



# İçi Boş Silindirlerden Oluşan Farklı Örgü Yapılarına Sahip Fononik Kristallerin Bant Yapılarının İncelenmesi

## Investigation of Band Structures of Phononic Crystals Consisting of Hollow Cylinders with Different Lattice Structures

Mehtap DEMİR<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Adıyaman Üniversitesi, Teknik Bilimler MYO, Elektrik ve Enerji Bölümü, [mehtapdemir@adiyaman.edu.tr](mailto:mehtapdemir@adiyaman.edu.tr)  
Orcid No: 0000-0001-6568-6080

### MAKALE BİLGİLERİ

#### Makale Geçmişi:

Geliş 10 Ocak 2023  
Revizyon 11 Haziran 2023  
Kabul 2 Temmuz 2023  
Online 30 Eylül 2023

#### Anahtar Kelimeler:

Fononik Kristal, Bant Yapısı, Sonlu Elemanlar Metodu, Metamalzeme.

### ÖZ

Fononik kristaller, farklı akustik özelliklere sahip iki veya daha fazla malzemeden meydana gelen akustik metamalzemelerdir. Günümüzde mikro/nano-mekanik boyutlardaki tasarımlarla, MHz/GHz frekanslarda kablosuz iletişim, algılama, perdeleme, ultrasonik görüntüleme, ses odaklaması, dalga hapsedme, dalga kılavuzu gibi birçok uygulaması vardır. Bu çalışmada, duylabilir ses frekansı aralığında (100Hz-20kHz), içi boş Alüminyum silindirlerden oluşan farklı örgü yapılarına sahip iki boyutlu fononik kristallerde bant yapıları incelendi. Fononik kristalin bant yapısı Sonlu Elemanlar Metodu ile teorik olarak hesaplanarak Hızlı Fourier Dönüşümü ile bu analizin geçerliliği test edildi.

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 10 January 2023  
Received in revised form 11 June 2023  
Accepted 2 July 2023  
Available online 30 September 2023

#### Keywords:

Phononic Crystal, Band Structure, Finite Element Method, Metamaterial.

### ABSTRACT

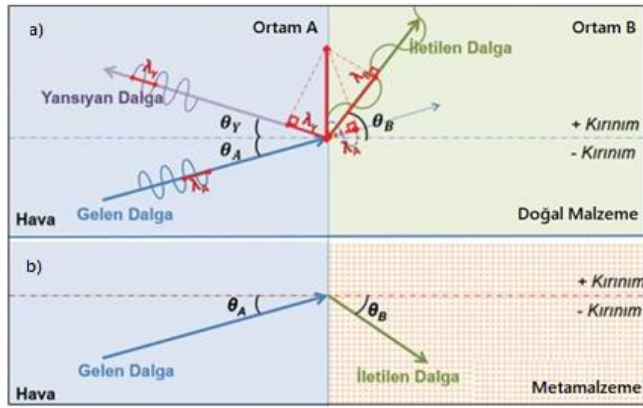
Phononic crystals are acoustic metamaterials composed of two or more materials with different acoustic properties. Today, it has many applications such as wireless communication at MHz/GHz frequencies, sensing, shielding, ultrasonic imaging, sound focusing, wave trapping, waveguide, with designs in micro/nano-mechanical dimensions. In this study, band structures were investigated in two-dimensional phononic crystals with different lattice structures consisting of hollow aluminum cylinders in the audible frequency range (100Hz-20kHz). The band structure of the phononic crystal was calculated theoretically by Finite Element Method and the validity of this analysis was tested by Fast Fourier Transform.

Doi: 10.24012/dumf.1232151

\* Sorumlu Yazar

## Giriş

Fononik kristaller (FKr), farklı mekanik özelliklere sahip iki esnek malzemeden yapılmış periyodik yapılardır. FKr'in temel özelliği, frekansları belirli bir aralıkta olan mekanik (esnek veya akustik) dalgaların periyodik yapı içinde ilerleyememesidir. Bu yasaklanmış frekans aralığına, fononik bant aralığı denir. Bu, klasik dalgaların periyodik olarak modüle edilmiş malzeme parametrelerine sahip bir yapıda yayıldığı bir kristaldeki elektronlara benzer [1]. Mutlak fononik bir boşluk Bragg sınırının oldukça altında frekanslarda görülebilen bir Bragg tipi boşluk veya bir rezonans tipi boşluk olabilir. Akustik metamalzemeler olarak bilinen bu yapı, ses yalıtımı, negatif kırılma ve alt dalgaboyu görüntülemesi amacı ile mükemmel yansıtıcı ayna özelliğine sahip fononik kristaller için önemli bir sorun teşkil etmektedir [2,3]. Amaç, sesin havada dalga boyundan daha küçük kaldığı bir örnek üzerinde yayılmasını azaltan yapılar bulmaktır [4]. Son çalışmaların çoğu, rezonans malzemeler olarak adlandırılan yeni bir fononik kristaller sınıfına yoğunlaşmıştır [5].



Şekil 1. Bragg Yasası'na göre, A ortamından B ortamındaki a) doğal malzemeye ve b) metamalzemeye iletilen ses dalgasının kırınımı [6].

Dalga formundaki enerji bir ortamdan farklı bir fiziksel ortama geçiş yaparken enerjisinin bir kısmı geri yansır, bir kısmı ise diğer ortama iletilir [6]. Şekil 1'de akustik metamalzeme üzerine gelen ses dalgasının negatif endekse sahip olması nedeni ile kırınım açısının eksi düzlemde oluştuğu görülmektedir.

FKr, fononik kristallerin akustik veya esnek dalga benzeri olup homojen bir malzeme içerisine yerleşmiş çubuklardan oluşan bir boyutlu (1B), iki boyutlu (2B) veya üç boyutlu (3B) periyodik yapılardır. FKr, belirli aralıklardaki akustik frekanslardaki dalgaların ilerlemesinin yasaklandığı "akustik bant boşluğu" denilen yasak bant aralıklarına sahiptirler. Akustik veya esnek dalgaların yayılması, çubukların ses hızı, yoğunluğu veya esneklik özellikleri, şekli ve yapısı (kare örgü, üçgen örgü, petek örgü vb.) yayılmasını önemli ölçüde etkiler. Farklı malzeme, farklı örgü veya farklı çubukların seçimi ile FKr'in bant yapısı değiştirilebilir. FKr dağılım (dispersiyon) özellikleri incelendiğinde, belirli frekanslardaki dalgaların ilerlemesinin yasaklandığı tam bantlar veya belirli yöndeki ilerlemenin yasaklandığı kısmi

bantlar elde edilebilirler. [7, 8]. Önceki çalışmalarda, periyodik olarak yerleştirilmiş kompozit silindirlere oluşan kare örgü ve yarı-periyodik yapıdaki 2B fononik kristaldeki bant yapıları incelenmiştir [7]. Benzeri bir çalışmada ise Sonlu Eleman Metodu (SEM) kullanılarak farklı örgü piezoelektrik FKr'ler için geniş bant aralıklı FKr tasarımları yapılarak bu yapıların bant aralığı özellikleri incelenmiştir [9]. Farklı kafes ve farklı kapanımlar ve geometrilere sahip piezoelektrik malzeme FKr üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Bazılarında birinci bant aralığında tam geniş bant aralığı elde edilebildiği görülmüştür [10]. Palaz ve diğerlerinin yaptığı çalışmada, bir hava matrisindeki kare  $\text{LiNbO}_3$  çubuklardan oluşan 2B fononik kristali dikkate alınmıştır [11]. Bir başka çalışmada, teorik ve deneysel olarak, kare örgülü sudaki paralel çelik çubuklardan oluşan 2B FKr'de tam bant boşluklarının varlığı incelenerek, bu kristalin bant yapısı, bir düzlem dalga genişletme yöntemiyle hesaplanmıştır [12]. Son yıllarda ise, Zafer ve diğerleri tarafından yapılan bir çalışmada, multiferroik tabanlı Sierpinski-halı fononik kristalindeki bant yapısı ve iletim spektrumları, sonlu elemanlar simülasyonuna dayalı olarak incelenmiştir. FKr'nin bant yapısını elde etmek için birim hücrenin kenarlarına Floquet periyodiklik koşulları uygulanan çalışmada, kare örgü FKr, dairesel ve üçgen çaprazlı bir kauçuk matriste çeşitli piezoelektrik etkiler incelenmiştir [13]. Atasever, 2B katı/katı fononik kristallerde esnek bant yapısını incelemiştir. Bunun için iç malzeme olarak yarıçapı  $r$  olan silindir çubuk geometriye sahip Tungsten ve dış malzeme olarak kare geometriye sahip naylon kullanmıştır [14]. Bir başka çalışmada, T-kare fraktal iki boyutlu fononik kristal modeli tasarlanmıştır, bu fraktal tasarımın 2B FKr'in bant yapıları üzerinde önemli bir etkisi olduğu belirtilmiştir [15].

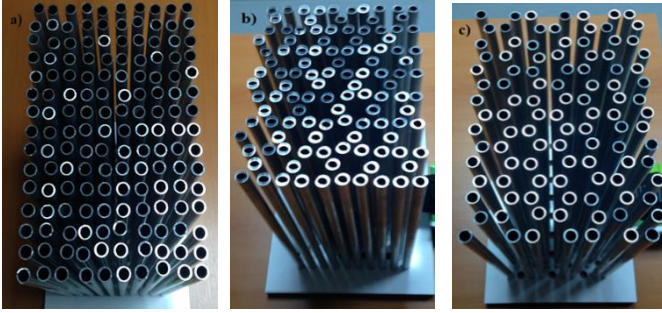
Bu çalışmada, diğer çalışmalardan farklı olarak, homojen Alüminyum içi boş silindirlere oluşan farklı bir malzeme daha önce kare örgü ile yapılan çalışmaya alternatif olarak üçgen örgü ve petek örgü olmak üzere farklı örgü yapılarında fononik kristalin bant yapıları incelendi. Böylelikle bu çalışmadan bir önceki çalışmadaki aynı malzeme ile farklı örgü yapılarına sahip tasarlanan çubukların seçimi ile fononik kristalin bant yapısına etkileri tartışıldı.

## Materyal ve Metot

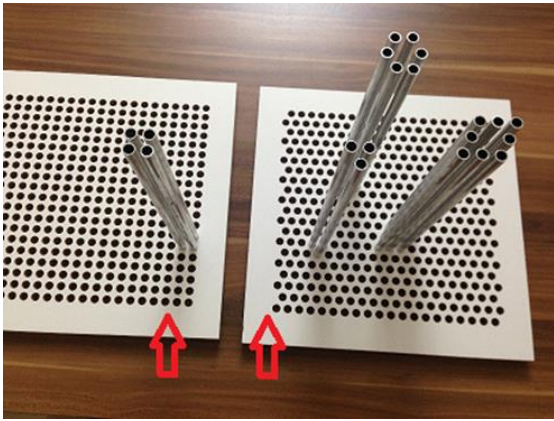
Bu çalışmada, 2B fononik bir kristal için, Zafer ve diğerleri tarafından yapılan çalışmadaki [16] kare örgü yapının farklı örgü yapıları tasarlanarak deneysel ve simülasyon ölçümleri alınıp karşılaştırılması yapıldı.

Önceki çalışılan bu yapıda, farklı ortamlarda, içi boş Alüminyum silindirlere oluşan kare örgüdeki 2B fononik kristaldeki tam bant boşluklarının varlığı deneysel olarak gösterilmiştir. Şekil 2'de görüldüğü gibi dışta 10 mm, içte 8 mm olmak üzere 150 Alüminyum borudan oluşan bir deney düzeneği hazırlanmıştır. Boru boyları 29,5 mm'dir. Fiber platform üzerinde, 150 adet ve 10\*15 adet delik bulunmaktadır. Bu çalışmada ilk aşamada, deneysel olarak Şekil 2'de görülen deney düzenekleri kuruldu. Hava zemininde, içi boş Alüminyum silindirlere oluşan kare, üçgen ve petek örgüde fononik kristaller yapıldı. Şekil 3'te

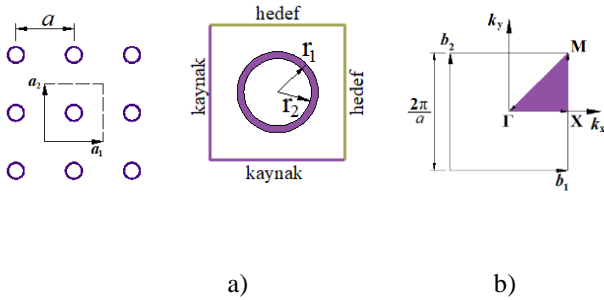
kare örgü, üçgen örgü ve petek örgünün elde edilebilmesi için CNC (Computer Numerical Control) ile özel tasarlanan fiber platform ve dizilimi gösterildi.



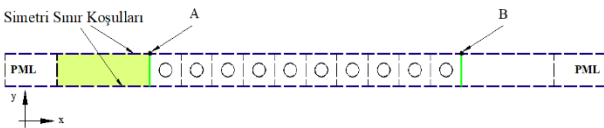
Şekil 2. 2B fononik kristalin, a)kare örgü b)üçgen örgü c)petek örgü olmak üzere, deney düzeneğinin gösterimi.



Şekil 3. Kare örgü dizilim ile üçgen örgü ve petek örgü dizilimleri.



Şekil 4. a) Boş uzaydaki birim hücredeki dikdörtgen örgü içindeki fononik kristal b) ters örgü indirgenemez Brillouin Bölgesi yüksek simetri noktaları ( $\Gamma$ -X-M).

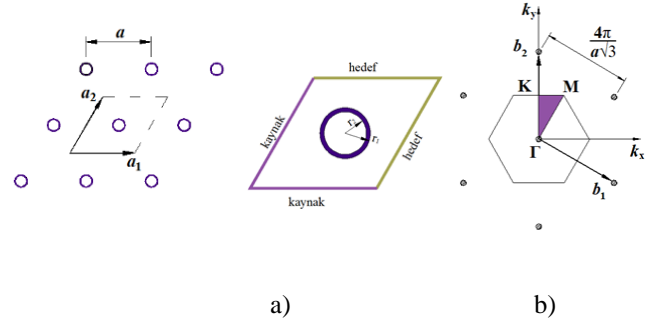


Şekil 5. SEM modeli sonlu dizinin sınır koşulları.

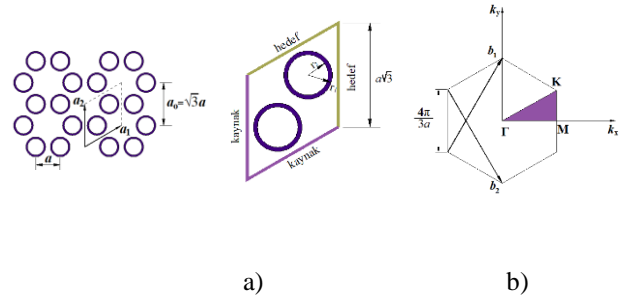
Yapılan deneysel çalışmada, 100 Hz-20 kHz arasında ses sinyali üreten yazılım vasıtasıyla hoparlörden 1m uzaktaki fononik kristale doğru 5 sn süreyle 100 Hz'den 20 kHz'e

kadar doğrusal olarak artan ses sinyali gönderildi. Örnekleme zamanı, 0.03125 ms'dir. Mikrofon yardımı ile fononik kristal olmadan yapılan kayıt  $P_1$  ve fononik kristali yerleştirdikten sonra elde edilen kayıt  $P_2$  olarak kaydedildi. Her iki kayıt da Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform-FFT) ile frekans domenine çevrildi. Daha sonra iletim kaybı (transmission loss-TL) değeri Denklem (1)'e göre hesaplanıp deneysel iletim kaybı elde edildi.

$$TL=20*\log_{10}(abs(P_2/P_1)) \quad (1)$$



Şekil 6. a) Üçgen örgü birim hücre b) Ters örgü indirgenemez Brillouin Bölgesi yüksek simetri noktaları ( $\Gamma$ -K-M)



Şekil 7. a) Petek (honeycomb) örgü birim hücre b) ters örgü indirgenemez Brillouin Bölgesi yüksek simetri noktaları ( $\Gamma$ -K-M)

FKr'de, akustik Bloch dalgalarının yayılımı, Denklem (2)'deki gibi akustik dalgası ile ifade edilebilir.

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla p \right) = -\frac{1}{\rho c^2} [\omega(\vec{k})]^2 \cdot p \quad (2)$$

Burada,  $c=c(\vec{r})$  FKr içindeki akustik dalgaların boyuna hızı,  $\rho=\rho(\vec{r})$  malzemenin yoğunluğu ve  $p = p_k(\vec{r})$  ise  $p_k(\vec{r}, t)$  dalgası vektörü  $\vec{k}$  ile fononik kristal içinde bir akustik Bloch dalgasıdır. Şekil 4(a)'da, kare örgünün temel vektörleri  $a_1 = a\hat{x}$ ,  $a_2 = a\hat{y}$  ve şekil 4(b)'de  $b_1 = \frac{2\pi}{a}\hat{x}$ ,  $b_2 = \frac{2\pi}{a}\hat{y}$  ters örgü vektörleri ve yüksek simetri noktalarıdır;  $\Gamma=0,0$ ,  $X=\frac{\pi}{a}, 0$ ,  $M=\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}$ . Şekil 5'deki sonlu dizide FKr'de dalganın ilerleme yönüne göre periyodik yapının önünde ve arkasında tanımlanan A ve B noktalarında yapılan ölçümlerle denklem 1'e göre deneysel iletim kaybı hesaplanmıştır. Denklem 1'deki  $P_1$  ve  $P_2$ , A ve B gözlem noktalarıdır. SEM'le iletim kaybı hesaplamalarında, Şekil

4'de kesikli çizgilerle gösterilen birim hücre kullanılmıştır. Birim hücrenin önüne ve arkasına PML (Perfectly Matched Layer Mükemmel Uyumlu Katman) sınır koşulları, alt ve üst noktalarına Simetri Sınır Koşulları (Symmetry Boundary Condition) uygulanmıştır. PML, özellikle SEM'de açık sınırlarla ilgili sorunları simüle etmek ve sayısal yöntemlerde hesaplama bölgelerini kesmek için yaygın olarak kullanılan, dalga denklemleri için yapay bir emici katmandır. Bu emici katman, PML olmayan bir ortamdan gelen dalgaların arayüzde yansımaya sebep olacak şekilde tasarlanır. Bu özellik, PML'nin dışarıdan gelen dalgaları güçlü bir şekilde emmesine izin verir.

Analizde kullanılan malzemelere ait parametreler 16 nolu referansta verildiği gibidir. Kullanılan malzemelerin özellikleri (kütle yoğunluğu ve ses hızı) için [16] baz alınmıştır.

Şekil 6 ve 7'de görülen üçgen ve petek örgüye sahip içi boş Alüminyum silindirlere oluşan 2B FKr'de, SEM kullanılarak bant yapıları elde edildi, bant yapıları ile deneysel olarak elde edilen iletim kayıpları karşılaştırıldı.

Şekil 8'de üçgen örgünün bant yapısı görülmektedir. Şekil 9'da, üçgen örgü FKr için a) deneysel olarak elde edilen iletim kaybı, b) benzetim (simülasyon) sonucu elde edilen iletim kaybı grafiği verildi. Şekil 11'de, petek örgü FKr için a) deneysel olarak elde edilen iletim kaybı, b) benzetim sonucu elde edilen iletim kaybı grafiği verildi. Bant yapısı, sonlu yapılara ait benzetim ve deneysel iletim kayıplarının birbiri ile uyumlu oldukları görüldü.

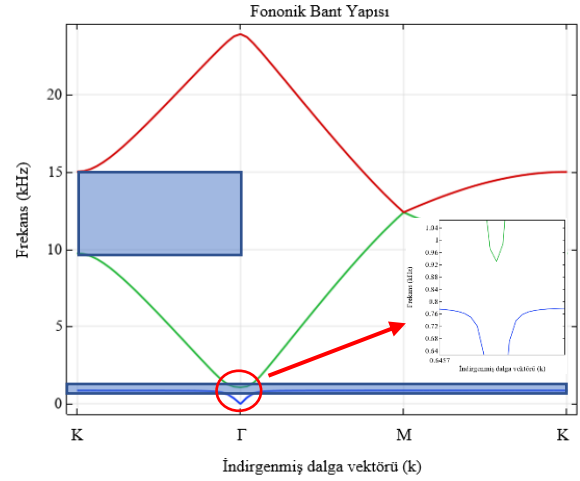
### Araştırma Bulguları

Bu çalışmada, SEM kullanılarak farklı örgüye sahip FKr'ler için geniş bant aralıklı FKr tasarımları yapıldı ve bu yapıların bant yapıları incelendi.

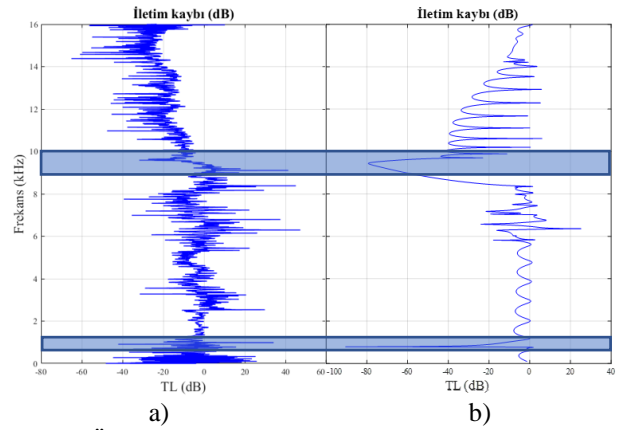
Bant yapısı ve iletim kaybı için elde edilen grafiklerde, 100 Hz-20 kHz arasında  $\Gamma$ -X yönünde bant görünmektedir. Kare örgünün Brillouin bölgesinde elde edilen akustik bant yapısı, şekil 4'te görüldüğü gibi 2B FKr için  $M$ - $\Gamma$ - $X$ - $M$  yolu boyunca çizilmiştir, 13.2-13.8 kHz arasındaki dağılım eğrilerinde dar tam bant ve  $\Gamma$ -X yönünde 8-14 kHz arasında kısmi bir bant gözlenmiştir [16]. Üçgen örgünün Brillouin bölgesinde elde edilen akustik bant yapısı, Şekil 6'da görüldüğü gibi  $\Gamma$ - $K$ - $M$  yolu boyunca çizildi. Şekil 8'deki bant yapısından görüldüğü gibi 0.77-0.92 kHz arasında tam bant, 9.7-15 kHz frekansları arasında  $K$ - $\Gamma$  yönünde kısmi bant oluştuğu görülmektedir. Petek örgünün Brillouin bölgesinde elde edilen akustik bant yapısı, Şekil 7'de görüldüğü gibi  $\Gamma$ - $K$ - $M$  yolu boyunca çizildi. Şekil 9'da görüldüğü gibi bant yapısındaki 0.77-0.92 kHz aralığında ve 9.7-15 kHz aralığında sinyalde zayıflama olduğu görülmektedir. Şekil 10'daki petek örgü bant yapısında 0.86-0.98 kHz arası, 6.4-9 kHz arası ve 13.7-14.15 kHz arasında tam bantlar oluştuğu görülmektedir.

Şekil 11'de görüldüğü gibi bant yapısındaki 0.86-0.98 kHz, 6.4-9 kHz ve 13.7-14.15 kHz aralığında sinyalde zayıflama olduğu görülmektedir.

### Üçgen örgü

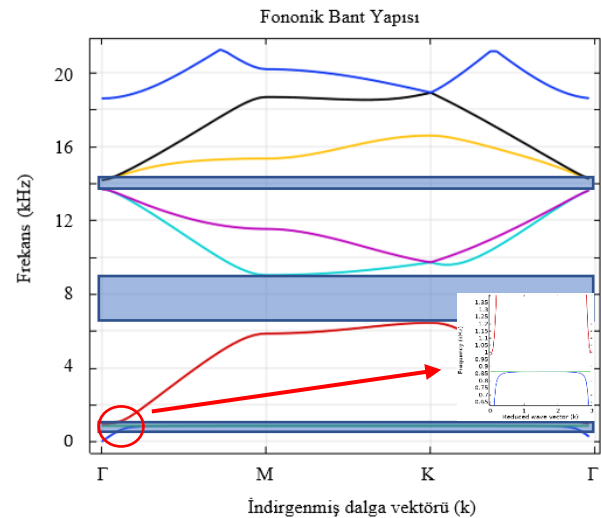


Şekil 8. Üçgen örgü bant yapısı

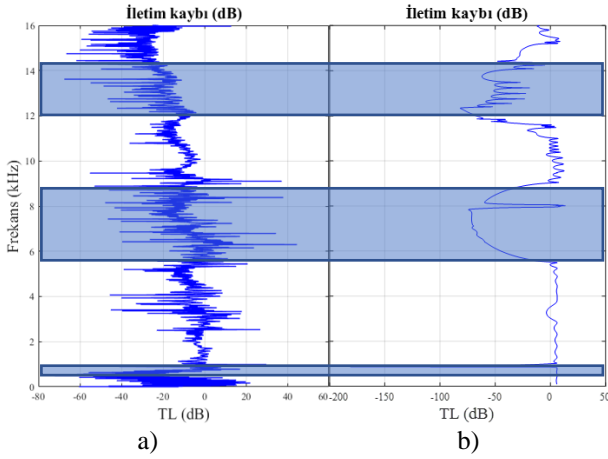


Şekil 9. Üçgen örgü iletim kaybı a) deneysel ölçüm sonucu b) simülasyon sonucu

### Petek (honeycomb) örgü



Şekil 10. Petek örgü bant yapısı



Şekil 11. Petek örgü örgü iletim kaybı a) deneysel ölçüm sonucu b) simülasyon sonucu

## Sonuçlar

Bu çalışmada, içi boş Alimünyum silindirlerle elde edilen farklı örgü yapılarına sahip FKr'ler sunuldu ve araştırıldı. Bant yapıları SEM yöntemi kullanılarak hesaplandı. Ayrıca 2B FKr'nin bant yapısının, simülasyon ve deneysel ölçümle elde edilen iletim kayıpları ile uyumlu olduğu da gösterildi. Üçgen örgü ve petek örgünün özellikle düşük frekanslarda sinyalde önemli ölçüde zayıflama sağlamaları bu yapıların alt dalga boyu (subwavelength) uygulamalar için kullanılabileceğini göstermektedir. Rezonatör tasarımında kullanılan, yoğunluk ve ses hızı gibi parametrelerle, örgü yapısı değiştirilerek akustik ses seviyesinin düşürüleceği farklı frekans aralığına sahip yapılar geliştirilebilir.

## Etik Kurul İzni

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur.

## Teşekkür

Prof. Dr. Amirullah Mamedov'a ve Doç. Dr. Zafer Özer'e, sağladıkları destek için teşekkür ederim.

## Çıkar Çatışması

Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

## Kaynaklar

- [1] P. Deymier, *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [2] M. S. Kushwaha, P. Halevi, "Giant Acoustic Stop Bands in Two-Dimensional Periodic Arrays of Liquid Cylinders", *Applied Physics Letters*, vol. 69, no. 1, pp. 31-33, 1996, <https://doi.org/10.1063/1.118108>
- [3] A. Sukhovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J. O. Vasseur, Y. Pennec, P. A. Deymier, J. H. Page, "Experimental and Theoretical Evidence for Subwavelength Imaging in Phononic Crystals", *Physical Review Letters*, vol. 102, no. 15, 154301, 2009, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.154301>

- [4] C. He, H. Zhao, R. Wei; B. Wu, "Existence of Complete Band Gaps in 2D Steel-Water Phononic Crystal with Square Lattice". *Frontiers of Mechanical Engineering in China*. vol. 5, no. 4, pp. 450–454, 2010, <https://doi.org/10.1007/s11465-010-0105-y>
- [5] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y.Y. Zhu, Z. Yang, C.T. Chan, P. Sheng, "Locally resonant sonic materials". *Science* 289, vol. 289, no. 5485, pp. 1734–1736, 2000, doi:10.1126/science.289.5485.1734.
- [6] Figs. Akustik Meta Malzemeler – Yeni Ufuklar Açan Malzeme Teknolojisi. Snell Yasası ve Negatif Kırınım, Erişim Tarihi: 27.05.2019. [Online]. <https://figes.com.tr/akustik-meta-malzemeler-yeni-ufuklar-acan-malzeme-teknolojisi>
- [7] Z. Özer, "Fononik Kristallerde Ses Dalgasının Dispersiyon Özellikleri: Sonlu Elemanlar Analizi". *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, vol. 33, no. 3, pp. 145 - 152, 2018, <https://doi.org/10.21605/cukurovaummfd.504561>
- [8] D.P. Elford, "Band Gap Formation in Acoustically Resonant Phononic Crystals", Doctoral thesis, Loughborough University Institutional Repository, Loughborough, 2010.
- [9] Z. Özer, "Dispersion Features of Elastic Waves in Phononic Crystals: Finite Element Analysis". *Ferroelectrics*, 2019, vol. 544, no. 1, pp. 68-74, <https://doi.org/10.1080/00150193.2019.1598187>
- [10] Jr E. J. P. disper, J. M. C. Dos Santos, "Complete Band Gaps in Nano-piezoelectric Phononic Crystals", *Materials Research*, vol. 20, no. 1, pp. 15-38, 2017, doi:10.1590/1980-5373-mr-2017-0298
- [11] S. Palaz, O. Oltulu, A. M. Mamedov, "Dönen Kare Çubuklu İki Boyutlu Fononik Kristalin Dispersiyon Özellikleri". *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, vol. 19, pp. 536 - 543, 2019, doi: 10.35414/akufemubid.577855.
- [12] C. He, H. Zhao, R. Wei & B. Wu , "Existence of Complete Band Gaps in 2D Steel-Water Phononic Crystal with Square Lattice", *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, vol. 5, no. 4, pp. 450-454, 2010, doi: 10.1007/s11465-010-0105-y
- [13] Z. Özer, S. Palaz, A. M. Mamedov, E. Özbay, "Band Structure and Transmission Spectra in Multiferroic Based Sierpinski-Carpet Phononic Crystal". *European Physical Journal-Applied Physics*, vol. 90, no. 2, pp. 1-6, 2020, <https://doi.org/10.1051/epjap/2020190355>
- [14] G. Atasever, "İki boyutlu katı/katı fononik kristallerde elastik band yapıları", Y.L. tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Bölümü, Harran Üniversitesi, Şanlıurfa, 2019. <http://hdl.handle.net/11513/2446>.
- [15] X.J. Liu, Y.H., Fan, "Band Structure Characteristics of T-square Fractal Phononic Crystals", *Chin. Phys. B*, vol. 22, no. 3, 036101, 2013, doi:10.1088/1674-1056/22/3/036101
- [16] Z. Özer, M. Demir, A. M. Mamedov, E. Özbay, "Band Structure of Phononic Crystal Consist of Hollow Aluminum Cylinders in Different Media; Finite Element Analysis", presented at the 5th International Conference on Competitive Materials and Technology Processes, Miskolc-Lillafüred, Hungary Citation Sci., Oct. 8–12, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng., vol. 613, 012018, 2018, doi: 10.1088/1757-899X/613/1/012018