K., & Kim, H. L. (2018). Comparison of various drag reduction devices and their aerodynamic effects on the DrivAer Model. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 11(3), 225-238. doi:10.4271/06-11-03-0019

- ERCOFTAC. (2022). Home. <https://www.ercoftac.org/> Erişim tarihi: 16.03.2022.
- Geometry - Chair of Aerodynamics and Fluid Mechanics. (2022). <https://www.epc.ed.tum.de/en/aer/research-groups/automotive/drivaer/geometry/> Erişim tarihi: 16.03.2022.
- Guilmineau, E. (2014). Numerical simulations of flow around a realistic generic car model. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 7(2), 646-653. doi:10.4271/2014-01-0607
- Heft, A. I., Indinger, T., & Adams, N. A. (2012, Haziran). *Experimental and numerical investigation of the DrivAer model*. Proceedings of the ASME 2012 Fluids Engineering Division Summer Meeting collocated with the ASME 2012 Heat Transfer Summer Conference and the ASME 2012 10th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels. Volume 1: Symposia, Parts A and B. Rio Grande, Puerto Rico, USA. doi:10.1115/FEDSM2012-72272
- Huminic, A., & Huminic, G. (2010). Computational study of flow in the underbody diffuser for a simplified car model. *SAE Technical Papers*, 2010-01-0119. doi:10.4271/2010-01-0119
- Huminic, A., & Huminic, G. (2012). Numerical flow simulation for a generic vehicle body on wheels with variable underbody diffuser. *SAE Technical Papers*, 2012-01-0172. doi:10.4271/2012-01-0172
- Huminic, A., & Huminic, G. (2017). Aerodynamic study of a generic car model with wheels and underbody diffuser. *International Journal of Automotive Technology*, 18(3), 397-404. doi:10.1007/s12239-017-0040-6
- Jakirlic, S., Kutej, L., Hanssmann, D., Basara, B., & Tropea, C. (2016). Eddy-resolving simulations of the notchback “DrivAer” model: Influence of underbody geometry and wheels rotation on aerodynamic behaviour. *SAE Technical Papers*. doi:10.4271/2016-01-1602
- Lanfrit, M. (2005). *Best practice guidelines for handling Automotive External Aerodynamics with FLUENT*. [https://www.southampton.ac.uk/~nwb/lectures/GoodPracticeCFD/Articles/Ext\\_Aero\\_Best\\_Practice\\_Ver1\\_2.pdf](https://www.southampton.ac.uk/~nwb/lectures/GoodPracticeCFD/Articles/Ext_Aero_Best_Practice_Ver1_2.pdf)
- Le Good, G. M., & Garry, K. P. (2004). On the use of reference models in automotive aerodynamics. *SAE Technical Papers*, 2004-01-1308. doi:10.4271/2004-01-1308
- Mack, S., Indinger, T., Adams, N. A., Blume, S., & Unterlechner, P. (2012, Temmuz). *The interior design of a 40% scaled DrivAer body and first experimental results*. Proceedings of the ASME 2012 Fluids Engineering Summer Meeting FEDSM2012. Rio Grande, Puerto Rico.
- Menter, F. (1992). Improved two-equation k-omega turbulence models for aerodynamic flows. *NASA Technical Memorandum*, 103978, 1-31.
- Read, C., & Viswanathan, H. (2020). An aerodynamic assessment of vehicle-side wall interaction using numerical simulations. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*, 17(1), 7587-7598. doi:10.15282/IJAME.17.1.2020.08.0563
- Richardson, L. F., & Gaunt, J. A. (1927). VIII. The deferred approach to the limit. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 226(636-646), 299-361. doi:10.1098/rsta.1927.0008
- Roache, P. J. (1997). Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 29, 123-160. doi:10.1146/annurev.fluid.29.1.123
- Saraf, A. K., Singh, D. M. P., & Chouhan, D. T. S. (2017). Effect of dimple on aerodynamic behavior of airfoil. *International Journal of Engineering and Technology*, 9(3), 2268-2277. doi:10.21817/ijet/2017/v9i3/1709030335
- Schlichting, H., & Gersten, K. (2016). *Boundary-Layer Theory*. Springer, Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-662-52919-5
- Shaharuddin, N. H., Ali, M. S. M., Mansor, S., Muhamad, S., & Zaki, S. A. (2018). Numerical study for flow over a realistic generic model, DrivAer, using URANS. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, 48(2), 183-195.
- Şimşek, O. (2020). Üstten akışlı kapak akiminin sayısal modellemesi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 8(3), 808-819. doi:10.21923/jesd.752914
- Soares, R. F., & De Souza, J. L. F. (2015). Tailpipe position over a realistic 3D road car model: The effect on drag coefficient, *SAE Technical Paper Series*, 2015-36-0522. doi:10.4271/2015-36-0522

- Stern, F., Wilson, R. V., Coleman, H. W., & Paterson, E. G. (2001). Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations—Part 1: Methodology and procedures. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 123(4), 793-802. doi:10.1115/1.1412235
- Sukri, M., Ali, M., Doolan, C. J., & Wheatley, V. (2009, Aralık). *Grid convergence study for a two-dimensional simulation of flow around a square cylinder at a low Reynolds number*. Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries CSIRO, Melbourne, Australia.
- Tunay, T., Yanıktepe, B., & Sahin, B. (2016). Computational and experimental investigations of the vortical flow structures in the near wake region downstream of the Ahmed vehicle model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 159, 48-64. doi:10.1016/j.jweia.2016.10.006
- Uncertainty and error in CFD simulations. (2022). <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/tutorial/errors.html> Erişim tarihi: 18.06.2022.
- Wilcox, D. C. (2006). *Turbulence Modeling for CFD* (Third Edition). DCW Industries.
- Wojciak, J., Theissen, P., Heuler, K., Indinger, T., Adams, N., & Demuth, R. (2011). *Experimental investigation of unsteady vehicle aerodynamics under time-dependent flow conditions - Part 2*. SAE 2011 World Congress and Exhibition. doi:10.4271/2011-01-0164
- Yang, Y., Zhang, D., & Liu, Z. (2018). Optimization and design method for a rough rear surface on the notchback MIRA model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 232(10), 1297-1309. doi:10.1177/0954407017728840
- Yazdani, R. (2015). *Steady and Unsteady Numerical Analysis of the DrivAer Model*. (MSc), Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden
- Yılmaz, N., & Çiçek, İ. (2017). Standart test pervanesi analizleri ile hesaplamalı akışkanlar dinamiği analiz altyapısının doğrulanması. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 6(4), 681-690. doi:10.21923/jesd.400115
- Yu, X., Jia, Q., Bao, D., & Yang, Z. (2018). A comparative study of different wheel rotating simulation methods in automotive aerodynamics. *SAE Technical Papers*, SAE International. doi:10.4271/2018-01-0728
- Zhang, C., Bounds, C. P., Foster, L., & Uddin, M. (2019). Turbulence modeling effects on the CFD predictions of flow over a detailed full-scale sedan vehicle. *Fluids*, 4(3), 148. doi:10.3390/fluids4030148