



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

# Ahi Evran Üniversitesi

## Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 – 1037

### High School Students' Metaphors Regarding the Concept of Infinity

Şerife Dev Habacı  
İbrahim Çetin

#### Article Information



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.1229109

Received: 03.01.2023

Revised: 26.05.2023

Accepted: 27.06.2023

#### Keywords:

High School Students,  
Metaphor,  
Infinity

#### Abstract

This study aimed to examine the perceptions of high school students about the concept of infinity through the metaphors they used. The study was designed to use the phenomenological method, one of the qualitative research techniques. A total of 111 (64 female and 47 male) high school students studying at a high school in a city center in the Central Anatolia Region in the 2018-2019 academic year participated in the study. The participants were 12th-grade students. The data were obtained by high school students completing the sentence, "Infinity is like..., because...", and were evaluated using content analysis. The students produced 75 valid metaphors. These were grouped into seven categories. The results of the study showed that students mostly expressed the concept of infinity using metaphysical concepts, followed by emotions, actions, astrological concepts, concepts related to nature and the environment, and concepts related to living things. It was concluded that the students perceived infinity in an abstract manner and described it based on their own experiences and intuitions. It is also noteworthy that students did not use mathematical concepts, or mathematics at all, when defining infinity. In terms of gender, it was determined that the female students explained infinity mostly by metaphors about emotions and astrological concepts, while male students explained it with metaphysical concepts. Another result of the study was that all the metaphors produced were related to potential infinity. It is recommended that the concept of infinity be covered in detail in school mathematics and that different types of infinity be associated with daily life.

### Lise Öğrencilerinin Sonsuzluk Kavramına İlişkin Metaforları

#### Makale Bilgileri



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.1229109

Yükleme: 03.01.2023

Düzeltilme: 26.05.2023

Kabul: 27.06.2023

#### Anahtar Kelimeler:

Lise Öğrencileri,  
Metafor,  
Sonsuzluk

#### Öz

Bu araştırmanın amacı, lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili algılarını metaforlar aracılığı ile incelemektir. Araştırmada nitel araştırma yönteminden olgubilim deseni kullanılmıştır. Araştırmaya 2018-2019 eğitim-öğretim yılında İç Anadolu Bölgesi'nde bir il merkezinde bir lisede öğrenim görmekte olan 111 (64 kız ve 47 erkek) öğrenci katılmıştır. Araştırmanın katılımcıları, 12. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Veriler lise öğrencilerinin "sonsuzluk ...gibidir; çünkü..." cümlesini tamamlamaları ile elde edilmiştir ve içerik analizine göre değerlendirilmiştir. Öğrenciler 75 adet geçerli metafor üretmişlerdir. Metaforlar yedi kategori altında toplanmıştır. Araştırmanın sonucunda sonsuzluk kavramını öğrencilerin en çok metafizik kavramlar ile ifade ettikleri görülmüştür. Genel olarak sonsuzluğun; duygular, eylemler, astrolojik kavramlar, doğa ve çevre ile ilgili kavramlar ve etkisi devam eden canlı varlıklarla ifade edildiği görülmüştür. Öğrencilerin sonsuzluğu soyut olarak algıladıkları, deneyim ve sezgilerine dayanarak sonsuzluğu yapılandırdıkları sonuçlarına ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin sonsuzluğu ifade ederken matematiksel kavramları ve matematiği hiç kullanmamaları da dikkat çeken sonuçlar arasındadır. Cinsiyet açısından bakıldığında ise sonsuzluğa ilişkin oluşturulan metaforların kız öğrenciler tarafından daha çok duygular ve astrolojik kavramlarla, erkek öğrenciler tarafından ise daha çok metafizik kavramlarla açıklanmaya çalışıldığı tespit edilmiştir. Ayrıca oluşturulan metaforların tamamının potansiyel sonsuzlukla ilgili olduğu ulaşılan bir başka sonuçtur. Sonsuzluk kavramının okul matematiğinde ayrıntılı bir şekilde ele alınması ve farklı sonsuzluk türlerinin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi araştırma sonucunda önerilmektedir.

Sorumlu Yazar: İbrahim Çetin, Dr. Öğr. Üyesi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Türkiye, [ibrahimcetin44@gmail.com](mailto:ibrahimcetin44@gmail.com), ORCID ID: 0000.0003.4807.3295

Yazar2: Şerife Dev Habacı, Öğretmen, Millî Eğitim Bakanlığı, Türkiye, [serife967070@gmail.com](mailto:serife967070@gmail.com), ORCID ID: 0000.0002.2680.4029

Atıf için: Dev Habacı, Ş., & Çetin, İ. (2023). Lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin metaforları. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 1108-1161.

## Giriş

Gerek kavramsal olarak anlaşılmasındaki zorluğu aşma çabası gerekse de müfredatta ileri düzey analiz konularının öğretime temel teşkil etmesi nedeniyle sonsuzluk kavramı, yüzyıllardır ilgi odağı olan ve matematik eğitimcilerinin dikkatini çeken, ancak çalışmaktan kaçındıkları bir kavram olmuştur (Akbulut ve Akgün, 2005; Narlı ve Narlı, 2012). Daha çok lisans düzeyindeki matematikte işe koşulmasına rağmen ortaokulda sezgisel olarak ve lise seviyesinde temel düzeyde öğretim programlarında örtük bir şekilde yer almaktadır. Ortaokul programlarında yer alan doğru, düzlem, sonsuz çoklukta basamak içeren devirli ondalık sayı, pi sayısı, irrasyonel sayı gibi kavramların öğretiminde de sonsuzluk kavramına ihtiyaç duyulmaktadır (Özmantar, 2008). Ayrıca matematik eğitimi açısından temel bir kavram olarak değerlendirildiğinde (Kim, Sfard ve Ferrini-Mundy, 2005) ve öğrencilerin bu kavramla ilgili anlamalarının, limit, devirli ondalık açılım gibi matematiğin diğer konu ve kavramlarıyla ilgili öğrenmelerini etkileyebileceği göz önüne alındığında bu kavramın anlaşılmasına ilişkin araştırmaların önemi ortaya çıkmaktadır (Çelik ve Akşan, 2013).

Matematik eğitimindeki önemi bilinmesine rağmen kavramın epistemolojik olarak anlaşılmasındaki zorlukla birlikte en temelde ortaokul ve lise öğretim programında kavramının müstakil bir başlıkla ele alınmaması da bu konunun anlaşılmasının önündeki engellerdendir. Zira bu engellerin temelinde kavramın soyut yapısı önemli bir rol oynamaktadır (Falk, Gassner, Ben-Zoor ve Ben-Simon, 1986; Kolar ve Cadez, 2012). Çünkü zihinsel şemalarımız sonlu gerçekliklere uyumlu olduğu için, sonsuzluk kavramı sezgilerimizle çelişmekte (Fischbein, Tirosh ve Hess, 1979) ve bu nedenle de öğrenciler tarafından öğrenilmesi zor ve aynı zamanda zaman alan bir kavram olarak değerlendirilmektedir (Bozkuş, Uçar ve Çetin, 2015). Özellikle ortaöğretim öncesinde sonsuzluk kavramının sezgisel ya da tesadüfi öğrenmeler yoluyla gerçekleşmesi, okul eğitiminde kavramın öğrenilmesinde engel teşkil ettiği bilinmektedir (Fischbein, 2001; Jirotkova ve Littler, 2004). Bir başka ifade ile sonsuzluk kavramına ilişkin öğrencilerin geliştirdiği algıların ne kadar anlamlı ve doğru olduğuna ilişkin net bir cevabın verilememesi, sahip olunan bu sezgilerin sonsuzluk kavramını yanlış yorumlamaya yol açabileceğini düşündürmektedir.

Sonsuzluk kavramına ilişkin algıların ne derece doğru olduğu ve sonsuzluk algılarının ne ile eşleştirildiğinin bilinmesi ileri matematik eğitimi açısından önemlidir. Zira sonsuzluk, matematikte ortaöğretim ve lisans düzeyinde sıklıkla kullanılan; diziler, seriler, limit, süreklilik, türev, integral gibi önemli matematik konularına temel teşkil eden bir kavramdır (Yıldırım ve Keşan, 2017) Ancak öğrencilerin sonsuzluk kavramına ilişkin algılarının matematiksel sonsuzluktan daha ziyade günlük yaşamdan örneklerle eşleştirildiği ve sonsuzluğu daha çok fiziki olarak tanımladıkları belirlenmiştir (Çelik ve Akşan, 2013; Maria, Thanasia, Katerina, Constantinos ve George, 2009; Singer ve Voica, 2008). Ayrıca öğrencilerin sonsuzluk sezgilerinin yaşa bağlı olmadığı (Singer ve Voica, 2003) ve ilköğretim öğrencileri ile doktora öğrencileri arasında sonsuzluk anlayışına ilişkin benzer anlayışların

olduğu görülmüştür (Aztekin, 2008). Belirtilen nedenlerden dolayı lise öğretiminde limit, dizi, seri gibi konuların öğretimine temel teşkil eden bu kavramın lise öğrencilerince nasıl algılandığının bilinmesi soyut olan bu kavramın öğretimini kolaylaştıracaktır. Öte yandan lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin sezgilerinin bilinmesi öğretmenlerin sonsuzluk öğretiminde ne tür etkinlikler yapması ve örneklemeler yapması gerektiği hakkında ipuçları verebilir. Ayrıca alan yazına bakıldığında ortaokul öğrencilerinin (Bozkuş ve diğerleri., 2015; Yıldırım ve Keşan, 2017) ve daha çok da öğretmen adaylarının sonsuzluk algılarına ilişkin çalışmalara rastlanmaktadır (Aztekin, 2008; Çelik ve Akşan, 2013, Pala ve Narlı, 2018). Bu çalışma ile lise öğrencilerinin soyut bir kavram olan sonsuzluk kavramını nasıl algıladıklarının metaforlar yoluyla tespiti, oluşturulan metaforların cinsiyete göre değişimi ve metaforların türlerinin ne olduğunun ortaya konulması amaçlanmaktadır.

### **Sonsuzluk Türü Olarak Fiili ve Potansiyel Sonsuzluk**

Literatür incelendiğinde fiili ve potansiyel sonsuzluk olmak üzere iki sonsuzluk çeşidinden bahsedilirken (Fischbein ve diğerleri., 1979; Fischbein, 2001) ayrıca dinamik ve statik sonsuzluk şeklinde de kategorilendirildiği bilinmektedir. Fischbein'e (2001) göre potansiyel sonsuzluk, sonsuz süreç ve sonsuz kümeleri ifade eder. Yani potansiyel sonsuzluk daima devam eden bir süreçtir (Dubinsky, Weller, McDonald ve Brown, 2005). Aristo'nun ifadesi ile bu sürecin herhangi bir anında sonlu bir değere işaret eder (aktaran Dubinsky ve diğerleri., 2005). Bu anlamda doğal sayıların kuruluşunda potansiyel sonsuzluktan bahsedilebilir. Çünkü bir doğal sayıya yeni bir sayı eklendiğinde bir önceki doğal sayıdan farklı bir sayıya ulaşılmakta ve ekleme süreci sürekli devam etmektedir (Dubinsky ve diğerleri., 2005). Doğal sayıların tamamını kavrayamayacağımızı ama her doğal sayıdan sonra bir doğal sayı geldiğini ve bu nedenle Fischbein, potansiyel sonsuzluğu sezgisel olarak anlayabileceğimizi ifade etmiştir. Ancak yukarıda ifade edilen bu durumun fiili sonsuzluk için geçerli olduğu söylenemez. Fischbein'e (2001) göre sürekli sonlu olan şeyler ile meşgul olmamız ve sonlu gerçeklere odaklanmamız nedeniyle fiili sonsuzluk bizim mantık şemalarımızın dışında kalmakta ve sonuçta anlaşılması oldukça güçleşmektedir. Fiili sonsuzluğu anlamlandırmak için doğru parçasındaki sonsuz nokta ve gerçek sayıların sonsuzluğu örnek verilebilir. Çünkü doğru parçası bir bütündür ve üzerinde sonsuz noktayı içermektedir. Buna rağmen farklı uzunluktaki doğru parçaları üzerinde aynı sayıda noktanın var olması ya da sonsuz olan çift doğal sayılar ile doğal sayıların eleman sayılarının sayılamıyor olsa bile bu iki küme arasında birebir eşleme yapılabilir olması insan zihninin bu durumu anlamasını zorlaştırmaktadır. Zira Aristo insan zihninin bir bütündeki sonsuz parçayı algılayamayacağını ve bütündeki sonsuz süreci düşünecek kapasitede olmadığını iddia etmiştir (Dubinsky ve diğerleri., 2005). Buradan çıkarılacak sonuç ise potansiyel sonsuzluk fikri sezgiler ile çelişmediğinden kolay anlamlandırılırken gerçek sonsuzluk fikrini içeren durum ve örnekler doğrudan sezgiler ile açıklanamayacağından anlaşılması oldukça güçtür.

Alan yazında potansiyel sonsuzluk daha çok dinamik sonsuzlukla eşleştirilmektedir. Yani potansiyel sonsuzluğu sürekli devam eden ve bitmeyen süreci sonsuzluğun dinamik bir süreç olduğunu ifade etmektedir (Kolar ve Cadez, 2012). Sayıların 1, 2, 3, 4, ... gibi sonsuza gitmesi yani sayıların sonunun olmaması dinamik sonsuzluğa örnek olarak verilebilir. Statik sonsuzluk ise daha çok fiili sonsuzlukla özdeşleştirilmekte, statik sonsuzlukta sonsuzluğun bir bütün olarak düşünülmesi söz konusudur. Örneğin “sayıların tamamının sonsuz olması” fikri öğrencinin sonsuzluğu bir bütün olarak düşünebildiğini yani statik sonsuzluk olarak ifade ettiğini göstermektedir. Daha iyi anlaşılması için dinamik ve statik sonsuzluk kavramları karşılaştırılacak olursa dinamik sonsuzlukta öğrenciler sonsuz bir sürecin adımlarına odaklanırken; statik sonsuzlukta sürecin tamamına odaklanmaktadırlar. Örneğin bir öğrencinin “sonsuzluk, sonu olmayan şeydir” ifadesini kullanması dinamik sonsuzluk iken “sonsuzluk, sonsuz sayıdan oluşur” ifadesini kullanması sonsuzluğu bir bütün olarak ifade etmesi yani statik sonsuzluğu göstermektedir.

Farklı türlerinin anlaşılmasındaki zorluklarla birlikte sonsuzluk kavramının bazı paradoksların ortaya çıkışında rol oynadığı bilinmektedir. Bunlardan bazıları Galileo Paradoksu, Bolzano ve Dedekind Tanımları, Cantor Sonlu Ötesi Sayılar Teorisi, Hilbert’ in Sonsuzluk Oteli (Akbulut ve Akgün, 2005), Elalı Zenon’un Ok ve Achilles-Kaplumbağa Paradoksu’dur (Pala ve Narlı, 2018). Bu paradoksların temelinde yatan sonsuzluk anlayışı üzerine yıllarca düşünülse de sonsuzluğun matematikteki anlamı George Cantor’un “sonsuz küme” kavramıyla incelenmeye başlamıştır. Cantor, sonsuzluk kavramının anlamlandırılmasında pek çok alt faktörün işe koşulduğunu ifade etmiştir (Pala ve Narlı, 2018). Matematik araştırmacıları da sonsuzluğun anlaşılmasındaki bu faktörlere ilişkin çalışmalar yapmışlardır. Alan yazın incelendiğinde sonsuzluğu öğrenme (Singer ve Voica, 2008), sonsuzluk algısı ve problem çözme ilişkisi (Singer ve Voica, 2003), sonsuzluk kavramının nasıl anlaşıldığına ilişkin öğretmen adaylarının (Çelik ve Akşan, 2013), ilköğretim öğrencilerinin, (Narlı ve Narlı, 2012), ortaokul öğrencilerinin (Bozkuş ve diğerleri., 2015; Yıldırım ve Keşan, 2017) algıları üzerine çalışmalar mevcuttur. Ayrıca sonsuzluk kavramının tarihsel gelişimi üzerine pek çok farklı çalışma (Dubinsky ve diğerleri., 2005; Jiretkova ve Littler, 2004; Monaghan, 1986, 2001; Pala ve Narlı, 2018; Yıldırım ve Keşan, 2017) yapılmıştır. Çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin yaşam deneyimlerinin, sonsuzluğu sezgisel algılamalarında etkili olduğu (İşleyen, 2013) ve sonsuzluğu sürekli devam eden bir süreç (Monaghan, 2001) olarak açıkladıkları görülmektedir.

### **Sonsuzluk Öğretiminde Yaşanan Zorluklar**

Aristo, gerçek sonsuzluğu anlamada ve algılamada insan beyninin yeterli olmadığını ve bu nedenle da potansiyel olarak sonsuzluğun daha algılanabilir ve anlamlı olduğunu ifade etmiştir (Dubinsky ve diğerleri., 2005; Özmantar, 2010). Bu nedenle öğrenciler, potansiyel sonsuzluğu anlamada zorluk yaşamaz iken, fiili sonsuzluğu anlamada zorluk yaşamaktadırlar. Örneğin doğal

sayıların birer birer artarak devam ediyor olması ve bir sonunun olmaması öğrencilerdeki bu sonsuzluk şemasıyla uyuşurken, sınırları belli bir aralık olan  $[0,1]$  aralığında sonsuz kesir olması durumu ile uyuşmamaktadır. Dolayısıyla öğrencilerin, sonsuzluğun belli noktalarla sınırlandırılmasına anlam vermekte zorlandıkları söylenebilir (Bozkuş ve diğerleri., 2015). Ayrıca öğrenciler, sonlu ve sonsuz kavramlarıyla ilgili “sonlu, belirli sınırları vardır” ve “sonsuzun sınırı yoktur” şeklinde belli düşüncelere sahiptirler (Singer ve Voica, 2003). Benzer şekilde öğrencilerin, her şeyin bir sonu olduğunu düşünmeleri ve sonsuzluğa ilişkin günlük hayatta tecrübelerinin olmayışı (İşleyen, 2013) ve sonsuzluk kavramının görselleştirilememesi (Bozkuş, 2014), yine öğrencilerin sonsuzluğa ilişkin yaşadıkları zorlukların bir başka nedenidir.

Öğrenciler tarafından sonsuzluğun bir nesne olarak ya da sayı olarak algılanması ya da öğrencilere bu yaklaşımla öğretim yapılması da bu kavramın öğrenilmesinin önündeki bir başka engeldir. Sonsuzluk kavramı pek çok öğrenciye en büyük sayı olarak öğretilmekte dolayısıyla öğrenciler bu öğrenmelerini devam ettirmekte ve bu durum ileriki zamanlarda kavram yanlışlarına ve kavramın öğrenilmesinde güçlükler oluşturabilmektedir (Sierpinski, 1987).

### **Sonsuzluk Kavramının Öğretim Programındaki Yeri**

Sonsuzluk, ortaöğretim matematik öğretim programında hemen her sınıfta karşılaşılan bir kavramdır. Örneğin sonlu ve sonsuz kümelerde, eşitsizliğin gerçek sayılardaki çözüm kümesinin bulunmasında, sonsuz geometrik dizilerde ve belirsizlik içeren limit gibi kavramlarda sonsuzluk kavramı yer almaktadır (Özmantar, 2008). Ortaöğretim matematik programında sonsuzluk kavramına ilişkin ifadeler kazanım açıklaması şeklinde, kümeler konusunda “sonsuz küme” ve kareköklü ifadeler konusunda “Köklü ifadelerde sonsuza giden iç içe köklerle yapılan işlemlere yer verilmez.” şeklinde iki yerde “sonsuz” ifadesi ile vurgulanmıştır (MEB, 2018). Görüldüğü üzere her sınıf düzeyinde yer alsada sonsuzluk kavramını öğretim programında müstakil bir başlıkla ele alınıp tartışmaktan kaçınılmaktadır. Bunun sonucu olarak öğrencilerin sonsuzluk kavramını bildikleri varsayılarak öğretim yapılmaktadır. Ayrıca sınıfta yapılan eğitimlerde sonsuzluk kavramı daha çok sezgi düzeyinde verilmektedir. Örneğin  $\infty-\infty$ ,  $\infty/\infty$  gibi ifadeler öğrenciler tarafından sonsuzu, işlem yapılabilen bir sayı olarak algılamalarına neden olmaktadır (Kabael, Barak ve Özdaş, 2015). Ayrıca etkinliklerde “n sonsuza giderken” şeklinde bir kullanım, öğrencilerin sonsuzu varılacak bir yer ya da çok büyük bir sayı (Nesin, 2002) olarak algılamalarında önemli bir etkidir. Sınıf içi öğretiminde sorun yaşanan sonsuzluk kavramının günlük hayatla ilişkilendirilmesinde de problemler yaşanmaktadır. Özellikle geometrik dizi yardımıyla çözülecek problemlerde, formülün sonsuza giden bir toplamla bulunması nedeniyle sonsuzun bir sayı olarak algılanmasına ya da sonsuz defa o eylemin gerçekleşmesinin mümkün olmaması gibi çelişkileri beraberinde getirmektedir (Özmantar, 2008). Matematikçilerin bile çalışmaktan kaçındıkları sonsuzluk kavramı, öğrencilerin kendi başlarına ve sezgileriyle öğrenebilecekleri bir kavram değildir. Bu nedenle bu kavramın öğretiminde sezgisel

anlayıştan daha ziyade kavramsal bir anlayış tercih edilmelidir. Bir başka deyişle sonsuzluk kavramı derslerde gerektiği kadar ve yeterli düzeyde ele alınmalıdır.

### **Sonsuzluğun Anlaşılmasında Metafor Kullanımı**

Birçok çalışmada üzerinde durulan metafor sözcüğü, Yunanca “metapherein” sözcüğünün farklılaşmasıyla ortaya çıkmıştır. Meta “değişim”, pherein ise “dayanma” anlamına gelir (Levine, 2005). Metaforlar herhangi bir somut veya soyut olgu, durum ve süreç hakkındaki bireylerin algı ve tutumlarını belirlemek ve zihinlerinde, söz konusu unsurlara karşı onları mümkün kılan kavramsal tepkiler” olarak tanımlanmaktadır. Kavram sistemimiz büyük ölçüde metaforik ise, o zaman düşünme tarzımız, tecrübe ettiğimiz her olgu ve günlük olarak yaptığımız her şeyi metaforlarla açıklayabiliriz (Lakoff ve Johnson, 2005). Buna göre metaforlar, birbirine benzemeyen iki olgu arasında bir ilişki kurarak belli bir zihinsel şemanın başka bir zihinsel şema üzerine yansıtılmasına olanak vermesidir şeklinde ifade edilebilir. Sonsuzluk gibi soyut bir kavramın metafor ile incelenmesi, sonsuzluk kavramına ilişkin öğrencilerin bilinçaltında oluşan resimlerin ve algıların ortaya çıkarılmasını ve somutlaştırılmasını kolaylaştıracağı için böyle bir çalışmaya ihtiyaç duyulmuştur.

Günlük yaşamlarında sonsuz bir yana, sonsuzluğa yaklaşan bir şey ile hiçbir ilgisi olmayan insanlar sonsuzluğu nasıl algılamaktadırlar? Hiçbir insanın gerçek bir sonsuzlukla doğrudan deneyimi olmadığından, sonsuzluğu anlamak ve sonsuzluk hakkında düşünmek için bir tür metafor kullanmamız gerekmektedir (Ananthaswamy, 2003; Stewart, 2003). Ancak Lakoff ve Nunez’e (2000) göre, sonsuzluk kontrolümüzde olan, fiziksel dünyada gördüğümüz ve deneyimle elde ettiğimiz şeylerin, bazı niteliklerinin üstesinden gelmek için bizim icat ettiğimiz bir şeydir. Lakoff ve Nunez (2000), metaforların rolünü “soyut düşüncenin mümkün kılındığı temel araçlar” olarak öne sürmüş, sonsuzluk kavramını anlamamanın ve kavramsallaştırmanın en temel yolunun onu metaforlarla anlamak gerektiğini ifade etmiş buna da “sonsuzluğun temel metaforu” adını vermiştir. Lakoff ve Nunez (2000), sayıları bir doğru üzerinde noktalar olarak algıladığımız metafor yoluyla kavramlaştırdığımızı iddia etmektedir (Stewart, 2003; Ananthaswamy, 2003)

Matematik eğitimi ile ilgili metafor çalışmaları incelendiğinde, öğretmen adaylarının matematik öğretmeninin farklı rollerine ilişkin metaforları (Fleener, Pourdavood ve Fry, 1995), matematik öğretmen adaylarının matematik metaforları (Güler, Akgün, Öçal ve Doruk, 2012), öğretmen adaylarının matematik, matematik dersi, matematik dersi kavramlarına yönelik algıları (Şahin, 2013), öğretmen adaylarının matematik metaforları (Güner, 2013), matematik bölümü öğrencilerinin ispata ilişkin algıları (Aktaş ve Aktaş, 2013; Yazlık, 2019), öğretmen adaylarının matematiğe yönelik tutumları için metafor (Brady ve Winn, 2014), matematik öğretmen adaylarının matematik kavramı üzerine metaforları (Erdoğan ve diğerleri., 2014), ortaokul öğrencilerinin matematik problemine ilişkin metaforları ve sınıf düzeylerine göre değişimi (Sezgin-Memnun, 2014),

üstün yetenekli öğrencilerin matematik metaforları (Arıkan ve Ünal, 2015), üniversite öğrencilerinin matematik problemine ilişkin algıları (Uygun, Gökkurt ve Usta, 2016), öğretmen adaylarının matematik örnekleri (Sağlam Kaya, 2017), matematik öğretmen adaylarının matematik ve matematik öğretimi üzerine mecazi algıları (Demirkol ve Ergin, 2017), öğrencilerin matematik dersi ve matematik öğretmenine yönelik algıları (Yetim Karaca ve Ada, 2018), ortaokul öğrencilerinin matematiğe karşı mecazi algıları (Çetinkaya, Özgören, Orakcı ve Özdemir, 2018), Türk-İtalyan öğrencilerinin matematik öğretmeni kavramına ilişkin metaforları (Peker, 2018) gibi çalışmalar vardır. Fakat sonsuzluk ile ilgili lise öğrencilerinin metafor çalışmasına rastlanmamıştır. Bu nedenle çalışmanın alan yazına önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

### **Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmanın amacı, lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili algılarını metaforlar aracılığıyla ortaya çıkarmaktır. Sonsuzluk gibi soyut bir kavramın metaforlar yardımıyla incelenmesi, öğrencilerin bilinçaltında oluşan sonsuzluk kavramına ilişkin algıların ortaya çıkarılmasını ve bu algıların somutlaştırılmasını kolaylaştıracaktır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır.

1-Lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin geliştirdikleri metaforlar nelerdir?

2-Lise öğrencilerinin oluşturdukları bu metaforların cinsiyete göre dağılımı nasıldır?

3-Lise öğrencilerinin oluşturdukları metaforların potansiyel ve fiili sonsuzluk açısından dağılımı nasıldır?

### **Yöntem**

Araştırmanın bu bölümünde, araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama süreci ve verilerin analizi hakkında bilgi verilmektedir.

### **Araştırmanın Modeli**

Araştırmada nitel araştırma desenlerinden olgubilim (fenomenoloji) kullanılmıştır. Olgubilim, günlük hayatta karşılaştığımız, farkında olduğumuz fakat ayrıntılı ve derin anlayamadığımız olguları araştırmak için kullanılan bir desendir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu çalışma, lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algılarını metaforlar aracılığıyla incelemeyi amaçlamaktadır. Son yıllarda metafor, bir bireyin yüksek düzeyde soyut, karmaşık veya kuramsal bir olguyu anlamada ve açıklamada işe koşabileceği güçlü bir zihinsel araç olarak değerlendirilmektedir (Yob, 2003) Metaforlar, süreçlerin, olayların ve fenomenlerin oluşumu ve işleyişi hakkındaki düşüncelerimizi anlamlandıran, yönlendiren ve kontrol eden zihinsel araçlardır. Bu çalışmada, lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları ve kavrama yükledikleri anlamlar ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarılması amaçlanmaktadır.

### **Çalışma Grubu**

Araştırmanın çalışma grubu İç Anadolu'da bir ilin 2018-2019 eğitim öğretim yılında öğrenim görmekte olan 46'sı kız (%60,5) ve 30'u erkek (%39,5) olmak üzere toplam 76 lise öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Ölçüt örnekleme de belirli ölçütleri sağlayan durumlar belirlenir (Baltacı, 2018). Bu araştırma kapsamındaki ölçüt, öğrencilerin 12. sınıf öğrencisi olmalarıdır. Ölçütün bu şekilde belirlenmesinin nedeni öğrencilerin limit, türev, diziler gibi konularda sonsuzluğu tanımış olmaları ve matematiksel sonsuzluk hakkında da bilgi sahibi olmalarıdır. Araştırmaya 64 kız (%57,66) ve 47 erkek (%42,34) toplam 111 öğrenci ile başlanmış ancak oluşturulan metaforların tasnifi sonrasında konu ve kaynak arasında yanlış bağ kuran 36 metafor kapsam dışı tutulmuştur.

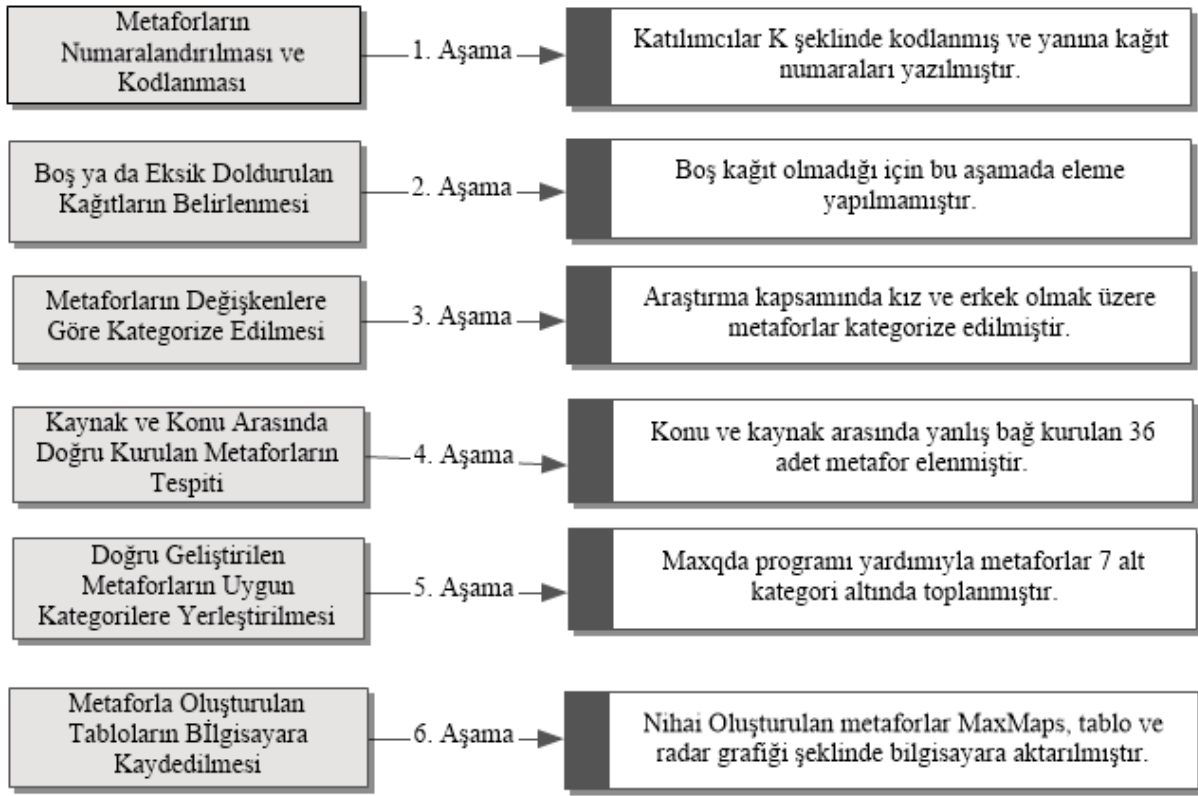
### **Verilerin Toplanması**

Araştırmada etik kurallar gereği her öğrencinin gönüllü katılımı ve bilinçli onayları esas alınmıştır. Bu çerçevede öğrencilere gönüllü katılım onam formları dağıtılmış, araştırma öncesi öğrencilere araştırma hakkında kısaca bilgi verilmiş ve araştırmaya katılımın gönüllük esasına dayandığı ifade edilmiştir. Ardından araştırmaya katılımı kabul eden öğrencilere sonsuzluk kavramına ilişkin metaforlarını ortaya çıkarmak amacıyla "sonsuzluk... gibidir, çünkü ..." cümlesinin yazılı olduğu boş kağıtlar verilmiştir. Öğrencilerden bu metaforları tamamlamaları istenmiştir. Öğrencilere 10 dakikalık süre verilmiştir. Araştırma problemi doğrultusunda öğrencilerden ayrıca cinsiyet bilgileri de alınmıştır.

### **Verilerin Analizi**

Katılımcılar tarafından geliştirilen metaforların analizi yapılırken nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi kullanılmıştır. İçerik analizinde temel amaç verilerde saklı olan gerçekleri ortaya çıkarmaktır. Veriler analiz edilir ve elde edilen verilere göre kategoriler oluşturulur. Sonrasında veriler kategorilere kodlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). İçerik analizinin gerçekleştirilme sürecinde verilerin kodlanması, temaların bulunması, temaların düzenlenmesi, bulguların tanımlanması ve yorumlanmasında MAXQDA adlı nitel veri analizi programından yararlanılmıştır. Dokümanlardan elde edilen veriler bilgisayar ortamında yazılı hale getirildikten sonra MAXQDA programına aktarılmıştır. Verilerin analiz süreci Şekil 1'de gösterilmiştir.





Şekil 1. Verilerin analiz süreci

1.Aşama: Metaforların bulunduğu kâğıtlar numaralandırılmıştır. Katılımcılar K şeklinde kodlanmış ve yanına kâğıt numaraları yazılmıştır. Örneğin, 5. öğrencinin kâğıdı K5 şeklinde ifade edilmiştir.

2.Aşama: Metaforlar tek tek okunmuştur ve boş kâğıt olmadığı için bu aşamada eleme yapılmamıştır.

3.Aşama: Metaforlar cinsiyete göre listelenmiştir.

4.Aşama: Metaforlar listelendikten sonra tekrar okunmuştur. Forceville (2002), bir şeyin metafor olması için kaynak ve konusunun olması gerektiğini, kaynaktan konuya atfedilen özelliğin bulunması gerektiğini belirtmiştir. Bu kriter dikkate alınarak metaforlar doğru ve yanlış olarak nitelendirilmiştir. Konu ve kaynak arasında yanlış bağ kurulan 34 adet metafor elenmiştir.

Örneğin bir öğrenci (K58), 0/0 ifadesini bir metafor olarak yazmıştır ve sebebini “çok matematik işliyoruz, aklıma başka bir şey gelmiyor.” şeklinde yazmıştır. Metafor ve sebebi arasında doğru bağlantı kurulamadığı için yani kaynaktan konuya doğru özellik atfedilemediği için bu metafor elenmiştir. Başka bir öğrenci (K10) “Sonsuzluk ucu bucağı olmayan gezinti gibidir çünkü ilk başladığında korkarsın sonra zamanla alışır öğrenmeye başlarsın.” şeklinde ifade etmiştir. Kaynak ve konu arasındaki özellik doğru kurulamadığı için bu metaforda elenmiştir.

5.Aşama: Doğru geliştirilen metaforlara uygun kategoriler oluşturulmuştur ve metaforlar kategorilere uygun olarak kodlanmıştır. Ayrıca metaforların potansiyel ya da fiili sonsuzluk kategorileri de bu aşamada oluşturulmuştur.

6.Aşama: Metaforların cinsiyete ve potansiyel-fiili sonsuzluk kategorisine göre dağılımı, metafor sayıları ve toplam metafor sayıları, metaforların kategorilere yerleştirilmiş hali MAXQDA-MaxMaps programı kullanılarak tablollaştırılmış ve görselleştirilmiştir. Görsellerdeki kalın ve ince çizgiler frekans sıklığını göstermektedir.

Araştırmada kategorilere ulaşılırken daha önce bu konuda yapılmış araştırmalardaki kategoriler de göz önüne alınmıştır. Örneğin “Sonsuzluk ruh gibidir, ...”, “Sonsuzluk ahiret gibidir, ...”, “Sonsuzluk hiçlik gibidir, ...” gibi metaforlar metafizik kavramlar olarak kategorize edilmiştir. Benzer şekilde diğer metaforlarda araştırma kapsamında oluşturulan kategorilere yerleştirilmiştir. Örneğin “yol”, “sayılar” gibi kodlar ilk olarak “yaşamda kullanılan öğeler” kategorisi altında toplanmış ancak daha sonra daha genel olması için “yol” kodu “doğa ve çevre” kategorisinde ve “sayılar” kodu ise “ders” kategorisi altında toplanmıştır.

Potansiyel ve fiili sonsuzlukla ilgili ayırım yapılırken metaforların daima devam eden bir süreç olarak sonsuzluk metaforları potansiyel sonsuzluk, bir bütün ya da aralık içinde sonsuzluk belirten metaforların fiili sonsuzluk olarak kodlanmıştır. Örneğin “Sonsuzluk sevgi gibidir, sevgi de sonsuzdur çünkü birisini seviyorsak onu kaybetsek bile sevgimiz hiç bitmez ve sevmeye hep devam ederiz.” ve “Sonsuzluk bir yol gibidir çünkü nerede ve ne zaman biteceği belli olmaz.” metaforlarında olduğu gibi metaforik bağ kurulan öğelerin sürekli daima devam eden bir sürece sahip olduğu tespit edilmiş ve bu metaforlar potansiyel sonsuzluk olarak değerlendirilmiştir.

### **Geçerlilik ve Güvenirlilik**

Veri toplama aşamasında lise öğrencilerinin gönüllü katılımı esas alınmıştır. Geçerliliği sağlamak için metaforlara, kod, kategori ve cinsiyete göre ayrıntılı şekilde yer verilmiştir. Yine araştırmanın veri analiz sürecinde oluşturulan 7 kategoriye nasıl ulaşıldığı açık bir şekilde ifade edilmiş ve öğrenci alıntılarına yer verilmiştir. Araştırmada elde edilen 75 metaforun her birine bulgular kısmında yer verilmiştir.

Araştırmanın güvenilirliğini sağlamak için, araştırmada ulaşılan 7 kategori altında verilen metaforların söz konusu kategoriyi temsil edip etmediğini teyit etmek amacıyla uzman görüşüne başvurulmuştur. Bu amaç doğrultusunda matematik eğitiminde uzman bir öğretim üyesi tarafından incelenerek uzman görüşü alınmıştır. Uzlaşılmayan kategorilerde ise metaforlara ilişkin araştırmaya sahip olan üçüncü bir uzmana başvurulmuştur. Araştırma kapsamında öğretim üyesine 75 adet örnek metaforların alfabetik sıraya göre dizili olduğu bir liste ve 7 kategorinin adlarını içeren bir liste verilmiştir. Uzmanın bu iki listeyi de kullanarak birinci listedeki örnek metaforları ikinci listedeki 7 kategoriyle (hiçbir metafor imgesini dışarıda bırakmayacak şekilde) eşleştirmesi istenmiştir. Daha sonra, araştırmacının elde ettiği kategori ve metaforlara ilişkin kodlar ile uzmanın yaptığı eşleştirmeler karşılaştırılmıştır. İlk araştırmacı bazı metaforları “yaşamda kullanılan öğeler” adlı bir kategoride değerlendirmiştir. Ancak daha sonra aralarında uzlaşarak bu kategoriyi kaldırmışlar ve

buradaki metaforları diğer kategorilerin içerisine yerleştirmişlerdir. Benzer şekilde ilk araştırmacı “canlı” kategorisini “etkisi süren” olarak kategorize etmiş ikinci araştırmacı “canlı” olarak kodlanması gerektiğini belirtmiştir. Üçüncü uzmanın görüşü ve varılan uzlaşma sonrasında ise bu kategorinin ismi “canlı” olması yönünde görüş birliğine varılmıştır. Bu karşılaştırma neticesinde araştırmacı ve uzman arasındaki görüş birliği ve görüş ayrılığı sayıları tespit edilerek araştırmanın güvenilirliği Miles ve Huberman’ın (1994: 64) formülü (Güvenirlilik = görüş birliği/görüş birliği + görüş ayrılığı) kullanılarak hesaplanmıştır. Nitel çalışmalarda, arzu edilen düzeyde bir uyumun sağlanması için uyum yüzdesinin %90 ve üzeri olması gerekmektedir. Güvenirlilik çalışması kapsamında görüşüne başvuru uzman dört metaforu (aile (3) ve anne (1)) araştırmacının oluşturduğu kategorilerden farklı bir kategoriyle ilişkilendirilmiştir. Ayrıca bir kategori isminde fikir ayrılığında düşülmüştür. Bu araştırmaya özgü olarak gerçekleştirilen güvenilirlik çalışmasında  $Güvenirlilik = \frac{70}{70+5} = 0.93$  bir başka deyişle %93 lük bir uzlaşma (güvenirlilik) sağlanmıştır.

### **Araştırmanın Etik İzinleri**

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

**Etik kurul izin bilgileri:** Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Necmettin Erbakan Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi:18 Aralık 2020

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 162

### **Bulgular**

Araştırmanın bu bölümünde araştırma problemlerine göre sırasıyla sonsuzluk kavramı ile ilgili oluşturulan tüm metaforlara ve metaforlara yönelik oluşturulan kategorilere yer verilmiştir. Daha sonra sonsuzluk kavramına ilişkin oluşturulan metaforların cinsiyete göre ve sonsuzluk türüne göre dağılımlarına yer verilmiştir. Elde edilen sıklık değerleri tablo, grafik ve kullanılan veri analiz programı yardımıyla oluşturulan görseller ile sunulmuştur.

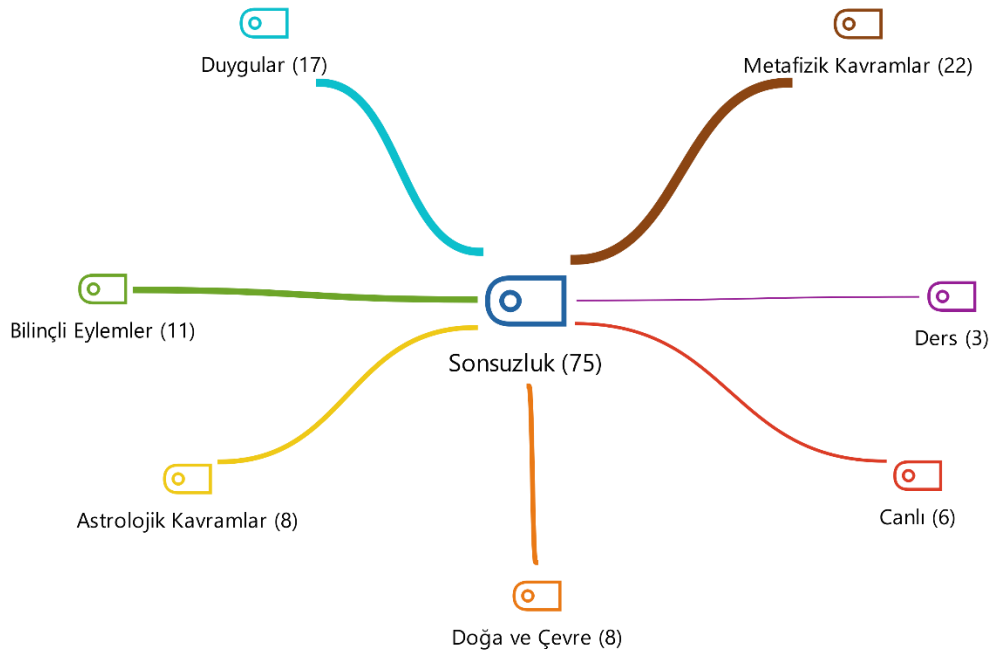
### **Lise Öğrencilerinin Geliştirdikleri Metaforların Dağılımına İlişkin Bulgular**

Araştırmanın ilk problemi olan “Lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin geliştirdikleri metaforlar nelerdir?” ilişkin oluşturulan tüm metaforlar ve metaforlara yönelik oluşturulan kodlara yer verilmiştir. İlk olarak Lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına ilişkin geliştirdikleri tüm metaforlar ve frekansları Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerin sonsuzluk kavramı ile ilgili geliştirdikleri geçerli metaforlar

Metaforun Adı	Frekans (f)			Yüzde (%)	Metaforun Adı	Frekans (f)			Yüzde (%)
	Kız	Erkek	Toplam			Kız	Erkek	Toplam	
Sevgi	4	2	6	8,00%	Derin düşünmek	1	0	1	1,33%
Hayat	5	0	5	6,67%	Kalp ve duygular	1	0	1	1,33%
Ölüm	2	3	5	6,67%	Hiçlik	0	1	1	1,33%
Zaman	1	4	5	6,67%	Müzik dinlemek	0	1	1	1,33%
Hayal kurmak	4	1	5	6,67%	Anne	0	1	1	1,33%
Uzay	3	1	4	5,33%	Dilek tutmak	0	1	1	1,33%
Gökyüzü	2	1	3	4,00%	Sayılar	0	1	1	1,33%
Aşk	1	2	3	4,00%	Matematik	1	0	1	1,33%
Aile	2	1	3	4,00%	Ders süresi	0	1	1	1,33%
Mutluluk	3	0	3	4,00%	Ruh	1	0	1	1,33%
Ölümsüzlük	1	2	3	4,00%	Ulaşılamayan zirve	1	0	1	1,33%
Özgürlük	1	1	2	2,67%	Deniz	1	0	1	1,33%
Ahret	0	2	2	2,67%	Karadelik	1	0	1	1,33%
Dipsiz kuyu	1	1	2	2,67%	Mutsuzluk	1	0	1	1,33%
Yol	1	1	2	2,67%	Okyanus	1	0	1	1,33%
Özlem	2	0	2	2,67%	Evreni bilebilmek	1	0	1	1,33%
Atatürk	1	1	2	2,67%	<b>Toplam</b>	<b>44</b>	<b>31</b>	<b>75</b>	<b>100%</b>
Bitmeyen olaylar	0	2	2	2,67%					

Tablo 1 incelendiğinde öğrencilerin sonsuzluk kavramı ile ilgili toplam 75 adet geçerli metafor geliştirdiği görülmektedir. Metaforlar öğrenci sayısına göre sıralandığında: öğrenciler sonsuzluk kavramını en çok 'sevgi' ile ifade etmişlerdir (n=6, %8). Sevgiden sonra 'hayat, ölüm, zaman, hayal kurmak' ile ifade etmişlerdir (n=5, %6,67). Öğrenciler 3. sırada sonsuzluğu 'uzay' ile ifade etmişlerdir (n=4, %5,33). Öğrencilerin 4. olarak sonsuzluğu benzettiği kavramlar 'aşk, gökyüzü, aile, mutluluk, ölümsüzlük' tür (n=3, %4). Yine metaforlar incelendiğinde 5. sırada 'özgürlük, dipsiz kuyu, hatıra yol, Atatürk, ahret, bitmeyen olaylar' olarak ifade ettikleri belirlenmiştir (n=2, %2,67). Toplamda birer tane söylenerek 6.sırada olan metaforlar 'para, kalp ve duygularda yaşatmak, derin düşünmek, hiçlik, müzik dinlemek, anne, dilek tutmak, sayılar, matematik dersi süresi, matematik, ruh, ulaşılamayan zirve, deniz, karadelik, mutsuzluk, okyanus, evrenin her alanını bilebilmek' şeklindedir (n=1, % 1,33).



Şekil 2. Sonsuzluk metaforuna ilişkin kategoriler

Sonsuzluk kavramına ilişkin oluşturulan kategoriler görsel olarak aşağıda sunulmuştur. Şekil 2’de araştırma kapsamında oluşturulan kod ve alt kategoriler arasındaki ilişki görselleştirilmiş aralarındaki çizgi kalınlıkları ait olduğu koda ilişkin frekans yoğunluğunu, kodların yanında yer alan rakamlar ise kodların frekansını ifade etmektedir.

Ayrıca öğrencilerin geliştirdikleri geçerli metaforların kategorileri ve o kategorideki toplam metafor sayısı ile ilgili kategorideki kodlar ve frekansları ile yüzdeleri ise Tablo 2.de gösterilmiştir.

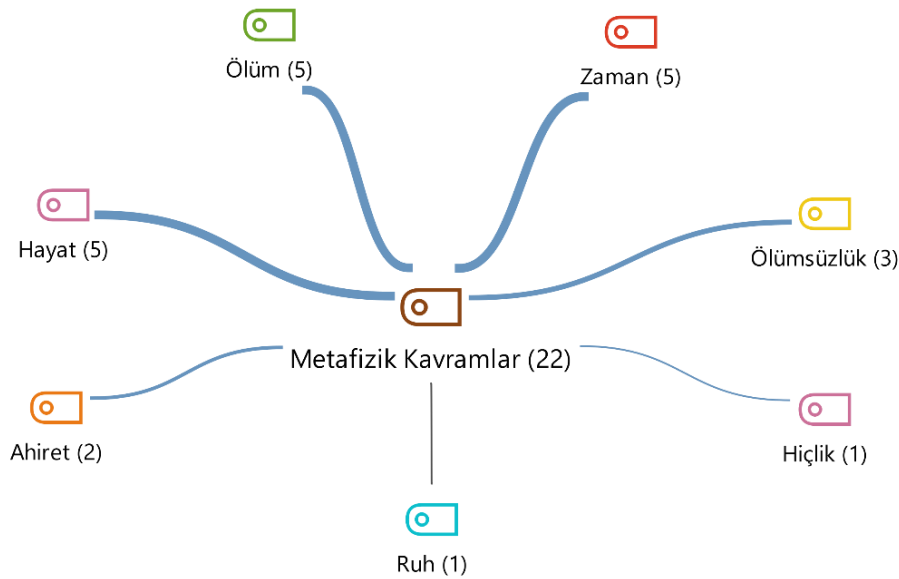
Tablo 2. Sonsuzluk kavramına yönelik oluşturulan metaforlar ve kategorileri

Kategoriler	Metaforlar	Toplam Metafor Sayısı	Yüzde (%)
Metafizik Kavramlar	Ruh (1), ölüm (5), ölümsüzlük (3), ahiret (2), zaman (5), hayat (5), hiçlik (1)	22	29,33%
Duygular	Sevgi (6), mutluluk (3), aşk (3), mutsuzluk (1), özgürlük (2), özlem (2)	17	22,67%
Bilinçli Eylemler	Ulaşılamayan zirve (1), müzik dinlemek (1), evrenin her alanını bilmek (1), derin düşünmek (1), kalp ve duygularda yaşatmak (1), hayal kurmak (5), dilek tutmak (1)	11	14,67%
Astrolojik Kavramlar	Uzay (4), gökyüzü (3), karadelik (1)	8	10,67%
Doğa ve Çevre	Okyanus (1), dipsiz kuyu (2), yol (2), deniz (1), bitmeyen olaylar (2)	8	10,67%
Canlı	Aile (3), anne (1), Atatürk (2)	6	8,00%
Ders	Matematik (1), matematik dersi süresi (1), sayılar (1)	3	4,00%
	Toplam	75	100%

Tablo 2 incelendiğinde sonsuzluk kavramına ilişkin öğrencilerin geliştirdiği geçerli metaforlar ‘metafizik kavramlar, duygular, bilinçli eylemler, astrolojik kavramlar, doğa ve çevre, canlı, ders’

olmak üzere 7 kategori altında toplanmıştır. Sonsuzluk kavramının en çok “hayat”, “ölüm”, “ölümsüzlük” gibi metafizik kavramları ile açıklandığı görülürken bunu sırasıyla duygular ve bilinçli eylemler kategorileri takip etmektedir. Sonsuzluk kavramına ilişkin en az geliştirilen metafor ise matematik dersi ile ilgilidir. Aşağıda bu kategorilere ilişkin metaforlar ayrıntılı bir şekilde ifade edilmiştir.

**‘Metafizik Kavramlar’ ile ifade edilen sonsuzluk:** Öğrencilerin oluşturdukları metaforlardan 22 (%29,33) tanesi, sonsuzluğu metafizik kavramlarla ilişkilendirmiştir. Bu kategori altında üretilen metaforlar Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 3. Metafizik kavramlar kategorisine ilişkin kodlar

Şekil 3’e göre metafizik kavramlar kategorisinde en sık tekrarlanan kodlar “zaman”, “ölüm”, hayat” olmuştur. Bunları sırasıyla “ölümsüzlük”, “ahiret”, “ruh” ve “hiçlik” kodları takip etmiştir. Metafizik kavramlar kategorisini oluşturan metaforlara genel olarak baktığımızda öğrencilerin sonsuzluk kavramını ruhani ifadelerle ilişkilendirdikleri görülmektedir. Öğrencilerin bu kategori altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin doğrudan alıntı örnek cümleleri aşağıda gösterilmiştir.

“Sonsuzluk ruh gibidir çünkü ölsek bile her zaman var olacak.” (K42)

“Sonsuzluk ölümsüzlük gibidir çünkü hiç ölmezsin yani yok olmazsın hep var olursun.” (K38)

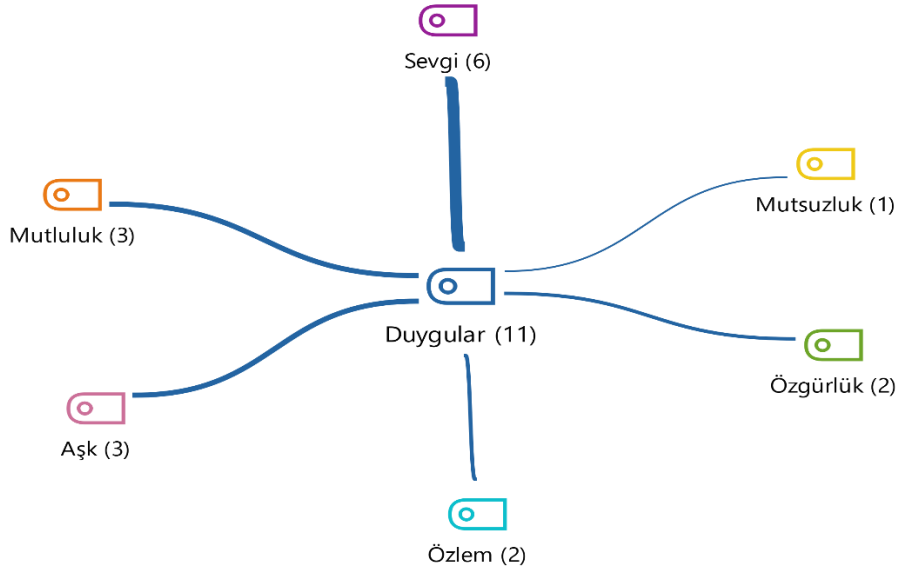
“Sonsuzluk ahiret gibidir çünkü ahiretin sonu olmayacak ve hep devam edecek.” (K104)

“Sonsuzluk zaman gibidir çünkü biz var olsak da olmasak da hep devam edecek.” (K2)

“Sonsuzluk hayat gibidir çünkü hayatın da sonu belli değildir.” (K76)

“Sonsuzluk hiçlik gibidir çünkü sonsuzluk gibi hiçliği de bilmeyiz ve bileceğimizden emin olamayız.” (K71)

**‘Duygular’ ile ifade edilen sonsuzluk:** Öğrencilerin oluşturdukları metaforlardan 17 tanesi (%22,67), sonsuzluk kavramını duygularla ilişkilendirmişlerdir. Bu kategori altında üretilen metaforlar frekans değerleri göz önüne alınarak Şekil 4’te sunulmuştur.



Şekil 1. Duygular kategorisine ilişkin kodlar

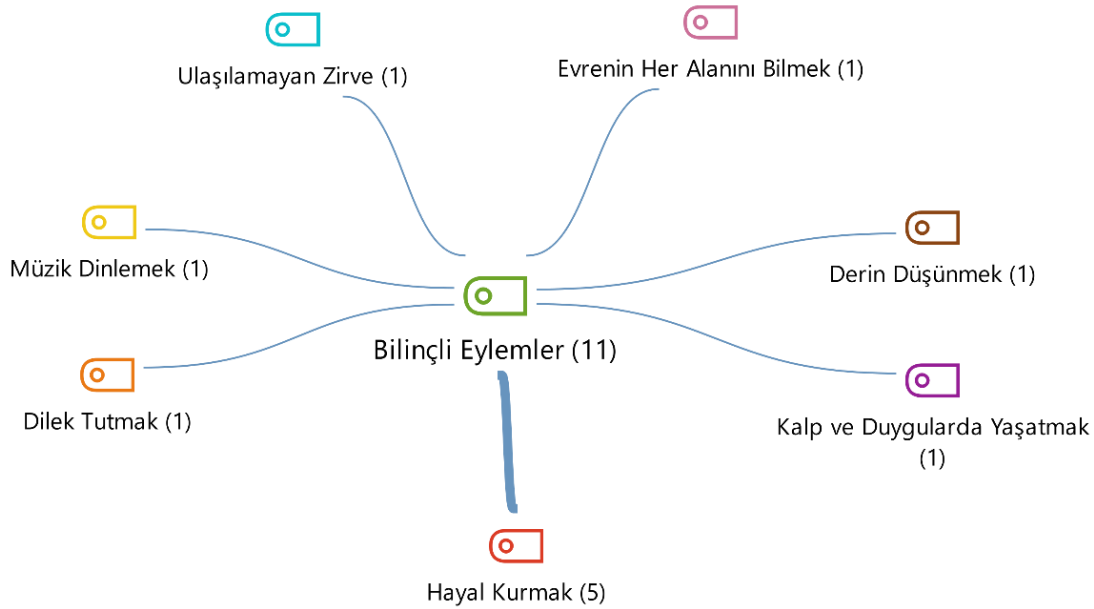
Şekil 4'e baktığımızda bu kategori altında en çok tekrarlanan metaforun "sevgi" ve daha sonra sırası ile "mutluluk, "aşk", "özlem", "özgürlük" ve "mutsuzluk" olduğu görülmektedir. Duygular kategorisine baktığımızda öğrencilerin sonsuzluk kavramını günlük yaşamda hissettikleri duygularla ilişkilendirdiklerini ifade edebiliriz. Öğrencilerin bu kategori altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin alıntı cümleleri şu şekildedir:

"Sonsuzluk sevgi gibidir, sevgi de sonsuzdur çünkü birisini seviyorsak onu kaybetsek bile sevgimiz hiç bitmez ve sevmeye hep devam ederiz." (K6)

"Sonsuzluk aşk gibidir çünkü ne kadar bittiğini düşünelim derinlerde bir yerde hep yaşamaya devam eder." (K63)

"Sonsuzluk mutsuzluk gibidir çünkü mutsuzlukta başladığı zaman hiç sona ermeyecek gibidir." (K95)

**'Bilinçli Eylemler' ile ifade edilen sonsuzluk:** Katılımcıların oluşturdukları metaforlardan 11 tanesi (%14,67), sonsuzluk kavramını yaptıkları bilinçli eylemlerle ilişkilendirmişlerdir. Bu kategori altında üretilen metaforlar, frekans değerleri göz önüne alınarak Şekil 5'te sunulmuştur.



Şekil 5. Bilinçli eylemler kategorisine ilişkin kodlar

Şekil 5'e göre bilinçli eylemler kategorisinde yer alan metaforlar eşit sıklıkta kullanılmış olup "evrenin her alanını bilmek", ulaşılamayan zirve", "dilek tutmak", "hayal kurmak", kalp ve duygularda yaşatmak" ve "derin düşünmek" şeklindedir. Bilinçli eylemler kategorisini oluşturan metaforlara genel olarak baktığımızda insanların bilinçli olarak ve isteyerek yaptıkları hayal kurmak, derin düşünceler gerçekleştirme, dilek tutmak gibi eylemlerden oluştuklarını söyleyebiliriz. Katılımcıların bu kategori altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin alıntı cümleleri aşağıdaki gibidir:

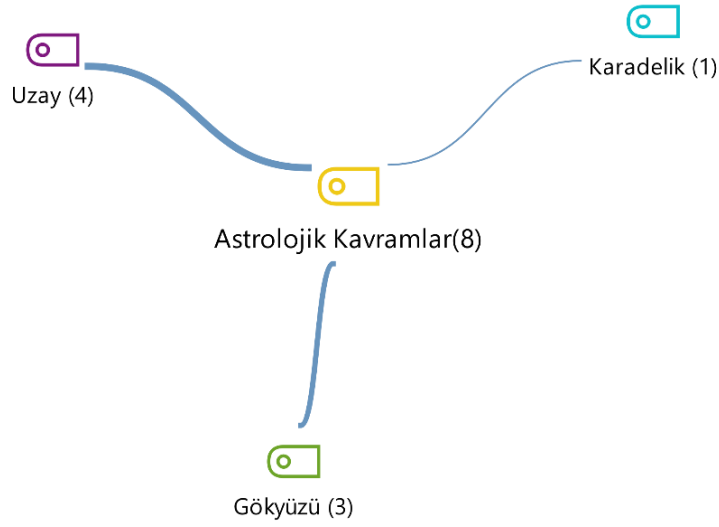
"Sonsuzluk ulaşılamayan zirve gibidir çünkü orası hiçbir zaman bilinmez, görülmez, çıktıkça çıkılır, gittikçe gidilir, bitmez ve ulaşılmaz." (K49)

"Sonsuzluk derin düşünmek gibidir çünkü insan derin düşünmeye başlayınca o düşüncelerden bir türlü çıkamaz ve kendini sonu gelmeyen, sınırsız düşüncelerde bulur." (K86)

"Sonsuzluk kalp ve duygularda yaşatmak gibidir çünkü canlılar sonsuz yapan bıraktıkları izlerdir. Biz bu izleri kalbimizle ve duygularımızla sınırsız bir şekilde yaşatabiliriz." (K84)

**'Astrolojik Kavramlar' ile ifade edilen sonsuzluk:** Öğrencilerin oluşturdukları metaforlardan 8 tanesi (%10,67), sonsuzluk kavramını astrolojik kavramlarla ilişkilendirmişlerdir. Astrolojik kavramlar kategorisi altında üretilen metaforların frekans değerleri Şekil 6'da sunulmuştur.





Şekil 6. Astrolojik kavramlar kategorisine ilişkin kodlar

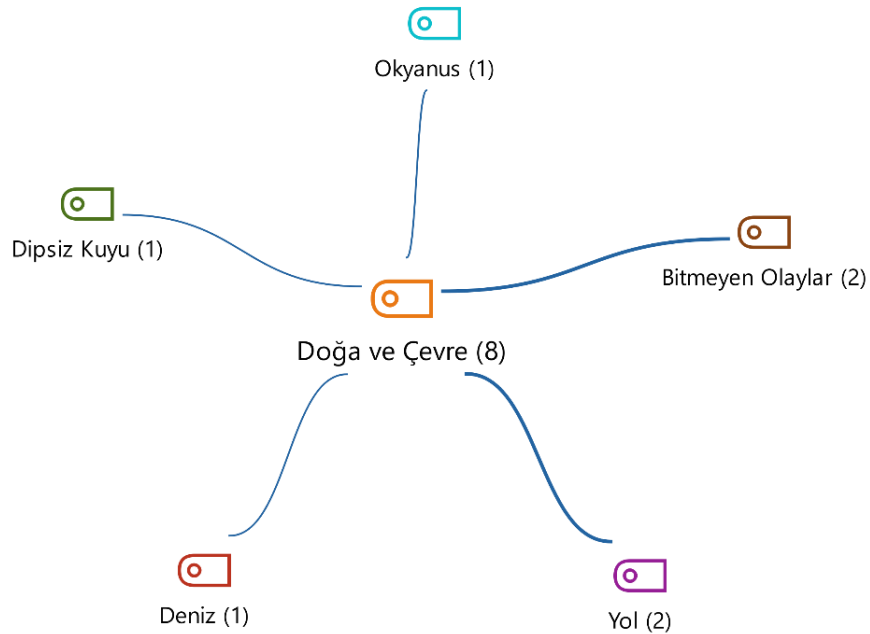
Şekil 6'yı incelediğimizde en sık tekrarlanan astrolojik kavram "uzay" ve daha sonra sırası ile "gökyüzü" ve "karadelik" olmuştur. Astrolojik kavramlar kategorisini oluşturan metaforlara genel olarak bakıldığında öğrencilerin sonsuzluk kavramını uzay ve uzaya ilişkin kavramlarla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Öğrencilerin astrolojik kavramlar kategorisi altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin alıntı cümleleri aşağıda gösterilmiştir:

"Sonsuzluk uzay boşluğu gibidir çünkü uzay boşluğu uçsuz bucaksızdır." (K53)

"Sonsuzluk karadelik gibidir çünkü karadelik her şeyi kendine çeken ve seni bir bilinmeyene götüren şeydir. Sonsuzlukta böyledir bilinmeyene yolculuktur tıpkı karadelik gibi." (K57)

"Sonsuzluk gökyüzü gibidir çünkü sonuna erişilmez, içinde her şeyi kapsar." (K65)

**'Doğa ve Çevre' ile ifade edilen sonsuzluk:** Katılımcıların oluşturdukları metaforlardan 8 tanesi (%10,67), sonsuzluk kavramını doğanın ve çevrede karşılaşılan olaylarla ilişkilendirmiştir. Bu kategori altında üretilen metaforlar frekans değerlerine göre Şekil 7'de sunulmuştur.



Şekil 2. Doğa ve çevre kategorisine ilişkin kodlar

Şekil 7'ye göre doğa ve çevre kategorisi altında yer alan metaforlardan en sık tekrarlanan “bitmeyen olaylar” ve “yol” kodları olmuştur Bunları sırasıyla eşit sıklıkta kullanılan “dipsiz kuyu”, “okyanus” ve “deniz” kodları takip etmektedir. Öğrencilerin bu kategori altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin alıntı cümleleri aşağıda ifade edilmiştir:

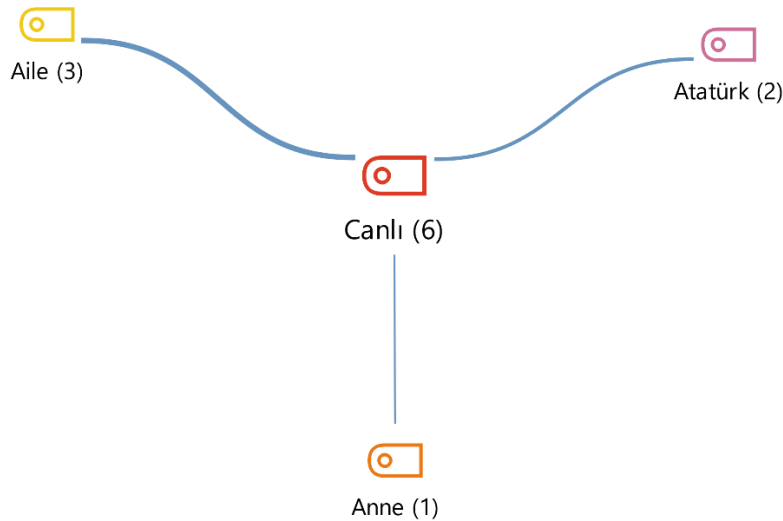
“Sonsuzluk okyanus gibidir çünkü o kaynaklar hiç bitmez ve tükenmez.” (K27)

“Sonsuzluk bir yol gibidir çünkü nerede ve ne zaman biteceği belli olmaz.” (K23)

“Sonsuzluk dipsiz bir kuyu gibidir çünkü sonu olsa bile sonuna ne zaman ulaşacağımızı bilemeyiz.” (K51)

“Sonsuzluk bitmeyen olaylar gibidir çünkü sürekli devam eder ve sonu yoktur.” (K96)

**‘Sürekli Hissedilen’ ile ifade edilen sonsuzluk:** Öğrencilerin oluşturdukları metaforlardan 6 tanesi (%8) sürekli hissedilen kategorisi ile ilişkilendirilmiştir. Bu kategori altında üretilen metaforlar, frekans değerlerine göre Şekil 8’de sunulmuştur.



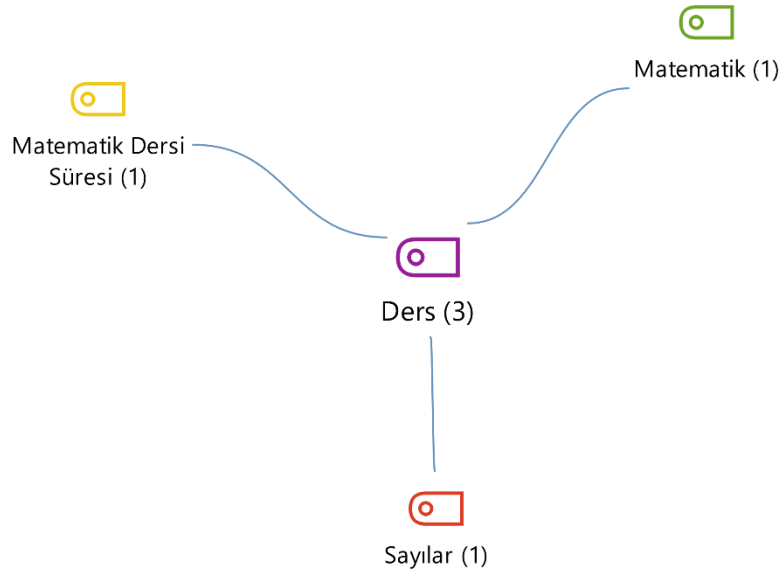
Şekil 8. Canlı kategorisine ilişkin kodlar

Şekil 8’e göre canlı kategorisi altında en sık kullanılan kod “aile” bunu sırası ile “Atatürk”, ve “anne” takip etmektedir. Canlı kategorisini oluşturan metaforlara genel olarak baktığımızda Atatürk, aile ve anne gibi etkisi kişilerin üzerinde etkisi devam eden kavramlarla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Öğrencilerin bu kategori altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin alıntı cümleleri aşağıda ifade edilmiştir:

“Sonsuzluk aile gibidir çünkü bir aile hep ailedir. Ailemizi kaybetsek bile hiç yok olmazlar ve her zaman ailemiz olmaya devam ederler.” (K3)

“Sonsuzluk Atatürk gibidir çünkü bizler için yaptıkları hiç unutulmayacak ve her zaman bizimle yaşayacaktır.” (K48)

**‘Ders’ ile ifade edilen sonsuzluk:** Öğrencilerin oluşturdukları metaforlardan 3 tanesi (%4) matematik dersi ile ilişkilendirilmiş ve ders kategorisi olarak ifade edilmiştir. Bu kategori altında üretilen metaforlar, frekans değerleri göz önüne alınarak Şekil 9’da sunulmuştur.



Şekil 9. Ders kategorisine ilişkin kodlar

Şekil 9'a göre ders kategorisi altında yer alan metaforlar eşit sıklıkta kullanılmış olup "matematik dersi süresi", "matematik" ve "sayılar" şeklinde kodlanmıştır. Ders kategorisi oluşturan metaforlara genel olarak bakıldığında matematik dersinde zamanın geçmemesi, matematiğin ezeli ve ebediliği ve bu dersin temel bir elemanı olan sayılarla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Katılımcıların ders kategorisi altında belirtmiş oldukları metaforlara ilişkin alıntı örnek cümleleri aşağıdaki gösterilmiştir:

"Sonsuzluk sayılar gibidir çünkü sayılar sürekli devam eder ve bitmez." (K68)

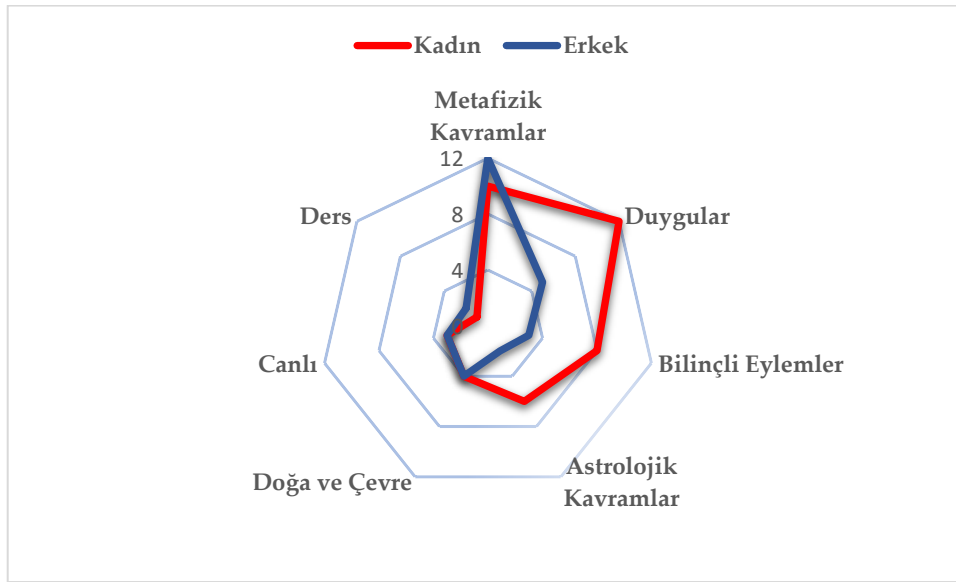
"Sonsuzluk matematik dersi süresi gibidir çünkü derste zaman hiç geçmiyor." (K36)

"Sonsuzluk matematik gibidir çünkü asla bitmez, okula başladığımdan beri matematik var ve sürekli insanların hayatında olacak, hiç bitmeyecek." (K41)

### Lise Öğrencilerinin Geliştirdikleri Metaforların Cinsiyete Göre Dağılımına İlişkin

#### Bulgular

Araştırmanın ikinci problemde lise öğrencilerinin oluşturdukları metaforların cinsiyetlere göre dağılımına bakılmıştır. Öğrencilerin oluşturduğu metaforların cinsiyetlerine göre dağılımı Şekil 10'da gösterilmiştir.



Şekil 10. Kız ve erkek öğrencilerin sonsuzluk metaforuna ilişkin oluşturdukları kategorilere ilişkin radar grafiği

Şekil 10 incelendiğinde sonsuzluğu kız öğrenciler erkek öğrencilere göre daha çok duygular, astrolojik kavramlar ve bilinçli eylemler ile ifade ettikleri görülürken erkek öğrencilerin ise kız öğrencilere göre daha çok metafizik kavramlarla ve doğa ve çevre ile ifade ettikleri görülmektedir. Ayrıca Tablo 3'te öğrencilerin oluşturduğu metaforların cinsiyetlere göre dağılımının frekans ve yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 3. Sonsuzluk kavramına ilişkin oluşturulan metafor kategorilerin cinsiyete göre dağılımı

Kategoriler	Kız		Erkek		Toplam	
	Frekans	Yüzde (%)	Frekans	Yüzde (%)	Frekans	Yüzde (%)
Metafizik Kavramlar	10	13,33%	12	16,00%	22	29,33%
Duygular	12	16,00%	5	6,67%	17	22,67%
Bilinçli Eylemler	8	10,67%	3	4,00%	11	14,67%
Astrolojik Kavramlar	6	8,00%	2	2,67%	8	10,67%
Doğa ve Çevre	4	5,33%	4	5,33%	8	10,67%
Canlı	3	4,00%	3	4,00%	6	8,00%
Ders	1	1,33%	2	2,67%	3	4,00%
Toplam	44	58,67%	31	41,33%	75	100%

### Lise Öğrencilerinin Geliştirdikleri Metaforların Sonsuzluk Çeşidine Göre Dağılımına İlişkin Bulgular

Araştırmanın üçüncü problemde ise metaforların çeşitleri açısından lise öğrencilerinin oluşturdukları metaforlar potansiyel ve fiili sonsuzluk açısından incelenmiştir. Elde edilen bulgular Tablo 4'te gösterilmiştir.

Tablo 4. Sonsuzluk türlerinin dağılımı

Metafor Türü	Frekans	Yüzde
Potansiyel Sonsuzluk	75	100%
Fiili Sonsuzluk	0	0%
Toplam	75	100%

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin oluşturduğu metaforların tamamının potansiyel sonsuzlukla ilgili olduğu tespit edilmiştir. Yani öğrenciler sonsuzluğu daha çok sürekli devam eden ve bitmeyen bir süreç olarak ifade etmektedirler. Gerçekten de öğrencilerin oluşturdukları metaforlar incelendiğinde “... sürekli devam eder ve bitmez”, “... sonuna erişilmez”, “... bitmez ve ulaşılmaz”, “... hep devam edecek” ve “... ölümün bir sonu yoktur” gibi potansiyel sonsuzluğu anlatan cümlelerle ifade etmişlerdir. Öğrencilerin fiili sonsuzlukla ilgili herhangi bir metafor oluşturamamaları öğrencilerin verdikleri örneklerin tamamının gündelik yaşamdan örnekler olmasından kaynaklanabilir.

### Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada, lise öğrencilerinin sonsuzluk kavramına yönelik algıları metaforlar yoluyla incelenmiştir. Araştırma kapsamında lise öğrencileri sonsuzluk kavramına yönelik toplam 75 adet geçerli metafor üretmişlerdir. Üretilen metaforlar; duygular, canlı, astrolojik kavramlar, doğa ve çevre, metafizik kavramlar, ders, günlük yaşamda kullanılan öğeler, bilinçli eylemler olmak üzere 7 kategori altında toplanmıştır. Öğrenciler sonsuzluk kavramını en çok metafizik kategorisindeki kavramları kullanarak ifade etmişlerdir. Bu kategoriyi sırası ile “duygular”, “bilinçli eylemler”, “astrolojik kavramlar”, “doğa ve çevre”, “canlı” kategorileri takip etmiştir. Sonsuzluğun en az matematik dersi ile ilişkilendirildiği görülmüştür. Öğrencilerin geliştirdiği metaforların ağırlıklı olarak metafizik kavramları kullanarak ifade etmenin yanı sıra günlük yaşamla ve sonu olmayan durumlarla ilişkilendirdiği söylenebilir. Benzer şekilde ortaokul öğrencileri de sonsuzluğu uzay, evren, özgürlük, sevgi, aşk, ölüm, gökyüzü, sayılar gibi kavramlarla ilişkilendirdiği (Bozkuş ve diğerleri., 2015), öğrencilerin sonsuzluk ile ilgili algılarının günlük yaşamdan önemli derecede etkilendiği tespit edilmiştir (Çelik ve Akşan, 2013; Kim ve diğerleri., 2005; Maria ve diğerleri., 2009, Singer ve Voica, 2008) ve bu araştırmada elde edilen metaforlar ile benzerlik göstermektedir. Matematiksel sonsuzluk kavramının öğrencilerde tam olarak yerleşmediği ve sonsuzluk kavramı algısının diğer yaş ve sınıflardaki lise öğrencilerine benzer olduğu belirlenmiştir. Farklı sınıf düzeyinde yapılan çalışmalarda da (İşleyen, 2013, Bozkuş ve diğerleri., 2015) öğrencilerin sonsuzluk kavramına ilişkin algılarının daha çok günlük yaşamdan doğrudan etkilendiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının da sonsuzluk kavramını “sembol, sonsuz elemanlardan oluşan küme” şeklinde bir obje olarak algıladığı (Sırmacı ve Özdemir, 2016) düşünüldüğünde sonsuzluk kavramının ortaokuldan üniversite düzeyine kadar yeterince doğru algılanmadığı sonucuna varılabilir.

Araştırma sonuçlarından elde edilen bir başka sonuç ise kız öğrenciler daha çok duygular ve astrolojik kavramlarla ilgili metaforlar oluştururken, erkek öğrenciler ise daha çok metafizik

kavramlarla ilgili metaforlar oluşturmuşlardır. Gerek erkek gerekse de kız öğrenciler olsun öğrencilerin büyük çoğunluğunun sonsuzluğu soyut ve sezgisel olarak ifade ettiği görülmüştür. Kız öğrencilerin sevgi, aşk gibi daha duygusal kodlar kullanması yaratılış gereği kadınların duygusal olması ile açıklanabilir. Benzer şekilde kız öğrencilerin astrolojik kavramlarla ilgili daha çok metafor kurmaları kadınların astrolojiye daha çok ilgi duymaları ile de açıklanabilir. Araştırma kapsamında kaynak ve konu arasında yanlış bağ kuran ve bu nedenle örneklem dışında tutulan yaklaşık 36 metaforun büyük çoğunluğunun erkek öğrenci olması da sonsuzluğa ilişkin metafor oluşturmada kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğu şeklinde yorumlanabilir. Ancak bu araştırmada elde edilen sonuçların aksine daha çok fiili sonsuzluğun ele alındığı bir araştırmada (Pehkonen, Hannula, Maijala ve Soro, 2006) sonsuzlukla ilgili görevlerde erkeklerin kızlardan daha iyi cevaplar verdiği tespit edilmiştir. Buradan günlük yaşamla ilişkilendirilerek kurulan potansiyel sonsuzluğa ilişkin durumlarda kızların, fiili sonsuzluğa ilişkin durumlarda erkeklerin daha başarılı olduğu söylenebilir.

Araştırmanın en önemli bulgularından bir tanesi de öğrencilerin sonsuzluğu matematiksel olarak ifade etmekten çekinmeleridir. Metaforlar arasında sadece üç metafor matematik ile ilişkilendirilmiştir. Öğrencilerin matematik ile ilgili oluşturdukları metaforların matematik ders süresinin geçmemesi, matematik dersinin hiç bitmemesi sürekli yaşamda matematiğin karşısına çıkması ve sayıların sürekli devam etmesi ile ilgili olduğu yani doğrudan kavramsal bir sonsuzluk anlayışı ile ilgili olmadığı görülmektedir. Sadece üç metaforun matematik dersi ile ilişkilendirilmesi öğrencilerin sezgisel anlayışla geliştirmiş oldukları sonsuzluk kavramını formal olarak öğrenmelerinde ve anlamlandırmalarında başarılı olamadıklarının (Fischbein, 2001; Jirotkova ve Littler, 2004) bir göstergesi olabilir. Sonsuzluk kavramının bireyler tarafından günlük yaşamda kavramsal boyutta deneyimlenememesi bunun bir sebebi olabileceği gibi (Monaghan, 2001; Tall, 2001) sonsuzluğun doğrudan modellenememesi de (Pala, 2016) sonsuzluk kavramının matematiksel olarak ifadesinin önünde bir engel olmuş olabilir. Araştırmada öğrencilerin matematiksel sonsuzluğu kullanmamaları ve yaşamdan örneklerle ifade etmeleri Pala ve Narlı'nın (2012) öğrencilerin sonsuzluğu yaşadıkları sonlu çevre ile ilişkili kavramlarla anlattıkları ve sonsuzluk tanımını okul dışı deneyimleriyle yaptıkları sonucu ile örtüşmektedir. Ayrıca İşleyen'in (2013) yaptığı çalışma da öğrencilerin matematiksel sonsuzluk anlayışından uzak olmaları bu araştırma sonuçlarıyla uyuşmaktadır.

Araştırma kapsamında elde edilen bir diğer sonuç ise öğrencilerin tamamının metaforlarının potansiyel sonsuzluk içermesidir. Geliştirilen bütün metaforlarda sonsuzluk öğrenciler tarafından bitmeyen, sınırsız, başlangıcı ve sonu olmayan, sürekli devam eden, ulaşılamayan, her şeyi kapsayan bir kavram olarak algılanmıştır. Potansiyel sonsuzluk fikri sezgiler ile çelişmediğinden bireyler tarafından anlamlandırılabilirken fiili sonsuzluk fikrini içeren durumların doğrudan sezgiler ile açıklanamayacak olması (Fischbein, 2001) bu durumun ortaya çıkmasında bir neden olabilir. Sürekli

sonlu olan şeyler ile meşgul olan ve sonlu gerçeklere odaklanan zihnimiz, fiili sonsuzluğu mantık şemalarımızın dışında bıraktığı için (Fischbein, 2001) yeterince algılayamamaktadır. Ayrıca bilişsel olgunluk açısından ele alındığında öğrencilerin fiili sonsuzluğa ilişkin kavramsal yapılarının 15 yaşına kadar oluşmamaktadır (Nunez, 1993). İlgili araştırmanın örnekleme 15 yaş üstü öğrenciler olmasına rağmen hala fiili sonsuzluğa ilişkin kavramsal bir yapı oluşmamıştır. Benzer şekilde sonsuzluk kavramının araştırıldığı çalışmada (Çelik ve Akşan, 2013) öğretmen adaylarının da sonsuzluk kavramını daha çok potansiyel sonsuzluk şeklinde algıladıklarını ortaya koymaktadır. Bu da ilerleyen yaşlarda da fiili sonsuzluğun anlaşılmasının bir hayli güç olduğunu göstermektedir. Araştırmacıların da sonsuzluğu potansiyel sonsuzluk olarak incelemeleri (Dubinsky ve diğerleri., 2005) araştırmanın sonuçları ile paraleldir. Öğrencilerin fiili sonsuzluk anlayışına sahip olmamaları, sonsuzluğu bir matematiksel nesne olarak görmeyişlerinden (Petty, 1996) kaynaklanabilir. Zira öğrencilerde fiili sonsuzluk algılarının olmayışının bir neticesi olarak metaforik kurulan ilişkilerin de sonsuzluğun matematiksel kavramsal yönünün sınırlı bir şekilde ortaya çıkmasına bir nedeni olarak gösterilebilir.

Sonsuzluk ortaokuldan itibaren dolaylı ve doğrudan öğrencilerin karşısına çıkmaktadır. Öğrencilerin bazı matematiksel kavramları anlamaları, konuları yapılandırabilmeleri için sonsuzluğun ne ifade ettiğini anlamaları gerekmektedir. Araştırma sonuçları öğrencilerin sonsuzluğu sezgisel olarak veya yaşamla ilişkilendirerek ifade ettiklerini göstermektedir. Öğrencilerden birinin (K58) sonsuzluğu 0/0 belirsizliği olarak ifade etmesi fakat bir sebep açıklayamaması da matematiksel sonsuzluğun algılanmadığını kanıtlar niteliktedir. Öğrencilerin matematiksel sonsuzluğu ifade edemedikleri ve sonsuzluğu matematiksel kavramlarla ilişkilendiremedikleri tespit edilmiştir. Bunun nedeni Narlı ve Narlı'nın da (2012) belirttiği gibi matematik programlarında sonsuzluk kavramının öğretiminin yer almaması olabilir. Bu eksiklik ışın, doğru parçası, seriler, diziler, limit, türev, integral gibi kavramların anlaşılmasını ve yapılandırılmasını zorlaştıracığı ve öğrencilerin öğrenmelerine bir engel olacağı düşünülmektedir. Sınırlı bir aralıkta sonsuz elemanın olabileceği fikrinin yani fiili sonsuzluğun anlaşılması ancak rasyonel ve reel sayılar kümesi öğrenildikten sonra daha olası görülmektedir. Öğrencilerin ortaokulun sonuna doğru karşılaştığı reel sayılar kavramının ve uygulamalarının öğrencideki iki nokta arasında sonsuz sayıda nokta olabileceği fikrini okulda yeterince öğrenememiş olması ve bu kavrama ilişkin algılarını tamamen günlük hayattaki deneyimleri üzerinde oluşturması sonsuzluk kavramının anlamlandırılmasının önündeki en önemli engellerden birisidir.

### **Öneriler**

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin sonsuzluk kavramına ilişkin algıları daha çok günlük hayattan etkilenmektedir. Ancak günlük hayatla ilişkili sonsuzluk algısı matematik eğitimi açısından sorun yaratmaktadır. Çünkü bazı matematiksel kavramların matematikteki anlamı ile günlük yaşamdaki anlamı birbirinden farklıdır. Sonsuzlukta bu kavramlardan bir tanesidir.

Öğrencilerin sonsuzluk kavramına ilişkin günlük yaşamdaki deneyimlerinin önemli olmasına rağmen bazen bu durum öğrencilerin ilgili kavramı formal bir eğitim almaksızın, şahsi deneyimlerinden netice olarak ortaya çıkan birinci sezgileriyle öğrenmesine ya da yanlış kavram imajları ile eşlemesine neden olabilir. Günlük yaşam deneyimlerine bağlı oluşan sonsuzluk algısının matematiksel sonsuzluğun anlaşılmasına yeterince katkı sunmadığı bu araştırma kapsamında da görülmüştür. Bu nedenle bu kavramın okul matematiğinde özel bir başlıkla ele alınmasa bile ayrıntılı bir şekilde ifade edilmesi, yaş ve sınıf seviyesine uygun bir şekilde öğrenciye aktarılması gerekmektedir. Özellikle bu kavramın sezdirilmesi yerine açıkça tartışılmalıdır. Zira sonsuzluk kavramının kullanılarak oluşturulan limit, türev ve integral gibi ileri matematik kavramlarına temel teşkil ettiği düşünüldüğünde bu kavramın sezgilerle ve tesadüfi günlük hayat deneyimleriyle öğrenilmesinin önüne bu şekilde geçilebileceği düşünülmektedir.

Öğrencilerin sonsuzluk kavramına ilişkin kurdukları metaforları matematikle çok az ilişkilendirmeleri öğrencilerin sonsuzluğu matematiksel olarak ilişkilendiremediklerini göstermektedir. Özellikle sonsuzluk kavramının soyut bir kavram olarak öğrenilmesinin önüne geçilmesi ve anlamlandırılabilmesi için Geogebra, Desmos gibi dinamik matematik ve geometri yazılımlarından destek alınabilir. Oluşturulan dinamik öğrenme ortamları ile öğrencilerin grafik üzerinde ya da sayı doğrusunda iki nokta arasında sonsuz sayıda nokta olabileceğine ilişkin anlamlı çıkarımlar yapabileceği etkinliklere yer verilmelidir. Bu yazılımların özellikle sürgü araçları kullanılarak sonsuza yaklaşım durumunda nasıl bir değişim gözlemlendiği üzerinde tartışmalar yapılmalıdır. Özellikle iki nokta arasında sonsuz nokta oluşturma etkinliği (noktaların oluşumunu sürgüye bağlayarak) bu durumu somutlaştırmak öğrencilerde fiili sonsuzluk algısını da geliştirecektir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre sonsuzluk kavramına ilişkin metaforlarının düşük düzeyde de olsa cinsiyet bağlamında değiştiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin cinsiyetinden kaynaklanan ilgi alanlarına yakın metaforlar oluşturdukları dikkate alındığında sonsuzluk kavramına ilişkin günlük yaşamla ilişkilendirmede her iki cinsiyetin dikkatini çekecek şekilde örneklerin verilmesi önerilmektedir.

Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin sonsuzluğu sürekli artan ya da azalan bir nesne olarak tanımlaması, sonsuzluğu fiili sonsuzluk olarak ifade etmelerinin önünde bir engel olduğunu düşündürmektedir. Öğrencilerin fiili sonsuzluğa ilişkin hiçbir metafor oluşturmamaları öğrencilerin bu sonsuzluk türünü günlük yaşamla ilişkilendiremedikleri şeklinde yorumlanabilir. Bu nedenle sınıfta yapılacak eğitimlerde fiili sonsuzluğun somutlaştırılabileceği günlük yaşam örneklerinin öğrencilerle paylaşılması bu sonsuzluk türünün öğrenciler tarafından daha iyi anlamlandırılabilmesine katkı sunacağı düşünülmektedir. Zira Tall (2001), öğrencilerde potansiyel sonsuzlukla ilgili olan birincil sezgilerin olmasına rağmen, alınan eğitimle öğrencilerde, fiili sonsuzlukla ilgili ikincil sezgilerini desteklediğini ifade etmiştir. Bu nedenle özellikle öğrencilerde



fiili sonsuzluğun sezgisel olarak algılanması ve sonsuzluk olarak ifade edilebilmesi için sonsuzluk kavramın öğretiminde fiili sonsuzluğa daha fazla ağırlık verilmesi önerilmektedir.

Araştırma, sonsuzluk kavramına ilişkin metaforik algılarının belirlenmesi amacıyla fenomenolojik bir yaklaşımla sınırlandırılmıştır. Bu nedenle lise öğrencilerinin bu algıları eylem araştırması ve durum çalışmasıyla özellikle görüşme yoluyla daha derinlemesine incelenebilir. Ayrıca araştırma lise öğrencileri ile sınırlandırılmıştır. Bu nedenle eğitim fakültelerinde öğrenim gören sınıf, fen bilgisi ve matematik öğretmen adaylarının dahil edildiği bir araştırma da gerçekleştirilebilir. Öğrencilerin sonsuzluk kavramına ilişkin oluşturdukları metaforlar fiili ve potansiyel sonsuzluk bağlamında kategorize edilmiştir. Bundan sonraki çalışmalarda fiili ve potansiyel sonsuzluk durumları teknoloji destekli öğrenme ortamlarında daha derinlemesine incelenebilir ve öğrencilerin fiili sonsuzluğu anlamlandırabileceği öğrenme ortamları tasarlanarak araştırmalar gerçekleştirilebilir.



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

# Ahi Evran University

## Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

### ENGLISH VERSION

#### Introduction

As a result of efforts to overcome difficulties in conceptual understanding, and the fact that it is the basis for teaching advanced analysis topics in the curriculum, the concept of infinity has been a major focus for centuries and has attracted the attention of mathematics educators (Akbulut and Akgün, 2005; Narlı and Narlı, 2012). Although it is mostly employed in undergraduate mathematics, it is intuitively included in the secondary-school curriculum and implicitly found in the high-school curriculum at the basic level. The concept of infinity is also needed in teaching primary-school curricula concepts such as line, plane, repeating decimals containing infinitely many digits, pi, and irrational numbers (Özmantar, 2008). Given that it is considered as a basic concept in terms of mathematics education (Kim, Sfard and Ferrini-Mundy, 2005), and considering that students' understanding of this concept may affect their learning about other mathematical topics and concepts such as limits and repeating decimal expansion the importance of studies on the understanding of this concept is clear (Çelik and Akşan, 2013),.

Although its importance in mathematics education is known, the difficulty in understanding the concept epistemologically, and the fact that the concept is not handled under a specific topic heading in the middle and high school curriculum, are among the obstacles to understanding infinity. The abstract nature of the concept plays an important role in the formation of these barriers (Falk, Gassner, Ben-Zoor, and Ben-Simon, 1986; Kolar and Cadez, 2012). Since our mental schemas are only compatible with finite realities, the concept of infinity contradicts our intuition (Fischbein, Tirosh, and Hess, 1979). Therefore, students have seen the concept of infinity as a difficult and time-consuming concept to learn (Bozkuş, Uçar, and Çetin, 2015). It is known that, particularly before high-school education, getting students to perceive infinity using intuitive or random learning poses a problem in learning the concept of infinity (Fischbein, 2001; Jirotkova and Littler, 2004). In other words, the inability to give clear answers about how meaningful and correct the perceptions developed by students regarding the concept of infinity are suggests that these intuitions and learnings may lead to misinterpretations and conceptual contradictions regarding the concept of infinity.

Knowing how accurate perceptions of the concept of infinity are and what other ideas these perceptions rely on is essential in terms of advanced mathematics teaching. Infinity is a concept that is frequently used in secondary- and undergraduate-level mathematics and forms the basis of important mathematics topics, such as sequences, series, limit, continuity, derivatives, and integrals. However, it was determined that the perceptions of the students regarding the concept of infinity were more related to examples from everyday life rather than referring to mathematical infinity, and that they defined infinity in more physical ways (Çelik and Akşan, 2013; Maria, Thanasia, Katerina, Constantinos, and George, 2009; Singer and Voica, 2008). It is also known that students' intuitions about infinity are not age-dependent (Singer and Voica, 2003) and that there are similar understandings of infinity among primary school students and doctoral students (Aztekin, 2008). For the reasons stated, knowing how this concept, which is the basis for the teaching of topics such as limits, sequences, and series in high school education, is perceived by high-school students will facilitate its teaching. In addition, knowing the perceptions of high school students regarding the concept of infinity may provide clues about what kind of activities and examples teachers should use while teaching infinity. There are studies on perceptions of infinity among secondary-school students (Bozkuş et. al., 2015; Yıldırım and Keşan; 2017) and, in particular, among teacher candidates (Aztekin, 2008; Çelik and Akşan, 2013; Pala and Narlı, 2018). This study aimed to determine how high-school students perceived the concept of infinity, which is an abstract concept, through the metaphors they used, how the metaphors produced varied according to gender, and to reveal the types of metaphors employed.

### **Actual and Potential Infinity as Types of Infinity**

While two types of infinity, actual and potential infinity, are mentioned in the literature (Fischbein et. al., 1979; Fischbein, 2001) the concept can also be categorized into dynamic and static infinity. According to Fischbein, potential infinity refers to infinite processes and infinite sets. That is, potential infinity is always an ongoing process (Dubinsky, Weller, McDonald, and Brown 2005), and in Aristotle's words, it refers to a finite value at any moment in the process (as cited in Dubinsky et. al., 2005). In this sense, potential infinity can be mentioned when discussing the establishment of natural numbers. This is because when a new number is added to a natural number, a different number is attained from the previous natural number, and the process of adding continues (Dubinsky et. al., 2005). Fischbein stated that we cannot grasp all the natural numbers, but that a natural number comes after every natural number, and therefore we can intuitively understand potential infinity. However, this situation cannot be said to be valid for actual infinity. According to Fischbein (2001), since we are constantly preoccupied with things that are finite and focus on finite facts, actual infinity remains outside our logic, and we cannot completely grasp it. An infinite point on a line segment and the infinity of the real numbers can be given as examples to make sense of the actual infinity, because the line segment is a whole and contains infinite points on it. However, the existence of the same

number of points online segments of different lengths, or the fact that one-to-one matching can be made between infinite even natural numbers and natural numbers, even if the number of elements of these two sets cannot be counted, makes it difficult for the human mind to understand this situation. Aristotle claimed that the human mind cannot perceive the infinite part in a whole and is not capable of thinking about the infinite process in the whole (Dubinsky et. al., 2005). The conclusion to be drawn from this is that while the idea of potential infinity does not contradict intuitions and is easy to understand, situations and examples that contain the idea of actual infinity cannot be explained directly by intuition.

In the literature, potential infinity is more often equated with dynamic infinity. In other words, the continuous and unending process of potential infinity means that infinity is a dynamic process (Kolar and Cadez, 2012). Number sequences leading to infinity can be given, e.g. 1, 2, 3, 4, ...; that is, the absence of end of numbers can be given as an example of dynamic infinity. Static infinity, on the other hand, is more identified with actual infinity, and infinity is considered as a whole. For example, the idea that "all numbers are infinite" shows that the student can think of infinity as a whole, that is, express it as static infinity. For better understanding, if the concepts of dynamic and static infinity are compared, students focus on the steps of an endless process in dynamic infinity, while they focus on the whole process in static infinity. For example, a student's use of the expression "infinity is something that has no end" indicates dynamic infinity, while the expression "infinity consists of an infinite number" indicates infinity as a whole, that is, as static infinity.

Along with the difficulties in understanding its different types, the concept of infinity is known to play a role in the emergence of some paradoxes. Some of these are Galileo's Paradox, Bolzano's and Dedekind's Definitions, Cantor's Theorem, Hilbert's Infinite Hotel (Akbulut and Akgün, 2005), and Zeno's Arrow, and Achilles and the Tortoise Paradoxes (Pala and Narlı, 2018). Although the understanding of infinity underlying these paradoxes has been thought about for years, the meaning of infinity in mathematics began to be examined with George Cantor's concept of the "infinite set". Cantor stated that many factors are put into play in the interpretation of the concept of infinity (Pala ve Narlı, 2018). Mathematical researchers have also studied these factors in the understanding of infinity. There are studies on learning infinity (Singer and Voica, 2008), the perception of infinity and its relationship with problem-solving (Singer and Voica, 2003), and the perceptions of teacher candidates (Çelik and Akşan, 2013), primary-school students (Narlı and Narlı, 2012), and secondary-school students (Bozkuş et. al., 2015; Yıldırım and Keşan, 2017) about the concept of infinity. Numerous studies (Akbulut and Akgün, 2005; Dubinsky et. al., 2005; Jiretkova and Littler, 2004; Monaghan, 1986, 2001; Pala and Narlı, 2018; Yıldırım and Keşan, 2017) have been carried out on the historical development of the concept of infinity. When the studies are reviewed, the common results are that students perceive infinity intuitively, that their life experiences have an effect

on how they perceive infinity (İşleyen, 2013), and they perceive it as a never-ending, continuous process (Monaghan, 2001).

### **Challenges in Teaching Infinity**

Aristotle stated that the human brain was not be sufficient to understand and perceive actual infinity, and that therefore potentially infinity was more perceptible and meaningful (Dubinsky et al., 2005; Özmantar, 2010). Therefore, while students do not have difficulty understanding potential infinity, they have difficulty in understanding actual infinity (MEB, 2018). For example, while the fact that the natural numbers continue to increase one by one and have no end is compatible with students' idea of infinity, the infinite fraction in the range of  $[0,1]$ , whose boundaries are certain, is incompatible with this. In addition, students have specific ideas about the concepts of finite and infinite, i.e. that "finite, has certain limits", while "infinity has no limit" (Singer and Voica, 2003). Therefore, it can be stated that students have difficulty making sense of the limitation of infinity to certain points (Bozkuş et. al., 2015). Similarly, the fact that students think that everything has an end and that they have no daily experience of infinity (İşleyen, 2013) as well as the inability to visualize or model the concept of infinity (Bozkuş, 2014), are other reasons for the difficulties that students experience regarding infinity.

Students' perception that infinity is an object or a number, or teaching based on this logic, is another obstacle to learning this concept. Infinity is taught to many students as being the largest number possible, so students continue this learning, and this may lead to misconceptions and difficulties in learning the concept in the future (Sierpinska, 1987).

### **The Concept of Infinity in the Curriculum**

Infinity is a concept encountered in the mathematics curriculum at every grade of secondary education. The concept of infinity is included in concepts such as finite and infinite sets, finding the solution set of inequalities with real numbers, infinite geometric sequences, and the limit of uncertainty (Özmantar, 2008). Expressions related to the concept of infinity are used twice with the expression "infinite set" in the unit of sets, and with the expression "operations with nested roots going to infinity are not included in rooted expressions" in the unit of square roots in the secondary education mathematics curriculum. As can be seen, although the concept of infinity is included at every grade, it is not discussed under a separate heading in the curriculum. As a result, students are taught with the assumption that they know about concept of infinity. In addition, the concept of infinity is transmitted in an intuitive way in the lessons. For example, figures such as  $\infty-\infty$ ,  $\infty/\infty$  cause students to perceive infinity as an operable number (Kabael, Barak. And Özdaş, 2015). In addition, the use of an expression such as "n goes to infinity" is an important factor in students' perception of infinity as a destination or a very large number (Nesin, 2002). There are also problems in associating the concept of infinity with daily life in classroom teaching. Especially in problems to be solved with

the help of geometric series, finding the formula with a sum that goes to infinity gives rise to contradictions such as the perception of infinity as a number or the impossibility of performing that action infinitely (Özmantar, 2008). The concept of infinity, which even mathematicians avoid studying, is not a concept that students can learn on their own and through intuition. Therefore, in teaching this concept, a conceptual understanding should be preferred rather than an intuitive understanding. In other words, the concept of infinity should be addressed in an adequate manner, and as much as is necessary, during lessons.

### **Using Metaphors to Understand Infinity**

The word "metaphor", which is emphasized in numerous studies, derives from the Greek word "metapherein". "Meta" means "change" and "pherein" means "reliance" (Levine, 2005). Metaphors are defined as the conceptual relations that enable individuals to better define their perceptions and attitudes about any concrete or abstract phenomenon, situation or process. If our conceptual system is mostly metaphorical, then we can explain our way of thinking, every phenomenon we experience, and everything we do daily by using metaphors (Lakoff and Johnson, 2005). Accordingly, metaphors establish a relationship between two dissimilar phenomena and allowing one specific mental schema to be projected onto another mental schema. The present study was needed because examining an abstract concept such as infinity using metaphors will facilitate the emergence and concretization of images and perceptions of the concept of infinity in the subconscious of the students.

How do people who have nothing to do with anything regarding infinity perceive infinity in their daily lives? Since no one has a direct experience with actual infinity, we need to use metaphors to understand and think about infinity (Stewart, 2003; Ananthaswamy, 2003). However, according to Lakoff and Núñez (2000), the idea of infinity is something within our control, and we invented it to understand some of the attributes of what we see and experience in the physical world. Lakoff and Nunez (2000) put forward the role of metaphors as "the basic tools by which abstract thinking is made possible" and stated that the most basic way to understand and conceptualize the concept of infinity is to understand it through metaphors, which they call "the basic metaphor of infinity (BMI)". Lakoff and Nunez (2000) argues that we conceptualize numbers through metaphor, which we perceive as points on a line (as cited in Stewart, 2003; Ananthaswamy, 2003).

There are many studies of metaphors related to mathematics education. There are studies of pre-service teachers' metaphors about the different roles of the mathematics teacher (Fleener, Pourdavood and Fry 1995), the mathematics metaphors of pre-service mathematics teachers (Güler, Akgün, Öçal, and Doruk, 2012), pre-service teachers' perceptions about mathematics, mathematics lessons, and mathematics topics (Şahin, 2013), pre-service teachers' mathematics metaphors (Güner, 2013), perceptions of mathematics department students about proof (Aktaş C. and Aktaş Y, 2013),

metaphors about pre-service teachers' attitudes towards mathematics (Brady and Winn, 2014), metaphors of pre-service mathematics teachers regarding the concept of mathematics (Erdoğan et al., 2014), metaphors of secondary school students about mathematical problems and the variety of metaphors according to their grade (Sezgin-Memnun, 2014), mathematical metaphors of gifted students (Arıkan and Ünal, 2015), university students' perceptions of mathematics problems (Uygun et al., 2016), pre-service teachers' mathematics examples (Sağlam Kaya, 2017), primary-school teacher candidates' perceptions of the concept of mathematical literacy, metaphorical perceptions of pre-service mathematics teachers on mathematics and mathematics teaching (Demirkol and Ergin, 2017), students' perceptions of mathematics lessons and mathematics teachers (Yetim Karaca and Ada, 2018), metaphorical perceptions of secondary school students towards mathematics (Çetinkaya, Özgören, Orakci, and Özdemir 2018), and Turkish-Italian students' metaphors about the concept of the mathematics teacher (Peker, 2018). However, no study of metaphors specifically related to infinity has been found. It is thus considered that the study will make a significant contribution to the literature.

### **Purpose of the Study**

This study aimed to reveal the perceptions of high-school students about the concept of infinity through the metaphors they used. It was thought that examining an abstract concept such as infinity with the help of metaphors would reveal the students' subconscious perceptions of the concept of infinity and the concretization of these perceptions. For this purpose, answers were sought to the following sub-problems:

1. What metaphors are developed by high-school students regarding the concept of infinity?
2. What is the distribution of the metaphors produced by high-school students according to gender?
3. What is the distribution of the metaphors produced by high-school students in terms of potential and actual infinity?

### **Method**

This study used phenomenology, one of the qualitative research techniques. Phenomenology is a pattern used to investigate phenomena that we encounter in daily life, that we are aware of but do not understand in detail and deeply (Yıldırım and Şimşek, 2018). The study aimed to examine high school students' perceptions of the concept of infinity through the metaphors they used. In recent years, metaphor has been considered a powerful mental tool that an individual can use to understand and explain a highly abstract, complex, or theoretical phenomenon (Yob, 2003). Metaphors are mental tools that guide and shape our thoughts about the formation and functioning of processes, events, and phenomena and help make sense of them. This study aimed to reveal in detail the perceptions of high-school students about the concept of infinity and the meanings they attributed to the concept.

## **Participants**

A total of 76 high school students, 46 females (60.5%) and 30 males (39.5%) studying in a province in Central Anatolia in the 2018-2019 academic year participated in the study. The participants were determined by the criterion sampling method. In criterion sampling, situations that meet specific criteria are determined (Baltacı, 2018). The criterion within the scope of this study was that the students were 12th-grade students. The reason for this criterion was that the students would have encountered infinity in topics such as limit, derivative, and sequence, and would have knowledge about mathematical infinity. The study was started with a total of 111 students, 64 females (57.66%) and 47 males (42.34%), but after the classification of the metaphors, 36 metaphors were found to have made a wrong connection between the topics, and the sources of these were excluded.

## **Data Collection**

In accordance with ethical rules, the voluntary participation and informed consent of each student were the basis of the study. Before the study, the students were briefly informed about the study, voluntary participation consent forms were distributed to the students, and it was stated that participation in the study was voluntary. Then, the students who agreed to participate in the study were given blank sheets on which the sentence, "Infinity is like..., because..." was written, in order to reveal their metaphors regarding the concept of infinity. Students were asked to complete this sentence in their own words and were given 10 minutes to do this. In line with the research problems, the students were also asked to indicate their gender on the form.

## **Data Analysis**

To analyze the metaphors developed by the participants, the content analysis method, which is one of the qualitative data analysis methods, was used. The main purpose of content analysis is to reveal facts hidden in the data. The data were analyzed, and categories were produced according to the data obtained. Then, the data were encoded into categories (Yıldırım and Şimşek, 2018). In the content analysis process, MAXQDA qualitative data analysis software was used in coding the data, identifying the themes, organizing the themes, and defining and interpreting the findings. The data obtained from the documents were computerized and transferred to the MAXQDA software. Figure 1 shows the process of data analysis.



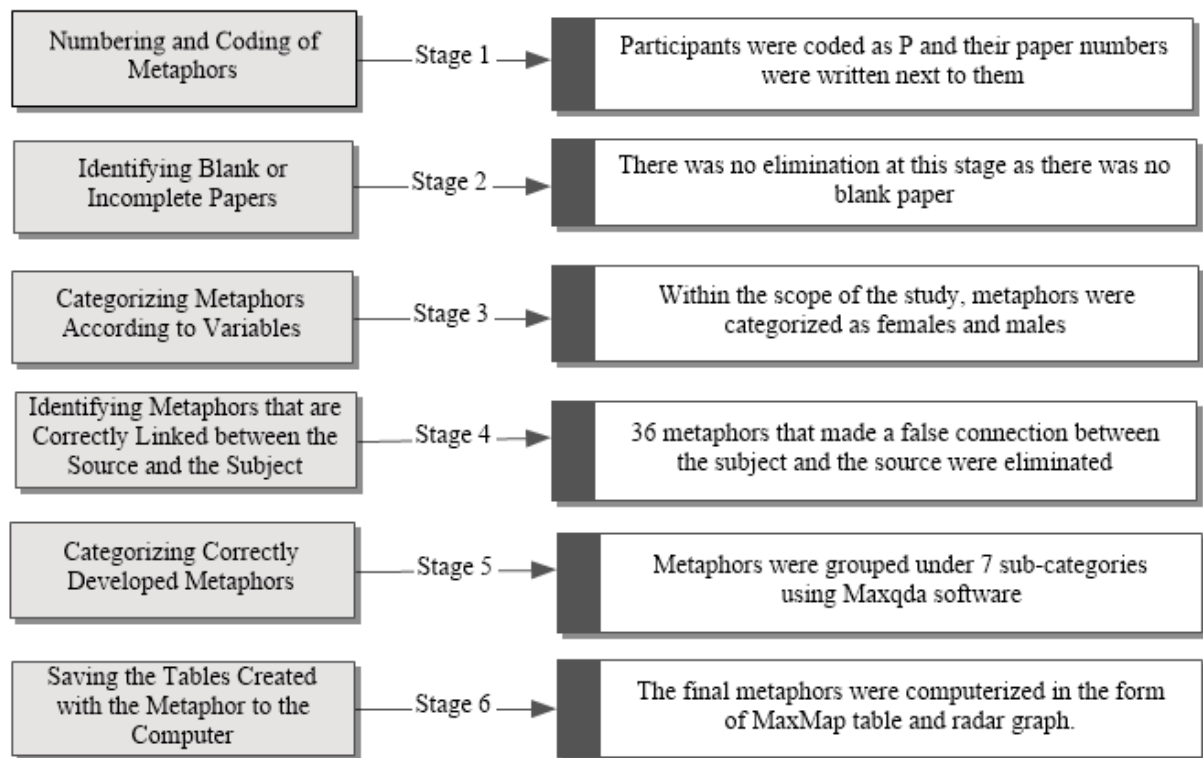


Figure 1: Process of data analysis.

Stage 1: The papers on which the metaphors are written were numbered. Participants were coded as P, and their paper numbers were written next to them. For example, “P5” indicates the 5th student.

Stage 2: The metaphors were read one-by-one. Since there were no blank papers, no data was eliminated at this stage.

Stage 3: The metaphors were listed by gender.

Stage 4: The metaphors listed were re-read. Forceville (2002) stated that for something to be a metaphor, it must have a source and a subject and that the property of the source that is attributed to the subject must be found. Considering this criterion, the metaphors were defined as either true or false. 34 metaphors with incorrect relationships between the subject and the source were eliminated.

For example, one student (P58) wrote the figure “0/0” as a “metaphor” and wrote that the reason for that was that “We study a lot of math, I can't think of anything else.” Since a correct connection between the metaphor and its cause could not be established, that is, a correct relationship could not be found between the source to the subject, this metaphor was eliminated. Another student (P10) said, “Infinity is like endless wandering because when you first start you are afraid, then over time you get used to it and start learning.” Since the relationship between the source and the subject could not be established correctly, this metaphor was eliminated.

Stage 5: Categories were produced in accordance with the correctly developed metaphors and the metaphors were coded according to the categories. The potential or actual infinity categories of the metaphors were also created at this stage.

Stage 6: The distribution of metaphors according to gender and potential-actual infinity category, the number of metaphors and the total number of metaphors, and the categorization of metaphors were tabulated and visualized using MAXQDA-MaxMaps software. Thick and thin lines in the visuals indicate frequency frequency.

The categories in previous studies on this subject were also taken into consideration while reaching the categories in the research. For example, metaphors such as "Infinity is like the soul, ...", "Infinity is like the afterlife, ...", "Infinity is like nothingness, ..." were categorized as metaphysical concepts. Similarly, other metaphors were placed in the categories created within the scope of the research. For example, codes such as "road" and "numbers" were first categorized under the category of "elements used in life", but then the "road" code was categorized under the category of "nature and environment" and the "numbers" code was categorized under the category of "lesson" in order to be more general.

When making the distinction between potential and actual infinity, metaphors of infinity as a process that always continues were coded as potential infinity, while metaphors that indicate infinity within a whole or a range were coded as actual infinity. For example, as in the metaphors "Infinity is like love, and love is eternal because if we love someone, even if we lose them, our love never ends and we always continue to love" and "Infinity is like a road because you never know where and when it will end.", it was determined that the elements with which metaphorical bonds were established had a continuous, always ongoing process and these metaphors were evaluated as potential infinity.

### **Validity and Reliability**

In the data collection phase, the voluntary participation of the students was ensured. The metaphors were listed by code, category, and gender to ensure validity. How the seven categories were produced during the data analysis process was clearly stated, and quotes from the students were included. Each of the 75 metaphors obtained in the study was included in the Findings section.

To ensure reliability, expert opinion was sought to confirm whether the metaphors given under the seven categories found in the study represented the category in question. For this purpose, they were examined by an expert who was a faculty member in mathematics education, and a second expert opinion was also obtained. A third expert, who had studied metaphors, was consulted in categories where consensus could not be reached. Within the scope of the study, the faculty member was given a list of 75 sample metaphors arranged in alphabetical order and a list containing the names of the seven categories. Using both of these lists, the expert was asked to match the sample metaphors in the first list with the seven categories in the second list without excluding any metaphor. Then, the

codes related to the categories and metaphors obtained by the researcher and the pairings made by the expert were compared. Similarly, the first researcher categorized the category of "living things" as "the effect of which lasts" and the second researcher stated that it should be coded as "living". After the third expert's opinion and the consensus reached, it was agreed that the name of this category should be "living things". After the third expert's opinion and the consensus reached, it was agreed that the name of this category should be "constantly felt". As a result of this comparison, the numbers of agreements and disagreements between the researcher and the expert was determined and the reliability of the study was calculated using the formula of Miles and Huberman (1994: 64) (Reliability = consensus/consensus + disagreement). The expert whose opinion was sought within the scope of the reliability study associated four metaphors (family (three) and mother (one)) with a different category from the categories produced by the researcher. There was also a disagreement on a category name. In qualitative studies, the percentage of compliance should be 90% and above to achieve the desired level of reliability. In the reliability study conducted specifically for this research,  $Reliability = \frac{70}{70+5} = 0.93$ , in other words, a consensus (reliability) of 93% was achieved.

### **Ethical Issues**

The Scientific Research and Publication Ethics Directive". No actions specified under the second part of the directive, "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics" were carried out.

**Ethics committee approval information:** Name of the committee that made the ethical evaluation: Necmettin Erbakan University

Date of ethical evaluation decision: 18 December 2020.

Ethical evaluation document number: 162

### **Findings**

This section presents all the metaphors related to the concept of infinity and the categories produced for the metaphors in order according to the research problems. The distribution of the metaphors produced for the concept of infinity according to gender and infinity type is then included. The frequency values obtained are presented with tables, graphs and visuals produced with the help of the data analysis software used.

#### **Findings regarding the Distribution of Metaphors Developed by High School Students**

All metaphors and codes produced are included regarding the first research question of the study, "What metaphors are developed by high-school students regarding the concept of infinity?" All the metaphors developed by the high-school students regarding the concept of infinity and their frequencies are presented in Table 1.

Table 1. Valid metaphors developed by students about the concept of infinity

Name of the Metaphor	Frequency (f)			Percentage (%)	Name of the Metaphor	Frequency (f)			Percentage (%)
	Female	Male	Total			Female	Male	Total	
Love	4	2	6	8.00%	Heart and Emotions	1	0	1	1.33%
Life	5	0	5	6.67%	Nothingness	1	0	1	1.33%
Death	2	3	5	6.67%	Listen to music	0	1	1	1.33%
Time	1	4	5	6.67%	Mankind	0	1	1	1.33%
Dreaming	4	1	5	6.67%	Mother	0	1	1	1.33%
Space	3	1	4	5.33%	Making wishes	0	1	1	1.33%
Sky	2	1	3	4.00%	Numbers	0	1	1	1.33%
Romance	1	2	3	4.00%	Mathematics	1	0	1	1.33%
Family	2	1	3	4.00%	Mathematics Lesson duration	0	1	1	1.33%
Happiness	3	0	3	4.00%	Soul	1	0	1	1.33%
Immortality	1	2	3	4.00%	Unattainable peak	1	0	1	1.33%
Freedom	1	1	2	2.67%	Sea	1	0	1	1.33%
Afterlife	0	2	2	2.67%	Black hole	1	0	1	1.33%
Bottomless well	1	1	2	2.67%	Unhappiness	1	0	1	1.33%
Road	1	1	2	2.67%	Ocean	1	0	1	1.33%
Longing	2	0	2	2.67%	To know the universe	1	0	1	1.33%
Atatürk	1	1	2	2.67%	<b>Toplam</b>	<b>44</b>	<b>31</b>	<b>75</b>	<b>100%</b>
Never-ending events	0	2	2	2.67%					

In Table 1, the students developed a total of 75 valid metaphors for the concept of infinity. When the metaphors were ranked according to their frequency, the students expressed the concept of infinity most through "love" (n=6, 8%), followed by "life", "death", "time", "dreaming" (n=5, 6.67%). In third place, the students expressed infinity with "space" (n=4, 5.33%). The fourth most frequent concepts that students likened to infinity were "love", "sky", "family", "happiness" and "immortality" (n=3, 4%). In fifth place, the students expressed infinity with "freedom", "bottomless well", "memory", "road", "Atatürk", "afterlife", "never-ending events" (n=2, 2.67%). The metaphors that ranked sixth and were each stated once in total were "money", "heart", "emotions", "thinking deeply", "nothingness", "listening to music", "humanity", "mother", "making wishes", "numbers", "duration of mathematics lessons", "mathematics", "soul", "unattainable peak", "sea", "black hole", "unhappiness", "ocean", "knowing every area of the universe" (n=1, 1.33%).

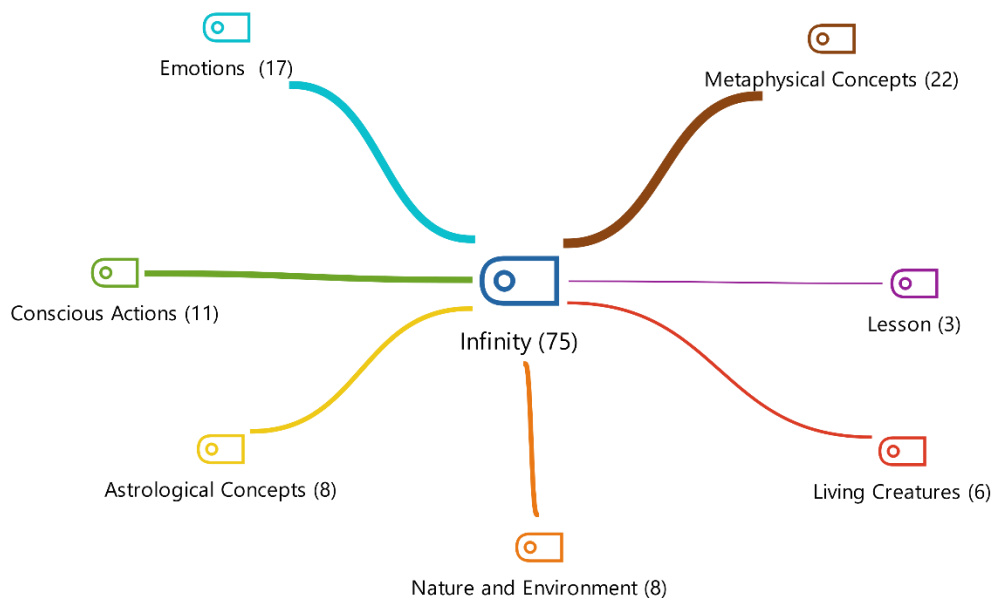


Figure 2. Categories related to the metaphors for infinity.

Figures for the categories produced for the concept of infinity are presented below. In Figure 2, the relationship between the codes and subcategories produced within the scope of the study is visualized. The line thicknesses represent the frequency density of the code it belongs to, while the numbers next to the codes represent the frequency of the codes.

Table 2 shows the categories of valid metaphors developed by the students, the total number of metaphors in the categories, the codes in the relevant category and their frequencies and percentages.

Table 2. Categories of the metaphors regarding concept of infinity

Categories	Metaphors	Total Number of Metaphors	Percentage (%)
Metaphysical Concepts	Soul (1), death (5), immortality (3), afterlife (2), time (5), life (5), nothingness (1)	22	29,33%
Emotions	Love (6), happiness (3), romance (3), unhappiness (1), freedom (2), longing (2)	17	22,67%
Conscious Actions	Unattainable peak (1), listening to music (1), knowing every area of the universe (1), thinking deeply (1), keeping alive in the heart and emotions (1), dreaming (5), making wishes (1)	11	14,67%
Astrological Concepts	Space (4), sky (3), black hole (1)	8	10,67%
Nature and the Environment	Ocean (1), bottomless well (2), road (2), sea (1), never-ending events (2)	8	10,67%
Living Creatures	Family (3), mother (1), Atatürk (2)	6	8,00%
Lessons	Mathematics (1), duration of mathematics lessons (1), numbers (1)	3	4,00%
	Total	75	100%

As can be seen in Table 2, valid metaphors developed by the students regarding the concept of infinity were grouped under seven categories: "metaphysical concepts", "emotions", "conscious actions", "astrological concepts", "nature and environment", "living creatures", and "lessons". The concept of infinity was mostly explained with metaphysical concepts such as "life", "death" and "immortality", followed by the categories of emotions and conscious actions, respectively. The fewest metaphors used for the concept of infinity related to mathematics lessons. The metaphors related to these categories are explained in detail below.

**Infinity expressed by 'Metaphysical Concepts':** Twenty-two (29.33%) of the metaphors produced by the students associated infinity with metaphysical concepts. Figure 3 shows the metaphors produced under this category.

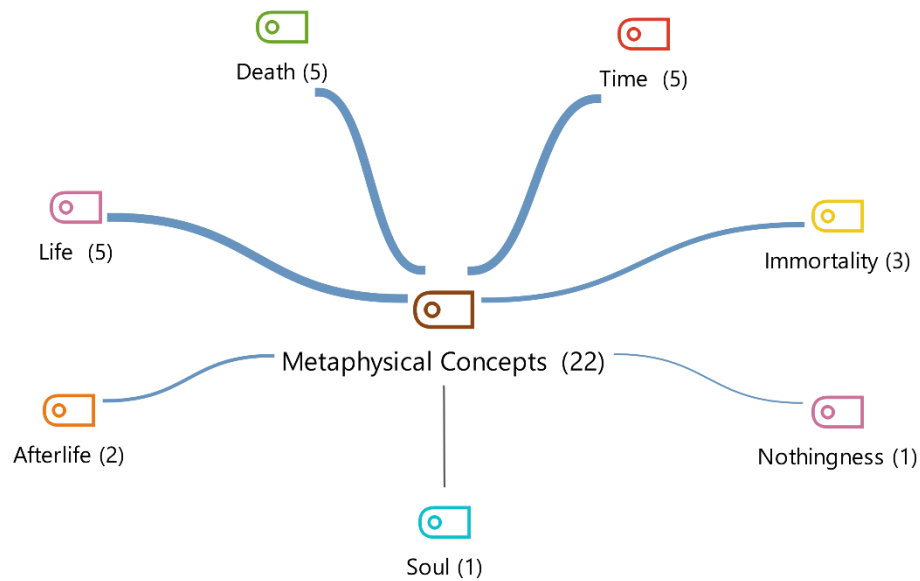


Figure 3. Codes related to the metaphysical concepts category.

As can be seen in Figure 3, the most frequently repeated codes in the category of metaphysical concepts were "time", "death" and "life". These were followed by the codes "immortality", "afterlife", "soul" and "nothingness", respectively. Considering the metaphors that made up the category of metaphysical concepts in general, it can be stated that students associated the concept of infinity with spiritual ideas. The students' statements in this category are presented below.

"Infinity is like the soul because it will always exist even if we die." (P42)

"Infinity is like immortality because you never die, so you don't disappear, you always exist." (P38)

"Infinity is like the afterlife because there will be no end to the afterlife, and it will always continue." (P104)

"Infinity is like time because it will always continue, whether we exist or not." (P2)

"Infinity is like life because the end of life is not certain." (P76)

"Infinity is like nothingness because, like infinity, we do not know about nothingness, and we cannot be sure that we will know." (P71)

**Infinity expressed by 'Emotions':** Of the metaphors produced by the students, 17 (22.67%) associated the concept of infinity with emotions. The metaphors produced under this category are presented in Figure 4, taking into account the frequency values.

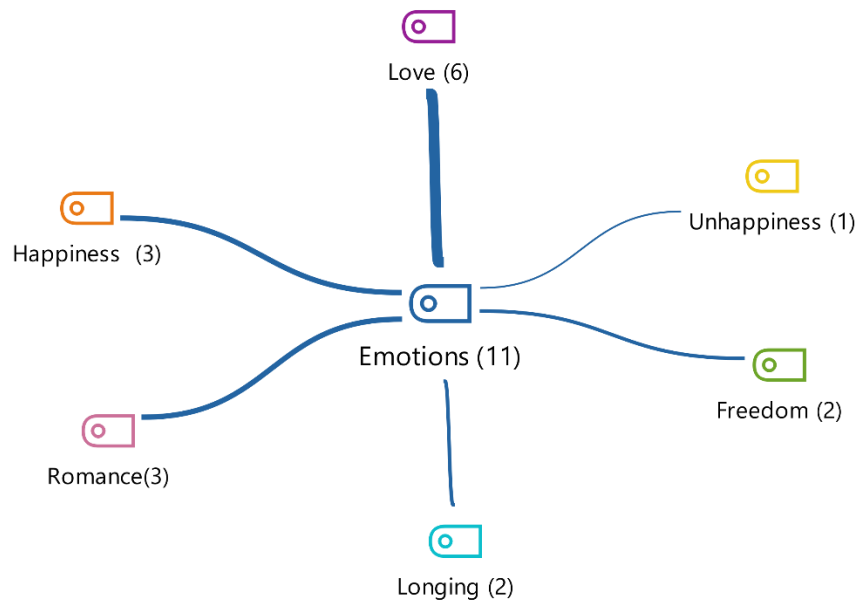


Figure 4. Codes related to the emotions category.

As can be seen in Figure 4, the most repeated metaphor under this category was "love", followed by "happiness", "romance", "longing", "freedom" and "unhappiness", respectively. Examining the category of emotions, we can state that students related the concept of infinity to the emotions they feel in daily life. The statements produced by the students in this category were as follows:

"Infinity is like love, and love is eternal because if we love someone, even if we lose them, our love never ends, and we will always continue to love." (P6)

"Infinity is like romance because deep down it always lives, no matter how much we think that it is finished." (P63)

"Infinity is like unhappiness because once unhappiness begins, it seems like it will never end." (P95)

**Infinity expressed by 'Conscious Actions':** Of the metaphors produced by the participants, 11 (14.67%) associated the concept of infinity with conscious actions they performed. The metaphors produced under this category are presented in Figure 5, taking into account the frequency values.

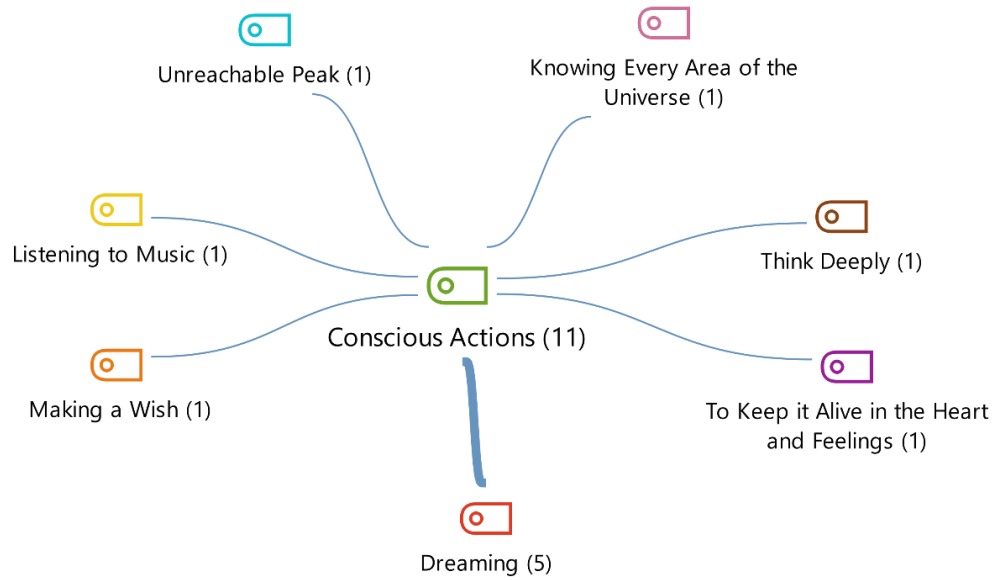


Figure 5. Codes related to the conscious actions category.

As can be seen in Figure 5, the metaphors in the Conscious Actions category were used equally frequently and included “knowing every area of the universe”, “the unattainable peak”, “making wishes”, “dreaming”, “keeping [someone/thing] alive in the heart and emotions”, and “thinking deeply”. Examining the metaphors that make up the category of conscious actions in general, we can state that they consisted of actions that people do consciously and willingly such as dreaming, deep thinking, and making wishes. The statements produced by the participants in this category were as follows:

"Infinity is like the unattainable peak because it is never known, it is never seen, it goes as it goes, it does not end, and it is not reached." (P49)

"Infinity is like thinking deeply because when a person begins to think deeply, he cannot get out of those thoughts and finds himself having endless and unlimited thoughts." (P86)

"Infinity is like keeping [someone/thing] alive in the heart and emotions, because it is the traces they leave that make live infinite. We can experience these traces in our heart and with our emotions in an unlimited way." (P84)

**Infinity expressed by 'Astrological Concepts':** Eight (10.67%) of the metaphors produced by the students related the concept of infinity to astrological concepts. The frequency values of the metaphors produced under the category of astrological concepts are presented in Figure 6.



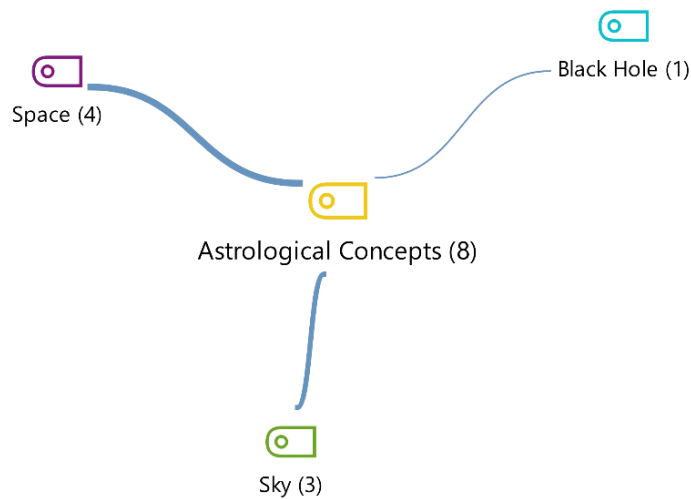


Figure 6. Codes related to the astrological concepts category.

As can be seen in Figure 6, the most repeated astrological concepts were "space", "sky" and "black hole", respectively. When the metaphors that make up the category of astrological concepts were examined, it was determined that the students associated the concept of infinity with space and concepts related to space. The statements produced by the students in this category were as follows:

"Infinity is like the vacuum of space because the vacuum of space is vast." (P53)

"Infinity is like a black hole because a black hole is what attracts everything and leads you to an unknown. That is the case in infinity, a journey into the unknown, just like a black hole." (P57)

"Infinity is like the sky because its end is not reached, it encompasses everything in it." (P65)

**Infinity expressed by 'Nature and the Environment':** Eight (10.67%) of the metaphors produced by the participants related the concept of infinity to the events encountered in nature and the environment. The metaphors produced under this category are presented in Figure 7 taking into account the frequency values.

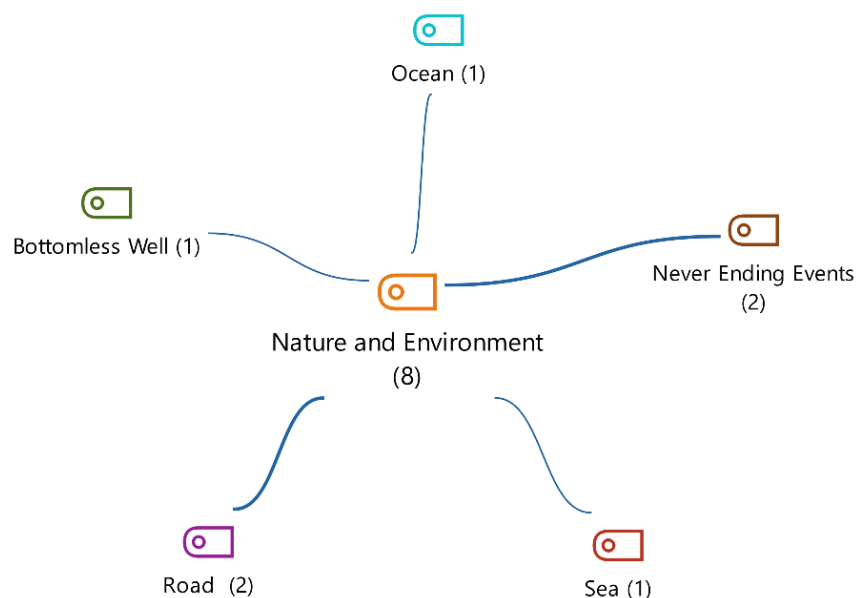


Figure 7. Codes related to the nature and environment category.

As can be seen in Figure 7, the most repeated codes in the environment category are "never-ending events", "road", "bottomless well", "ocean", and "sea", respectively. The statements produced by the students in this category were as follows:

"Infinity is like an ocean because those resources never run out." (P27)

"Infinity is like a road because you never know where or when it will end." (P23)

"Infinity is like a bottomless well because even if it has an end, we don't know when we'll reach its end." (P51)

"Infinity is like never-ending events because it goes on and on and has no end." (P96)

**Infinity Expressed by 'Living Creatures':** Six (8%) of the metaphors produced by the students were associated with the category of living creatures. The metaphors produced under this category are presented in Figure 8, taking into account the frequency values.

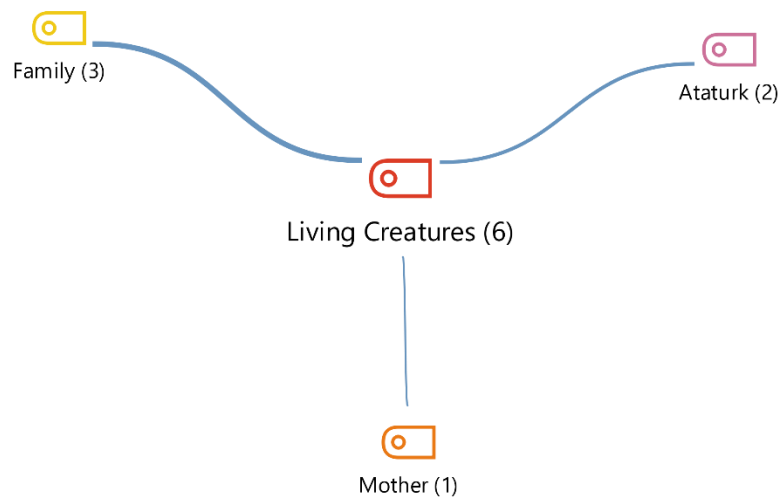


Figure 8. Codes related to the living creatures category.

As can be seen in Figure 8, the most repeated codes under the category of living creatures were "family", "Atatürk" and "mother", respectively. Examining the metaphors that made up the category of living creatures, it was determined that the students associated the concept of infinity with beings whose influence is constantly felt, such as Atatürk, the family, one's mother. Some of the statements produced by the students in this category were as follows:

"Infinity is like a family because a family is always a family. Even if we lose our family, they will never disappear and will always be our family." (P3)

"Infinity is like Atatürk because what he did for us will never be forgotten and he will always live with us." (P48)

**Infinity expressed by 'Lessons':** Three (4%) of the metaphors produced by the students were associated with the mathematics course and placed into the lessons category. The metaphors produced under this category are presented in Figure 9, taking into account the frequency values.

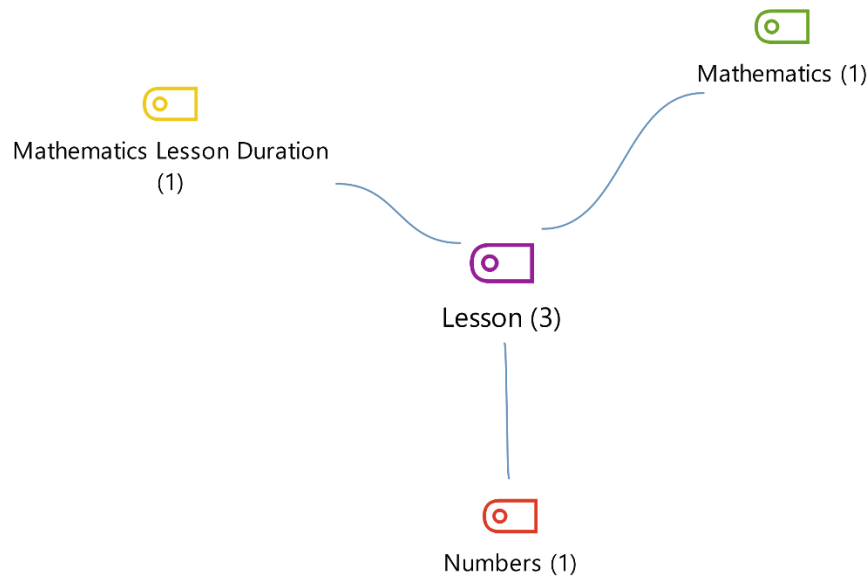


Figure 3. Codes related to the lessons category.

As can be seen in Figure 9, the metaphors under the course category were used equally frequently and were coded as "duration of the mathematics lesson", "mathematics", and "numbers". Examining the metaphors that made up the category of lessons, it was determined that the students associated the concept of infinity with the slow passage of time in the mathematics course, the infinity of mathematics, and numbers, which are an essential element of this course. Some of the statements regarding produced by the students in this category were as follows:

"Infinity is like numbers because numbers keep going on and don't end." (P68)

"Infinity is like math class time because time never passes in class." (P36)

"Infinity is like math because it never ends, there's been math since I started school, and it's always going to be in people's lives, it's never going to end." (P41)

#### **Findings Regarding the Distribution of Metaphors Developed by High School Students by Gender**

To answer the second research question, the distribution of metaphors produced by high school students was examined by gender. Figure 9 shows the distribution of the metaphors produced by the students by gender.

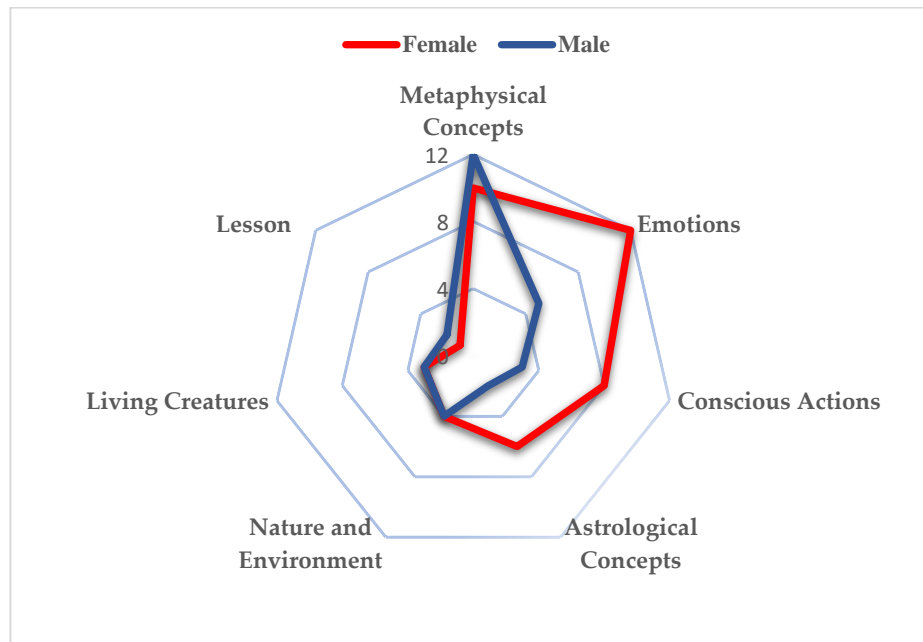


Figure 10. Radar chart of categories produced by male and female students for the metaphor of infinity.

As can be seen in Figure 9, female students expressed infinity more through ideas related to emotions, astrological concepts and conscious actions than male students, while male students expressed infinity more with metaphysical concepts and ideas related to nature and the environment than female students. Table 3 shows the frequencies and percentages of the distribution of the metaphors produced by the students by gender.

Table 3. Distribution of categories produced for the concept of infinity by gender.

Categories	Female		Male		Total	
	Frequency	Percentage (%)	Frequency	Percentage (%)	Frequency	Percentage (%)
Metaphysical Concepts	10	13.16%	12	15.79%	22	28.95%
Emotions	13	17.11%	4	5.26%	17	22.37%
Conscious Actions	8	10.53%	3	3.95%	11	14.47%
Astrological Concepts	6	7.89%	2	2.63%	8	10.53%
Nature and the Environment	4	5.26%	4	5.26%	8	10.53%
Living Creatures	4	5.26%	3	3.95%	7	9.21%
Lesson	1	1.32%	2	2.63%	3	3.95%
Total	46	60.53%	30	39.47%	75	100%

### Findings Regarding the Distribution of Metaphors Developed by High-school Students by Type of Infinity

To answer the third research question, the metaphors produced by the high-school students were examined in terms of potential and actual infinity. The findings are shown in Table 4.

Table 4. *Distribution of types of infinity*

Metaphor Type	Frequency	Percentage
Potential Infinity	75	100%
Actual Infinity	0	0%
Total	75	100%

As can be seen in Table 4, all of the metaphors produced by the students were related to potential infinity. In other words, the students represented infinity more as a continuous and endless process. Indeed, when the metaphors produced by the students were examined, it was determined that they expressed infinity with phrases describing potential infinity, such as, "it continues and never ends", "the end is not reached", "it does not end and cannot be reached", "it will always continue", and "there is no end to death". The fact that the students could not produce any metaphor about actual infinity may be because all of the examples given by the students were examples from everyday life.

### Discussion and Conclusion

In this study, high-school students' perceptions of the concept of infinity were examined through metaphors. Within the scope of the study, high-school students produced a total of 75 valid metaphors for the concept of infinity. The metaphors produced were grouped under seven categories: emotions, living creatures, astrological concepts, nature and the environment, metaphysical concepts, lessons, items used in daily life, and conscious actions. Students expressed the concept of infinity mostly using metaphysical concepts. These concepts were followed by emotions, conscious actions, astrological concepts, nature and the environment and living creatures, respectively. It was determined that infinity was associated least with mathematics lessons. It can be stated that the metaphors developed by the students were predominantly related to daily life and related to situations that have no end. Similarly, in previous studies, it has been determined that secondary-school students also associate infinity with concepts such as space, the universe, freedom, love, romance, death, the sky and numbers (Bozkuş et. al., 2015), and that students' perceptions of infinity are significantly affected by daily life (Çelik and Akşan, 2013; Kim et. al., 2005; Maria et al., 2009, Singer and Voica, 2008). In addition, the metaphors found in previous studies are similar to the metaphors obtained in this study. It was found that the concept of mathematical infinity is not fully established in the students and that high-school students' perception of the concept of infinity was equivalent to the perceptions of students at other age and grades. In studies conducted at different grade levels (Bozkuş et. al., 2015; İşleyen, 2013), it was found that students' perceptions of the concept of infinity were directly affected by daily life. In addition, considering that teacher candidates perceive the concept of infinity as an object in the form of a "symbol, a set of infinite elements" (Sırmacı and Özdemir, 2016), it can be concluded that the concept of infinity is not perceived adequately from secondary school to university-level.

Another result obtained in the study was that while the female students mostly produced metaphors with emotions and astrological concepts, the male students mostly produced metaphors with metaphysical concepts. It was observed that the vast majority of students, whether male or female, expressed infinity abstractly and intuitively. The fact that the female students used more emotional codes such as love and romance can be explained by the fact that women are emotional by nature. Similarly, the fact that the female students produced more metaphors about astrological concepts can be explained by the fact that women are more interested in astrology. Within the scope of the study, about 34 metaphors that made a wrong connection between the source and the subject were excluded from the sample. The fact that the majority of excluded metaphors were produced by male students can be interpreted as female students being more successful than male students in creating metaphors for infinity. However, in studies dealing with actual infinity (Pehkonen, Hannula, Maijala, and Soro, 2006), it was found that males gave better answers than females in tasks related to infinity. On this basis, it can be stated that females are more successful in situations related to potential infinity, in that it can be related to daily life, while males are more successful in situations related to actual infinity.

One of the most important findings of the study is that the students hesitated to express infinity mathematically. Only three metaphors were associated with mathematics. It was determined that the metaphors produced by the students about mathematics were related to the slow passage of the mathematics lesson, the sense that mathematics lessons were never-ending, the constant occurrence of mathematics in life, and the endless continuation of numbers; that is, they were not directly related to a conceptual understanding of infinity. The fact that only three metaphors were associated with mathematics lessons may indicate that the students had not been successful in formally learning and making sense of the concept of infinity that they had previously developed intuitively (Fischbein, 2001; Jirotkova and Littler, 2004). The inability to conceptually experience the concept of infinity in daily life (Monaghan, 2001; Tall, 2001) and the inability to model infinity directly (Pala, 2016) may also have been an obstacle to the mathematical expression of the concept of infinity. The fact that students did not use mathematical infinity in the current study, but rather expressed it with examples from daily life, coincides with the conclusion of Pala and Narlı (2012) that students explain infinity with concepts related to the finite environment they live in and that they define infinity using their out-of-school experiences. İşleyen (2013) found that students are far from understanding mathematical infinity. The result of İşleyen's (2013) study is compatible with the results of this study.

Another result obtained within the scope of the study is that all the metaphors produced by the students contain potential infinity. Infinity was perceived as an unending, unlimited, endless, continuous, unreachable, all-encompassing concept in all the metaphors produced by the students. Since the idea of potential infinity does not conflict with intuition, it can be interpreted by individuals,

while situations involving the idea of actual infinity cannot be directly explained by intuition (Fischbein, 2001); this may be the reason why this situation occurred. Our minds, which are constantly busy with finite things and focusing on finite facts, cannot adequately perceive actual infinity because it is outside of our logical schemes (Fischbein, 2001). In addition, in terms of cognitive maturity, students' conceptual structures regarding actual infinity are not formed before the age of 15 (Nunez, 1993). However, in studies conducted with pre-service teachers (Çelik and Akşan, 2013), it has been revealed that the concept of infinity is perceived more as potential infinity. This shows that it is very difficult to understand the actual infinity at later ages. One investigation of infinity as potential infinity (Dubinsky et. al., 2005) is in line with the results of this study. Students' lack of understanding of actual infinity may be due to their failure to view infinity as a mathematical object (Petty, 1996). The students' lack of perception of actual infinity can be seen as a reason for the limited emergence of the mathematical-conceptual aspect of infinity in metaphorical relationships.

The concept of infinity has been directly or indirectly encountered by students since middle school. Students need to understand what infinity means in order to understand some mathematical concepts and to be able to structure topics. The study results reveal that the students discussed infinity intuitively or in relation to life. The fact that one of the students (P58) expressed infinity as "0/0" uncertainty but could not explain a reason proves that mathematical infinity was not perceived. It was found that students could not express mathematical infinity and could not relate infinity to mathematical concepts. The reason for this may be that, as Narlı and Narlı (2012) indicate, mathematics curricula do not include teaching of the concept of infinity. This deficiency will make it difficult to understand and construct concepts such as half-line, line, series, sequences, limit, derivative, and integrals, and will be an obstacle to students' learning. The idea that there can be infinite elements in a finite range, that is, actual infinity, seems more likely to be understood only after the set of rational and real numbers is learned. The most significant obstacles to the understanding of the concept of infinity are that students do not learn enough about the concept of real numbers and their applications by the end of secondary school, the fact that students did not learn enough at school about the idea that there can be an infinite number of points between two points, and that they formed their perceptions of this concept entirely on their experiences in daily life.

### **Suggestions**

According to the results of the study, the students' perceptions of the concept of infinity were mostly affected by daily life. However, the perception of infinity as associated with daily life produces problems in terms of mathematics education, because the meaning of some concepts in mathematics and their meaning in daily life are different from each other. Infinity is one of these concepts. Although students' experiences of the concept of infinity in daily life are important, sometimes this causes students to learn the concept without formal education, using the first idea that emerges as a

result of their personal experiences, or mapping it to a false image of concepts. It was observed within the scope of this study that the perception of infinity arising from daily life experiences did not contribute sufficiently to the understanding of mathematical infinity. Therefore, even if this concept is not addressed as a separate topic in school mathematics, it should be expressed in detail and transmitted to the student in accordance with age and grade level. In particular, this concept should be discussed openly instead of being left to the students' own ideas. Considering that the concept of infinity is the basis of advanced mathematical concepts such as limit, derivative and integral, this concept should not be learned by intuition and random daily life experiences.

The fact that the metaphors the students have produced for the concept of infinity were hardly associated with mathematics showed that the students could not relate to infinity mathematically. In particular, to prevent the concept of infinity from being learned as an abstract concept and to make sense of it, support can be obtained from dynamic mathematics and geometry software such as Geogebra and Desmos. With the dynamic learning environments produced, activities should be included where students can make meaningful inferences that there can be an infinite number of points between two points on the graph or in a sequence of numbers. Discussions should be held on how this software changes in the case of approaching infinity, especially by using slider tools. In particular, the activity of creating an infinite point between two points (by connecting the formation of points to the slider) will embody this situation and will also improve the students' perception of actual infinity.

It was determined that the metaphors used for the concept of infinity changed in the context of gender, albeit at a low level. Considering that students produce metaphors which are close to their interests, and that these may be influenced gender, it is recommended that examples be given in a way that will attract the attention of both genders in associating the concept of infinity with daily life.

The finding of the study that the students defined infinity as an object that is constantly increasing or decreasing suggests that there is an obstacle to expressing infinity as actual infinity. The fact that the students did not produce any metaphor about actual infinity can be interpreted as showing that the students were not able to relate this type of infinity to daily life. For this reason, it is considered that including daily life examples in which actual infinity can be embodied in classroom education will contribute to students' understanding this type of infinity better. Tall (2001) stated that although there are primary intuitions in students that are related to potential infinity, the education received supports the secondary intuitions about actual infinity in the students. Therefore, it is recommended that more weight be given to actual infinity in teaching the concept of infinity, so that the actual infinity can be perceived intuitively by the students and expressed as infinity.

The study was limited to a phenomenological approach in order to determine metaphorical perceptions related to the concept of infinity. Therefore, it is possible to examine these perceptions of



high school students more profoundly through action research and case study, and especially via interviews. In addition, the study was limited to high school students. Thus, it is also possible to conduct a study including preservice classroom, science and maths teachers who receive education in faculties of education. What the students created related to the concept of infinity were categorized in the context of actual and potential infinity. Further studies can examine actual and potential infinity statuses more profoundly in tech-advanced learning environments. The studies can be conducted by designing learning environments where students can make sense of actual infinity.

### Kaynakça

- Akbulut, K., & Akgün, L. (2005). Matematik ve sonsuzluk. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (11), 548-559.
- Aktaş, M. C., & Aktaş, D. Y. (2013). Matematik bölümü öğrencilerinin ispat yapma ile ilgili algılarının metaforlar yoluyla belirlenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3).
- Ananthaswamy, A. (2003). Think big. *New Scientist*, 179(2414), 38-39.
- Arkan, E. E., & Ünal, H. (2015). Investigation of problem-solving and problem-posing abilities of seventh-grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 15(5), 1403-1416. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.5.2678>
- Aztekin, S. (2008). *Farklı yaş gruplarındaki öğrencilerde yapılanmış sonsuzluk kavramlarının araştırılması*. Yayınlanmış Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bölümleri Enstitüsü, Ankara.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(1), 231-274.
- Bozkuş, F. (2014). *Ortaokul öğrencilerinin sonsuzluk kavrayışları*. Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Bozkuş, F., Uçar, Z. T., & Çetin, İ. (2015). Ortaokul öğrencilerinin sonsuzluğu kavrayışları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 6(3), 506-531. <https://doi.org/10.16949/turcomat.53890>
- Brady, K., & Winn, T. (2014). Using metaphors to investigate pre-service primary teachers' attitudes towards mathematics. In *Double Helix: A Journal of Critical Thinking and Writing* 2(1), 1-10. The WAC Clearinghouse. <https://doi.org/10.37514/dbh-j.2014.2.1.03>
- Çelik, D., & Akşan, E. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin anlamaları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 166-190. <https://doi.org/10.12973/nefmed158>
- Çetinkaya, M., Özgören, Ç., Orakci, S., & Özdemir, M. Ç. (2018). Metaphorical perceptions of middle school students towards math. *International Journal of Instruction*, 11(3), 31-44. <https://doi.org/10.12973/iji.2018.1133a>
- Demirkol, N., & Ergin, D. E. (2017). Matematik öğretmen adaylarının matematik ve matematik öğretmenliği metaforik algıları. *Cataloging-In-Publication Data*, 707.
- Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M. A., & Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An APOS-based analysis: Part 1. *Educational studies in mathematics*, 58(3), 335-359. <https://doi:10.1007/s10649-005-2531-z>

- Erdogan, A., Yazlık, D. O., & Erdik, C. (2014). Mathematics teacher candidates' metaphors about the concept of "mathematics". *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 2(4), 289-299. <https://doi:10.18404/ijemst.55442>
- Falk, R., Gassner, D., Ben Zoor, F., & Ben Simon, K. (1986). How do children cope with the infinity of numbers. In Proceedings of the 10th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 10, pp. 13-18). London: England.
- Fischbein, E., Tirosh, D., & Hess, P. (1979). The intuition of infinity. *Educational studies in mathematics*, 10(1), 3-40. <https://doi.org/10.1007/bf00311173>
- Fischbein, E. (2001). Tacit models and infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2), 309-329.
- Fleener, M. J., Pourdavood R. G., Fry, P. G. (1995). A study of preservice teachers' metaphors for the different roles of the mathematics teacher. *Proceedings of the 17th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Columbus.
- Güler, G., Akgün, L., Öçal, M. F., & Doruk, M. (2012). Matematik öğretmeni adaylarının matematik kavramına ilişkin sahip oldukları metaforlar. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(2), 25-29.
- Güner, N. (2013). Öğretmen adaylarının matematik hakkında oluşturdukları metaforlar. *Education Sciences*, 8(4), 428-440.
- Güveli, E., İpek, A., Atasoy, E., & Güveli, H. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik kavramına yönelik metafor algıları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(2), 159-140.
- İşleyen, T. (2013). Ortaöğretim öğrencilerinin sonsuzluk algıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(3), 1235-1252.
- Jirotkova, D., & Littler, G. (2004). Insight into pupils' understanding of infinity in a geometrical context. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (3), 97-104.
- Kim, D. J., Sfard, A., & Ferrini-Mundy, J. (2005). Students' colloquial and mathematical discourses on infinity and limit. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 201-208.
- Kolar, V. M. , & Cadez, T. H. (2012). Analysis of factors influencing the understanding of the concept of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 389-412. (10.17522\_balikesirnef.506425, P. 29: 1168). <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9357-7>
- Lakoff, G., & Johnson, M. (2005). Metaforlar: hayat, anlam ve dil (Çev. GY Demir). *İstanbul: Paradigma*.
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from (Vol. 6)*. New York: Basic Books.
- Levine, P.M. (2005). Metaphors and images of classrooms. *Kappa Delta Pi Record*, 41(4), 172-175. <https://doi.org/10.1080/00228958.2005.10532066>

- Maria, K., Thanasia, M., Katerina, K., Constantinos, C., & George, P. (2009). *Teachers' perceptions about infinity: a processor an object?*. Paper session presented at the meeting of Proceedings of CERME 6, Lyon, France
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi 9-12. sınıflar öğretim programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı
- Monaghan, J. (1986). *Adolescents' understanding of limits and infinity* (Doctoral dissertation, University of Warwick).
- Monaghan, J. (2001). Young peoples' ideas of infinity. *Educational studies in Mathematics*, 48(2), 239-257. <https://doi.org/10.1023/a:1016090925967>
- Nesin, A. (2002). *Matematik ve Sonsuz*. İstanbul: İstanbul Bilgi Üniversitesi
- Nunez, R. (1993). *Psychocognitive aspects underlying the concept of infinity in mathematics*. Fribourg, Switzerland: University Press Yayınları.
- Narlı, S., & Narlı, P. (2012). Sonsuz sayı kümeleri ışığında ilköğretim öğrencilerinin sonsuzluk algı ve yanlışlarının belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (33), 122-133.
- Özmantar, M. F. (2008). *Sonsuzluk kavramı: Tarihsel gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri*. Eds. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç. *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (s.151-180). Pegem Akademi, Ankara.
- Özmantar, M. F. (2010). *Sonsuzluk kavramı: Tarihsel gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri. Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (Editörler: Özmantar, MF, Bingölbali E., ve Akkoç, H.), Pegem Akademi, 151-180.
- Pala, O. (2016). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sonsuz kümelerin denkliği konusundaki kanıt imajlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Pala, O., & Narlı, S. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının sonsuz kümelerin denkliği ile ilgili ispatlama yaklaşımları ve yaşadıkları güçlükler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(3), 449-475. <https://doi.org/10.16949/turkbilmate.414818>
- Pehkonen, E., Hannula, M. S., Maijala, H., & Soro, R. (2006). Infinity of numbers: How students understand it. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 345. Retrieved from <http://www.emis.de/proceedings/PME30/4/345.pdf>
- Peker, B. (2018). Investigation of Turkish and Italian Students' Perceptions of the Concept of "Mathematics Teacher" through Metaphor Analysis. *World Journal of Education*, 8(5), 63-74. <https://doi.org/10.5430/wje.v8n5p63>

- Petty, J. A. (1996). *The role of reflective abstraction in the conceptualization of infinity and infinite processes* (Doctoral dissertation). Purdue University, West Lafayette, ABD. Retrieved from <http://docs.lib.purdue.edu/dissertations/AAI9725604/>
- Sağlam-Kaya, Y. (2017). Öğretmen adaylarının matematiksel örnekleri algılayışları üzerine bir metafor analizi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 48-67. <https://doi.org/10.14686/buefad.264020>
- Sezgin-Memnun, D. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik problemine ilişkin sahip oldukları metaforlar ve bu metaforların sınıf düzeylerine göre değişimi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 351-374. <https://doi.org/10.17522/nefefmed.30643>
- Sırmacı, N., & Özdemir, B. G. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 5(3), 788-806. <https://doi.org/10.14686/buefad.v5i3.5000201306>
- Sierpińska, A. (1987). Humanities students and epistemological obstacles related to limits. *Educational studies in Mathematics*, 18(4), 371-397. <https://doi.org/10.1007/bf00240986>
- Singer, M., & Voica, C. (2003, September). Perception of infinity: does it really help in problem solving. In *The Mathematics Education into the 21st Century Project Proceedings of the International Conference*.
- Singer, F. M., & Voica, C. (2008). Between perception and intuition: Learning about infinity. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), 188-205. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2008.06.001>
- Stewart, I. (2003). Never ending story. *New Scientist*, (2414), 28-33.
- Şahin, B. (2013). Öğretmen adaylarının “matematik öğretmeni”, “matematik” ve “matematik dersi” kavramlarına ilişkin sahip oldukları metaforik algılar. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 313-321.
- Kabael, T., Barak, B., & Özdaş, A. (2015). Öğrencilerin limit kavramına yönelik kavram imajları ve kavram tanımları. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 5(1), 88-114. <https://doi.org/10.18039/ajesi.48087>
- Tall, D.O. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2), 199-238. <https://doi.org/10.1023/a:1016000710038>
- Uygun, T., Gökkurt, B., & Usta, N. (2016). Üniversite öğrencilerinin matematik problemine ilişkin algılarının metafor yoluyla analiz edilmesi. *Bartın University Journal of Faculty of Education*, 5(2), 536-556. <https://doi.org/10.14686/buefad.v5i2.5000187677>
- Yetim Karaca, S., & Ada, S. (2018). Öğrencilerin matematik dersine ve matematik öğretmenine yönelik algılarının metaforlar yardımıyla belirlenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(3), 789-800. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.413327>

- Yıldırım, K., & Keşan, C. (2017). Ortaokul öğrencilerinin üç nokta ve sonsuzluk kavramına ilişkin görüşleri. *Karadeniz Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(16), 47-69.
- Yıldırım, A., Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi
- Yob, I. M. (2003). "Thinking constructively with metaphors". *Studies in Philosophy and Education*. 22(2) 127-138. <https://doi.org/10.1023/a:1022289113443>