


Görme Engelli Öğrencilerin Denklem ve Eşitsizlik Kavramlarına İlişkin Düşüncelerinin İncelenmesi

Examination of Thinking of Students with Visual Impairment for the Equation and Inequality Concepts

Fatma Nur AKTAŞ 

Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Özel Eğitim Bölümü, Kahramanmaraş, Türkiye



ÖZ

Matematsel kavramların öğrenilmesi ve cebirsel işlemlerin sürdürülmesi süreçlerinde temel kavramlar arasında denklem ve eşitsizlik yer almaktadır. Görme engelli öğrencilerin yetersizliklerinden dolayı denklem ve eşitsizlik kavramlarının öğrenme süreçlerinde erişilebilir uygulamalara yer verilmesi gerekmektedir. Bu uygulamaların tasarlanmasına katkı sunmak amacıyla bu araştırmada görme engelli öğrencilerin denklem ve eşitsizlik kavramlarına dair öğrenci düşüncelerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Durum çalışması deseninde tasarlanan araştırmanın ölçüt örnekleme metoduyla belirlenen katılımcıları görme engelli iki 10. sınıf öğrencisidir. Çeşitli dokunsal destek eğitim araçlarıyla zenginleştirilen yarı-yapılandırılmış görüşmelerle elde edilen veriler içerik analizi metoduyla analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin düşüncelerinde kritik noktaların; kavram tanımı, sembollerin kullanımı, denklem ve eşitsizlik ifadelerinin yazılması ve işlemlerin sürdürülmesi ve destek eğitim araçlarının seçimi olduğunu ortaya koymuştur. Sonuçlar, alt kavramların ve sembollerin kavramsal anlamalarının yanı sıra söylemlerin ve sembolik dil kullanımının işlemsel anlama için önemli olduğunu işaret etmektedir. Problem senaryolarının görme engelli öğrencilerin günlük hayat tecrübelerine dayalı olması ve doğrusal ilişkiden farklı bağlamları kapsamı da öğrencilerin düşünme süreçlerine yansıyan öneriler olarak sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Denklem, eşitsizlik, görme engelli öğrenci

ABSTRACT

Equations and inequality are among the basic concepts in the process of learning mathematical concepts and performing algebraic operations. Accessible practices based on the disabilities of students with visual impairments should be included in equation and inequality concept learning processes. To design these practices, this research aimed to examine the thinking of the students with visual impairment for equations and inequality. The participants of the research designed in the case study, as determined by criterion sampling method, were two students with visual impairment in the tenth grade. The data obtained through semi-structured interviews enriched with various tactile supportive training tools were analyzed using the content analysis method. Findings reveal that critical points in students' thinking are concept definition, using symbols, writing equations and inequality expressions, performing operations, and selection of supportive training tools. The results indicate that the conceptual understanding of sub-concepts and symbols, as well as the use of discourses and symbolic language, are important for procedural understanding. The fact that the problem scenarios are based on the daily life experiences of the students with visual impairment and that they cover different contexts from the linear relationship is presented as a suggestion that is reflected in the students' thinking.

Keywords: Equation, inequality, students with visual impairment

Geliş Tarihi/Received: 03.01.2022

Kabul Tarihi/Accepted: 04.07.2022

Sorumlu Yazar/Corresponding Author:

Fatma Nur AKTAŞ

E-mail: fatmanuraktas@ksu.edu.tr

Cite this article as: Aktaş, F. N. (2022). Examination of thinking of students with visual impairment for the equation and inequality concepts. *Educational Academic Research*, 47, 68-79.



Content of this journal is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

Giriş

Matematiğin günlük yaşamdaki öneminin farkında olarak matematiği anlayan bireyler, becerilerini ve yaşam kalitelerini artırmak için daha fazla seçeneğe sahip olmaktadır. Ancak, matematik günlük

yaşamla ilişkilendirilmek ve anlaşılacak için fazlasıyla cebirsel ve diğer temsilleri içeren görsel ve soyut kavramlar içermektedir (Edwards ve ark., 1995). Hâlbuki görme yetersizliğinden etkilenen bireyler için görsel ve soyut kavramların algılanması, yetersizliği olmayan akranlarından duyuşsal beceriler bağlamında farklılıklar barındırmaktadır. Dolayısıyla, dokunma duyusu gelişmiş olan görme engelli bireylerin kavrayışlarının incelenmesi dikkate değer bir araştırma alanıdır (Stevens ve ark., 1997).

Kavram odaklı olarak matematiksel anlama için öğrenenin düşüncesini, bilgisini ve anlamasını yorumlamak kavrayış süreçlerinin incelenmesiyle mümkündür (Simon, 2017). Ayrıca matematiksel kavramların, işlemlerin ve ilişkilerin anlaşılmasıyla anlamlı öğrenme gerçekleşmektedir. Böylece kavramları yorumlayarak algılamayı kapsayan kavramsal anlama ve algoritmaları içeren işlemsel anlamadan bahsetmek mümkün olmaktadır (Skemp, 1987). Ancak Skemp'e (1987) göre işlemsel bilgiye kavramsal anlama gerçekleşmeden sahip olmak mümkündür. Sfard (1991) ise kavramanın gerçekleşmesi sürecinin, işlemsel kavrayışla başladığını ve kavramsal kavrayışla anlamının güçlendiğini ifade etmiştir. Nitekim Skemp (1987), kavramlar arasındaki ilişkilerin artırılmasıyla anlamının güçleneceğini belirtmiştir. Dolayısıyla, öğrencinin düşünme süreçlerini incelemek kavrayış ve anlama süreçleri hakkında bir çerçeve sunacaktır.

Daro ve ark. (2011), öğrenci düşüncelerinde ve anlamalarında incelenmeyi bekleyen ve önemli boşlukların yer aldığı alandan biri olarak cebir öğrenme alanını işaret etmiştir. Çünkü cebir, cebirsel düşünme ve muhakeme edebilme becerileri yoluyla günlük yaşamdaki güçlüklerle çözüm önerileri üretmeye yarayan bir araç olarak kabul edilmektedir (Kieran, 1992). Bu becerilerin gelişmesi için öncelikle temel kavramların ve notasyonların kavranması gerekmektedir. Bu nedenle öğrencilerin temel kavramlar ve notasyonlar hakkında düşüncelerini inceleyen araştırmalarla karşılaşmaktadır (Akkan ve ark., 2009; Bazzini & Tsamir, 2004; Carpenter ve ark., 2003; Çoban & Yenilmez, 2020; Falkner ve ark., 1999; MacGregor & Stacey, 1997; Toluk & Yavuz, 2011). Ancak, literatürde görme engelli bireylerin cebirsel temel kavramları kavrayışları ve yapılandırma süreçlerine dair sınırlı bilgi yer almaktadır (bkz. Cowan, 2011). Nitekim araştırmaların sıklıkla öğrencilerin kavramlara ilişkin düşüncelerine değil, cebirsel işlemlerdeki başarılarına ya da yararlanılan materyallerin işlevselliğine odaklandığı belirlenmiştir (bkz. Bülbül ve ark., 2012; Cansu, 2014; Cowan, 2011; Horzum & Bülbül, 2017). Bu odaklanma, matematiği görme engelli bireylere erişilebilir kılma çabasının sonucudur. Çünkü matematik, görme engelli bireyler için işlemleri, geometrik cisimleri ve notasyonları kapsayan iki boyutlu kavramlar ve semboller gibi matematiksel dil ve kabartma yazının doğasından kaynaklanan sınırlılıklar içermektedir (Aktaş & Argün, 2020a, 2021; Karshmer ve ark., 2007). Örneğin; matematiksel işlemler art arda sıralanırken sayıların, harflerin, işlemlerin ve sembollerin takibi temel kavramların öğrenciler tarafından algılanmasında sınırlılık barındırmaktadır. Zira, görme engelli öğrencilerin eşitlik, eşitsizlik, denklem kurma ve çözme gibi temel kavramlara dair ihtiyaçlarının, güçlüklerinin ve yanılıklarının olduğu bilinmektedir (Aktaş, 2020; Aktaş & Argün, 2020b, 2021; Cansu, 2014).

Denklem ve eşitsizlik temel matematik kavramlarıyla ilişkili (Bazzini & Tsamir, 2004) ve öğretim programlarının ağırlıklı ele alınan kavramları arasında (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; MEB, 2018a, 2018b) olduğundan matematiği öğrenmenin ve işlem yapmanın temelini oluşturmaktadır.

Ayrıca denklem veya eşitsizlik çözme süreci, işlemlerin takibini gerekli kılan ve işleme ait kuralları doğru şekilde kullanmayı gerektiren bir anlama sürecidir (Kieran, 2004). Ancak, denklem çözümede yararlanılan kabartma yazı tablet ve daktilo gibi destek eğitim araçları ve öğretme stratejileri görme yetersizlik düzeyine ve diğer duyularından yararlanma derecelerine göre farklılık arz etmektedir. Bu nedenle bireylerin düşüncelerini bütüncül olarak incelemek için görme yetersizliğine sahip olmayan, az gören ya da kör gruplarından birine odaklanmak gerekmektedir (Warren, 1994). Bu çalışmada doğuştan görme yetersizliğine sahip kör bireylerin düşünme süreçleri ele alınacaktır.

Görme Yetersizliğinden Etkilenmiş Birey ve Cebir

Tarihte görme yetersizliğinden ileri düzeyde etkilenen bireyler için körlük terimi ve yakın tarihte ise her iki gözde de görme kalıntısı olmayan bireyler için total körlük terimi kullanılmaya başlanmıştır. Bununla birlikte günümüzdeki terminoloji ayrıntılanarak görme engelli ve az gören kavramlarını kapsamaktadır. Ancak, görme engelli ve az gören kavramlarını tanımlamada uzlaşılan ortak bir yol yoktur (Corn & Koenig, 2007). Bunun yerine yasal, tıbbi ve eğitsel tanımlamalar ve sınıflandırmalar yer almaktadır. Buna göre görme engelli terimiyle görme kalıntısı ve/veya ışık algısı olan, yakından ve büyük puntoda görebilen veya kör olan bireylerin tümü kapsamaktadır. Bu kriterlere göre bütün düzeltmelere rağmen iki gözle görme oranı 1/10'den aşağı olan bireyler kör ve görme oranı 1/10 ile 3/10 arasında olan ve özel bir takım araç ve yöntemlerden yararlanması gereken bireyler ise az gören olarak sınıflandırılmaktadır (Aydın & Akça-Bayar, 2017). Eğitsel açıdan tanımlanan görme engelli bireyler, görme yetersizlik düzeyi fark etmeksizin öğrenme sürecinde görme duyularından yeterli düzeyde yararlanamamaktadır ve dokunma ve işitme duyularına hitap eden destek eğitim araçlarına ihtiyaç duymaktadır.

Kör öğrenciler görme yetersizliğinden dolayı diğer duyuları yardımıyla öğrenme süreçlerini şekillendirmektedir. Kör öğrencilerin pek çoğu okuma ve yazma için braille alfabesi ve elektronik metin okuma cihazlarından yararlanmaktadır (Cox & Dykes, 2001). Cebir ise kavramlarına ait sembolik dili olan ve görme duyusundan yararlanmayı gerektiren görsel bir öğrenme alanıdır (Kieran, 1992). Bu nedenle kör öğrencilerin cebir öğrenmede, betimleyici dil kullanımına ve dokunsal materyallerle desteklenmiş uygulamalara ihtiyaçları vardır. Ancak, cebirin zengin ve karmaşık yapıdaki notasyonlar ve semboller içermesi, cebirin görme yetersizliğine sahip öğrenciler için erişilebilir formlara dönüştürülmesini güçleştirmektedir (Aktaş & Argün, 2021; Edwards ve ark., 1995). Ayrıca matematiksel dilde yer alan görsel referanslar, görme engelli bireyler için daha fazla güçlüğü (Aktaş & Argün, 2020a) ve bilişsel çabaya (Stevens ve ark., 1997) neden olmaktadır. Çünkü, cebir doğasından dolayı kör öğrenciler için semboller ve ardışık işlemler bütünü olduğundan not alma, işlemleri takip etme, Latin alfabeye hâkim olunmadığı için betimlemeyi kavrayamama ve zihinden işlem yapamama gibi güçlüklerle neden olabilmektedir (Aktaş & Argün, 2021). Braille alfabede cebirsel notasyonlar için karakter sayısının fazla olması ve denklem çözmeyi güçleştirmesi de dokunsal okumadaki önemli bir zorluktur (Aktaş & Argün, 2020a; Edwards ve ark., 1995).

Denklem kurma ve çözme, kavram tanımları gereği eşitlik ve bilinmeyen gibi kavramları temsil eden semboller bütünüdür. Ayrıca çözüme ulaşmada ardışık denk işlemleri sürdürmek gerekmektedir. Ancak görme engelli bireylerin denklem kurma ve işlem

yapma becerilerinin yetersiz olduğunu tespit eden araştırmalar yer almaktadır (Aktaş & Argün, 2020b; Cansu, 2014). Aktaş ve Argün (2020b), genellemeleri sembolik olarak ifade etmede yanlışların olduğunu vurgularken, Cansu (2014) eşitlik kavramının algılanmamasından kaynaklanan hataları belirlemiştir. Bülbül ve ark. (2012) ise tasarladıkları iğneli sayfa materyali yardımıyla kabartma cebirsel sembollerin yer aldığı aparatlarla matematiksel işlemleri dokunsal hâle getirmiştir. Böylece az gören öğrenciler için denklemleri ve eşitsizlikleri takip edebilecekleri ve kör öğrenciler için Latin alfabede sembollerini inceleyebilecekleri bir materyal elde edilmiştir. Bu nedenle bu araştırmada semboller ve bu sembollerin anlamlarına odaklanarak, eşitlik ve eşitsizlik kavramlarıyla denklem kurma ve çözüme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Denklem ve Eşitsizlik Kavramları

Denklem, eşitlik bağıntısını içeren açık önermedir (Argün ve ark., 2014). Ancak denklem, genellikle bilinmeyen içeren eşitlikler olarak ele alınır (Çelik & Güler, 2016). Bu algı, denklemin içerisindeki terimlerden ve bu terimlere göre adlandırılmasından kaynaklanabilir. Örneğin; a, b ve $c \in R$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax^2+bx+c=0$ açık önermesi bir ikinci dereceden denklemdir. Başka bir ifadeyle, denklemler açık önermede yer alan bilinmeyen derecesine göre adlandırılmaktadır. Ayrıca, açık önermeyi doğru yapan öğelerin kümesi de çözüm kümesidir. Çözüm kümesinin elemanlarının her birine denklemin kökü ve bu elemanları belirleme sürecine de denklem çözüme denir. Denklemde yer alan bilinmeyen sayısı da adlandırmada rol alır. Benzer şekilde eşitsizlik, $<, \leq, >$ ya da \geq sıralama bağıntılarını içeren açık önermedir (Argün ve ark., 2014) ve önermede yer alan bilinmeyen sayısı ve derecesine göre adlandırılmaktadır. Bu çalışmada, birinci dereceden bir bilinmeyenli ve iki bilinmeyenli denklemler ve eşitsizlikler ele alınmaktadır. Çünkü, görme yetersizliğine sahip bireylerin doğrusal ilişkileri kavramada ve temsil etmede daha başarılı olduğu belirlenmiştir (Cowan, 2011). Ayrıca, iki kümenin elemanları arasındaki eşlemeyi oluşturan ilişkiyi tespit etme ve bu ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmede güçlükler yaşadıkları ve fonksiyon kavramına dair kavram bilgilerinin yetersiz olduğu literatürde yer alan sonuçlardır (Aktaş, 2020). Bu nedenlere dayanarak, doğrusal ilişkiler ele alınıp bireylerin problemlerde yer alan kavramları algılamada güçlük yaşamadan denklem kurma ve çözüme süreçlerini gerçekleştirmesi ve bu kavramlara odaklanması mümkün olacaktır.

Denklem ve eşitsizlik kavramlarının tanımlarında yer alan semboller, kavrama sürecinde sembollerin ve sembolik dilin kullanımını gerekli kılmaktadır. Örneğin; eşitlik kavramı, denklem kavramının anlaşılmasında önemli bir rol üstlenmektedir. Eşitlik (=), denge ve işlem anlamlarıyla öğrenciler tarafından kavranmaktadır (Falkner ve ark., 1999; Kieran, 1981; Kızıltoprak & Yavuzsoy Köse, 2017). Sıklıkla karşılaşılan öğrenci düşünceleri, eşitlik sembolünü işlem ve sonucu ayıran bir sembol olarak algılamalarıdır (Carpenter ve ark., 2003; Kieran, 1981). Ancak, $x=3$ gibi ifadelerde denge anlamını düşünmekte güçlük yaşadıkları bilinmektedir (Falkner ve ark., 1999). Ayrıca, iki denklemin birbirine denk olduğunu anlayabilmek için uygun işlemlerle denklemler birbirine dönüştürülmelidir. Bu ise denklem çözüme işlemleri sürdürmeyi gerektirir (Kieran, 2006). Eşitsizlik kavramı ise daha üst düzey soyut düşünme becerisi gerektirdiğinden (Linchevski & Sfard, 1991), bu kavrama ilişkin öğrenci yanlışlarının öğretimde kullanılan yöntemden kaynaklandığı iddia edilmektedir (Bazzini & Tsamir, 2004). Bu nedenle eşitlik ve eşitsizlik kavramlarının öğretim uygulamaları için eşit kollu terazî, sayı doğrusu, grafik ve cebir karoları gibi destek eğitim araçları ve temsil türleri

önerilmektedir (Çelik & Arslan, 2019; Ertekin, 2019). Ancak, bu uygulamalarda da eşitsizlik sembollerini karıştırma, eşitsizlik yerine denklem kurma, değişkeni belirtmeme gibi yanlışların gözlemlendiği araştırmalar yoluyla bilinmektedir (Blanco & Garrote, 2007; Çoban & Yenilmez, 2020; Verikios & Farmaki, 2006).

Denklem veya eşitsizlik çözüme sürecinde, bilinmeyi temsil eden harfli ifadelerle çalışmanın yanı sıra dört işlemde işlem sırası, benzer terimleri bir araya getirme ve ters elemanlarla işlem yapma becerisi gerekmektedir. Dolayısıyla, öğrenci düşüncelerinde sembol kullanımı ve cebirsel ifadeyle temsil etme becerileri önem arz etmektedir (Blanco & Garrote, 2007; Akkan ve ark., 2009). Örneğin; $2(x+1)$ ve $2x+2$ cebirsel ifadelerinin sembolik olarak farklı olsa da temsil ettikleri ilişkinin ya da grafiğin aynı olduğunun fark edilmesi önemlidir (Tall, 2004). Benzer şekilde cebir kavramlarının meydana getirdiği matematiksel dil, sembollerin varlığı ve sentaks yapısından kaynaklanan güçlükler barındırmaktadır. Başka bir ifadeyle, sembollerin bir araya gelmesiyle elde edilen terimlerle işlemler gerçekleştirilir ve bu işlemleri anlamlandırmak için sembolik dilin kavranması gerekmektedir (Radford & Puig, 2007). Bu semboller arasında harfli ifadeler, temsil ettikleri değişken ve bilinmeyen kavramları gibi birden fazla anlam yüklenebilir olması ve söylemlerin etkisiyle (MacGregor & Stacey, 1997; Toluk Uçar & Yavuz, 2011) denklem ve eşitsizlik kavramları için güçlükler barındırabilmektedir. Örneğin; MacGregor ve Stacey, (1997) '5 artı 3'ün iki katı' söyleminde iki katı ifadesinin 5'i mi yoksa 5 ve 3 rakamlarının her ikisini mi etkilediğinin açık olmadığını belirtmiştir. Aktaş ve Argün (2020a) ise görme engelli bireylerin sembollerin anlamlarını kavramalarında söylemlerin rolünü işaret etmiştir. Bunun için görme engelli bireylerin '5 büyüktür 3' yerine '5, 3'ten büyüktür' benzeri söylemleri tercih ettiklerini belirlemiştir. Ayrıca, cebirsel ifadeleri genelleme sürecinde (Aktaş & Argün, 2020b) ve dil kullanımına dayalı işlem takibinde (Aktaş & Argün, 2020a) güçlükler yaşadıkları bilinmektedir.

Görme engelli öğrencilerin sembol kullanımına, söylemlere ve işlemlere dayalı güçlükleri ve yanlışları dikkate alındığında, temel kavramlar olarak denklem ve eşitsizlik kavramlarının incelenmesi elzemdir. Bu nedenle bu araştırmada görme engelli öğrencilerin denklem ve eşitsizlik için cebirsel söylemlerini, temsillerini, işlemlerini, sıklıkla karşılaşılan doğrularını ve hatalarını, yanlışlarını ve güçlüklerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda araştırma problemi 'Görme engelli öğrencilerin denklem ve eşitsizlik kavramlarına ilişkin düşünceleri nasıldır?' şeklinde ele alınmıştır. Böylece alt problemler 'Görme engelli öğrencilerin eşitlik ve eşitsiz sembollerine ilişkin düşünceleri nasıldır?' ve 'Görme engelli öğrencilerin denklem ve eşitsizlik ifadelerindeki işlemleri sürdürme becerisinde düşünceleri nasıldır?' şeklinde sıralanabilir.

Yöntemler

Görme engelli öğrencilerin kavram odaklı düşüncelerini incelemeyi amaçlayan bu araştırma, var olan durumu alışlagelen düzeni içerisinde derinlemesine bilgi edinmek için tasarlandığından durum çalışması desenindedir (Yin, 2017). Araştırmanın katılımcıları olan görme engelli bireyler ve denklem ve eşitsizlik konusu üzerine bu bireylerin kendi içinde farklılık arz edebilen kavrayışları araştırmanın durumlarıdır.

Katılımcılar

Görme yetersizliğinin düzeyi ve yetersizliğin ne zaman başladığı gibi değişkenler öğrenme süreçlerini etkileyeceğinden (Ferrell ve ark., 2006) dolay katılımcılar ölçüt örnekleme metoduna

göre tespit edilmiştir. Buna göre kriterler, katılımcıların görme oranları Rehberlik Araştırma Merkezi (RAM) ya da doktor raporu ile belirlenmesinin yanı sıra büyük punto Latin harf ya da braille yazı kullanma, renk-ışık algıları ve eşlik eden başka bir engelin olmaması şeklinde belirlenmiştir. Katılımcılar Ankara ilinde Anadolu lisesine devam eden görme engelli iki 10. sınıf öğrencisidir. Katılımcıların tespitinde Bireyselleştirilmiş Eğitim Programları (BEP) incelenmiş, eşitlik ve bilinmeyen kavramlarına dair öğrenme süreçlerini 9.sınıf düzeyinde tamamladıkları ve 10.sınıf düzeyinde problem çözme uygulamalarına devam ediyor olmaları esas alınmıştır. Böylece, denklem ve eşitsizlik kavramları için kavramdan haberdar olma ve sembollerini veya braille kodlarını bilme/bilmeme gibi ön bilgilerine dayalı olarak düşüncelerinin incelenmesi sağlanmıştır. Katılımcılar, eğitim uygulamalarında Küptaş kasa materyalini kullanmaktadır ve kabartma yazı ile tasarlanmış basit materyallerle tecrübeleri vardır. Ancak katılımcılar, ilk defa şimdiki araştırmada TactileView programı yardımıyla elde edilmiş materyallerle çalışmıştır. Kabartma yazı kullanan ve eğitim hayatını braille alfabe ile sürdüren katılımcılara dair bilgiler Tablo 1'de yer almaktadır.

Veri Toplama Araçları

Araştırmanın amacı ve problemi dikkate alındığında yarı-yapılandırılmış görüşmeler, katılımcı notları ve video-kayıtları araştırmanın veri toplama araçlarıdır. Çünkü, kavramsal bilgiye dayalı kavrayışlar, algı ve düşünceler sözlü ya da yazılı gerçekleştirilen görüşmelerle tespit edilebilir (Ginsburg, 1997). Ayrıca görüşmeler yapılırken cebir kavramları için öğrenci düşüncelerinin senaryo bağlamında sunulan problemlerle etkili olarak tespiti mümkündür (Falkner ve ark., 1999; Kieran, 2004). Bu nedenle, 21 sorudan oluşan görüşme soruları üç ayrı başlık altında toplanmıştır. İlk önce katılımcıların görme düzeyi ve görme kaybı gibi demografik bilgilerine ilişkin sorular yöneltilmiştir. Daha sonra kavram tanımları ve sembolik temsillerine dair kavrayışları sorgulanmıştır. Bunun için 'Denklemleri nasıl açıklarsın?', 'Eşitlik ne demektir?', 'Eşitsizliği nasıl tanımlarsın?' sorularının yanı sıra, eşitlik ve eşitsizlik sembollerini kabartma yazılı olarak sunulmuş ve karşıladıkları anlamlar sorgulanmıştır. Bu aşamada basitten karmaşığa doğru çeşitli denklem ve eşitsizlik ifadeleri sunulmuş ve yorumlamaları beklenmiştir. Son olarak, denklem veya eşitsizlik kurarak çözüme ulaşmaları beklenen çeşitli problemler sunulmuştur. Problemleri anlama ve işlemleri sürdürme basamakları için görme engelli katılımcılara Küptaş kasa materyali ve TactileView programı ile tasarlanmış kabartma yazı tablolar sunulmuştur. Bu problemlerin tespit edilmesinde ve görüşme sorularının tasarlanmasında denklem, eşitlik ve eşitsizlik kavramlarına dair alan yazın ve öğretim programı incelemesi yapılmıştır (Argün ve ark., 2014; Cansu, 2014; Kieran, 1981, 1992, 2004, 2006; MEB, 2018a,b; Verikios & Farmaki, 2006). Örnek problem durumları aşağıda sunulmuştur:

- *Taksi ile yapılan 8 km'lik bir yolculuk sonunda 43 TL ücret ödenmiştir. Taksimetre açılış ücreti 3 TL olduğuna göre her bir km için taksi ücretini belirleyiniz.*
- *Bir yardım kuruluşu için düzenlenen resim sergisi tamamlandığında toplam 8.500 liralık destek sağlanmıştır. Biletler öğrenciler için 5 lira ve siviller için 10 lira olarak satışa sunulmuştur. Bu durumda öğrencilerin satın aldığı maksimum bilet sayısı kaçtır? Her iki gruptan da bilet satışı yapıldıysa minimum öğrenci bilet sayısı kaç olabilir?*
- *Bir tekstil fabrikasında saate göre üretilen kazak sayısı kabartma yazı tabloda sunulmuştur. Buna göre kazak sayısı ve saat arasındaki ilişkiyi belirleyiniz. 8.saatte kaç kazak üretileceğini hesaplayınız.*
- *Anıl yaptığı diyet için sabah kahvaltısında toplamda 12-5x kaloriye sahip bir kahvaltı tabağı ve ara öğünde toplamda 15x-28 kaloriye sahip yulaf pudingi yemiştir. Buna göre ara öğünde kahvaltıya göre daha fazla kalorili yiyecek tüketen Anıl'ın iki öğünde aldığı toplam kalori ne olabilir?*

Görüşme soruları bir matematik eğitimi alanında ve bir özel eğitim alanında uzman iki akademisyen tarafından incelenmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda görüşme sorularında uyarlamalar yapılmıştır. Ayrıca, 10. sınıf doğuştan kör ve sadece ışık algısı olan ve Latin alfabe bilmeyen bir öğrenciyle pilot çalışma yapılmış ve görüşme sorularında düzenlemeler gerçekleştirilmiştir. Örneğin, uzman görüşüne göre $x=3$ ifadesine ilişkin fikirlerinin sorgulanmasının ardından $m-3=5$ ifadesine dair fikirlerinin sorgulanması için soru eklenmiştir ve kabartma tabloda bazı braille ifadelerdeki hatalar düzeltilmiştir. Pilot çalışma sonucunda ise kavram yanlışlarını daha iyi tespit edebilmek için denklem ve eşitsizlik kavramları arasındaki farklılıkların açıklanmasına dair bir soru eklenmiştir.

Araştırma Süreci ve Araştırmacının Rolü

Pilot çalışma ve katılımcılarla bireysel görüşmeler, Nisan-Mayıs 2019 tarihleri arasında iki oturum şeklinde gerçekleştirilmiş ve her bir oturum yaklaşık 2 saat sürmüştür. Görüşmelerden önce araştırmaya ve video kayıtlarının kullanımına ilişkin katılımcılara ve ailelerine aydınlatılmış onam formu sunulmuş ve genel demografik bilgileri hakkında güvenirliliği artırmak için kısa süreli görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde katılımcıların etki altında kalmaması ve söylemlerden hareketle fikir ileri sürmemesi için braille alfabede denklemler, semboller veya cebirsel ifadeler yazılı olarak sunulmuştur. Aşına oldukları ve sıklıkla kullandıkları kabartma yazı tableti ve küptaş kasa materyali kullanabilmeleri için görüşme ortamında hazır bulundurulmuştur. Araştırmacı, görüşmeler süresince araştırmacı rolüyle katılımcılara sorular yöneltilmiş ve gerekli durumda 'Şimdi önünde problemin yer aldığı formu bulabilirsin.' gibi betimleyici söylemlerle yönlendirmelerde bulunmuştur. Bu yönlendirmeler, katılımcıya sunulan formlardan veya materyallerden katılımcıyı haberdar etme ile sınırlandırılmıştır. Ayrıca, araştırmacı katılımcıların algılarını detaylı anlamak ve düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak

Tablo 1.
Katılımcı Bilgileri

Kodlanan Ad	Görme Kaybı Oranı (RAM veya doktor raporu)	Görme Kaybının Yaşandığı Zaman Dilimi	Işık ve Renk Algısı	Latin Alfabe Bilme veya Kullanma
Ahmet	%92	5-8 yaş arasında kademeli olarak	Işık algısı var, renk algısı yok	Latin alfabe biliyor ama kullanmıyor
Zeynep	%100	Doğuştan	Işık ve renk algısı yok	Bilmiyor

için 'Neden küçük olduğunu düşündün?', 'Nasıl düşündün?' veya 'Neden bu şekilde karar verdin?' gibi derinlemesine düşünceleri ortaya çıkarmak amacıyla sorular yöneltilmiştir. Ayrıca, araştırmacı matematik kavramları için görme yetersizliğine sahip olmayan bireylere tasarlanan braille kodları bilmektedir.

Verilerin Analizi, Geçerlik ve Güvenirlik

Katılımcıların kavram odaklı düşüncelerini ayrıntılı kategorilendirmek için görüşme videoları içerik analizi (Yin, 2017) ile analiz edilmiştir. Analiz basamakları video kayıtlarının transkript edilmesi, verilerin okunması, yansıtıcı notların alınması ve kategorilerin tespiti olarak sürdürülmüştür. Belirlenen her bir kod dikkate alınarak ana fikirler altında kategoriler oluşturulmuştur. Buna göre elde edilen temalar kavram tanımı, sembollerin kullanımı, işlemleri sürdürme ve destek eğitim aracı olarak belirlenmiştir. Kavram tanımı teması için kategoriler, işlem yapma, eşitlik içerme, bilinmeyi belirleme, < veya > sembollerini içeren ifadeler olarak belirlenmiştir. Sembollerin kullanımı teması için sembollerin anlamları ve sembolik temsiller (Latin ve braille alfabe), sembollerin betimlemelerine odaklanma (söylemler), denklem kurmada sembollerin belirleyememe ve sembol yerine terimlerle ifade etme kategorilerdir. Denklem ve eşitsizlik ifadelerini yazma ve işlemleri sürdürme teması için kategoriler, bilinmeyen sayısı ve zihinden işlem yapabilme, bilinmeyenlerle temsil edememe, denklem

kuramama ve eşitsizliği ifade edememe, ilişkiyi belirleyememe veya cebirsel temsil edememe, oran belirleme veya orantı kurma ve değer vermedir. Destek eğitim aracı teması altında sembollerin temsil etmek için aparat belirleme (Küptaş kasa materyalindeki taşlar gibi), bireysel semboller tayin etme, not almak için materyal kullanma, kabartma yazı tablolar kullanma kategorileri yer almaktadır. Bazı kategoriler için analiz örnekleri Tablo 2'de sunulmuştur.

Bir matematik eğitimi doktoralı alan uzmanı, katılımcılardan biri için analizleri incelemiş ve ikinci kodlayıcı olarak kategoriler belirlemiştir. Bu incelemede uzman kabartma yazı bilmediği için araştırmacı kabartma yazılı öğrenci notlarını transkript etmiştir. Buna göre kodlayıcılar arasındaki %81 uyumun dışında kalan farklılıklar incelenerek uzlaşıya varılmıştır. Örneğin, ikinci kodlayıcı sembollerin karşıladığı anlamlar ve matematiksel ifadelerde kullanımını 'sembol kullanımı' teması altında iki kategori olarak ele almıştır. Ancak, kavram tanımları dikkate alındığında < ve > gibi semboller eşitsizlik kavram tanımını inşa etmektedir. Bu nedenle sembollerin karşıladıkları anlamlar kavram tanımı kategorisinde ele alınmaya karar verilmiştir.

Görüşmelerden önce katılımcılarla gerçekleştirilen kısa süreli görüşmeler, pilot çalışma ve uzman incelemesi araştırmacının

Tablo 2.
Veri Analiz Örnekleri

Tema	Kategoriler	Katılımcı İfadeleri
Kavram tanımı	< veya > sembollerini içeren ifadeler	'Sağdakinin soldakinden büyük olduğunu ifade eden işarettir [...] eşitsizlik sembollerden oluşur'
	Eşitlik içerme	'İşte eşittir sembolü varsa denklem kurmuş oluruz [...]'
	Bilinmeyi bulma/tespit etme	'Eşittirin diğer tarafına atarız, yani x-i bulmaya çalışırız. x-i bulunca denklem çözülür.'
	İşlem yapma	'İşlem yapmamız gerek, yani bir bilinmeyen var onu bulacağız.'
	< ve > sembollerini içeren denklem	'Eşittir yok da küçüktür işareti var ya da büyük olabilir. Küçüktür büyüktür işaretleri olan denklemlerdir.'
Sembollerin kullanımı	Sembollerin ayırt edememe (< ve > veya =)	'Küçüktür mü bu büyüktür mü? Hangisi hangisinden büyük sembollerini okurken karıştırıyorum.'
	Sembollerin anlamları ve sembolik temsilleri	'İki şeyin birbirine göre karşılaştırılması, eşitmiş işte 3, 3'e eşittir gibi [...]'
	Sembollerin betimlemelerine odaklanma (söylemler)	'Kodunu hatırlamıyorum bunun, ama ben önceki gelen sonraki gelenden küçüktür ya da büyüktür diye ezberledim. Sembol yerine büyük ya da küçük diye yazıyorum işte.'
Denklem ve eşitsizlik ifadelerini yazma ve işlemleri sürdürme	İlişkiyi belirleyememe veya cebirsel temsil edememe	'Bilet sayıları x ve y olsun diyelim, [...] ama denklem olarak ifade edemiyorum. Yoksa büyüktür mü demeliydim?'
	Bilinmeyi tespit edememe ve denklem kurmada güçlük	'Öğrenci sayısına mı x diyelim? Emin değilim 3x mi x artı 3 mü? Bunu her zaman bilemiyorum.'
	Eşitsizlik ifadelerini belirleyememe	'[...] Küçüktür mü diyeceğim burada? 2x-5 büyüktür mü? Direk denklem kursam çözem sonra düşünsem (güler) [...]'
	Değer verme	'Tabloda verilene bakalım tek tek yazalım. Nasıl olur? [...]'
	Oran belirleme veya orantı kurma	'[...]2 katı demiştim. Doğru. Hız, yani h bölü 2 demiştim. O zaman 48 olmalı.'
Destek eğitim aracı	Zihinsel işlemler	'Saatte 2 katı artmış ama denklem olarak yazamam. Direk sonucu söylesem? [...]'
	Not almak için materyal kullanma	'Ben Küptaş kasada çalışıyorum, ama bazen elimi çarpabiliyorum. [...] not alıyorum burada [...] denklemleri alt alta yazıyoruz ya işte o zaman akılda tutmak için iyi oluyor.'
	Materyal yardımıyla sembol tayin etme	'Şimdi Küptaşta bu sembolü çok kullanmıyoruz. Hatta virgül müydü bu hatırlayamadım (güler). Bu x olsun, benim için bu x [...]'
	Kabartma yazı tabloların kullanımı	'Tablo da iyi oluyormuş, çok kolay oldu anlamak. Onar onar artmış işte o zaman x+10 deriz. [...]'

inanırlığını ve güvenilirliğini artırmıştır. Amaçlı örnekleme metoduna göre katılımcıların tespiti ise aktarılabilişliliği güçlendirmiştir. İkinci kodlayıcı ile uzlaşarak kategorilerin belirlenmesi tutarlılığı hizmet etmiştir.

Etik Kurallara Uygunluk

Araştırmanın katılımcılarına bilgilendirmeler yapılmış ve aydınlatılmış rıza onam formları aracılığıyla izinleri alınmıştır. Araştırma sürecinin tamamı etik kurallar çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Gazi Üniversitesi Etik Komisyonu'nun 08.05.2018 Tarih ve E.76241 Sayılı kararı ile etik kurul izni alınmıştır.

Bulgular

Bulgular görme engelli bireylerin denklem ve eşitsizlik kavrayışlarında önemli rol alan temalar bağlamında sunulacaktır. Buna göre bulgular kavram tanımı, sembollerin kullanımı, denklem ve eşitsizlik ifadelerini yazma ve işlemleri sürdürme, destek eğitim araçlarının kullanılması başlıkları altında ele alınacaktır.

Kavram Tanımı

Denklem kavramı incelenirken öncelikle eşitlik ve eşitsizlik kavramları ele alınmıştır. Katılımcıların denklemi tanımlarken 'bilinmeyi tespit etme' şeklinde açıkladıkları belirlenmiştir. Böylece denklem tanımını kısmen doğru ifade etmişlerdir. Ancak katılımcılardan daha ayrıntılı açıklama beklendiğinde eşitlik kavramına dair yanlışlar içeren ifadeler yer verdikleri belirlenmiştir. Örneğin; Zeynep, 'Bir veya iki tane bilinmeyen var, onu bulmak için eşitliğin diğer tarafında işlemler yapıyoruz.' ifadelerine yer vermiştir. Katılımcıların eşitlik kavramına dayalı denklem tanımlarından 'işlem yapma', 'eşitlik içirme' ve 'bilinmeyi bulma' olarak kategoriler elde edilmiştir. Bu kategorileri içeren örnek bir ifade aşağıda sunulmuştur:

Zeynep: *Mesela denklemde bir taraf diğer tarafa eşit. Bunların aralarında ilişki olarak denklik kuruluyor, sonra sonuç öyle çıkıyor. Kurala göre bu ilişki değişir. Karşıya atarak eşitliyoruz.*

Eşitsizliği tanımlarken ise '< ve >' sembollerini içeren denklemler şeklinde ifade etmişlerdir. Böylece kavram tanımlarını semboller üzerine şekillendirmişlerdir. Ancak eşitsizliği tanımlarken katılımcıların sadece sembole odaklandığı ve bilinmeyi göz ardı ettiği belirlenmiştir. Eşitsizlikte yer alabilecek semboller tanımlamaları için katılımcılardan sembollerin yer aldığı formu incelemeleri istendiğinde şu açıklamalarla karşılaşılmıştır:

Ahmet: *Bu büyüktür sembolü, mesela iki tane sayı vermişlerdir 20 büyüktür 5'ten gibi. Küçüktür olan da 5 küçüktür 20 mesela. Bu diğer ikisini bilemedim. [...] büyük eşittir miydi? Kullanmadım sanki hiç, bilemiyorum.*

Zeynep ise sembollerini doğru açıklamıştır, ancak değişkenlerle örneklendiği eşitsizlik ifadelerini çözerken denklem olarak düşünmüş ve eşitlik ile işlemleri belirlemiştir. Ayrıca eşitsizlik sembollerini açıklarken örneğin, ' $mx+n>t$ ' veya ' $m>n$ ' benzeri ifadeler için söylemlerden yararlanarak '[...] sol sağdan büyükmüş, yani önüne gelen sonra gelenden büyükmüş' şeklinde ifade etmiş ve soldan sağa doğru betimlemiştir.

Sembollerin Kullanımı

Katılımcıların < ve > sembollerinin anlamlarını karıştırdıkları, \leq ve \geq sembollerinin ise hem anlamlarını hem de braille kodunu bilmedikleri belirlenmiştir. Ayrıca < ve > sembollerini eşitsizlikleri çözerken, işlemleri eşitlik sembolü ile sürdürdükleri aşağıdaki gibi tespit edilmiştir. $2a+8>20$ eşitsizliği için:

Ahmet: *Büyüktür sembolünü eşittir olarak kabul ettim. a'yı bir yerlere topladım. 8'i karşıya attım 20'nin yanına. a eşittir 6 değil mi?*

Araştırmacı: *Neden eşit olduğunu düşündün?*

Ahmet: *a büyüktür 6 olmadı mı? a 6'dan küçükmüş yani. (Metne tekrar dokunur ve birkaç saniye düşünür) a büyüktür 6, haa! a, 6'dan büyükmüş pardon.*

Katılımcıların < ve > sembollerine verilen eşitsizlikleri iki kez incelediği ve 'büyüktür veya küçüktür' söylemlerine odaklanarak kavradıkları belirlenmiştir. Ancak bu durumda dahi katılımcıların '12-5x büyüktür...[sessizlik] 12-5x'ten büyük olan sayıları alacağız' gibi söylemlere odaklanarak hatalar yapabildikleri belirlenmiştir.

Katılımcılar, denklem kurma sürecinde bilinmeyi temsil eden 'sembolü tayin etmede' ve anlamlandırmada güçlükler yaşamışlardır. Verilen problemde değişkenlerin temsil ettiği kümeleri ve bu kümeler arasındaki ilişkiyi belirlemelerine rağmen, denklemi ifade edememişlerdir. Katılımcılar bilinmeyi temsil etmek için daima 'x veya y' sembollerini tercih ederek denklem kurmaya çabalamıştır. Ancak denklem ve eşitsizlik kavramları için başlangıçta problemlerin çözümünde her iki katılımcı da güçlük yaşamıştır. Zeynep, öğrencilerin matematik sınavından aldığı notlar ile karne notaları arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem kurması istendiğinde aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

Zeynep: *x'li falan bir denklem kurmam gerek bence.*

Araştırmacı: *x ne için?*

Zeynep: *Öğrenciler [öğrenci sınav notlarını temsil eden bilinmeyen] için x dedim. Sonra denklem kurmam gerekiyor ama nasıl kuracağımı bilemiyorum.*

Katılımcıların özellikle eşitsizliği ifade etmede güçlük yaşadığı belirlenmiştir. İki sayı arasındaki ilişkiyi eşitsizlik sembollerini ile ifade edebilirken, bilinmeyenlerin yer aldığı eşitsizliklerde önce denklem gibi ifade ettikleri daha sonra akıl yürüterek eşitsizlik sembollerini yerleştirdikleri tespit edilmiştir. Denklem kavramına dair başka bir problemde ise Zeynep, günlük hayatta okula taksit ile seyahat ettiğini anlatarak kolaylıkla bilinmeyi tespit etmiş ve denklemi kurmuştur:

Zeynep: *İlk önce açılış ücretini çıkardım, sonra 8 ile böldüm.*

Araştırmacı: *43 tl için kaç kilometre gitmeliyim?*

Zeynep: *Gideceğim süre mi x? 5x, yola x diyeceğim, 5 TL için. 5x ücret. 5x eşittir 43 yok açılışla, 5x artı 3 eşittir 43.*

Katılımcılar verilen herhangi bir problemi çözmek istediklerinde öncelikle zihinden işlemler yaparak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Bu durum taksit probleminde olduğu gibi denklem kurmaları önem arz etmeyen sorulardan kaynaklanabilir. Benzer şekilde eşitsizlik problemleri için de işlem adımları aynı sıralamayı takip etmiştir. Ancak eşitsizlik ifadelerinde < ve > sembollerini kullanmak yerine alternatif olarak terim anlamlarından yararlandıkları belirlenmiştir.

Zeynep: *Büyük küçük yazıyorum direk, işaret koymuyorum. Daha kolayına geliyor, işaretleri hatırlamıyorum ki. Hem böyle işaretten önceki kısmın sonraki kısımdan büyük olduğunu anlıyorum. İşaret koysam bir düşünmek gerekecek.*

Zeynep'in ifadesinde sembol kullanmak yerine söylemden yararlanarak kavramı kolaylaştırmaya çalıştığı belirlenmiştir.

Denklem ve Eşitsizlik İfadelerini Yazma ve İşlemlerin Sürdürülmesi

Katılımcıların bir bilinmeyenli denklemleri kurmada başarılı olduğu, hatta denklem kurmadan 'zihinden yapılan çözümlerle' sonucu belirledikleri tespit edilmiştir. Ancak, katılımcılar iki bilinmeyenli denklemleri ifade etmekte güçlük yaşamıştır. Katılımcılar problemi anlamada, değişkenleri belirlemede ve değişkenler arasındaki ilişkiyi belirlemede başarılı olmalarına rağmen, bilinmeyenlerle temsil etme ve denklem kurma sürecinde güçlükler yaşamıştır. Örneğin, bir fabrikada üretilen ürün sayısı ve saat arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmeye çalışan Ahmet ile gerçekleşen diyalog şöyledir:

Ahmet: *Her saat başı 2 katı artmış. Nasıl denklem olur? [...] Bağımsız olan saat, bağımlı olan miktar.*

Araştırmacı: *Nasıl ifade edebiliriz?*

Ahmet: *Verilen ürün miktarı eşittir zaman.*

Araştırmacı: *1 [saat], 25'e [ürün sayısı] eşit mi?*

Ahmet: *Eşit değil. Nasıl olacak denklem?*

Araştırmacı: *Mesela 5. saatte ne olacak?*

Ahmet: *Hah, onu söyleyin bana. 1.saat 25, 2.saat 50, [...], 5.saat x. Eşit miktarlarda artmış. Zaman neyi istiyorsa onunla çarpacağız.*

Ahmet'in denklem kurma sürecinde, değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleyemediği için güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Ancak, zamana bağlı üretilen ürün miktarını belirleyebilirken bilinmeyenleri tayin ederek denklemi kuramamıştır. Bunun için herhangi bir bağımsız değişken için bağımlı değişkenin alacağı değer sorgulanarak değişkenler arasındaki ilişki fark ettirilmiştir.

Zeynep ise eşitsizliği ifade edebilmesine rağmen, 'denklem kurmada güçlük' yaşamıştır. Başlangıçta doğrusal ilişkiyi belirlemesine rağmen, Zeynep'in değişkenlerin temsil ettiği kümelerde yer alan elemanları toplamaya çalıştığı, daha sonra değişkenler arasında oran belirlediği veya orantı kurmaya çalıştığı tespit edilmiştir. Ancak, belirlediği oranı 'bilinmeyenlerle ifade etmekte güçlük' yaşamıştır. Örneğin, $x=10y$ denklemi yerine $x=y+10$ denklemini kurmuştur. Bilinmeyenlerin değerlerine karşılık çelişkiyi fark eden Zeynep, daha sonra doğru denklemi ifade etmiştir.

Katılımcıların 'eşitsizlik ifadelerini yazmada güçlük' çektiği ve denklem kurmayı tercih ettiği belirlenmiştir. Bunun için verilen probleme göre 'en az' ya da 'en fazla' ifadelerinden yararlanarak ihtimalleri düşündükleri ve çözüm kümesinde belirledikleri bir eleman yardımıyla denklem kurdukları tespit edilmiştir. Bu tercihin gerekçesini Ahmet 'zihinden işlem yapabilme' olarak açıklamıştır:

Ahmet: *Bir denklem kurmamı istiyor. Zihinden yapmam gerekiyor. (Problemi tekrar okutturur) Bütün ihtimal çıkar buradan. Mesela en az kaç tanedir diye düşünelim. En az kaç tane 5 TL'lik satmış olabilir. 2 tane satmış olmalı. 1 tane satsa tam bölünmez kalan. Bilinmeyene değer verdim doğrudan, denklem kuramadım. Aslında $5x+10y$ gibi bir şey ama eşitlik ve eşitsizlik bilemiyorum ki.*

Katılımcıların her zaman denklem ve eşitsizlik ifadelerini belirlemelerine rağmen 'bilinmeyenlere değişken atama' çabasında oldukları belirlenmiştir. Zeynep bu durumu şöyle ifade etmiştir:

Zeynep: *Önce değer verme ihtiyacı hissettim. Hangisine değer versem dedim? Ürün miktarına değer verdim, yarısını aldığımda ilişkiyi buldum. Sürekli miktarı düşündüğümüz için daha kolay*

oldu, x bölü 2 dedim. [...] Önce artışa baktım beşer beşer artıyor gibi, burası da onar onar artıyor. Orantı kuramadım. Böyle daha iyi oldu.

Benzer şekilde taksi ücretini hesaplarken, Zeynep'in denklem kurma sürecinde genellemeye erişmesine örnek değerleri incelemesinin yardımı olmuştur. Böylece, seyahat edilen yola bağlı taksi ücretini belirleyen denklemi ifade edebilmiştir.

Katılımcıların denklem veya eşitsizlik ifadelerini yazmada 'değer verme'nin yanı sıra sıklıkla başvurduğu diğer strateji 'oran belirleme veya orantı kurma'dır. Bu nedenle problemde yer alan değişkenlerin temsil ettiği kümeleri belirleyerek elemanları arasındaki ilişki için 'oran' tespit etmeye çalışmışlardır. Kümelere elemanları arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak tespit etmelerine rağmen, bağımsız ya da bağımlı değişkene dayalı yöneltilen sorularda tekrar oran tespitiyle çözüme çabasına girmişlerdir. Örneğin, bir seyahat boyunca bir aracın hızının zamana bağlı değişiminin her saat başı için tablo olarak sunulduğu problemde Ahmet'in düşünceleri şöyledir:

Ahmet: *Hız 96 iken 48 buçuk, 49 mu?*

Araştırmacı: *Neden?*

Ahmet: *56 da 28, 64 de 32 olduğundan.*

Araştırmacı: *Denklemi nasıl kurmuştun?*

Ahmet: *2 katı demiştim. Doğru. Hız, yani h bölü 2 demiştim. O zaman 48 olmalı.*

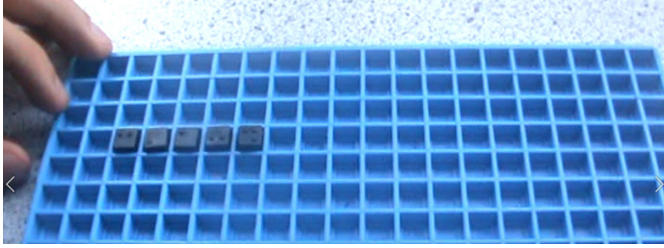
Katılımcıların doğrusal ilişkileri yorumlama, denklem veya eşitsizlik olarak ifade etmede daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Ancak, doğrusal ilişkiye dayalı denklem kurma için yöneltilen problemlerde cebirsel temsile dair yanılgılar belirlenmiştir. Örneğin; Zeynep, belirlediği doğrusal ilişkiyi temsil eden denklemi ifade ederken toplama işlemine yer vermiştir:

Zeynep: *24x artı y olabilir. Yani personel sayısı arttıkça ürün miktarı da artıyor. Ama bir dakika 24x eşittir y daha mantıklı geldi. Hatta, x eşittir y bölü 20 de olabilir.*

Destek Eğitim Araçlarının Kullanımı

Katılımcıların denklem ve eşitsizlik ifadelerini belirlemede değişkenin veya değişkenlerin temsil ettiği kümeyi belirleme, bu kümeler arasındaki ilişkiyi belirleme ve bilinmeyene dayalı cebirsel ifadeyi yazma süreçlerindeki yaşadıkları güçlüklerin bazı ihtiyaçlardan ortaya çıktığı belirlenmiştir. Bu ihtiyaçların not alma, verilenleri ve işlemleri takip etme olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle ilk birkaç problem çözümünden sonra kabartma yazı tabletinin yanı sıra Küptaş kasa ve TactileView programıyla tasarlanmış kabartma tablo destek eğitim araçlarından yararlanılmıştır.

Küptaş kasa materyali sayılar, dört işlem ve eşittir sembollerinin kullanımına uygundur. Bununla birlikte, bilinmeyenleri temsil edebilmeleri için sıralanan bu sembollerden farklı amaçla kullanılabilen ya da herhangi bir anlam yüklenmemiş semboller bilinmeyenleri temsil etmek üzere belirlenmiştir. Böylece katılımcılar, 'bilinmeyen için bir sembol tayin ederek' denklem kurmuşlardır. Küptaş kasada iki tane yan yana alt çizgi ile temsil edilen eşittir işareti için de katılımcıların 'farklı kullanımları' olmuştur. Ahmet eşittir işareti yerine zaman zaman zaman boş bir hücre bırakma veya tek alt çizgi taşı kullanmayı tercih ederken, Zeynep ise belirlediği farklı bir sembolü kullanmayı tercih etmiştir. Zeynep'in tercihlerinden $3+1=4$ ifadesi için bir örnek Şekil 1'de yer almaktadır.



Şekil 1.
Kupaş Kasa Materyalinde Sembol Kullanımı

Kupaş kasa materyalinin bir sınırlılığı ise problemde yer alan sözlü ifadelerin not edilmesinin mümkün olmamasıdır. Bu nedenle katılımcılar alternatif yollar üretmişlerdir. Örneğin; Ahmet, problemde yer alan '10 yaşından küçük' ifadesini üst satıra not ederken bilet fiyatını hemen alt satıra yazmıştır. Böylece katılımcılar problemde verilenleri ve isteneni not etmek için sadece sayıları yazmak istediklerinde, Kupaş kasa materyalini veya yazı tabletini kullanmışlardır. Görüşmenin ilerleyen sorularında ise katılımcıların not etmesini ve kavrayışını geliştirmek için kabartma yazı tablolarla problemler sunulmuştur.

Katılımcılar tabloları incelerken ilk önce satırları veya sütunları tek tek inceleyerek verilenleri belirleyebilmiştir (bkz. Şekil 2). Daha sonra iki küme arasındaki ilişki sorgulandığında oran, değer verme veya doğrusal ilişkiyi ifade etme gibi stratejilerle çözüme ulaşmışlardır. Böylece verileri ve dolayısıyla problemi anlama ve not etme güçlüğü ortadan kaldırılmıştır.

Zeynep: (Tabloyu ilk önce inceler) *Bu iki satırdakiler, birbirinin iki katı bunlar.*

Araştırmacı: *Denklem kurabilir misin?*

Zeynep: *Hız için x bölü 2 mi diyeceğim? y eşittir x bölü 2.*

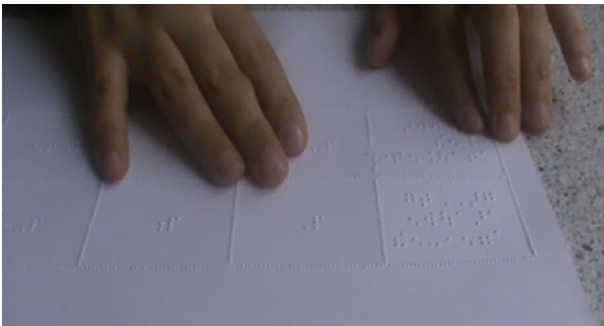
Araştırmacı: *Hız saatte 66 km olsaydı o zaman aradaki mesafe ne olur?*

Zeynep: 33.

Araştırmacı: *Mesafe 65 km ise hız ne olmalı peki?*

Zeynep: *130, ama denklem olmasaydı yapamazdım bunu zihinden.*

Zeynep'in ifadelerinde yer aldığı gibi katılımcılar tabloyu incelerken kolaylıkla ilişkiyi tespit edebilmiştir. Ancak, denklem kurmak yerine zihinden işlem yaparak çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Katılımcının belirlediği ilişkinin tersinin düşünülmesi için soru yöneltildiğinde ise denklem kurma veya denklem yardımıyla çözüme ulaşma ihtiyacı duymuşlardır.



Şekil 2.
TactileView Programıyla Tasarlanan Kabartma Yazı Tablo İnceleme Örneği

Tartışma

Görme engelli öğrencilerin denklem kurma ve çözme süreçlerinde güçlükler yaşaması ve eşitsizlik kavram bilgilerinde eksikliklerin yer alması, araştırmanın en dikkat çeken sonuçları olmuştur. Bu sonuçlar, alan yazında yer alan araştırmaların (Aktaş & Argün, 2021; Cansu, 2014) desteklediği gibi yetersiz tasarlanan bireyselleştirilmiş eğitim programlarının sonucu olabilir. Denklem kavramına ilişkin düşünceleri 'bilinmeyi tespit etme' olmasına rağmen, denklem kavramının öncülü olan eşitlik kavrayışlarında sınırlılıklar yer almaktadır. Eşitlik kavramı sembol kullanımına dayalı bir kavrayış olarak ortaya çıkmaktadır. Bu sonuç denklem kavramı için kavramsal anlama, eşitlik sembolünün kullanımı ve eşitlik kavramına dair düşüncelere dayalıdır (Falkner ve ark., 1999). Eşitliğe ilişkin kavramsal anlamada ise görme yetersizliğine bağlı olmaksızın öğrenci kavrayışlarında benzerliklerden söz etmek mümkündür (bkz. Carpenter ve ark., 2003; Kieran, 1981). Cansu (2014), görme engelli öğrencilerin eşitlik kavramına dair kavramsal anlamının gerçekleşmediğini ve eşit işaretini sadece sembol veya 'boşluk' olarak düşündüklerini belirtmiştir. Şimdiki araştırmanın sonuçları da denklem kavramında eşitlik için öğrencilerin kavrayışlarını 'işlem yapma' ve 'bilinmeyi bulma' kategorileriyle ortaya koymuştur.

Görme engelli bireylerin öğrenmede birincil veri kaynaklarından olan söylemler, eşitsizlik kavrayışlarında rol oynamaktadır. Eşitsizlik sembollerinin matematiksel söylemleri öğrencilerin cebirsel ifadeler arasındaki büyüktür ve küçüktür bağıntılarına göre karşılaştırma algılarını etkilemektedir. Bazı semboller olarak < ve > sembolleri için öğrencilerin 'büyüktür veya küçüktür' söylemlerine odaklanmaları yanılığarı da beraberinde getirmektedir. Görme engelli bireylerin cebirsel işlemlerin takibinde ve kavram öğrenme sürecinde sembolik dil kullanımının önemi bilinmektedir (bkz. Aktaş ve Argün, 2020a, 2021; MacGregor & Stacey, 1997; Radford & Puig, 2007). Ancak, şimdiki araştırmanın sonuçları söylemlerde '3x+2 büyüktür 4-2x' ifadesinde olduğu gibi Türkçe dil yapısının yansımalarının da rolü olduğunu desteklemektedir (bkz. Toluk Uçar & Yavuz, 2011). Ayrıca, ana dilin yansımaları Blanco ve Garrote'nin (2007) de belirlediği gibi bireylerin eşitsizlikleri soldan sağa veya sağdan sola okumakta güçlük çekmelerini açıklamaktadır. Bu nedenle görme yetersizliğine sahip olmayan öğrencilerle benzer bir strateji olarak bireyler, önce sağ taraf ile çalışıp daha sonra sol tarafla kıyaslamayı tercih etmektedirler (bkz. Toluk Uçar & Yavuz, 2011). Bu sonuçlara göre eşitsizlik sembollerinin braille kodlarının öğrenilmesinin yanı sıra söylemlerinin de kavram öğrenmede önemli olduğu söylenebilir. Zira, görme engelli bireylerin görme yetersizliği olmayan öğrencilerle benzer yanılığara (bkz. Çoban & Yenilmez, 2020) sahip oldukları, eşitsizlik sembollerini sık sık karıştırdıkları, anlamlarını ve sembollerini bilmedikleri ortaya konulmuştur. Fakat, uygulama örneklerinin artırılması ve sembollerin açıklanmasıyla, hatta dokunsal olarak algılanmasıyla (bkz. Bülbül ve ark., 2012) kavramın algılanması ve üzerine düşünülmesinin sağlandığı belirlenmiştir. Bu uygulamalarda ise 'neredeyse, daha azı ve daha çoğu' gibi söylemler önemlidir. Çünkü denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki bu güçlü özdeşleşme, öğrencilere bu kavramlar arasındaki tek farkın kullanılan işarette olduğu izlenimini vermektedir (Verikios & Farmaki, 2006). Hâlbuki bu algı hatalara yol açmaktadır. Hataların sonucunda ise cebirsel dönüşümler '>' işaretinin '=' işareti gibi davranmamasından kaynaklanan kısıtlamaları dikkate alınmadan kavram yanılığıyla bir kavrayışı doğurmaktadır.

Eşitsizlik kavramına dair ön bilgilerindeki yetersizliklerin yanı sıra, kabartma yazıda sembollere dayalı söylemlerden kaynaklanan kavrayışta güçlüklerden söz edilebilir. Bu sonuç, bireylerin sayılar arasında sıralama yapabilirken, cebirsel ifadelerde sıralamayı dikkate alarak eşitsizliği ifade etmede zorlanmalarını desteklemektedir. Çünkü, daha önceki bilgilere dayanan anlama, yanlışlar veya bilişsel güçlükler, yeni kavramlara taşınmaktadır. Örneğin, denklem kavramı için öğrenenin inşa ettiği bilişsel yapılar eşitsizlik kavramı için sürdürülecektir (Tall, 2004). Ancak başlangıçta bireylerin eşitsizliği ifade edememesi beklenen bir durumdur (Verikios & Farmaki, 2006). Zira, şimdiki araştırmanın sonuçları bireylerin 'eşitsizlik olarak yazalım' gibi destekleyici söylemelere rağmen eşitsizliği yazamadıklarını göstermektedir. Eşitsizlik yerine bireylerin eşitlikle sembolleştirebildikleri ve denklem kurmayı tercih ettikleri gözlenmiştir. Bu sonucun başlıca kaynağı, Akkan ve ark. (2009) de belirttiği gibi bireylerin y bilinmeyeninin değerini bilmedikleri için $ax+b$ ifadesiyle karşılaştıramıyor olmalarıdır. Mukayesenin yapılamaması bireylerin, eşitlik ve eşitsizlik kavramlarını birbirlerinin yerine kullanmalarıyla sonuçlanmaktadır (Blanco & Garrote, 2007). Ayrıca işlemsel anlama bağlamında ise parantez kullanımında, dağılım özelliğinde, denk ifadeler arasında geçişlerde, $<$, $>$ gibi sembollerin seçiminde ve kullanımında hata yaptıkları tespit edilmiştir. Bu yanlışlar da bireyleri alternatif semboller kullanma veya gören bireylerle benzer bir kavram yanlışısını (bkz. Çoban & Yenilmez, 2020) sürdürerek eşitsizlik ifadesi yerine denklem kurmaya yönlendirmektedir. Ancak bu işlem sıklıkla hatalarla sonuçlanmaktadır. Bunun için kabartma yazı kodlarının braille alfabede ve Latin sembollerle açıklanması (bkz. Aktaş & Argün, 2020a) ve söyleme dayalı anlamın güçlendirmesi kavrama sürecini şekillendirmede etkili olmaktadır.

Denklem ve eşitsizlik ifadelerini kurmada güçlük yaşayan bireylerin alternatif çözüm yollarına başvurdukları tespit edilmiştir. Başlangıçta verilenlerle dört işlemleri uygulayarak herhangi bir sonuç elde etmeye çabalamışlardır. Eşitlik, büyük ve küçük gibi kavramları anladıktan sonra ise zihinden işlem yapmaya çalıştıkları, ancak denklem kurma gibi cebirsel ifadelerden kaçındıkları belirlenmiştir. Bu sonuç işlemsel kavrayışın kavramsal anlamadan önce gerçekleştiğinin bir kanıtıdır (bkz. Sfard, 1991). Bunun sonucu olarak bireylerin eşitsizlik ifadelerini okuyamadıkları, bilinmeyi belirleyemedikleri ve aralıkları tespit edemedikleri belirlenmiştir. Alternatif olarak bazı değerler için verilen ifadeyi doğrulamaya çabalamışlardır. Sonuç olarak Blanco ve Garrote'nin (2007) tespitindeki gibi çözüm kümesi bir aralık olan eşitsizlikler için sadece bir değer belirlemişlerdir. Bu bağlamda, öğrencilerin ön bilgilerinde yer alan aritmetik bilgilerinin cebir öğrenmede epistemolojik bir engel (Brousseau, 1997) olduğu söylenebilir. Bu nedenle bu çalışmada olduğu gibi öncelikle denklem veya eşitsizlik ifadelerine gereksinim duymayacakları dört işlemlerle yapılabilecek sorular sorulurken, ilerleyen aşamada cebirsel ifadelerle çözmek zorunda kalacakları problemlere yer verilmelidir. Bu çalışmada her iki durumda problemler aynı senaryo bağlamında ele alınmıştır. Dolayısıyla, denklem ve eşitsizlik kavramları için alt kavram olan değişken ve bilinmeyen kavramlarına dair öğrenci düşünceleri de ortaya çıkmıştır. Bu inceleme sonunda, bireylerin bilinmeyi tayin etme ve değişkenlerin temsil ettiği kümeler arasındaki ilişkiyi anlamada güçlük çektikleri belirlenmiştir. Burada temel sorunun bireylerin problemi anlama ve yorumlamada zorlanmalarıdır. Nitekim, bireylerden gelen dönütler ışığında onların günlük hayat tecrübelerine dayalı, taksit probleminde olduğu gibi, problemlere yer vermenin

bilinmeyenlere dayalı denklem ve eşitsizlik kurmada daha fazla başarı gösterdiği belirlenmiştir.

Görme yetersizliğine sahip olmayan öğrencilerle benzer olarak görme engelli öğrencilerin de eşitsizliği yazmakta ve değişkeni belirlemede güçlük yaşadıkları açıktır (bkz. Verikios & Farmaki, 2006). Ancak, görme engelli bireylerin bu güçlüğü karşılık çözüm önerilerinin yaygın olarak veriler arasında orantı belirleme çabası olduğu söylenebilir (Aktaş, 2020). Bu tercihin temelinde bireylerin ön bilgilerinde yer alan bir bilinmeyenli denklem kurma süreçlerine dair öğrenme geçmişi yer almaktadır. Ayrıca, görme engelli bireyler için doğrusal ilişkilerin keşfedilmesi ve cebirsel olarak ifade edilmesi daha kolaydır (Aktaş, 2020; Cowan, 2011). Orantı kurma tercihinin bir diğer gerekçesi zihinden işlem yapmanın kolay olmasıdır. Çünkü, görme engelli bireyler not alma, verilenleri zihinde tutma ve işlemleri takip etmede güçlük yaşamaktadır. Bunun yerine bireyler verilenler arasında basit bir ilişki aramaktadırlar. Bu güçlüğü ve kavramın önündeki engeli kaldırmak için Küptaş kasa materyali ve kabartma yazı tablolar kullanılması yarar sağlamaktadır. Çünkü, öğrenme sürecinde yararlanılan materyallerin işlevselliği kavramı kolaylaştırmaktadır ve anlamayı güçlendirmektedir (Cowan, 2011). Her ne kadar Küptaş kasa materyali bireyleri değişken, eşitlik ve eşitsizlik sembolleri için alternatif semboller kullanmaya yöneltse de denklem ve eşitsizlik ifadelerini yazma ve problemi akılda tutmayı kolaylaştırmada etkili olmuştur. Kabartma yazı ile tasarlanmış tablolar ise doğrusal ilişkinin yanı sıra farklı ilişkilerin yer aldığı kümeleri incelemeyi ve farklı denklem kurma uygulamalarını mümkün kılmıştır.

Sonuç ve Öneriler

Görme engelli öğrencilerin denklem ve eşitsizlik kavramlarına ilişkin düşüncelerini inceleyen bu araştırmanın sonuçlarına göre öğrencilerde mevcut olan kavram yanlışlarının ve anlamadaki güçlüklerin ön bilgilerdeki eksikliklere dayandığı aşırıdır. Hâl-buki, kavramın doğasına uygun kavramsal ve işlemsel anlamayı mümkün kılacak destek eğitim araçlarıyla zenginleştirilen uygulamalarda kavram hakkında düşünmenin ve işlem yapmanın kolaylaştığı ortaya koyulmuştur. Bu nedenle görme engelli öğrenciler için ayırt edilmeksizin kazanımlar, kaynaştırma sınıflarında veya bireyselleştirilmiş öğretim etkinliklerinde bireysel farklılıklara uygun tasarlanan öğretim fırsatlarıyla sunulmalıdır. Bu çalışmada örneklendirilen Küptaş kasa ve kabartma yazı tablolar kolay erişilebilir destek eğitim araçları olarak önerilebilir. Ancak, Küptaş kasa materyalini kullanırken matematiksel dili farklılaştıran bireysel sembol kullanımı ve işlemleri sürdürürken taşların dağılması gibi kavramı ve kullanımı güçleştiren unsurlarla karşılaşmak mümkündür. Bu nedenle taşları kabartma olarak uyarlanarak Küptaş kasa materyaline benzeyen ve alternatif kullanımlar içeren 'Math window' materyalinden veya teknoloji destekli programlardan öğretim uygulamalarında yararlanılabilir.

Denklem kavrayışı için destek eğitim araçlarının kullanılması işlem takibini ve bilinmeyenleri temsil etmede kolaylaştırıcı bir unsurdur. Ancak, bunun yanı sıra bilinmeyen ve eşitlik alt kavramlarının kavram tanımlarıyla ele alınması bir gerekliliktir. Böylece öğrencilerin eşitlik sembolünü sadece işlem yapmayı mümkün kılan bir işaret olarak algılamaları önlenecektir. Ayrıca, problemde yer alan bilinmeyi ve değişkenleri tespit etmede başarılı olacaklardır. Eşitsizlik kavrayışlarında ise kritik nokta, kabartma yazıda ve Latin sembollerle eşitsizlik sembollerinin ve bu sembollerin söylemlerle anlamlandırılmasının kavranmasıdır. Bu

kavramsal anlamının inşası görme engelli öğrenciler için 'büyük-tür veya küçüktür' gibi söylemlerden kaynaklanacak yanlışlıkların önüne geçilmesinde etkili olacaktır.

Cebirsel ifadelerle denklem ve eşitsizlik kavrayışların güçleştiği tespit edilmiştir. Bu sonuca göre öğretim uygulamalarında ' $x=3$ veya $3<5$ ' gibi ilişkilerin ele alınmasının ardından, eşitliğin veya eşitsizliğin her iki tarafında ' $2x-5=x+3$ veya $2x-5>x+3$ ' gibi karşılaştırmalara yer verilmelidir. Böylece cebirsel ifadelerde eşitlik ve eşitsizlik kavramlarının kavrayışı artacaktır. Ayrıca, denklem kurma problemlerinde oran kavramına dair ön bilgilerden yararlanmaya yönlendiren doğrusal ilişkiden sonra kat ve fazla ilişkisi ile ele alınabilecek problem durumlarına yer verilmelidir. Başlangıçta bu problemlerde kabartma yazı tablolarından yararlanmak kavrayışı güçlendirecektir. Bu önerilerin öğrencilere, görme engelli öğrencilerin denklem ve eşitsizlik kavrayışları için bir öğretim dizisi sunacağı düşünülmektedir.

Etik Komite Onayı: Bu çalışma için etik komite onayı Gazi Üniversitesi Etik Komisyonundan (Tarih: 08.05.20178, No: E.76241) alınmıştır.

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.

Çıkar Çatışması: Yazar, çıkar çatışması olmadığını beyan etmiştir.

Finansal Destek: Yazar, bu çalışma için finansal destek almadığını beyan etmiştir.

Ethics Committee Approval: Ethical committee approval was received from the Ethics Committee of Gazi University (Date 08.05.20178, No: E.76241).

Peer-review: Externally peer-reviewed.

Declaration of Interests: The author declared that they have no competing interest.

Funding: The author declared that this study had received no financial support.

Kaynaklar

- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü., & Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 41–55.
- Aktaş, F. N. (2020). Görme engelli öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi: Öğrenme yol haritaları (Tez Numarası: 611057) [Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi, Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Aktaş, F. N., & Argün, Z. (2020a). Examination of mathematical language use of individuals with visual impairment in mathematical communication processes: The role of Braille. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 128–156. [CrossRef]
- Aktaş, F. N., & Argün, Z. (2020b). Görme engelli öğrencilerin sayı ve şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 947–981.
- Aktaş, F. N., & Argün, Z. (2021). Görme engelli bireylerin matematik eğitiminde ihtiyaçları ve sorunları: Cebir kavramları bağlamında. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 1–25. [CrossRef]
- Argün, Z., Arkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Gazi Kitabevi.
- Aydın, P., & Akça-Bayar, S. (2017). Görme yetersizliği: Tanım, sınıflama, yaygınlık ve nedenler. İçinde H. Gürgür & P. Şafak (Eds.). *İşitme ve görme yetersizliği* (s. 128–151). Pegem Akademi.
- Bazzini, L., & Tsamir, P. (2004). Algebraic equations and inequalities: Issues for research and teaching [Paper presentation]. The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, Norway.
- Blanco, L. J., & Garrote, M. (2007). Difficulties in learning inequalities in students of the first year of pre-university education in Spain. *Eurasia*

- Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 3(3), 221–229. [CrossRef]
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Bülbül, M. Ş., Garip, B., Cansu, Ü., & Demirtaş, D. (2012). Mathematics instructional materials designed for visually impaired students: Needle page. *Elementary Education Online*, 11(4), 1–9.
- Cansu, Ü. (2014). Perception of visually impaired students equal sign and equality [Paper presentation]. International Conference New Perspectives in Science Education. Italy.
- Carpenter, T., Franke, M., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school*. Heinemann.
- Çelik, Ç., & Güler, M. (2016). Denklem ve eşitsizlikler. İçinde A. N. Elçi, E. Bukova Güzel, B. Cantürk Günhan & E. Ev. Çimen (Eds.). *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları* (ss. 325–334). Pegem Akademi.
- Çelik, D., & Arslan, Z. (2019). Cebir öğretimi. İçinde G. Hacıömeroğlu & K. Tarım (Eds.). *Matematik öğretiminin temelleri ortaokul* (s. 119–168). Anı Yayıncılık.
- Çoban, K., & Yenilmez, K. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin eşitsizlikler konusunda karşılaştıkları güçlüklerin incelenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 5(1), 40–56.
- Corn, A., & Koenig, A. J. (2007). *Foundations of low vision: Clinical and functional perspectives*. AFB Press.
- Cowan, H. (2011). Knowledge and understanding of function held by students with visual impairments (Publication No. 3493370) [Doctoral Dissertation, ProQuest Dissertations and Theses Global]. The Ohio State University.
- Cox, P. R., & Dykes, M. K. (2001). Effective classroom adaptations for students with visual impairments. *Teaching Exceptional Children*, 33(6), 68–74. [CrossRef]
- Daro, P., Mosher, F. A., & Corcoran, T. (2011). *Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction* [Consortium for Policy Research In Education Report]. Consortium for Policy Research in Education.
- Edwards, A. D., Stevens, R. D., & Pitt, I. J. (1995). Non-visual representation of mathematical information. In A. B. Safran & A. Assimacopoulos (Eds.). *Le déficit visuel* (pp.169–178). Éditions Masson.
- Ertekin, E. (2019). Denklem kavramı ve denklem kavramının öğretimi. İçinde G. Sarpkaya Aktaş (Ed.). *Uygulama örnekleriyle cebirsel düşünme ve öğretimi* (ss. 189–219). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Early Childhood Corner: Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6(4), 232–236. [CrossRef]
- Ferrell, K. A., Buettel, M., Sebal, A. M., & Pearson, R. (2006). *Mathematics research analysis*. American Printing House for the Blind.
- Ginsburg, H. P. (1997). *Entering the child's mind: The clinical interview in psychological research and practice*. Cambridge University Press.
- Horzum, T., & Bülbül, M. Ş. (2017). Görme engelliler için bir geometri öğretim materyali: Geometri kafesi. *Sürdürülebilir ve Engelsiz Bilim Eğitimi*, 3(1), 1–15. [CrossRef]
- Milli eğitim bakanlığı [MEB] (2018a). *İlköğretim matematik (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) dersi öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Karshmer, A. I., Gupta, G., & Pontelli, E. (2007). Mathematics and accessibility: A survey [Paper presentation]. 9th International Conference on Computers Helping People with Special Needs. Lecco, Italy.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317–326. [CrossRef]
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). Macmillan.
- Kieran, C. (2004). The equation/inequality connection in constructing meaning for inequality situations. In M. J. Haines, A. B. & Fuglestad (Eds.). Proceedings of the 28th conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education, (pp. 143–147). Norway: PME. [CrossRef]

- Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra: A broadening of sources of meaning. In D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp.11–49). Sense Publishers.
- Kızıltoprak, A., & Yavuzsoy Köse, N. (2017). Relational thinking: The bridge between arithmetic and algebra. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(1), 131–145. [\[CrossRef\]](#)
- Linchevski, L., & Sfard, A. (1991). Rules without reasons as processes without objects—the case of equations and inequalities. In F. Furinghetti (Ed.). *Proceedings of the 15th conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 317–324). Assisi, Italy: PME. [\[CrossRef\]](#)
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1–19. [\[CrossRef\]](#)
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. *NCTM*, 9988, 20191.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018b). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Radford, L., & Puig, L. (2007). Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 145–164. [\[CrossRef\]](#)
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36. [\[CrossRef\]](#)
- Simon, M. A. (2017). Explicating mathematical concept and mathematicalconception as theoretical constructs for mathematics education research. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 117–137. [\[CrossRef\]](#)
- Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Erlbaum.
- Stevens, R. D., Edwards, A. D., & Harling, P. A. (1997). Access to mathematics for visually disabled students through multimodal interaction. *Human-Computer Interaction*, 12(1), 47–92. [\[CrossRef\]](#)
- Tall, D. O. (2004). Reflections on research and teaching of equations and inequalities. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 158–161). Ankara, Turkey: PME. [\[CrossRef\]](#)
- Toluk Uçar, Z., & Yavuz, B. (2011). Elementary school students' intuitive understanding of the inequality signs. In B. Ubuz (Ed.). *Proceedings of the 35th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Developing mathematical thinking*, (vol. 4, pp. 249–256). Ankara, Turkey: PME. [\[CrossRef\]](#)
- Verikios, P., & Farmaki, V. (2006). Introducing algebraic thinking to 13 year-old students: The case of the inequality. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.). *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 30* (pp.321–328). PME.
- Warren, D. (1994). *Blindness and children: An individual differences approach*. Cambridge University Press.
- Yin, R. K. (2017). *Case study research and applications design and methods*. Sage.

Extended Abstract

Introduction: Since equations and inequality are related to basic mathematical concepts and are among the concepts mainly addressed in curricula, they constitute the basis of mathematics learning and algebraic operations. In addition, the process of solving equations or inequalities is an understanding process that requires the follow-up of the operations and the correct use of the rules of the operations. However, it is difficult for students with visual impairment to follow these symbolic operations. Therefore, examining the differences in students with visual impairments' conceptions of these concepts can provide tips for designing teaching practices.

Purpose: This study is aimed to determine the conceptions of the students with visual impairment for equations and inequality in the concept of the algebraic discourse, representations, operations, common truths and mistakes, and difficulties.

Methods: This study is a case study in which the cases are the students with visual impairment. The participants were determined by the criterion sampling method according to the criteria: visual impairment level, using braille, and when the disability started. The participants of the study are two blind students in the tenth grade in the Anatolian high schools. Both of the participants used the braille alphabet for writing and reading. One of the participants was congenitally blind, and the other lost his sight at the age of 8 and knew little Latin alphabet.

The semi-structured interview form includes demographic information, concept information, and operational information for equations and inequality. In order to avoid interference with the participants' understanding, tables and texts with braille codes and Slade-Cubes kit material were included. The expert's opinion was sought while designing the interview questions and then a pilot study was conducted. The data obtained by the video recording were analyzed by the content analysis method.

Results: It has been determined that the four categories were important in the conceptions of the students with visual impairment for equations and inequality: concept definition, using symbols, writing equations and inequality expressions, and performing operations, using supportive educational tools.

The participants defined the equation as "finding the unknown;" on the other hand, they comprehend the inequality by using symbolic language. In the use of symbols, it has been determined that they do not know the braille codes for the basic inequality symbols $<$ and $>$, so they focus solely on solving problems with discourse. They have understood the inequality according to the "is big" and "less than" discourses or by comparing the expressions written before and after the symbols $<$ and $>$. It was determined that the participants equated instead of recognizing the inequality and had difficulty interpreting the inequalities in the algebraic expressions. Therefore, they have frequently used alternative methods such as mental operations, determining rates among the given and assigning them. It has been determined that their achievement in writing equations and inequality expressions increased by presenting problem scenarios based on their daily life experiences. In addition, presenting the problems' data with braille tables made it easier for them to understand. The Slade-Cubes kit material, on the other hand, has made it easier to operate with symbols and to follow the operations.

Conclusions, Discussion, and Suggestions: The conclusions regarding the equation and the meaning of the equal symbol point to the mistakes and difficulties that every student may have regardless of their visual impairment. However, the situation in which visual impairment plays a role emerges in discourses. So mathematical language is important for understanding the $<$ and $>$ symbols included in inequality. Also, the use of the mother tongue is effective in the discourses for inequality conception. Therefore, attention should be paid to the use of symbols and symbolic language in inequality practices to be designed for students with visual impairment. In addition, these practices should include inequality symbols in braille codes.

Based on their pre-knowledge of the equation concept, individuals can construct an equation for inequality. It is even possible for individuals to carry on their existing misconceptions about the equation for inequality. Moreover, individuals may carry on their misconceptions about the equation of inequality. Then, it cannot be enough to teach concept definition and symbols. Therefore, inequality should also be taught with algebraic expressions. Thus, instead of looking for alternative ways, to express the inequality, they can express it in the alphabet they use. However, supportive educational tools should be used for students with visual impairments to write algebraic expressions based on symbolic language. The fact that the context of the problems' scenarios is based on the daily life experiences of students with visual impairment increases their understanding of equations and inequality. Thus, their achievement in determining the sets and relationships given in the problem and expressing them algebraically increases. Also, attention should be paid to the variety of the relationships between these sets, which differ from the linear relationship.