

DENETİMDE BENFORD KANUNU'NUN UYGULANMASI

Murat Engin AKKAŞ*

Öz:

Son yıllarda, Enron, Global Crossing, WorldCom, Vivendi Universal ve France Telecom gibi şirketlerde yaşanan denetim skandalları, hem dış hem de iç denetçileri, hileli ve yolsuz işlemlerin tespit edilmesi için analitik araçların ve denetim metotlarının geliştirilmesine odaklanmıştır. Benford Kanunu, denetçilere olası hataların, potansiyel hilelerin veya diğer düzensizliklerin bulunmasında basit ve etkin bir araç sağlamaktadır. Bu makalenin amacı, Benford Kanunu 'na dayalı sayısal analizin en etkin kullanımında hem dış hem de iç denetçilere yardımcı olmaktır. Bu bağlamda, çalışma üç temel bölümden oluşmaktadır.

Çalışmanın ilk bölümünde, Benford Kanunu'nun tarihi gelişimi ve çalışmanın teorik çerçevesi ele alınmış, konu ile ilgili literatür incelenmiştir. Çalışmanın ikinci bölümü, Benford Kanunu'nun denetimde uygulanması üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu bölümde, hangi durumlarda sayısal analizin faydalı olduğu ve hangi durumlarda sayısal analizin hilenin tespit edilmesinde etkisiz kaldığı açıklanmıştır. Benford Kanunu'na dayalı sayısal analiz testleri de çalışmanın bu bölümünde açıklanmıştır. Çalışmanın son bölümünde ise, denetimde Benford Kanunu'nun ve sayısal analizin uygulanmasına bir örnek gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Dış denetim, iç denetim, benford kanunu, sayısal analiz.

APPLICATION OF BENFORD'S LAW IN AUDIT

Abstract:

Recent audit scandals, such as Enron, Global Crossing, VWorldCom, Vivendi Universal and France Telecom, have focused both external and internal auditors to develop analytical tools and audit methods to detect fraud. Benford's Law provide the auditors with a tool that is simple and effective far the detection of possible errors, potential fraud or other irregularities. The purpose of this article is to assist both external and internal auditors in the most effective use of digital analysis based on Benford's Law. in this respect, the study includes three main parts.

in the first part of the study, historical development of Benford's Law and theoretical framework for the study are discussed and literature of the subject is examined. The second part of this study focuses on the application of Benford's Law in an audit. Circumstances in which digital analysis might be useful in detecting fraud and circumstances where digital analysis cannot detect fraud are explained in the second part of the study. in this part of the study, digital analysis tests based on Benford's Law are also explained. in the last part of the study, an example was given to show the implementation of Benford's Law and digital analysis tests in audit.

Keyvwords: Extenial audit, internal audit, benford's law, digital analysis

GİRİŞ

Milattan önce 596-500 yılları arasında yaşamış, Samos'lu Pisagor, "Evrenin hâkimi sayıdır, sayılar evreni yönetiyor" sözü ile doğadaki her şeyin matematiksel olarak açıklanması ve yorumlanması düşüncesindedir. Şüphesiz, bu görüş ve düşünce birçok açıdan geçerli olmasa da, tarih boyunca astronomi, bilgisayar mühendisliği, istatistik, ekonomi ve diğer sayamadığımız birçok alanda matematikten yararlanılmıştır.

Hepimizin ilköğretim yıllarında öğrendiği üzere; sayıların son basamağındaki rakamlar, bölünebilme ile ilgili bilgiler vermektedir. Örneğin; son basamağındaki rakamı "0" olan bir sayının "5" veya "2" ye kalansız bölünebilmesi gibi. Bir sayının ilk basamağındaki rakamdan nasıl bir bilgi elde edilebilir? Gezegenlerin hareketleri ile ilgili çalışmalar yapan Amerikalı astronom ve matematikçi Simon Newcomb'un ilginç gözlemleri, bizleri bu sorunun cevabına götürmüştür.

Newcomb'un yaşadığı dönemde, hesap makineleri henüz bulunmadığı için, logaritma cetvelleri kullanılmaktaydı." Nevvcomb, hesaplamalarda kullanılan logaritma cetvellerinin başlangıç sayfalarının son sayfalara göre daha çok kirli ve yıpranmış olduğunu fark etmiştir (Lemis vd., 2000: 236). Bu ilginç durum, logaritma cetvelinde, "1" ile başlayan sayılarla "2" ile başlayan sayılardan daha çok, "2" ile başlayan sayılarla "3" ile başlayan sayılardan daha çok çalışıldığını göstermekteydi. Nev/comb, hesaplamalarda, 1 ile başlayan sayıların 8 veya 9 ile başlayan sayılardan daha çok kullanıldığını, 1881 yılında "American Journal of Mathematics" dergisinde yayımladığı "Logaritma Kanunu" adlı makalesi ile ortaya atmıştır (Nevvcomb, 1881: 39-40). Ancak, makalenin yayınlandığı dönem içerisinde, Newcomb'un "kirli sayfalar" fenomenine rastlantının ötesinde değer verilmemiştir.

I) BENFORD KANUNU

A) Benford Kanunu'nun Tarihi Gelişimi

General Electric'in New York'taki laboratuvarında fizikçi olarak çalışan Frank Benford, 20 farklı liste halinde toplam 20,229 sayısal veri üzerinde yaptığı çalışmasının

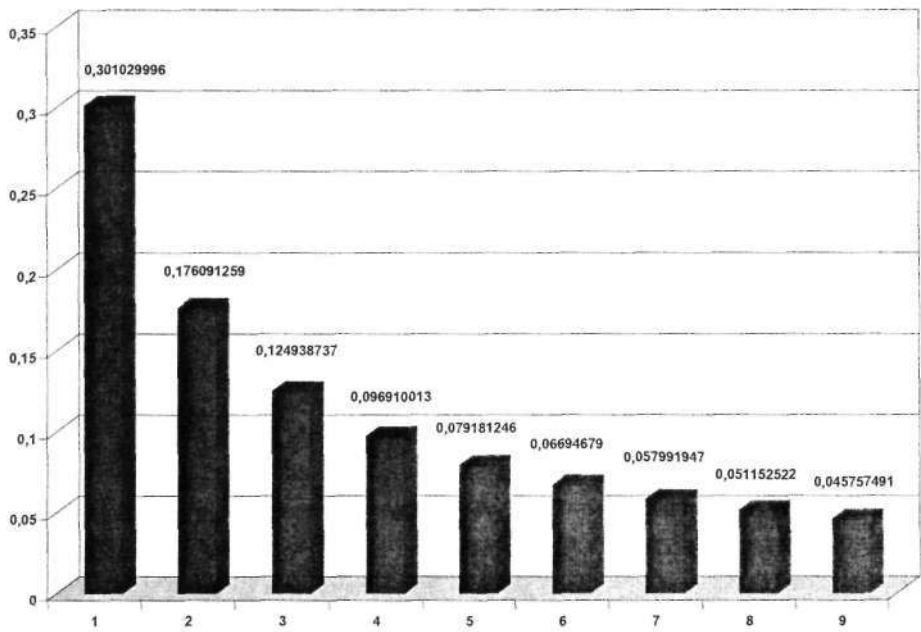
sonuçlarını 1938 yılında "Proceedings of American Philosophical Society" dergisinde yayımlamıştır (Benford, 1938: 551-572). Benford'un yayımladığı çalışma bilgileri Tablo : 1 'de yer almaktadır.

Tablo : 1
Benford'un Gözlem Alanı

Başlık	İlk Basamaktaki Rakam									Veri Sayısı
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Nehirler, Yüzölçümü	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
Nüfus	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
Sabit değerler	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
Gazete tirajları	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
Sıcaklık	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
Basınç	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
H.P. Lost	30.0	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
Mol. Kütle	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
Drenaj	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
Atomik Ağırlık	47.2	18.7	5.5	4.4	6.6	4.4	3.3	4.4	5.5	91
$n \setminus Jn \sim$	25.7	20.3	9.7	6.8	6.6	6.8	7.2	8.0	8.9	5000
Dizayn	26.8	14.8	14.3	7.5	8.3	8.4	7.0	7.3	5.6	560
Reader's Digest	33.4	18.5	12.4	7.5	7.1	6.5	5.5	4.9	4.2	308
Maliyetler	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
X-Ray Voltajları	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707
Amerikan Bezbol Ligi	32.7	17.6	12.6	9.8	7.4	6.4	4.9	5.6	3.0	1458
Kara cisimler	31.0	17.3	14.1	8.7	6.6	7.0	5.2	4.7	5.4	1165
Adresler	28.9	19.2	12.6	8.8	8.5	6.4	5.6	5.0	5.0	342
$\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{1}{n!}$	25.3	16.0	12.0	10.0	8.5	8.8	6.8	7.1	5.5	900
Ölüm Oranı	27.0	18.6	15.7	9.4	6.7	6.5	7.2	4.8	4.1	418
Ortalama	30.6	18.5	12.4	9.4	8.0	6.4	5.1	4.9	4.7	20.229
Muhtemel Hata \pm	0.8	0.4	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2	0.3		

Kaynak: Weisstein, 2006

Tablo : 1'de görüldüğü üzere; Benford'un gözlem alanındaki toplam 20.229 verinin %30,6'sı 1 rakamı ile başlarken, %8,0'i 5 ile ve %4,7'si de 9 ile başlamıştır. Genel beklentilerin aksine, bir veri kümesindeki sayıların ilk rakamının 1 olma olasılığı 0,111 (1/9) değil, 0,306'dır. Homojen bir dağılım göstereceği sanılan sayılar aslında logaritmik bir dağılım göstermektedir.



Örneğin, bir sayının birinci basamağındaki rakamın 3 ve ikinci basamağında rakamın da 7 olma olasılığı,

$$P(37) = \text{Log}_{10}(1+1/37) = \text{Log}_{10}(38/37) = 0,01158187 \text{ dir.}$$

Bir veri kümesindeki sayıların ilk iki rakamlarının Benford Kanunu'na göre göstereceği dağılım Tablo : 2'de gösterilmiştir. Tablo : 2'nin dikey sütunundaki rakamlar birinci basamağı, yatay sütundaki rakamlar ise ikinci basamağı göstermektedir.

Tablo : 2
Benford Kanunu'na Göre Rakamları İlk İki Basamak Olasılıkları

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,041	0,037	0,034	0,032	0,030	0,028	0,026	0,024	0,023	0,022
2	0,021	0,020	0,019	0,018	0,017	0,017	0,016	0,015	0,015	0,014
3	0,014	0,013	0,013	0,013	0,012	0,012	0,011	0,011	0,011	0,011
4	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008
5	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
6	0,007	0,007	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
7	0,006	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
8	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004
9	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004

10 tabanındaki sayılar için bir rakamın ikinci basamaktaki rakam olma olasılığı, d_2 bir sayının ikinci basamağındaki rakam olmak üzere şu şekilde hesaplanır.

$$P(d_2) = \sum_{d_1=1}^9 \text{Log}_{10}(1+1/d_1 d_2) \quad (4)$$

Bir rakamın, bir sayının üçüncü basamağındaki rakam olma olasılığını hesaplamak için, d_3 bir sayının üçüncü basamağındaki rakam olmak üzere, Formül (5) kullanılır.

$$P(d_3) = \sum_{d_1=1}^9 \sum_{d_2=0}^9 \text{Log}_{10}(1+1/d_1 d_2 d_3) \quad (5)$$

Tablo : 3'de ise, rakamların bir sayının ilk dört basamağında olma olasılıkları gösterilmiştir.

Tablo : 3**Benford Kanunu'na Göre Rakamların İlk Dört Basamakta Olma Olasılıkları**

Rakamlar	1. Basamak	2. Basamak	3. Basamak	4. Basamak
0	-	0,1197	0,1018	0,1002
1	0,3010	0,1139	0,1014	0,1001
2	0,1761	0,1088	0,1010	0,1001
3	0,1249	0,1043	0,1006	0,1001
4	0,0969	0,1003	0,1002	0,1000
5	0,0792	0,0967	0,0998	0,1000
6	0,0669	0,0934	0,0994	0,0999
7	0,0580	0,0903	0,0990	0,0999
8	0,0512	0,0876	0,0986	0,0999
9	0,0458	0,0850	0,0982	0,0998
Toplam	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Bu noktaya kadar, Benford Kanunu'na göre dağılım gösteren veri kümelerindeki çeşitli olasılıklar irdelenmiştir. Ancak, tüm veri kümeleri Benford Kanunu'na göre dağılım göstermezler. Bir veri kümesinin Benford Kanunu'na göre dağılım göstermesi için bazı şartların sağlanması gerekmektedir (Nigrini, 1998; 2000: 11-12).

- Veri kümesi, benzer olguların büyüklüğünü tanımlamalıdır. Örneğin, şehirlerin popülasyonları, nehirlerin uzunlukları, hisse senedi değerleri ya da günlük satış tutarları.

Dolayısıyla Benford Kanunu benzer olguların büyüklüğünün tanımlanmadığı, şans oyunları gibi durumlarda geçerli değildir. Nigrini bu duranın şöyle açıklamaktadır.

"Bir piyangoda, kavanoz veya benzeri bir şeyden toplar çekilir. Toplar gerçekte sayı değildirler, sayı ile etiketlenmişlerdir. Fakat hayvan adları ile de etiketlenirlerdi. Temsil ettiği sayılar tekdüze dağılıma sahiptir, her sayının eşit şansı vardır ve Benford Kanunu tekdüze dağılımlara uygulanmaz." (Browne, 1998: 5)

- Veri kümesindeki değerlerin alt veya üst limitinin olmaması gerekmektedir. Örneğin, bir günün 24 saat olması nedeniyle günlük çalışma saatleri, 0 ile 24 arasında sınırlı bir değer alacağı için bu veriler Benford Kanunu'na uymaz.
- Veri kümesindeki değerlerin belirlenmiş sayılar olmaması gerekmektedir. Dolayısı ile TC kimlik numarası, vergi numarası, kredi kartı numarası veya telefon numarası gibi belirlenmiş sayılardan oluşan veriler Benford Kanunu'na uygun veriler değildir.

Örneğin, bir sayının birinci basamağındaki rakamın 3 ve ikinci basamağında rakamın da 7 olma olasılığı,

$$P(37) = \text{Log}_{10}(1+1/37) = \text{Log}_{10}(38/37) = 0,01158187\text{'dir.}$$

Bir veri kümesindeki sayıların ilk iki rakamlarının Benford Kanunu'na göre göstereceği dağılım Tablo : 2'de gösterilmiştir. Tablo : 2'nin dikey sütunundaki rakamlar birinci basamağı, yatay sütundaki rakamlar ise ikinci basamağı göstermektedir.

Tablo : 2
Benford Kanunu'na Göre Rakamları İlk İki Basamak Olasılıkları

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,041	0,037	0,034	0,032	0,030	0,028	0,026	0,024	0,023	0,022
2	0,021	0,020	0,019	0,018	0,017	0,017	0,016	0,015	0,015	0,014
3	0,014	0,013	0,013	0,013	0,012	0,012	0,011	0,011	0,011	0,011
4	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008
5	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007
6	0,007	0,007	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
7	0,006	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
8	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004
9	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004

10 tabanındaki sayılar için bir rakamın ikinci basamaktaki rakam olma olasılığı, d_2 bir sayının ikinci basamağındaki rakam olmak üzere şu şekilde hesaplanır.

$$P(d_2) = \sum_{d_1=1}^9 \text{Log}_{10} (1+1/d_1 d_2) \quad (4)$$

Bir rakamın, bir sayının üçüncü basamağındaki rakam olma olasılığını hesaplamak için, d_3 bir sayının üçüncü basamağındaki rakam olmak üzere, Formül (5) kullanılır.

$$P(d_3) = \sum_{d_1=1}^9 \sum_{d_2=0}^9 \text{Log}_{10} (1+1/d_1 d_2 d_3) \quad (5)$$

Tablo : 3'de ise, rakamların bir sayının ilk dört basamağında olma olasılıkları gösterilmiştir.

Dr. Hasan Bassam yaptığı bir çalışmada; simülasyon programının rasgele ürettiği, 1-999, 1-99.999 ve 1-999.999 aralıklarındaki 500'er sayının Benford Kanunu'na göre dağılım göstermediğini, eşit dağılım gösterdiklerini ortaya koymuştur (Bassam, 2002:41-43).

C) Literatür Taraması

Warren Weaver, Benford Kanunu'nu bir olasılık örneği ile şöyle açıklar (Weaver, 1963: 270-277): 1'den 999.999'a kadar sayılar birer birer kartların üzerine yazılır. Kartlar, üzerindeki sayı sırasına göre, şapkaya teker teker konulur. P, şapkadan çekilen bir kartın üzerindeki sayının ilk rakamının 1,2,3 veya 4 olma olasılığı olsun. İlk dört kart şapkaya konulunca $P=4/4$ olur. Dokuzuncu kart şapkaya konulduğunda $P=4/9$ olur. Şapkadaki kart sayısı 49 olunca $P=44/49$ olur. Bu şekilde şapkaya konulan kart sayısı arttıkça, P değişmekle birlikte bu olasılık, çekilen bir kartın üzerindeki sayının ilk rakamının 5,6,7,8 veya 9 olma olasılığından daha yüksek olacaktır.

Literatürde, bu örneğine benzer şekilde, toplam varlıkları artış gösteren yatırım fonu (Nigrini, 1999: 80), Dow Jones endeksinin artışı (Nigrini, 2000: 7), bir firmanın piyasa değerinin artışı (Durtschi vd., 2004: 21) ve bir şehirdeki popülasyonun artışı (Nigrini, 1998) örnekleri de kullanılmaktadır.

Benford Kanunu, 1938'de ortaya çıkışından 1960'lara kadar birçok matematikçi, fizikçi ve amatörler tarafından ispatlanmaya çalışılmıştır (Hill, 1998: 359). Rutgers Üniversitesi'nde matematikçi olan Roger Pinkham, genel bir Benford Kanunu var ise, bu kanunun ölçekten bağımsız olması gerektiğini öne sürmüştür. Pinkham'm yaptığı çalışmalar, Benford Kanunu'nun ölçekten bağımsız olduğunu göstermiştir (Pinkham, 1961: 1223-1230).

Pinkham'ın muhakemesini devam ettiren, Atlanta Georgia Teknoloji Enstitüsü'nde matematik profesörü olan Ted Hill, Benford Kanunu'nun tabandan bağımsız olup olmadığını incelemiştir. Hill, 1996 yılında "Statistical Science" dergisinde yayımladığı makalesi (Hill, 1996: 354-363) ile Benford Kanunu'nun ölçekten bağımsız olduğu gibi tabandan da bağımsız olduğunu göstererek, kanunu matematiksel olarak ispatlamıştır.

Başta matematik olmak üzere istatistik, mühendislik ve denetim gibi birçok alanda Benford Kanunu'ndan yararlanılmaktadır. Avustralya'da, gümrük beyannamelerinin Benford Kanunu aracılığıyla analiz edilerek kaçakçılıkla mücadele amaçlanmaktadır. Ukrayna'da ise seçimlerdeki oy pusulası hilelerinin tespit edilmesinde Benford Kanunu'ndan faydalanılmaktadır. İngiltere'de ise çevreci bilim adamları hükümetin açıkladığı sera gazı değerlerini Benford Kanunu ile test etmektedirler (Matthevs, 2000: 10). Anket verilerindeki hileli ve hatalı verilerin tespit edilmesinde, analitik bir metot olarak Benford Kanunu da kullanılmaktadır (Svanson vd. 2003: 4172-4177; Schafer vd., 2004).

Ülkemizde ise, Benford Kanunu ile ilgili olarak, Cemal Elitaş'm, Aktüel 2000 Yılığ'na dayalı olarak, 192 ülkenin nüfusu, yüzölçümü ve Gayri Safi Milli Hâsılasını esas alarak yaptığı çalışması bulunmaktadır (Elitaş, 2002: 146-147).

II) DENETİM VE BENFORD KANUNU

A) Denetim-Benford Kanunu İlişkisi

İktisatçı Varian 1972 yılında, sosyal bilimlerdeki verilerin geçerliliğinin ve doğruluğunun test edilmesinde Benford Kanunu'nun kullanılabileceğini önermiştir (Varian, 1972: 65-66). Ancak, Benford Kanunu 1980'lerin sonuna kadar muhasebeci veya denetçiler tarafından uygulanmamıştır (Durtschi vd., 2004: 21). 1988 yılında Carlsaw'ın Yeni Zellanda'daki, 1989 yılında ise Thomas'm Amerika'daki firmaların gelirlerinin doğru ve geçerliliklerini Benford Kanunu ile test etmeleri, muhasebe ve denetim alanındaki ilk uygulamalardandır. Bu çalışmalardan esinlenen Nigrini, muhasebe hilelerinin tespit edilmesi için Benford Kanunu'nu uygulayan ilk araştırmacı olmuştur (Canadian Business, 1995: 21).

Nigrini, Benford Kanunu üzerinde çalışarak, 1992 yılında yayımladığı muhasebe doktora tezinde Benford Kanunu'nun benzetimine dayalı bir kullanım belirtmiştir. Bu tezinde Nigrini, satışlardan giderlere kadar muhasebenin birçok alanındaki verilerin Benford Kanunu'na uyumlu olduğunu ve kanundan sapmaların standart istatistiksel testlerin kullanılmasıyla hızlı bir biçimde ortaya çıkarılabileceğini belirtmiştir (Erdoğan, 2001: 3). Nigrini, Benford Kanunu ile ilgili çalışmalarını sürdürerek, doktora tezinde belirttiği Benford Kanunu'nun benzetimine dayalı bir kullanımın, vergi kaçakçılığını önlemek için de kullanılabileceğini öne sürmüştür.

Literatürde sayısal analiz *{digital analysis}* olarak geçen, Nigrini'nin doktora tezinde belirttiği analiz teknikleri, bir program haline getirilmiştir. Brooklyn Hileler Servisi bu programı kullanılarak yedi şirketin muhasebe hilelerini ortaya çıkarmıştır (Dubinsky, 2001: 2). Bu başarılı uygulamalardan sonra, Benford Kanunu ile sayısal analiz, mali suçlarla mücadele ve vergi kaçakçılığını önlemek için çeşitli eyaletlerdeki vergi servisleri tarafından kullanılmaya başlanmıştır.

Hızlı bir gelişim süreci gösteren Benford Kanunu, sadece vergi kaçakçılığını önlemek için kullanılmamaktadır. Şirketlerin ve kurumların hem iç hem de dış denetimlerinde Benford Kanunu'ndan yararlanılmakta ve sayısal analiz yapılmaktadır.

Benford Kanunu ve sayısal analiz için en uygun muhasebe verileri; ticari alacaklar, ticari borçlar, satışlar, giderler vb. ile ilgili muhasebe hesaplarıdır. Bunların yanı sıra, veri kümesi bir yıl gibi geniş bir dönem alındığında, muhasebenin hemen hemen tüm hesapları Benford Kanunu ve sayısal analiz ile test edilebilir.

Bu değerlendirmelerin hepsi kayıt altına alınan işlemler dâhilinde yapılmaktadır. Zira vergi kaçırma dâhil her türlü nedenden kaynaklanan kayıt dışılık, sayısal analizi etkin bir araç olmaktan uzaklaştıracağı açıktır.

B) Sayısal Analiz Testleri

Literatürde, Benford Kanunu'na dayalı olarak hazırlanan, sayısal analiz testlerinin başlıcaları şunlardır.

- Birinci Basamak Testi
- İkinci Basamak Testi
- İlk İki Basamak Testi
- İlk Üç Basamak Testi
- Mükerrer Sayılar Testi
- Son İki Basamak Testi

Birinci basamak testi sayısal analizin ana testidir. Bu test uygunluk testi olup, çok geneldir. İkinci basamak testi de genel bir test olup uygunluk testidir (Nigrini, 2001: 5). Birinci ve ikinci basamak testleri, denetimde örnekleme için kullanılmazlar. Bu ön testlerden alınacak sonuçlar, verilerin Benford Kanunu'na uygunluğunu belirleyecektir.

İlk iki basamak testi ise, önceki testlerin devamı niteliğinde olup, Benford Kanunu'ndan sapmaların ayrıntılı olarak belirlendiği özel bir testtir. Bu test, denetçinin örnek seçimi yapabileceği bir testtir. İlk üç basamak testi ise ilk iki basamak testinden daha özellikli bir testtir. Bu test ile denetçi ilk iki basamak testinden daha spesifik örnekleme yapabilir (Petucci, 2005: 5).

Bir veri kümesindeki sayıların birinci basamak, ikinci basamak ilk iki basamak testleri yapıldıktan sonra; veri kümesinin büyüklüğü elverişli ise, alt kümeler oluşturularak da anılan testler yapılabilir (Smith, 2002: 3). Örneğin personel ücretlerinin/maaşlarının Benford Kanunu'na göre analizi için personelin çalıştığı bölümler bazında alt kümeler oluşturulabilir ya da aylara göre alt kümeler oluşturulabilir.

Mükerrer sayılar testi, frekansı yüksek sayıların ortaya çıkarılmasında kullanılmaktadır. İlk iki basamak testi sonuçları ile mükerrer sayılar testi sonuçları birlikte değerlendirilebilir (Nigrini, 1998). Şöyle ki; ilk iki basamak testinde 78 sayısının gözlemlenen mutlak frekansı Benford kuramsal oranlarının çok üzerinde ise, mükerrer sayılar testinin sonuçlarına bakılır ve bu sonuçlardan 78 ile başlayan sayılar (örneğin 7,800 veya 78,500 gibi) ayrıntılı incelemeye alınır. Yuvarlama ve son iki basamak testleri, hile veya hatalı sayılardan daha ziyade, tahmin edilmiş veya türetilmiş sayıları ortaya çıkarmaktadır.

Sayısal analiz, bir karşılaştırma gerektirdiği için benzer nitelikte olmayan veriler, örneğin pozitif ve negatif veriler, ayrı ayrı değerlendirilmelidir. Ondalık kısmı hariç, iki basamaktan az olan verilerin de ayrı olarak değerlendirilmesi gerekir (Nigrini, 2001: 6). Ancak, denetçi ayrıştırılan verilerden oluşacak kümenin materyal olmadığına karar verirse, bu alt kümeyi sayısal analiz dışında da tutabilir.

III) UYGULAMA

Bu bölümde, Benford Kanunu ve sayısal analiz testlerinin muhasebe denetiminde nasıl kullanılabileceği, bir uygulama üzerinde gösterilmeye çalışılmıştır. Bu amaçla, ticari unvanı belirtilemeyeceği için, XYZ olarak adlandırılan bir firmanın muhasebe verileri kullanılmıştır.

A) Sayısal Analiz Testleri

XYZ firmasının üç aylık dönem içerisindeki ticari mallar hesabının borç kayıtları Tablo : 4'de özetlenmiştir.

Tablo : 4
XYZ Firmasının Üç Aylık Verileri

Gruplar	Veri Sayısı	Toplamı	Oran
0-10 YTL arası	133	707,64 YTL	0,01%
10-1.000 YTL arası	10.633	2.802.652,75 YTL	46,48%
1.000 YTL ve üzeri	1561	3.227.009,96 YTL	53,51%
Toplam	12.327	6.030.370,35 YTL	100,00%

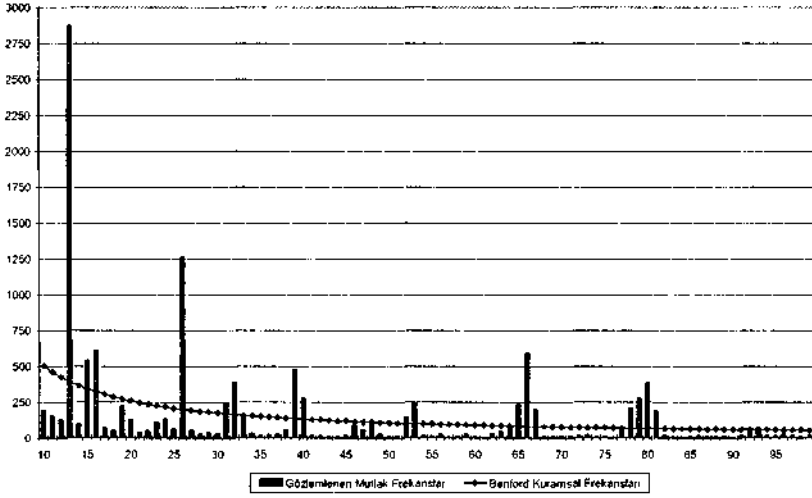
Sayısal analiz öncesinde verilerin hazırlanması için, 10 YTL'nin altındaki değerler test kümesinden ayrılmıştır. 10 YTL'nin altındaki değerlerin toplam içerisindeki oranı çok düşük olduğu için materyal olarak değerlendirilmemiştir. Bu nedenle, test kümesinden ayrılan bu değerlerin ayrı olarak incelenmesine de gerek duyulmamıştır. Dolayısıyla, XYZ firmasının sayısal analiz testleri toplam tutarı 6.029. 662,71 YTL olan 12.194 veri üzerinden yapılmıştır.

Tablo : 5
XYZ Firmasının Birinci Basamak Testi Sonuçları

Birinci Basamak	Gözlemlenen Mutlak Frekans	Oran Olarak Gözlemlenen Frekans	Benford Kuramsal Olasılığı	Fark
1	4.949	0,406	0,301	0,105
2	1.907	0,156	0,176	-0,020
3	1.452	0,119	0,125	-0,006
4	624	0,051	0,097	-0,046
5	501	0,041	0,079	-0,038
6	1.227	0,101	0,067	0,034
7	623	0,051	0,058	-0,007
8	661	0,054	0,051	0,003
9	250	0,021	0,046	-0,025
Toplam	12.194	1,000	1,000	0,000

Tablo : 6
XYZ Firmasının İkinci Basamak Testi Sonuçları

İkinci Basamak	Gözlemlenen Mutlak Frekans	Oran Olarak Gözlemlenen Frekans	Benford Kuramsal Olasılığı	Fark
0	1.061	0,087	0,120	-0,033
1	691	0,057	0,114	-0,057
2	861	0,071	0,109	-0,038
3	3.500	0,287	0,104	0,183
4	400	0,033	0,100	-0,068
5	916	0,075	0,097	-0,022
6	2.659	0,218	0,093	0,125
7	501	0,041	0,090	-0,049
8	489	0,040	0,088	-0,047
9	1.116	0,092	0,085	0,007
Toplam	12.194	1.000	1.000	0.000



B) Uygunluk Testi

Gözlemlenen mutlak frekansları ile Benford kuramsal olasılıkları arasındaki farkın rassal kabul edilip edilemeyeceğine istatistiksel testler uygulanarak karar verilebilir. Sıfır hipotezi, H_0 : "Gözlemlenen mutlak frekansları ile Benford kuramsal olasılıkları arasındaki fark rassal kabul edilebilir" olarak tanımlanırsa; karşıt hipotez de, H_1 : "Gözlemlenen mutlak frekansları ile Benford kuramsal olasılıkları arasındaki fark rassal kabul edilemez" olacaktır. Bu hipotezlerden hangisinin reddedilip hangisinin kabul edileceğine; z-istatistiği (z-statistics) testi veya ki-kare testi (chi-square) gibi istatistiksel testler uygulanarak karar verilir.

Bu çalışmada, XYZ firma verilerinin frekansları ile Benford kuramsal olasılıkları arasındaki farkı incelemek için ki-kare uygunluk testi uygulanmıştır. İlk basamak testinin ki-kare değerinin hesaplanması için kullanılacak formül; n örneklem hacmi, n_i rakamının gözlemlenen mutlak frekansı ve p_i Benford kuramsal olasılığı olmak üzere Formül (6)'da gösterilmiştir.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^9 (n_i - np_i)^2 / np_i \quad (6)$$

Ki-kare uygunluk testinin serbestlik derecesi $v=r-1=9-1=8$ 'dir. Anlamlılık düzeyi olarak, $\alpha = 0,05$ kabul edilecek olursa; kritik değer 15,50731 olacaktır. Test istatistiği kritik değeri aşarsa; H_0 hipotezi reddedilecek, aşmazsa H_0 hipotezi kabul edilecektir. XYZ firmasının birinci basamak test sonuçlarına uygulanan ki-kare uygunluk testinin sonuçları Tablo : 8'de gösterilmiştir.

Tablo : 8
XYZ Firmasının Ki-Kare Testi Sonuçları

Birinci Basamak	Gözlemlenen Mutlak Frekanslar (n_i)	Benford Kuramsal Olasılığı (p_i)	np_i	$n_i - np_i$	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
1	4.949	0,301	3671	1278	444,92
2	1.907	0,176	2147	-240	26,83
3	1.452	0,125	1524	-72	3,40
4	624	0,097	1182	-558	263,42
5	501	0,079	966	-465	223,84
6	1.227	0,067	816	411	207,01
7	623	0,058	707	-84	9,98
8	661	0,051	623	38	2,32
9	250	0,046	558	-308	170,01
Toplam	N= 12.194	1,000	12.194	0	1351,73

C) Bulguların Değerlendirilmesi

XYZ firmasının birinci basamak test sonuçlarına ki-kare uygunluk testi uygulanmıştır. Uygunluk testi sonucuna göre; ki-kare test istatistiği ($\chi^2=1.352,73$) kritik değerden yüksektir. Dolayısıyla, kabul edilen anlamlılık düzeyinde, XYZ firmasının ticari mallar hesabının borç kayıtlarının frekansları ile Benford kuramsal olasılıkları arasındaki farkın rassal kabul edilemeyeceği sonucuna varılmıştır.

Bu durumda denetçinin, XYZ firmasının ticari mallar hesabının borç kayıtlarından örneklem seçmesi ve bu kayıtları muhasebe denetim teknikleri ile test etmesi gerekmektedir. İlk iki basamak testi sonuçlarına göre, 13, 26, 39, 66 ve 80 ile başlayan verilerin gözlemlenen mutlak frekansları, Benford kuramsal olasılık eğrisinin çok üzerinde olduğundan, tutarları bu sayıları ile başlayan ticari mallar hesabının borç kayıtlarından örneklem seçilmesi gerekmektedir. Benford kuramsal olasılıkları ile ticari mallar hesabının borç kayıtları arasındaki farkın şirketin doğal yapısından mı yoksa hileli veya hatalı muhasebe kayıtlarından mı kaynaklandığı araştırılmalıdır.

XYZ firması ile ilgili olarak yapılan uygulamada, ticari mallar hesabının borç kayıtlarından örneklem seçilerek muhasebe denetim teknikleri ile test edilmiştir. Şirketin, birim fiyatı 100 ABD Doları olan bir ticari malı çok sıklıkla satın aldığı ve bu işlemi YTL olarak muhasebeleşirmesi nedeniyle tutarları 13'ün katları ile başlayan muhasebe kayıtlarının frekansının yüksek olduğu görülmüştür.

SONUÇLAR

Geçen yüzyılın başlarında ortaya atılan Benford Kanunu, günümüzde matematikten istatistiğe, mühendislikten fiziğe kadar geniş bir yelpazede, birçok alanda uygulanmaktadır. Benford Kanunu uygulamasının denetimdeki en yaygın örneği, bilgisayar destekli denetim araçları olarak adlandırılan denetim yazılımlarının hemen hemen hepsinde kullanılan sayısal analiz testleridir.

Sayısal analiz testleri, denetçilere milyonlarca veri arasından hatalı veya hileli olanları kısa zamanda ve etkili bir şekilde tespit edebilme imkânı sunmaktadır. Benford Kanununa dayalı sayısal analiz testlerinin diğer örnekleme yöntemleri ile kıyaslandığında, denetçiye sağladığı en önemli avantaj, hatalı veya hileli verilerin büyük tutarlı veriler arasında aranması gerektiği ön yargısını yıkararak, düşük ve yüksek tutarların aynı risk düzeyinde analiz edilmesini sağlamasıdır. Bu analitik denetim tekniğinin amacı, veriler arasında doğal kabul edilmeyecek sapmaları bulup ortaya çıkarmaktır.

Benford Kanunu, iç ve dış denetimde hatalı veya hileli verilerin tespit edilmesinde kullanılan bilgisayar destekli denetim tekniğidir. Denetimde Benford Kanunu'nun uygulanması, zaman ve maliyet faydası sağlamakta ve denetimin etkinliğini artırmaktadır.

SONNOTLAR

Konu ile ilgili literatürde kullanıldığı şekilde, bu makalede de; ilk basamak veya birinci basamak, bir sayının en yüksek hanesini tanımlamaktadır.

Örneğin; 12.345 sayısı ile 67.890 sayısını çarpmak için; önce logaritma cetvelinde 12.345 ve 67.890 sayılarının karşılıkları olan 4,091491 ve 4,831805 sayıları toplanır, sonra da hangi sayının logaritmasının bu toplam olduğu bulunur. Bu şekilde, 12.345 sayısı ile 67.890 sayısının çarpımının, logaritması 8,923296 olan 838.102.050 sayısı olduğu bulunur.

KAYNAKÇA

- BASSAM, Hasan. (2002), "Assessing Data Authenticity with Benford's Law", *Information Systems Control Journal*, Vol.6, pp.41-43, <http://www.isaca.org/Template.cfm?Section=Home&CONTENTID=16172&TEMPLATE=/ContentManagement/ContentDisplay.cfm> (04.07.2006).
- BENFORD, Frank. (1938), "The Law of Anomalous Numbers", *Proceedings of American Philosophical Society*, Vol.78, pp. 551-572.
- BROWNE, Malcolm W. (1998), "Following Benford's Law, or Looking out for No. 1", *The New York Times*, 04.08.1998, p.5.
- CANADIAN BUSINESS. (1995), Vol. 68, p.21.
- DUBUMSKY, Bruce G. (2001), "Math Formula Fights Fraud Benford's Law Plus Technology Can Detect White Collar Crime", *Legal Times*, 26.02.2001, p.2.
- DURTSCHI, Cindy, HILLISON, William and PACINI, Cari. (2004) "The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data," *Journal of Forensic Accounting*, Vol. V, pp. 17-34.
- ELİTAŞ, Celal. (2002), "Muhasebe Denetimi'nde Benford Kanunu" *Vergi Sorunları*, Sayı : 170, ss. 142-152.
- ERDOĞAN, Melih. (2001), "Muhasebe Hilelerinin Ortaya Çıkarılmasında Benford Yasası", *Muhasebe ve Denetim Bakış*, Ocak 2001, ss. 1-8.
- HİLL, Ted, (1996) "A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law," *Statistical Science*, Vol. 10, pp. 354-363.
- HILL, Ted, (1998) "The First Digital Phenomenon," *American Scientist*, Vol. 86, pp. 358-362.
- MATTHEV/S, Robert. (2000), "Benford Bend" *WorldLink*, May./Jun2000, p.10.
- NEWCOMB, Simon. (1881), "Note on the Frequency of the Use of Digits in Natural Numbers", *American Journal of Mathematics*, Vol. 4, pp. 39-40.
- NIGRINI, Mark J. (1998), "Digital Analysis: A Computer-Assisted Data Analysis Technology For Internal Auditors", *IT Audit*, <http://www.thciii.org/ITAudit/index.cfm?act=ITAudit.printa&fid=95> (05.07.2006).

- NIGRINI, MarkJ. (1999), "I've Got Your Number", *Journal of Accountancy*, Vol. 187, pp. 79-83.
- NIGRINI, Mark J. (2000), "Digital Analysis Using Benford's Law Tests&Statistics for Auditors", Second Edition, Global Audit Publications, Canada.
- NIGRINI, Mark J. (2001), "Continuous Auditing", American Accounting Association Auditing Section, Mid-Year Meeting, Houston, Texas, January, 2001, p.5, http://aaahq.org/audit/midyear/01midyear/papers/nigrini_continuous_audit.pdf (06.07.2006).
- PETUCCI, Scott Daniel. (2005), "Benford's Law: Can it Be Used to Detect Irregularities in First Party Automobile Insurance Claims?", *Journal of Economic Crime Management*, Winter 2005, p.5.
- PINKHAM, R., (1961), "On the Distribution of the First Significant Digits," *Annals of Mathematical Statistic*, Vol. 32, pp. 1223-1230.
- SMITH, Curis A., (2002), "Detecting Anomalies in Your Data Using Benford's Law," SUGI 27, 14-17.04.2002, Orlando, Florida, pp.1-6, <http://www2.sas.com/proceedings/sugi27/p249-27.pdf> (05.07.2006).
- SCHAFER, Christin, SCHRAPLER, Jorg-Peter and MÜLLER, Klaus-Robert, (2004), "Automatic Identification of Faked and Fraudulent Interviews in Surveys by Two Different Methods," Discussion Paper 441, German Institute for Economic Research, Berlin, <http://www.diw.de/deutsch/produkte/publikationen/diskussionspapiere/docs/papers/dp441.pdf> (06.07.2006).
- SWANSON, David, CHO, Moon Jung, and ELTINGE, John, (2003), "Detecting Possibly Fraudulent or Error-Prone Survey Data Using Benford's Law," 2003 Joint Statistical Meetings, pp. 4172-4177, Washington, <http://www.amstat.org/sections/SRMS/Proceedings/y2003/Files/JSM2003-000205.pdf> (06.07.2006).
- VARIAN, H.R. (1972), "Benford's Law", *The American Statistician*, Vol.26, pp.65-66.
- WEAVER, Warren (1963) *Lady Luck: The Theory of Probability*, Doubleday, Anchor Series, New York, pp. 270-277.
- WEISSTEIN, Eric W. (2006), "Benford's Law" *MathWorld*, 08.03.2006, <http://mathworld.wolfram.com/BenfordsLaw.html> (06.07.2006).