Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi 7/2 (2006). 17-38

HEDEF PROGRAMLAMA VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA ARASINDAKİ İLİŞKİ

C. Hakan KAĞNICIOĞLU[*]

Özet:

Günümüz iş dünyasında çok amaçlı modellerin kullanımına sıklıkla rastlanmaktadır. İşletmeler tek bir amaç yerine birden çok amacı aynı anda eniyilemek zorunda kalmaktadır. Çok amaçlı doğrusal programlama modellerinin çözümünde kullanılan yöntemlerden birisi de hedef programlamadır. Hedef programlama ile hedeflere verilen kısıtlar altında ulaşılmaya çalışılmaktadır. Başka bir deyişle, hedeflerden olası en az sapma başarılmaya çalışılmaktadır. Ancak, hedeflerin belirsiz olduğu durumlarda bu yöntem kullanılamamaktadır. Hedef programlamadaki hedef değerin kesin olarak modele yerleştirilme zorunluluğu, bulanık hedef programlama yaklaşımı ile esnetilebilmektedir.

Bu çalışmada, hedef programlama ve bulanık hedef programlama tanıtıldıktan sonra, hem sayısal bir örnek model hem de ana üretim planlaması ile ilgili bir örnek model hedef programlama ve bulanık hedef programlama ile çözümlenmiştir. Bulanık hedef programlama modelinde bulanık hedefler için Zimmerman'ın üçgensel üyelik fonksiyonu kullanılmış, daha sonrada Bellman ve Zadeh'in max-min yaklaşımı ile çözüme kavuşturulmuştur. Ayrıca, Tiwari ve arkadaşlarının kullandığı toplamsal model yaklaşımı da çözümlemelerde yer almıştır. Çözümlemelerde hem hedef değerler hem de bulanık hedef değerler değiştirilerek sonuçlara etkileri analiz edilmiştir. Daha sonra, bu sonuçlar karşılaştırılarak her iki yöntemin arasındaki ilişki zayıf ve kuvvetli yönlerini ele alarak incelenmiş ve yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: hedef programlama, bulanık programlama, bulanık hedef programlama

[*] Yard. Doç Dr., Anadolu Üniversitesi, Endüstriyel Sanatlar Yüksekokulu, chkagnic@anadolu.edu.tr

THE RELATIONSHIP BETWEEN GOAL PROGRAMMING AND FUZZY GOAL PROGRAMMING

Abstract:

Usage of multiobjective models in today's business life is usually met. Firms have to optimize many objectives at the same time, instead of just one objective. One of the solution methods of the multiobjective linear programming model is goal programming. By goal programming, objectives are tried to be achieved under the given constraints. In other words, the minimum possible deviation from the objectives is tried to be succeeded. But, this method cannot be used when the objectives are fuzzy. Fuzzy goal programming method can give flexibility to the obligation of setting values to the objectives of the model in goal programming.

In this study, after the introduction of goal programming and fuzzy goal programming, both a numerical example and a model about aggregate production planning are solved by using both of the methods. In fuzzy goal programming, triangular membership functions are used for the fuzzy goals and then Bellman and Zedah's max-min approach is used for the solution. Besides, Tiwari's additional model approach is also used for the solutions. In the solutions, the effects of changing both crisp goals and fuzzy goals are analyzed. The solutions of both of the methods are compared and the relations of these methods are examined according to their weaknesses and strengths and some comments are given on these solutions.

Key Words: goal programming, fuzzy programming, fuzzy goal programming

GİRİŞ

Günümüz iş dünyasında gerçek karar problemlerinin birden çok hedefleri bulunmaktadır. Birden çok hedefi bulunan karar problemlerinin modellenmesi ve çözümünde değişik yöntemler kullanılmaktadır. Bu karar problemlerinin çözümünde kullanılan yaklaşımlardan biri de hedef programlamadır. Doğrusal hedef programlama ile birden çok hedefi olan doğrusal karar modelleri modellenebilmekte ve çözüme kavuşturulmaktadır. Problemdeki hedefler birbiriyle çelişen hedefler olabilmektedir. Bu durumda tüm hedefleri aynı anda gerçekleştirmek mümkün olmamakta, ancak bazı hedeflere diğerlerine göre daha fazla ağırlık ya da öncelik verilerek etkin çözümler bulunabilmektedir. Çelişen tüm hedeflere uygun çözüm bulunamayabilir(Taha, 1997: 349). Hedef problemin çözümünde karar verici hedefler için belirli değerler vermekte ve bu değerlere ulaşılmaya çalışılmaktadır. Bazı durumlarda da bu değerler arasında ödünleşme yapılarak çözüme ulaşılmaya çalışılmaktadır.

Çok amaçlı karar problemlerinin çözümünde kullanılan hedef programlamada hedefler karar verici tarafından belirlenmekte ve bu hedefler doğrultusunda problem çözülmektedir. Ancak bu hedeflerin belirlenmesinde karar vericiler her zaman emin olmayabilirler. Başka bir deyişle, bu hedef değerlerinde belirsizlik söz konusu olabilmektedir. Bu gibi durumlarda bulanık hedef programlama yaklaşımı kullanılabilmektedir. Bulanıklık çeşitli şekillerde belirlilik durumuna getirilmekte ve çözüme ulaşılmaktadır.

Bu çalışmada ilk önce hedef programlama ve bulanık hedef programlama kısaca açıklanmakta daha sonrada bir örnek üzerinde bu iki yaklaşımın birbirine karşı üstün ve zayıf yönleri incelenerek karşılaştırılmaktadır. Bulanık hedef programlamada ve örnek modelde bulanıklığın sadece sağ taraf sabitinde olduğu varsayılarak çalışma yapılmıştır.

I) HEDEF PROGRAMLAMA

Hedef programlama yaklaşımı ilk olarak Charnes ve Cooper tarafından tanıtıldı, daha sonra Ijiri, Lee, Ignizio ve diğerleri tarafından geliştirildi(Mohamed, 1997: 216). Birden fazla hedefin aynı anda gerçekleşmesi sağlanırken hedeften en az sapma gerçekleştirilmeye çalışılmaktadır.

Genel çok amaçlı doğrusal model şu şekilde gösterilebilir:

$$\text{Eniyi } Z = CX$$
$$AX \leq B$$

Burada,

$Z = (z_1, z_2 \ldots . z_k)$ amaç vektörü,

C = KxN sabit matrisi

X = Nx1 karar değişkenleri vektörü

A = MxN katkı matrisi

B = Mx1 sabit vektörleridir.

Hedef programlamada amaç sapma değişkenlerinden mümkün olduğu kadar az sapma olmasını sağlamaya çalışmaktır. Başka bir deyişle, sapmayı enküçüklemede en yüksek tatminin sağlanmasıdır(Ramik, 2000: 82).

Genel hedef programlama modelinin amaç fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{l} (n_i + p_i)$$

Amaç fonksiyonunda önceliklendirme olduğu zaman:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{l} P_k (n_i + p_i), \forall k \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

Amaç fonksiyonunda ağırlıklandırma olduğu zaman

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{l} W_{ki} (n_i + p_i), \forall k \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

Amaç fonksiyonunda yer alacak sapma değişkenleri hedefin yönüne göre değişiklik göstermektedir. Hedefteki eşitsizlik $\leq$ tipindeyse sapma değişkeni p_i, $\geq$ tipindeyse n_i , = tipindeyse $n_i + p_i$ olur.

Modelin geri kalanı da aşağıdaki şekildedir:

$$\sum_{j=1}^{n} C_{ij} x_j + n_i - p_i = g_i$$

$AX \leq B$

$n_i.p_i = 0$

$x_j \geq 0,\ n_i \geq 0,\ p_i \geq 0,\ i = 1,2,\ldots,l$

Yukarıdaki modelde

W: Ağırlıklar

P: Öncelikler

pi: i. Hedeften negatif sapma

n_i: i. Hedeften pozitif sapma

Hedef programlama probleminde amaç verilen kısıtlar altında birden fazla hedefin aynı anda gerçekleşmesini sağlamaktır. Hedefler kesin olarak belirtilir ve belirli hedef için matematiksel denklemler formüle edilir. Başka bir deyişle, hedef ve kısıtların birbirine uyumlu şekilde ele alınması hedef programlamanın en önemli hedefidir(Lai, 1996: 140).

II) BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

Standart hedef programlama formülasyonunda hedef ve kısıtlar kesin olarak tanımlanmaktadır. Aslında, karar vericinin her bir amaç fonksiyonu ile ulaşmak istediği sonucu belirlemesi gerçekten zor bir iştir. Bu tip karar verme durumlarında eldeki veriler çok bulanık ve belirsizdir. Bulanık küme teorisi bu tip belirsizlikleri çözümlemek için bir çerçeve oluşturmaktadır. Bulanık küme teorisinin kullanılması karar vericiye hedef değerlerinin belirlenmesindeki zorlukta avantaj sağlamakta ve bu hedef değerler daha sonra doğal dil kurallarıyla sayısallaştırılabilmektedir. Örneğin, karar vericiye göre hedefler f'den biraz büyük olabilir, f1'den çok küçük olabilir ya da f2 civarında olabilir. Bu şekilde tanımlamalar üyelik fonksiyonu kullanılarak sayısallaştırılabilmektedir (Wang, 1997: 820).

Dilsel ifadelerle açıklanan hedeflerden oluşan bir model aşağıdaki gibi gösterilebilir(Lai, 1996: 140):

Bul x

$(Ax_i) = \tilde{b}_i$; i=1,2,...,m

$x \geq 0$

Bu modelde b_i, tüm i'ler için, dilsel olarak hedef karın b_i civarında olması gerektiğini göstermektedir. Modelin diğer bir gösterimde aşağıdaki şekildedir:

Bul x

$(Ax_i) \cong b_i$; i=1,2,...,m

$x \geq 0$

Hedef programlama modellerinin sağ taraf sabitlerinde, hedeflerde, kısıtlarda ya da ağırlıklandırma ve önceliklerde belirsizlik olabilmektedir. Bu belirsizliğin hesaba katılma isteğinden bulanık hedef programlama modelleri ortaya çıkmıştır.

Zadeh bulanık küme teorisini ilk olarak öneren kişidir. Daha sonra Bellman ve Zadeh bulanık ve belirsiz ortamlarda karar verme durumunda bulanık küme teorisinin kullanılmasına yönelik uygulamalar önermiştir. Tek ve çok amaçlı doğrusal programlama problemlerinin çözümünde bulanık optimizasyon tekniğini de Zimmerman önermiştir(Wang, 2004, 18). Bulanık küme teorisinin tanıtımından sonra yapay zekadan, robotiklere, üretim planlamadan pazarlamaya kadar bir çok alanda kullanılmaya başlanmıştır. Narasimhan da bulanık hedef programlamanın bulanık hedef değerlerinin belirlenmesinde kullanılmasını önermiştir. Yang, Ignizio ve Kim de bulanık hedef programlama modellerini doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarıyla formüle etmiştir(Kumar vd., 2004: 70).

Bulanık programlamada Zimmerman yaklaşımı temel olarak kabul edilmektedir (Mohamed, 1997: 217). Narsimhan'ın ilk bulanık hedef programlama modelini ve çözüm şeklini önermesinden sonra çözüm verimliliğini geliştirmeye yönelik çalışmalar devam etmiştir. Hannan modele klasik sapma değişkenlerini eklemiştir. Böylece, klasik doğrusal programlama formülasyonu kullanılmaya başlanmıştır. Ancak, bu durum formülasyondaki değişken sayısını arttırmıştır(Hannan, 1981: 252).

Bulanık hedef programlama modellerinin çözümü için geliştirilen yaklaşımlarda genellikle Zimmerman tipi üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır. Bulanık eşitsizlikler için Zimmerman'ın üçgensel üyelik fonksiyonu aşağıdaki şekildedir:

$G_k(x)$: k'ıncı bulanık hedef

b_k: k'ıncı hedef için karar vericinin belirlediği erişim değeri

d_{k1}: erişim değeri b_k'dan izin verilen enfazla negatif sapma

d_{k2}: erişim değeri b_k'dan izin verilen enfazla pozitif sapma

$$G_k(x) \cong b_k \quad \mu_k = \begin{cases} 0 & ; \quad \text{eğer } G_k(x) \geq b_k + d_{k2} \\ 1 - \dfrac{G_k(x) - b_k}{d_{k2}} & ; \quad \text{eğer } b_k \leq G_k(x) \leq b_k + d_{k2} \\ 1 - \dfrac{b_k - G_k(x)}{d_{k1}} & ; \quad \text{eğer } b_k - d_{k1} \leq G_k(x) \leq b_k \\ 0 & ; \quad \text{eğer } G_k(x) \leq b_k - d_{k1} \end{cases}$$

$$G_k(x) \underset{\sim}{\leq} b_k \quad \mu_k = \begin{cases} 0 & ; \quad \text{eğer } G_k(x) \geq b_k + d_{k2} \\ 1 - \dfrac{G_k(x) - b_k}{d_{k2}} & ; \quad \text{eğer } b_k \leq G_k(x) \leq b_k + d_{k2} \\ 1 & ; \quad \text{eğer } G_k(x) \leq b_k \end{cases}$$

$$G_k(x) \underset{\sim}{\geq} b_k \quad \mu_k = \begin{cases} 0 & ; \quad \text{eğer } G_k(x) \leq b_k - d_{k1} \\ 1 - \dfrac{b_k - G_k(x)}{d_{k1}} & ; \quad \text{eğer } b_k - d_{k1} \leq G_k(x) \leq b_k \\ 1 & ; \quad \text{eğer } G_k(x) \geq b_k \end{cases}$$

Bulanık hedef programlama için yukarıda gösterilen Zimmerman tipi üyelik fonksiyonları Narasimhan, Hannan ve Yang ve arkadaşları tarafından geliştirilen yaklaşımlarda kullanılmıştır. Bu yaklaşımlara bağlı olarak yapılan çözümlemelerde genel olarak aynı sonuçlara ulaşılmaktadır. Yang ve arkadaşlarının yaklaşımına göre doğrusal programlama formülasyonu aşağıdaki şekildedir(Chen, 2001: 550):

Enbüyük λ

$\lambda \leq 1 - \dfrac{G_k(x) - b_k}{d_{k2}}$,

$\lambda \leq 1 - \dfrac{b_k - G_k(x)}{d_{k1}}$,

$\lambda \in [0,1]$

$x \geq 0$; tüm k'lar

Bulanık hedef programlama modelleri bu yaklaşıma göre çözüldüğü zaman Narasimhan ve Hannan'ın yaklaşımlarından farklı bir sonuç çıkmamaktadır. Yang ve arkadaşlarının bu yaklaşımında min-operatör kullanılmaktadır. Min-operatör ile hedefler bir araya getirilerek karar kümesi oluşturulur ve bu küme enbüyüklenmeye çalışılır. Bunun yerine Tiwari ve arkadaşları bulanık hedef programlama problemlerini formüle etmek için basit toplamsal modeli tanıtmıştır(Tiwari vd., 1987: 29).

Aşağıda m bulanık hedefi($G_i(x)$) olan bulanık hedef programlama probleminin önerilen modele göre formülasyonu verilmektedir.

$G_i(x) \underset{\sim}{>} g_i$ (ya da $G_i(x) \underset{\sim}{<} g_i$); $i=1,\ldots,m$

$Ax \leq b$;

$x \geq 0$

Burada $G_i(x) \;{>}({<})\; g_i$ i'inci bulanık hedefin g_i doyum derecesine yaklaşık olarak eşit ya da büyük(eşit ya da küçük) olduğunu göstermektedir.

Zimmerman üyelik fonksiyonuna göre i'inci bulanık hedef için doğrusal üyelik fonksiyonu μ_i aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & ; \quad \text{eğer } G_i(x) \geq g_i, \\ \dfrac{G_i(x) - L_i}{g_i - L_i} & ; \quad \text{eğer } L_i \leq G_i(x) \leq g_i \\ 0 & ; \quad \text{eğer } G_i(x) \leq L_i \end{cases}$$

ya da

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & ; \quad \text{eğer } G_i(x) \leq g_i, \\ \dfrac{U_i - G_i(x)}{U_i - g_i} & ; \quad \text{eğer } g_i \leq G_i(x) \leq U_i \\ 0 & ; \quad \text{eğer } G_i(x) \geq U_i \end{cases}$$

Bu formülasyonda L_i(ya da U_i) $G_i(x) > g_i$ ($G_i(x) < g_i$) i'inci bulanık hedefi için en düşük(yüksek) tolerans limitidir. Buna göre basit toplamsal model aşağıdaki şekilde formüle edilir:

$$\text{Enbüyük } f(\mu) = \sum_{k=1}^{n} \mu_k$$

$$\mu_i = \frac{G_i(x) - L_i}{g_i - L_i} \quad \text{bazı i'ler için,}$$

$$\mu_j = \frac{U_i - G_i(x)}{U_i - g_i} \quad \text{bazı j'ler için, } j \neq i,$$

$$Ax \leq b,$$

$$\mu_i, \mu_j \leq 1,$$

$$x, \mu_i, \mu_j \geq 0; \ i,j \in \{1,\dots,n\}$$

Bu modelde $Ax \leq b$ bulanık olmayan(belirli) sistem kısıtlarıdır. Bulanık hedeflerin ortak doyum derecesini belirlemek yerine, bireysel hedeflerin doyum derecelerinin toplamını en büyüklemeye çalışılmaktadır. Daha da önemlisi, ulaşılması zor hedefleri başarmak için diğer hedeflerin doyum derecesi azaltılmayacaktır.

Geleneksel hedef programlamada, hedeflerin göreceli önemini belirtmek için hedeflenen düzeyden sapmaların ağırlıklı ortalaması kullanılır. Hannan bulanık öncelikli bulanık hedef programlamanın amaç fonksiyonunu formüle etmek için de bu yaklaşımı kullanmıştır(Chen, 2001: 551). Tiwari ve arkadaşları her hedefin ağırlığını problemin amaç fonksiyonu içine alan ağırlıklı toplamsal bir model önermiştir. Burada ağırlıklar model içine aşağıdaki kısıtlar ile katılmaktadır:

$$f(\mu) = \sum_{k=1}^{n} w_k \mu_k$$

Burada w_k k'inci bulanık hedefin ağırlığını göstermektedir ve $\sum w_k = 1$ 'dir.

Ağırlıklı toplamsal modeldeki ağırlıklar bulanık hedeflerin göreceli önemini göstermektedir.

III) HEDEF PROGRAMLAMA VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA İLE İLGİLİ SAYISAL ÖRNEK

Hedef programlama ve bulanık hedef programlama çok amaçlı problemleri çözmek için kullanılan yaklaşımlardan ikisidir. Her iki yaklaşımda da her bir hedef için ulaşılmak istenen bir değer bulunmaktadır. Ulaşılmak istenen bu değerler ya karar verici tarafından ya da karar analisti tarafından belirlenir. Ayrıca, bulanık programlamada her bir hedeften izin verilen sapma miktarı da gereklidir. Sapma miktarının büyük belirlenmesi amacın az önemli olduğunun göstergesidir(Mohamed, 1997: 220).

Hedef programlama problemlerinin çözümüne bulanıklık katıldığı zaman başka bir deyişle problem bulanık hedef programlama yaklaşımı ile çözüldüğü zaman hedef programlamaya göre oluşan değişiklikler bir örnek üzerinde incelenecektir. Bulanık hedef programlama çözümlerinde üçgensel üyelik fonksiyonu kullanılmıştır. Bu bölümdeki örnek modelin ve dördüncü bölümdeki örnek modelin çözümünde Lingo 8 paket programı kullanılmıştır. Sonuçlarda Z amaç fonksiyonunu temsil etmektedir.

Örnek:

Hedef 1: $3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 30$

Hedef 2: $x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 15$

Hedef 3: $x_1 = 5$

Sistem kısıtları:

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 20$

$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 25$

$3x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 20$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

Enküçük $G_1 = n_1$
Enküçük $G_2 = p_2$
Enküçük $G_3 = n_3 + p_3$
$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + n_1 - p_1 = 30$
$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + n_2 - p_2 = 15$
$x_1 + n_3 - p_3 = 5$

Sistem kısıtları:

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 20$
$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 25$
$3x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 20$
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

Yukarıdaki örnek ilk olarak hedef programlama yaklaşımı ile birinci hedefe daha sonra ikinci hedefe ve son olarak da üçüncü hedefe öncelik verilerek çözüme ulaştırılmıştır. Sonuçlar aşağıdaki gibidir:

$x_1 = 6.47$, $x_2 = 0.88$, $x_3 = 2.94$, $n_1 = p_1 = p_2 = n_3 = 0$, $n_2 = 0.88$, $p_3 = 1.47$, $Z = 1.47$

Bu çözümde birinci ve ikinci önceliğe sahip hedeflere ulaşılmış ancak üçüncü hedefe tam olarak ulaşılamamıştır.

Modelin bu çözümlemesinde ikinci hedefe ilk öncelik verilmiş daha sonra sırasıyla birinci ve üçüncü hedefe öncelik verilerek çözümleme yapılmıştır. Çözümleme sonuçları birinci hedefe öncelik verilerek yapılan yukarıdaki çözümleme ile aynı sonuçları vermiştir, çünkü ilk çözümlemede birinci hedefe ulaşılırken aynı zamanda ikinci hedefe de ulaşılmıştır. Başka bir deyişle, birinci amaç fonksiyonunda n_1 sıfır değerine sahipken ikinci amaç fonksiyonundaki p_2 'de sıfır değerine sahiptir. Bu nedenle birinci ya da ikinci hedefe öncelik verilmesi modelin çözümünü ve sonucunu değiştirmemektedir.

Son olarak modelin çözümünde üçüncü hedefe birinci öncelik tanınmış, daha sonra sırasıyla birinci ve ikinci hedefe öncelik verilmiştir. Üçüncü hedefe birinci öncelik verildiği zaman üçüncü ve ikinci hedef tamamıyla karşılanmış, ancak birinci hedef tam olarak karşılanamamıştır.

Modelin çözümünden elde edilen sonuçlar aşağıdadır:

$x_1 = 5.00$, $x_2 = 1.94$, $x_3 = 2.78$, $n_1 = 2.78$, $p_1 = 0.00$, $n_2 = 0.56$, $p_2 = n_3 = p_3 = 0$, $Z = 0$

Ağırlıklandırma yöntemine göre yapılan çözümlemede ilk olarak birinci hedefe ikinci ve üçüncü hedefe göre iki kat ağırlık verilerek çözüm yapılmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$x_1 = 6.47$, $x_2 = 0.88$, $x_3 = 2.94$, $n_1 = p_1 = p_2 = n_3 = 0$, $n_2 = 0.88$, $p_3 = 1.47$, $Z = 1.47$

Ağırlıklandırma yönteminde ikinci olarak ikinci hedefe diğer hedeflere göre iki kat ağırlık verilerek model oluşturulmuştur. Modelin çözümünde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

$x_1 = 6.47$, $x_2 = 0.88$, $x_3 = 2.94$, $n_1 = p_1 = p_2 = n_3 = 0$, $n_2 = 0.88$, $p_3 = 1.47$, $Z = 1.47$

Sonuçlardan görüldüğü gibi birinci hedefe iki kat ağırlık vermek ile ikinci hedefe iki kat ağırlık vermek arasında sonuçlar bakımından bir fark olmamıştır. Aynı durum önceliği koruma yönteminde de söz konusu olmuştur.

Son olarak üçüncü hedefe diğer hedeflere göre iki kat ağırlık verilerek model oluşturulmuş ve sonuçlar aşağıda elde edilmiştir:

$x_1 = 5.00$, $x_2 = 1.94$, $x_3 = 2.78$, $n_1 = 2.78$, $p_1 = 0$, $p_2 = n_3 = p_3 = 0$, $n_2 = 0.56$, $Z = 2.78$

Üçüncü hedefe iki kat ağırlık verildiği zaman üçüncü ve ikinci hedefe ulaşılmış ancak birinci hedefe ulaşılamamıştır. Bu durum da önceliği koruma yöntemiyle aynı sonuçları vermiştir.

Daha sonra, yukarıdaki örnek problem bulanık hedef programlama modeli oluşturularak çözüme ulaştırılmıştır. Bu modelde Zimmerman'ın üçgensel üyelik fonksiyonu ve Bellman ve Zadeh'in max-min yaklaşımı kullanılmıştır. Modelde kullanılan hedefler bulanık olarak kabul edilmiştir. Böylece hedefler esnek tutulabilmiştir. İlk iki hedef için tolerans değeri olarak 10, üçüncü hedef için ise 1 alınmıştır.

Hedef 1: $3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \tilde{\geq} 30$

Hedef 2: $x_1 + 2x_2 + 2x_3 \tilde{\leq} 15$

Hedef 3: $x_1 \cong 5$

Sistem kısıtları:

$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 20$

$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 25$

$3x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 20$

$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$

Yukarıdaki açıklamalara göre modeldeki hedefler çözüm için aşağıdaki şekle dönüştürülmüş ve sistem kısıtları aynı şekilde kalmıştır.

Enbüyük λ

$\lambda \leq 0.3x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 - 2$

$\lambda \leq -0.1x_1 - 0.2x_2 - 0.2x_3 + 2.5$

$\lambda \leq -x_1 + 6$

$\lambda \leq x_1 - 4$

$\lambda = [0,1]$

Modelin çözümünde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$x_1 = 5.23 \quad x_2 = 1.78 \quad x_3 = 2.80 \quad \lambda = 0.7664 \quad Z = 0.7664$

Aynı modelde ilk iki hedefin tolerans limitleri 10 yerine 5 olarak değiştirilirken üçüncü hedef aynı şekilde bırakıldığı zaman aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

$x_1 = 5.40 \quad x_2 = 1.65 \quad x_3 = 2.82 \quad \lambda = 0.597 \quad Z = 0.597$

Yukarıdaki modelde birinci hedefin tolerans limiti 10, ikinci hedefin tolerans limiti 5 ve üçüncü hedefin tolerans limiti 1 olursa aşağıdaki sonuçlara ulaşılmaktadır:

$x_1 = 5.23 \quad x_2 = 1.78 \quad x_3 = 2.80 \quad \lambda = 0.7664 \quad Z = 0.7664$

Sonuçlar incelendiği zaman üçüncü hedef tolerans limiti 1 olarak aynı kalmak şartıyla, birinci ve ikinci hedef tolerans limitı 10 yerine 5 olduğu zaman hedeflerin başarılma derecesinin düşmekte ($\lambda = 0.7664 < \lambda = 0.597$) olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, birinci ve üçüncü hedef aynı kalırken, ikinci hedefin tolerans limitinin 5 ya da 10 olmasının modelin çözümünü etkilemediği ortaya çıkmaktadır.

Aynı modelde(birinci ve ikinci hedef tolerans limiti 10) üçüncü hedefin tolerans limiti 1'den 2'ye yükseltilirse sonuçlar aşağıdaki gibi olmaktadır:

$x_1 = 5.41 \quad x_2 = 1.65 \quad x_3 = 2.82 \quad \lambda = 0.7984 \quad Z = 0.7984$

Sonuçlarda da görüldüğü gibi üçüncü hedefin tolerans limiti arttırıldığı zaman bulanık hedeflerin başarılma derecesi artmaktadır. Başka bir deyişle, üçüncü hedefin tolerans derecesinin bulanık hedeflerin başarılma derecesinde önemli ve kritik olduğunu göstermektedir.

Modelde birinci hedefin tolerans limitini 10'dan 5'e düşürürken ikinci ve üçüncü hedefin tolerans limitlerini sırasıyla 10 ve 1 olarak bırakırsak aşağıdaki çözümler elde edilmektedir.

$x_1 = 5.40 \quad x_2 = 1.65 \quad x_3 = 2.82 \quad \lambda = 0.597 \quad Z = 0.597$

Bu durum, yapılan çözümlemelerde birinci ve üçüncü hedefin tolerans limitleri sırası ile 5 ve 1 olurken, ikinci hedefin tolerans limitinin 5 ya da 10 olmasının, bulanık hedeflerin başarılma derecesini değiştirmediğini($\lambda = 0.597$) göstermektedir. Ancak, birinci hedefin daha kritik olduğunun bir göstergesidir, çünkü ikinci ve üçüncü hedefler sırasıyla 10 ve 1 iken birinci hedefin tolerans limiti 10'dan 5'e düşerse bulanık hedeflerin başarılma derecesi de azalmaktadır($\lambda = 0.597 < \lambda = 0.7664$).

Bu modelde ikinci ve üçüncü hedeflerin tolerans limitleri sırasıyla 5 ve 2 olurken birinci hedefin tolerans limitinin 5 ya da 10 olması sonuçları değiştirmemekte ve aşağıdaki gibidir.

$x_1 = 5.63 \;\; x_2 = 1.49 \;\; x_3 = 2.85 \;\; \lambda = 0.684 \;\; Z = 0.684$

Bu sonuç da, üçüncü hedefin tolerans limitinin önemli ve kritik olduğunun bir başka kanıtı ve göstergesidir.

Yukarıdaki örnek model Tiwari'nin toplamsal model yaklaşımına göre formüle edilirse ve birinci, ikinci, üçüncü hedeflerin tolerans limitleri sırasıyla 10, 10 ve 1 olarak alınırsa aşağıdaki model elde edilmektedir:

Enbüyük $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3$

$$\mu_1 \leq 0.3x_1 + 0.2x_2 + 0.3x_3 - 2$$
$$\mu_2 \leq -0.1x_1 - 0.2x_2 - 0.2x_3 + 2.5$$
$$\mu_3 \leq -x_1 + 6$$
$$\mu_3 \leq x_1 - 4$$
$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 20$$
$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 25$$
$$3x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 20$$
$$x_1 \geq 0,\; x_2 \geq 0,\; x_3 \geq 0$$
$$\mu_1 = [0,1],\; \mu_2 = [0,1],\; \mu_3 = [0,1]$$

Modelin çözümünde ise aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

$x_1 = 5.00 \;\; x_2 = 1.94 \;\; x_3 = 2.78 \;\; \mu_1 = 0.72 \;\; \mu_2 = 1.0 \;\; \mu_3 = 1.0 \;\; Z = 2.72$

Örnek modelimizde diğer hedefler aynı kalmak şartıyla sadece birinci hedefin tolerans limitini 10'dan 5'e düşürürsek aşağıdaki sonuçlara ulaşılmaktadır.

$x_1 = 5.00 \;\; x_2 = 1.94 \;\; x_3 = 2.78 \;\; \mu_1 = 0.44 \;\; \mu_2 = 1.0 \;\; \mu_3 = 1.0 \;\; Z = 2.44$

Her iki çözümde temelde birbirine benzediği için birinci hedefin tolerans limitinin azaltılması diğer yöntemde olduğu gibi bu yöntemde de hedeflerden birincisinin azalmasına dolayısıyla amaç fonksiyonunun azalmasına neden olmaktadır.

Örnek modelde birinci, ikinci ve üçüncü hedefin tolerans değerleri sırasıyla 10, 5 ve 1 alınıp model yeniden oluşturulup çözümlendiği zaman aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkmaktadır:

$x_1 = 5.0 \;\; x_2 = 1.94 \;\; x_3 = 2.78 \;\; \mu_1 = 0.72 \;\; \mu_2 = 1.0 \;\; \mu_3 = 1.0 \;\; Z = 2.72$

Bu modelin çözümü incelendiği zaman ikinci hedefin tolerans değeri 10'dan 5'e düşürülmesine rağmen sonuçta bir değişiklik söz konusu olmamıştır. Sonuçların aynı olması ikinci hedefteki belirsizliğin azaltılabileceğini, başka bir deyişle bu hedefte esnekliğin azaltılabileceğini göstermektedir.

Örnek modelin bulanık hedef programlama problemi olarak çözümünde Tiwari'nin toplamsal model yaklaşımında bulanık hedeflerin eşit ağırlıkta olduğu varsayımı kullanılmıştır. Ancak, hedeflerin eşit ağırlıkta olmadığı varsayılarak birinci, ikinci ve üçüncü hedefe sırasıyla 0.6, 0.2 ve 0.2 ağırlık verilirse sonuçların değişmediği görülmektedir. Tam olarak başarılamayan birinci hedefi zorlamak amacıyla, bu hedefin ağırlığı 0.8'e yükseltip, ikinci ve üçüncü hedefe sırasıyla 0.1 ve 0.1 ağırlık verilerek model yeniden çözüldüğü zaman sonuçlar aşağıdaki şekilde oluşmuştur:

$x_1 = 6.0$ $x_2 = 1.22$ $x_3 = 2.89$ $\mu_1 = 0.91$ $\mu_2 = 1.0$ $\mu_3 = 0.0$ $Z = 0.83$

Model çözümden elde edilen sonuçlar incelendiği zaman birinci hedefe fazla ağırlık verilerek çözüm yapıldığı zaman, birinci hedefin başarılma derecesi artarken ikinci hedefin başarılma derecesi aynı kalmış, ancak üçüncü hedefin başarılma derecesi 0'a düşmüştür. Bu durum çözümlemelerde istenmeyen bir durumdur.

IV) ANA ÜRETİM PLANLAMASI İLE İLGİLİ SAYISAL ÖRNEK

A işletmesi üç tip jant üretimi ile ilgilenmekte ve bir sonraki dönem için ana üretim planlaması yapmak istemektedir. Başlangıç envanteri de bulunmamaktadır. Jantların hepsi sırasıyla İşmerkezi 1, İşmerkezi 2 ve İşmerkezi 3'ten geçmekte ve üretimlerinde hammadde olarak da A tipi çelik kullanılmaktadır. Üç tip jant üretimi ile ilgili diğer veriler aşağıda Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo: 1
Üç Tip Jant Üretimi ile İlgili Diğer Veriler

	Ürün 1	Ürün 2	Ürün 3
Kar(YTL/birim)	100	135	90
Dönem Talep Tahmini	250	300	200
A tipi çelik kullanımı (Birim/kg)	7	8	6
İşgücü(saat/birim)	3	1	4
İşmerkezi 1(saat/birim)	2	3	4
İşmerkezi 2(saat/birim)	3	2	6
İşmerkezi 3(saat/birim)	1	2	2

İşletmenin izlediği politikalara bağlı olarak birinci hedefi üretilen tüm ürün tiplerinde dönem sonunda toplam en az 90.000YTL kar elde etmektir. İkinci hedef, ürün başına düşen üretim dışı maliyetleri azaltabilmek için tüm ürün tiplerinden dönemlik toplam üretim miktarı en az 800 birim olmalıdır. Üçüncü hedef ise üretimde normal toplam işgücü süresinin aşılmamasıdır. Başka bir deyişle, fazla mesaiye izin verilmeyecektir. Ayrıca, dönemlik kullanılabilir toplam A tipi çelik 6.000 kilogramdır. İşmerkezi 1, 2 ve 3'ün dönemlik toplam kapasiteleri sırasıyla 2.500 saat, 2.600 saat ve 1.300 saattir. Toplam normal işgücü süresi dönemlik 2.000 saattir.

x_i : i'inci ürünün dönemlik üretilecek miktarı, i = 1,2,3

Hedef 1: $100x_1 + 135x_2 + 90x_3 \geq 90.000$

Hedef 2: $x_1 + x_2 + x_3 \geq 800$

Hedef 3: $3x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 2.000$

Sistem kısıtları:

$7x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 6.000$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 2.500$

$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 2.600$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1.300$

$x_1 \geq 250$

$x_2 \geq 300$

$x_3 \geq 200$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

Enküçük $G_1 = n_1$

Enküçük $G_2 = n_2$

Enküçük $G_3 = p_3$

$$100x_1 + 135x_2 + 90x_3 + n_1 - p_1 = 90.000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + n_2 - p_2 = 800$$

$$3x_1 + x_2 + 4x_3 + n_3 - p_3 = 1.800$$

Sistem kısıtları:

$7x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 6.000$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 2.500$

$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 2.800$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1.300$

$x_i \geq 250$

$x_2 \geq 300$

$x_3 \geq 200$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$

İlk çözümlemede birinci hedefe ilk öncelik daha sonra da sırasıyla ikinci ve üçüncü hedefe öncelik($G_1 > G_2 > G_3$) verilerek çözümleme yapılmıştır. Çözümleme sonuçları aşağıdaki gibidir:

$x_1 = 250,\ x_2 = 325,\ x_3 = 200,\ n_1 = 3125,\ p_1 = 0,\ n_2 = 25,\ p_2 = 0,\ n_3 = 125,\ p_3 = 0$

Amaç fonksiyonu değeri = 0

Model daha sonra önce ikinci hedefe ve sırasıyla birinci ve üçüncü hedefe ($G_2 > G_1 > G_3$), son olarak da önce üçüncü hedefe ve sırasıyla ikinci ve birinci hedefe ($G_3 > G_2 > G_1$), öncelik verilerek çözülmüştür. Her iki çözümlemenin sonuçları da birinci çözümlemedeki sonuçlar ile aynı çıkmıştır. Hedeflerin önceliklerinde yapılan değişiklikler karar değişkenlerinin değerini değiştirmemiş, sadece son çözümlemenin amaç fonksiyonu değeri 3125 olmuştur. Modeldeki kısıtların yapısından dolayı, önceliklerin sıralamasındaki değişiklikler hedeflere ulaşmayı sağlamamış ve birinci ve ikinci hedeflere ulaşmak olası olmamıştır($n_1 = 3125$, $n_2 = 25$). Üçüncü hedefe her koşulda ulaşılmıştır($p_3 = 0$).

Ağırlıklandırma yöntemine göre yapılan çözümlemede önce birinci hedefe daha sonraki çözümlemelerde de sırasıyla ikinci ve üçüncü hedefe diğer hedeflere göre 5 kat ağırlık verilmiştir. Karar değişkenlerinin ve sapma değişkenlerinin değerleri önceliği koruma yöntemi ile aynı çıkmış, sadece amaç fonksiyonu değeri farklı olarak sırasıyla 15650, 3250 ve 3150 değerlerini almıştır.

Daha sonra, yukarıdaki örnek problemin hedefleri bulanık kabul edilip, bulanık hedef programlama modeli oluşturularak 4. bölümdeki sayısal örnek gibi Zimmerman'ın üçgensel üyelik fonksiyonu ve Bellman ve Zadeh'in max-min yaklaşımı kullanılarak çözümlenmiştir.

Hedef 1: $100x_1 + 135x_2 + 90x_3 \gtrsim 90.000$

Hedef 2: $x_1 + x_2 + x_3 \gtrsim 800$

Hedef 3: $3x_1 + x_2 + 4x_3 \lesssim 2.000$

Sistem kısıtları:

$7x_1 + 8x_2 + 6x_3 \leq 6.000$

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 2.500$

$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 2.600$

$x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1.300$

$x_1 \geq 250$

$x_2 \geq 300$

$x_3 \geq 200$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0$

İlk çözümlemede birinci hedefin tolerans değeri 10.000, ikinci hedefin 100 ve üçüncü hedefin tolerans değeri 200 olarak alınmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$x_1 = 250,\ x_2 = 325,\ x_3 = 200,\ \lambda = 0{,}6875$

Daha sonra her hedefin değişik tolerans değerlerinde çözümlemeler yapılmıştır. Çözümlemeler sonucunda karar değişkenlerinin değeri değişmemiş, ancak hedeflere ulaşılma derecesi tolerans değerlerine göre aşağıdaki gibi değişiklik göstermiştir.

1.Hedef toleransı	2.Hedef toleransı	3.Hedef toleransı	λ
10.000	100	400	0,6875
10.000	200	200	0,6875
20.000	200	200	0,8438
20.000	200	400	0,8438
20.000	100	400	0,7500
20.000	400	400	0,8438

Sonuçlardan da anlaşıldığı gibi birinci ve ikinci hedefin tolerans değerlerinde esneklik sağlandıkça hedeflere ulaşılma derecesi de artmaktadır. Ancak, hedeflerin tolerans değerlerindeki değişim karar değişkenlerini bu modelde etkilememiştir. Bu durum hedef ve kısıtların oluşturduğu uygun çözüm alanı ve en iyi çözüme bağlı olarak her zaman bu şekilde değildir. (Dördüncü bölümdeki sayısal örnekte bu şekilde olmamıştır.)

Ana üretim planlamasına örnek model son olarak Tiwari'nin toplamsal model yaklaşımına göre formüle edilirse ve birinci, ikinci, üçüncü hedeflerin tolerans limitleri sırasıyla 10.000, 100 ve 200 olarak alınırsa aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

$x_1 = 250,\ x_2 = 325,\ x_3 = 200,\ \mu_1 = 0.6875,\ \mu_2 = 0.75,\ \mu_3 = 1.00,$ $Z = 2.4375$

Hedeflerin tolerans limitleri sırasıyla 10.000, 200 ve 200 olarak değiştirilirse aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

$x_1 = 250,\ x_2 = 325,\ x_3 = 200,\ \mu_1 = 0.6875,\ \mu_2 = 0.8750,\ \mu_3 = 1.00,$ $Z = 2.5625$

Hedeflerin tolerans limitleri sırasıyla 20.000, 200 ve 200 olarak değiştirilirse aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

$x_1 = 250$, $x_2 = 325$, $x_3 = 200$, $\mu_1 = 0.8438$, $\mu_2 = 0.8750$, $\mu_3 = 1.00$, $Z = 2.7188$

Son olarak, hedeflerin tolerans limitleri sırasıyla 20.000, 200 ve 400 olarak değiştirilirse aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

$x_1 = 250$, $x_2 = 325$, $x_3 = 200$, $\mu_1 = 0.8438$, $\mu_2 = 0.8750$, $\mu_3 = 1.00$, $Z = 2.7188$

Bu yaklaşımda da, Bellman ve Zadeh'in yaklaşımında olduğu gibi, birinci ve ikinci hedefin tolerans değerlerinde esneklik sağlandıkça, hedeflere ulaşılma derecesi artmakta ve tolerans değerlerindeki değişiklikler karar değişkenlerinin değerini değiştirmemiştir.

V) HEDEF PROGRAMLAMA VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA ARASINDAKİ İLİŞKİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Genel olarak hedef programlama ile bulanık hedef programlama arasındaki en önemli farklardan birisi bulanık hedef programlamanın hedef programlamaya göre daha esnek olmasıdır. Ayrıca önemli bir farklılık da hedef programlamada hedeflere karar verici tarafından belirli değerler verilme zorunluluğudur. Günümüzde karar vericileri en fazla zorlayan konulardan birisi de bu değerlerin ne olacağıdır. Hedef değerlerdeki belirsizlik karar vericileri zor duruma düşürmektedir. Hedef programlamadaki hedef değerin kesin olarak modele yerleştirilme zorunluluğu bulanık hedef programlama yaklaşımı ile esnetilebilmekte ve bu durumda karar vericiye esneklik sağlamaktadır.

Örnek modellerin hedef programlama ile önceliği koruma yöntemine göre çözümünde de görüldüğü gibi birinci önceliğe göre çözümlemede ikinci önceliğin sapma değişkenleri de sıfır değerini alırsa ikinci önceliğin çözümü de aynı sonucu vermektedir. Bu çözümleme de sadece üçüncü öncelikte sapma değişkenlerinden birisi pozitif değer almaktadır. Bu nedenle bu hedef (üçüncü hedef) birinci önceliğe göre çözülmeye çalışıldığı zaman en küçüklenmeye çalışılan amaç fonksiyonu değeri diğer çözümlere göre artmaktadır. Bu durumda karar verici hangi önceliğin daha önemli olduğunu değerlendirerek, öncelikler konusunda ödünlemeye giderek kararını verecektir.

İlk örnek model ağırlıklandırma yöntemine göre çözüldüğü zaman karar değişkenlerinin değeri sayısal olarak farklı olmasına rağmen temelde benzer sonuçlar çıkmaktadır. Çünkü, hem ayrı ayrı birinci ve ikinci hedefe öncelik verildiği zaman ve hem de birinci ve ikinci hedefe iki kat ağırlık verildiği zaman çözümlemede sonuçlar aynı çıkmaktadır. Ayrıca, üçüncü hedefe hem öncelik hem de iki kat ağırlık verildiği zamanda istenilen sonuçlardan uzaklaşılmaktadır. Her iki çözümde de üçüncü hedefe daha fazla önem verilmesi amaç fonksiyonunun enküçüklenmeye çalışılan değerini arttırmaktadır. Ana üretim planlaması ile ilgili örnekte ağırlıklandırma yöntemi ile çözüldüğü zaman karar değişkenlerinin ve sapma değişkenlerinin değeri önceliği koruma ile aynı çıkmıştır.

Örnek modeller hedef programlama yerine bulanık hedef programlama yaklaşımı ile çözüldüğü zaman hedefler için değişik tolerans limitleri kullanılarak değişik sonuçlar elde edilmiştir. Örnek modeller, hem Bellman ve Zadeh'in max-min yaklaşımı ile hem de Tiwari'nin toplamsal modeline göre çözümlenmiştir. Sonuçlar incelendiği zaman toplamsal modelin sonuçlarının daha tatmin edici olduğu görülmektedir. Çünkü her iki yöntemde de üyelik fonksiyonu değerlerine bakıldığı zaman toplamsal modelde bu değerin bire daha yakın olduğu görülmektedir. Üyelik fonksiyonu değeri bire ne kadar yakın olursa, tatmin etme dereceside o kadar yüksek olur.

Hedef programlama ile yapılan çözümlerde hedeflere belirli değerler verilmekte ve hedeflerin eşitlik ya da eşitsizlik olmasına göre sapma değişkenlerinin aldığı değerler bu hedeflere ne kadar ulaşılıp ulaşılmadığını göstermektedir. Amaç fonksiyonunda yer alan sapma değişkenleri sıfır ya da sıfıra yakın değer alırsa hedeflere o kadar ulaşılmaktadır. Bulanık hedef programlama da ise hedefler tam belirgin değildir ve bu değerler üyelik fonksiyonuna bağlı olarak tolerans limitleri ile belirlenmeye çalışılmaktadır. Tolerans değerlerinin hedefin değerine göre göreceli büyüklüğü belirsizliğin ne kadar çok ya da az olduğunun göstergesidir. Üyelik fonksiyonunun değeri ile belirsiz olan hedef değerlere verilen tolerans değerlerine ne kadar ulaşılıp ulaşılmadığı anlaşılmaktadır. Üyelik fonksiyonunun değeri bire ne kadar yakınsa üyelik fonksiyonunun başarılma derecesi o kadar yüksek olmaktadır. Başka bir deyişle, belirlenen değerler o kadar doğru olmaktadır.

İlk örnek modelin hedef programlama ile önceliği koruma ve ağırlıklandırma yöntemine göre çözümünde üçüncü hedefe öncelik verilerek elde edilen sonuçlar ile Tiwari'nin toplamsal model yaklaşımına göre ilk çözümünde elde edilen sonuçlar aynıdır. Ana üretim planlaması ile ilgili örnek modelin hem hedef programlama hem de bulanık hedef programlama ile her iki türlü çözümünde de karar değişkenlerinin değeri değişmemiştir. Tiwari'nin yaklaşımında bulanık hedeflerin ortak doyum derecesini belirlemek yerine bireysel hedeflerin doyum derecelerinin toplamı enbüyüklenmeye çalışılmaktadır. Hedef programlamanın önceliği koruma ve ağırlıklandırma yönteminde de ilk önce üçüncü hedef başarılmaya çalışılmakta daha sonra diğer hedeflere ulaşılmaya çalışılmaktadır. Yani, hedeflere belirlenen sıraya göre teker teker ulaşılmaya çalışılmaktadır. Bu nedenle, bu durum da

Tiwari'nin yaklaşımındaki bireysel hedeflerin doyum derecelerinin toplamının enbüyüklenmesi ile benzerlikler göstermekte ve sonuçlar aynı çıkmaktadır. Ancak, ilk örnek modelin hedef programlama çözümlerinde sapma değişkenlerinin enküçüklenmesi amacı bulunmaktadır ve üçüncü hedefe birinci öncelik verilerek elde edilen çözüm diğer çözümlere göre en kötü sonucu vermektedir. Tiwari'nin bulanık hedef programlama çözümü ise her bir hedef için ayrı ayrı üyelik fonksiyonu belirlediği için her bir hedefin doyum derecesi farklı olabilmektedir. Üyelik fonksiyonlarının ortak doyum derecesini bulmak yerine bireysel doyum dereceleri daha uygun sonuçlar verebilmektedir. Bununla birlikte, örnek modellerin yapısı gereği ve kullanılan hedef değerlere ve tolerans değerlerine bağlı olarak sonuçların aynı olması tesadüfi de olabilir. Ancak, yukarıda söz edilen nedenlerin de bu sonuçların aynı çıkmasında etkisi olabilir. Bu durum ayrı bir çalışma konusu ile derinlemesine incelenerek söz edilen nedenlerin doğru olup olmadığı kanıtlanabilir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada çok amaçlı doğrusal programlama modellerinin çözümünde kullanılan hedef programlama ve bulanık hedef programlama yaklaşımları incelenmiştir. Her iki yöntemde genel hatlarıyla açıklandıktan sonra önce sayısal bir örnek daha sonra da gerçek hayattan bir model örnek(ana üretim planlaması) üzerinde çözümlemeye gidilmiştir. Örneklerin çözümünde elde edilen sonuçlarda yöntemlerin yapısı gereği farklılıklar ve benzerlikler bulunmaktadır. Ayrıca, elde edilen sonuçlar gerçek iş hayatına uygulandığı zaman kullanılan kısıtlar, karar değişkenleri ve parametrelerin etkilerine göre *istenen ya da istenmeyen sonuçlar doğurabilir.* Bu durumda karar verici modeldeki kısıtlarda, karar değişkenlerinde ve hatta parametrelerde değişiklik yapmak zorunda kalabilir. Örnek modellerin incelenmesinde bazı alternatif çözüm yolları da denenerek(birinci hedefe öncelik vermek, üçüncü hedefe öncelik vermek, tolerans değerlerini değiştirmek gibi) karar vericiye yol gösterilmeye çalışılmıştır.

Daha öncede söz edildiği gibi çok amaçlı doğrusal modellerin çözümünde kullanılan hedef programlama ve bulanık hedef programlama modellerinin arasındaki en önemli farklılık ikinci yöntemin karar vericiye esneklik tanımasıdır. Hedef değerlerin tam olarak belirli olmadığı durumlarda bulanık hedef programlama karar vericiye tolerans değerleriyle yardımcı olmaktadır. Örnek modellerde de değişik tolerans değerleri ile sonuçların nasıl değişebileceği gösterilmiştir.

Bu çalışmada sadece sağ taraf sabitlerindeki belirsizlik ele alınmış ve üyelik fonksiyonu olarak da üçgensellik kullanılmıştır. Uygulama açısından bakıldığı zaman üçgensel üyelik fonksiyonu genel uygulamalar için yeterlidir.

Ancak, bunun yanında üyelik fonksiyonu değişik şekillerde de olabilmektedir, ama bu çalışmada üçgensel dışındaki doğrusal olmayan fonksiyonlar ele alınmamıştır.

Sonuç olarak, bu çalışmada sayısal örnek modeller yardımıyla çok amaçlı doğrusal programlama problemlerinin hedef programlama ve bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüldüğü zaman oluşan farklılıklar ve benzerlikler yanında karar vericiye sağladığı avantaj ve dezavantajlar incelenmeye çalışılmıştır.

KAYNAKÇA

CHEN, Liang-Hsuan and TSAİ, Feng-Chou. (2001), "Fuzzy Goal Programming with Different Importance and Priorities", *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No : 3, pp. 548-556.

DAI, L., FAN L. and SUN, L. (2003), "Aggregate Production Planning Utilizing a Fuzzy Linear Programming", *Journal of Integrated Design and Process Science*, Vol. 7, No : 4, pp. 81-95.

HANNAN, Edward L. (1981), "On Fuzzy Goal Programming", *Decision Sciences*, Vol. 12, No : 3, pp. 522-531.

IGNIZIO, James P. (1989), *Introduction to Linear Goal Programming*, 2nd Ed. Sage Pub. Inc., California.

IGNIZIO, James P. (1979), *Goal Programming and Extensions*, 2nd Ed. Lexington Books, Canada.

KUMAR, Manoj, VRAT, Prem and SHANKAR R. (2004), "A Fuzzy Goal Programming Approach for Vendor Selection Problem in a Supply Chain", *Computers and Industrial Engineering*, Vol.46, No : 1, pp. 69-85.

LAI, Young-Jou and HWANG, Ching-Lai. (1996), *Fuzzy Multiple Objective Decision Making*, Springer-Verlag, Berlin;New York.

LIN, Chang-Chun. (2004), "A Weighted Max-Min Model for Fuzzy Goal Programming", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 142, No: .3, pp. 407-420.

MOHAMED, Ramadan Hamed. (1997), "The Relationship Between Goal Programming and Fuzzy Programming", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.89, No: 2, pp. 215-222.

PRADENAS, L., PENAILILLO, F. and FERLAND, J. (2004), "Electronic Notes in Discrete Mathematics", Vol.18, 193-198.

RAMİK, Jaroslav. (2000), "Fuzzy Goals and Fuzzy Alternatives in Goal Programming Problems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 111, No: 1, pp. 81-86.

TIWARI, R.N., DHARMAR, S. and RAO, J.R. (1987), "Fuzzy Goal Programming-An Additive Model", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol .24, No:1, pp. 27-34.

TAHA, Hamdy A. (1997), *Operations Research An Introduction*, 6th Ed. Prentice-Hall, USA.

WANG, Hsiao-Fan and FU, Ching-Chun. (1997), "A Generalization of Fuzzy Goal Programming with Preemptive Structure", *Computers Operations Research*, Vol. 24, No:.9, pp. 819-827.

WANG, Reay-Chen and LIANG, Tien-Fu. (2004), "Application of Fuzzy Multi-Objective Linear Programming to Aggregate Production Planning", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 46, No:1, pp. 17-41.