



Dış doğrultu ölçmeleriyle geriden kestirmede Collins ve Akarsu yöntemleri

Veli Akarsu *1 

¹Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak MYO, Mimarlık ve Şehir Planlama Bölümü, Zonguldak, Türkiye

Anahtar Kelimeler

Doğrultu Ölçmesi
Geriden Kestirme
Collins Yöntemi
Akarsu Yöntemi

Araştırma Makalesi

Geliş: 16.01.2023
Revize: 28.02.2023
Kabul: 03.03.2023
Yayınlanma: 19.04.2023



Öz

Yeryuvarında tanımlanmış olan bir iki boyutlu (2B) dik koordinat sisteminde, koordinatı bilinmeyen noktadan (doğrultu ölçmeleri yapılan nokta) koordinatları bilinen (en az dört nokta) noktalara, en az iki tam dizi doğrultu ölçmelerinde hesaplanan düzlem açılar ile koordinatların hesaplanmasına geriden kestirme problemi denir. Bir, iki, üç veya çok noktanın koordinatları geriden kestirme yöntemiyle hesaplanabilmektedir. Günümüzde kullanılan geriden kestirme yöntemleri: Collins, Kaestner, Delambre, Cassini, Ansermet ve Akarsu yöntemleridir. Bir alıcı ile küresel konum belirleme sistemleri ile nokta konum koordinatlarının belirlenmesi, geriden kestirme yöntemine dayanması nedeniyle daha da önemli hale gelmiştir. Bu çalışmada, geriden kestirme noktasındaki dış açılar ile geriden kestirme probleminin çözümü, Collins ve Akarsu yöntemleri ile çözümünün teorik açıklamaları yapılmıştır. Ayrıca, sayısal bir uygulama ile de Collins yöntemiyle hesaplanan kestirme noktasının kesin koordinatlarına ait standart sapmaları; $\sigma_x^C = \mp 2,7 \text{ mm}$, $\sigma_y^C = \mp 11,4 \text{ mm}$ ve Akarsu çözüm yönteminde ise $\sigma_x^A = \mp 1,4 \text{ mm}$, $\sigma_y^A = \mp 1,2 \text{ mm}$ değerleri elde edilmiştir. Her iki çözüm yöntemiyle elde edilen değerler, bulgular ve tartışma bölümünde yorumlanmıştır.

Resection with outer direction measurements Collins and Akarsu methods

Keywords

Direction Measurement
Resection
Collins Method
Akarsu Method

Research Article

Received: 16.01.2023
Revised: 28.02.2023
Accepted: 03.03.2023
Published: 19.04.2023

Abstract

Calculation of plane angles and coordinates calculated in at least two full series direction measurements from points whose coordinates are known (at least four points) from a point whose coordinates are unknown (the point where direction measurements are made) in a two-dimensional (2D) vertical coordinate system defined on the earth is called a resection problem. The coordinates of one, two, three or multiple points can be calculated by the resection method. Resection methods used today are: Collins, Kaestner, Delambre, Cassini, Ansermet and Akarsu methods. Determination of point location coordinates with global positioning systems with a receiver has become even more important because it is based on the resection method. In this study, the solution of the resection problem with exterior angles and the theoretical explanations of its solution with Collins and Akarsu methods are given. In addition, with a numerical application, the standard deviations of the exact coordinates of the cut-off point calculated by the Collins method $\sigma_x^C = \mp 2,7 \text{ mm}$, $\sigma_y^C = \mp 11,4 \text{ mm}$; $\sigma_x^A = \mp 1,4 \text{ mm}$, $\sigma_y^A = \mp 1,2 \text{ mm}$ in the Akarsu solution method; Values of were obtained. The values obtained by both solution methods are interpreted in the findings and discussion section.

1. Giriş

Teorik ve uygulamalı jeodezi’de tanımlanmış bir dik koordinat sistemindeki nokta konum koordinatlarının belirlenmesi için mutlaka ölçülere ihtiyaç duyulur. Ölçme bir deneydir. Ölçme işi jeodezinin en temel işlevlerinden biridir. Bütün geometriler-Öklid, Riemann, Lobaçevski, ve Taksi gibi geometriler-metrik kavramına dayandırılarak kurulmuşlardır. Makale Öklid geometrisi metriğine dayanmaktadır. Kestirme kavramı (prediction, resection) tahmin ya da prediksyon olarak da adlandırılan, konum koordinatları bilinen noktalara dayanarak yeteri kadar doğrultu ölçülerinden hesaplanmış açılar yardımıyla yeni nokta konum koordinatlarının belirlenmesi yöntemidir (Akarsu, 2005a). Yeryuvarında tanımlanmış olan bir iki boyutlu (2B) dik koordinat sisteminde, koordinatı bilinmeyen noktadan (doğrultu ölçmeleri yapılan nokta) koordinatları bilinen (en az dört nokta) noktalara, en az iki tam dizi doğrultu ölçmelerinde hesaplanan düzlem açılar (Akarsu, 2005b; Sertöz, 2019) ile koordinatların hesaplanmasına geriden kestirme problemi denir.

Bir, iki, üç veya çok noktanın koordinatları geriden kestirme yöntemiyle hesaplanabilmektedir. Çalışma, $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ koordinat düzleminde gerçekleştirilmiştir. Günümüzde kullanılan geriden kestirme yöntemleri: Collins, Kaestner, Delambre, Cassini, Ansermet ve Akarsu yöntemleridir (Hallidey, 1962; Alman, 1963; Bradley, 1972; Danial, 1978; El Hassan, 1986; Hu ve Kuang, 1998; Greulich, 1999; Tan, 2004; Burtch, 2005; Akarsu, 2008a; Font-Lagunes ve Batlle, 2009; Porta ve Thomas, 2009; Dekov, 2012; Ligas, 2013). Geçmişte geliştirilen bazı geriden kestirme yöntemleri ise (Willebrord, 1617; McCaw, 1918) olarak anılabilir. İngiliz bilim insanı, John Collins (1625-1683), 1671 yılında geriden kestirme hesabında kendi adı ile anılan çözümü; Alman matematikçi, Abraham Gotthelf Kaestner (1719-1800), 1790 yılında yayınladığı bir kitapta geriden kestirme hesabında kendi ismi ile anılan bir çözüm şeklini; Fransız astronom, Jean-Baptiste-Joseph Delambre (1749-1822); İtalyan bilim insanı, Gino Cassini (1885-1964), İsviçreli haritacı, M. Augusta Ansermet (1886-1976), 1912 yılında kendi ismi ile anılan geriden kestirmede çözüm yöntemini ve Veli Akarsu (1962-) 2008 yılında (Akarsu, 2008a) çözüm yöntemini bilim dünyasına sunmuşlardır (Akarsu, 2005a; Akarsu, 2008b; Akarsu2008c).

Bu yöntemlerden Collins çözüm yöntemi koordinatı hesaplanacak yeni nokta ve diğer iki sabit noktadan geçen bir çember tasarlanarak, koordinatı hesaplanacak nokta ile çember üzerinde olmayan üçüncü sabit noktadan geçen doğrultunun çemberi kestiği yardımcı noktadan faydalanarak çözüm üretir.

Kaestner çözüm yöntemi ise konum koordinatları bilinen üç sabit nokta ile koordinatları bilinmeyen yeni noktanın oluşturduğu dörtgenin bilinmeyen iki iç açısının hesabı için kurulan iki lineer denklem sistemi modeline dayanarak alternatif bir çözüm sunmuştur.

Delambre yöntemi cep hesaplayıcılarına uygun analitik çözüm üreten bir yöntemdir (Şerbetçi, 1991).

Cassini çözüm yöntemi bilinen iki nokta ile bilinmeyen yeni noktadan geçirilen farklı iki çember

üzerinde tasarlanan ve aynı doğrultu üzerinde bulunan farklı iki yardımcı noktaya dayanarak çözüm üretir. Ansermet yöntemi ise ağırlık merkezi ve moment kavramlarına dayanarak çözüm üretmekte ve Akarsu çözüm yöntemi ise çember kuvvet eksenini ve deltoid gibi geometrik kavramlara dayandırılarak çözüm üreten bir yöntemdir (Akarsu, 2003; Akarsu, 2005a; Akarsu, 2005b; Akarsu, 2007; Akarsu ve Karakaya, 2010).

Bu yöntemler uygulanırken sabit noktalar ile aranan nokta ve yardımcı noktaların aynı çember üzerinde olması durumunda, tek anlamlı çözüm elde edilemez.

Bu durumda çember üzerindeki her nokta konum koordinatı hesaplanacak yeni nokta olarak alınabileceğinden, sonsuz sayıda çözüm söz konusu olur. Sonsuz çözüm üreten çember literatürde tehlikeli çember olarak adlandırılır. Bir alıcı ile küresel konum belirleme sistemleri ile nokta konum koordinatlarının belirlenmesi, geriden kestirme yöntemine dayanmasını nedeniyle daha da önemli hale gelmiştir (Akarsu ve ark., 2015; Pırtı ve Yazıcı, 2021; Pırtı ve ark., 2022; Pırtı ve ark., 2023). Pratik jeodezi literatüründe, geriden kestirme noktası koordinatları, bilinen dört noktaya dayalı olarak hesaplanır (Koç, 2008). Collins geriden kestirme yönteminde ise geriden kestirme noktası, bilinen iki nokta ve bir yardımcı nokta ile oluşturulan kirisler dörtgeni ile çözüm gerçekleştirilir. Kestirme hesabı ölçülen yatay açılarla yapılmaktadır. Ancak günümüzde total station ile mesafe ölçülerek de yapılabilmektedir (Yakar ve Karabacak, 2021). Geriden kestirme noktası dörtgenin bir köşe noktasını oluşturur. Genellikle geriden kestirme noktasında doğrultu ölçmeleri yapılırken dörtgenin iç açısını hesaplamaya yönelik doğrultu ölçmeleri yapılır.

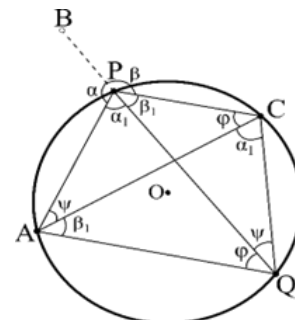
Geriden kestirme noktasında dörtgenin dış açılarını hesaplamaya yönelik doğrultu ölçmeleri yapılması durumunda, geriden kestirme noktasının koordinatlarının klasik Collins yöntemiyle hesaplanamayacağı (İnce ve ark., 2020; İnce ve ark., 2021) adlı çalışmada ifade edilmiştir.

Makalede, geriden kestirme noktasında ölçülen dış açılar ile kestirme noktasının koordinatları, Collins ve Akarsu çözüm yöntemleriyle hesaplanması teorik ve sayısal uygulamalı olarak gösterilmiştir.

2. Yöntem

2.1. Dış açılarla geriden kestirmede Collins çözüm yöntemi

Collins çözüm yönteminin açıklamaları Şekil 1 üzerinde yapılmıştır.



Şekil 1. α ve β dış açıları ile Collins çözümü (İnce ve ark., 2021)

Çözümde kullanılan semboller:

Yatay açılar (g):

$$\begin{aligned} \angle APB = \alpha, \angle BPC = \beta \\ \angle APQ = \angle ACQ = \alpha_1, \angle QPC = \angle QAC = \beta_1 \\ \angle AQP = \angle ACP = \varphi, \angle PQC = \angle CAP = \psi \end{aligned}$$

Yatay kenarlar (m):

$$\begin{aligned} \overline{AC} = a, \overline{CQ} = b, \overline{QA} = c \\ \overline{AP} = d, \overline{PC} = e, \overline{QP} = f, \overline{BP} = h \end{aligned}$$

Collins yardımcı noktası: $Q(Y_Q, X_Q)$

Çember (Ç): A, Q, C ve P noktalarında geçen, O merkezli ve $\overline{OA} = \overline{OC} = R$ yarıçaplı çember,

$$\alpha_1 = 200 g - \alpha, \beta_1 = 200 g - \beta \quad (1)$$

Eşitlik (1) ile P geriden kestirme noktasında ölçülen α ve β dış açıları α_1 ve β_1 iç açılara dönüştürülür. Çemberde aynı yayı gören çevre açıların eşitliği dikkate alınarak, **Şekil 1**'de ki \checkmark çemberinin çevre açıları için, **Eşitlik 2** kullanılabilir.

$$\begin{aligned} \angle APQ = \angle ACQ = \alpha_1, \angle QPC = \angle QAC = \beta_1 \\ \angle AQP = \angle ACP = \varphi, \angle PQC = \angle CAP = \psi \end{aligned} \quad (2)$$

Açıklık açılarının hesabı:

$\angle XAC$ açıklık açısı **Eşitlik (3)** ile kontrollü olarak hesaplanır.

$$\angle XAC = \arctan \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}, a = \frac{y_C - y_A}{\sin \angle XAC} = \frac{x_C - x_A}{\cos \angle XAC} \quad (3)$$

Açıklık açıları ise **Eşitlik (4)** ile hesaplanır.

$$\angle XAQ = \angle XAC + \beta_1, \angle XCQ = \angle XCA - \alpha_1 \quad (4)$$

Kirişler dörtgeni: $AQCP$

Kenar uzunlukları ise **Eşitlik (5)** ile hesaplanır.

$$b = a \frac{\sin \beta_1}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)}, c = a \frac{\sin \alpha_1}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)} \quad (5)$$

Q noktasının koordinatları önden kestirme ile **Eşitlik (6) ve (7)** ile kontrollü olarak hesaplanır.

$$Y_Q^A = Y_A + c \cdot \sin \angle XAQ, Y_Q^C = Y_C + b \cdot \sin \angle XCQ \quad (6)$$

$$X_Q^A = X_A + c \cdot \cos \angle XAQ, X_Q^C = X_C + b \cdot \cos \angle XCQ \quad (7)$$

φ ve ψ açıları **Eşitlik (8)** ile hesaplanır.

$$\begin{aligned} \angle XQP = \angle XQB \\ \varphi = \angle XQP - \angle XQA, \psi = \angle XQC - \angle XQP \end{aligned} \quad (8)$$

Collins Geriden Kestirme Problemi ileriden kestirme problemine dönüşmüş olur.

Açıklık açıları **Eşitlik (9)** ile hesaplanır.

$$\begin{aligned} \angle XAP = \angle XAC - \psi, \angle XCP = \angle XCA + \varphi \\ \angle XQP = \angle XQA + \varphi = \angle XQA - \psi \end{aligned} \quad (9)$$

Eşitlik (10)'daki koşul sağlanmalıdır.

$$\varphi + \psi + \alpha_1 + \beta_1 = 200 g \quad (10)$$

Eşitlik (10) koşulu sağlanmaması durumunda $AQCP$ noktalarında geçen Collins çemberi oluşmaz. Collins çemberi aynı zamanda bir kirişler dörtgenidir. **Eşitlik (10)** koşulu sağlanmaz ise tek anlamlı çözümün aksine, sonsuz çözüm söz konusu olur.

Aksi durumda doğru açı olma şartını bozan etmen ortaya çıkartılarak, bozucu etki giderilmesi gerekmektedir. **Eşitlik (10)** koşulu sağlandıktan sonra çözüme devam edilebilir.

$\triangle ACP$, $\triangle CPQ$ ve $\triangle APQ$ düzlem üçgenlerine sinüs teoremi uygulanarak, d , e ve f kenarları **Eşitlik (11)** ile kontrollü olarak hesaplanır.

$$\begin{aligned} d = a \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)} = c \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha_1} \\ e = a \cdot \frac{\sin \psi}{\sin (\alpha_1 + \beta_1)} = b \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta_1} \\ f = b \cdot \frac{\sin (\alpha_1 + \varphi)}{\sin \beta_1} = c \cdot \frac{\sin (\beta_1 + \psi)}{\sin \alpha_1} \end{aligned} \quad (11)$$

İkinci bir önden kestirme ile P noktasının koordinatları **Eşitlik (12)** ile hesaplanır.

$$\begin{aligned} Y_P^A = Y_A + d \cdot \sin \angle XAP, Y_P^C = Y_C + e \cdot \sin \angle XCP \\ Y_P^Q = Y_Q + f \cdot \sin \angle XQP \end{aligned} \quad (12)$$

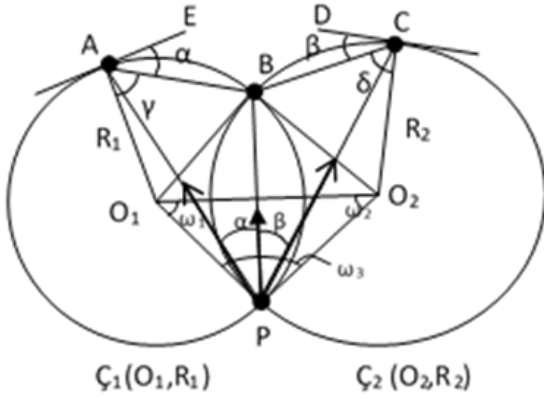
$$\begin{aligned} X_P^A = X_A + d \cdot \cos \angle XAP, X_P^C = X_C + e \cdot \cos \angle XCP \\ X_P^Q = X_Q + f \cdot \cos \angle XQP \end{aligned} \quad (13)$$

P noktasının kesin koordinatları **Eşitlik (14)** ile hesaplanır.

$$\bar{Y}_C = \frac{Y_P^A + Y_P^C + Y_P^Q}{3}, \bar{X}_C = \frac{X_P^A + X_P^C + X_P^Q}{3} \quad (14)$$

2.2. Dış açılarla geriden kestirmede Akarsu çözüm yönteminin aşamaları

Geriden kestirmede Akarsu çözüm yöntemi (Akarsu, 2008a) yayınında detaylı olarak tanıtılmıştır. Akarsu yöntemi kısaca çember belirleme, kuvvet eksen ve deltoid'e ait geometrik özellikler kullanılarak çözüm gerçekleştirilir. Ayrıca, tehlikeli çember durumunun olup olmadığına ilişkin bir $\eta < 1$ test ölçütü vardır. Eğer test ölçütü için $\eta > 1$ durumunda başarısız olursa, çözümü olumsuz etkileyen unsurlar araştırılır. Test koşulu sağlandıktan sonra çözüme devam edilir. Burada çözüm yönteminin algoritması kısaca özetlenecektir.



Şekil 2. Geriden kestirmede Akarsu çözüm yöntemi (Akarsu, 2008a)

Geriden kestirmede Akarsu çözüm yönteminin aşamaları Şekil 2'ye göre aşağıda sıralanmıştır:

Çözümde kullanılan sembollerin anlamları aşağıda sıralanmıştır:

- Koordinatı hesaplanacak yeni nokta: $P(Y_P, X_P)$
- Koordinatları bilinen noktalar: $A(Y_A, X_A)$, $B(Y_B, X_B)$, $C(Y_C, X_C)$
- Ölçülen yatay doğrultular: r_A, r_B, r_C
- Hesaplanan iç açılar: $\angle APB = \alpha$, $\angle BPC = \beta$
- Hesaplanan açıklık açıları: $\angle XAB, \angle XBC$
- Hesaplanan kenar uzunlukları: $\overline{BA} = a$, $\overline{BC} = b$
- Çember yarıçapları: $\overline{O_1P} = \overline{O_1A} = R_1$, $\overline{O_2P} = \overline{O_2A} = R_2$

2.2.1. Düzlem ve açıklık açıları ve yarıçapların hesabı

$$\begin{aligned} \alpha &= r_B - r_A, \beta = r_C - r_B \\ \angle XBA &= \arctan \frac{Y_A - Y_B}{X_A - X_B}, a = \frac{Y_A - Y_B}{\sin \angle XBA} = \frac{X_A - X_B}{\cos \angle XBA} \\ \angle XBC &= \arctan \frac{Y_C - Y_B}{X_C - X_B}, b = \frac{Y_C - Y_B}{\sin \angle XBC} = \frac{X_C - X_B}{\cos \angle XBC} \\ R_1 &= \frac{a}{2 \cdot \sin \alpha}, R_2 = \frac{b}{2 \cdot \sin \beta} \end{aligned} \quad (15)$$

2.2.2. İkizkenar üçgenlerin taban açılarının hesabı

$$\angle APB = \angle BEA = \alpha, \angle BPC = \angle BCD = \beta \quad (16)$$

$$\angle BAO_1 = \angle ABO_1 = \gamma, \angle BCO_2 = \angle CBO_2 = \delta$$

$$\begin{aligned} \alpha < 100g \text{ ve } \beta < 100g \text{ ise } \gamma &= 100g - \alpha, \delta = 100g - \beta \\ \alpha > 100g \text{ ve } \beta > 100g \text{ ise } \gamma &= \alpha - 100g, \delta = \beta - 100g \\ \alpha > 100g \text{ ve } \beta < 100g \text{ ise } \gamma &= \alpha - 100g, \delta = 100g - \beta \\ \alpha < 100g \text{ ve } \beta > 100g \text{ ise } \gamma &= 100g - \alpha, \delta = \beta - 100g \end{aligned} \quad (17)$$

2.2.3. Bilinen noktalardan çember merkezlerine olan açıklık açılarının hesabı

$$\begin{aligned} \angle XAO_1 &= \angle XAB + \gamma, \angle XBO_1 = \angle XBA - \gamma \\ \angle XBO_2 &= \angle XBC + \delta, \angle XCO_2 = \angle XCB - \delta \end{aligned} \quad (18)$$

2.2.4. Çemberlerin merkezlerinin koordinatlarının hesabı

$$\begin{aligned} Y_{O_1}^A &= Y_A + R_1 \sin \angle XAO_1, Y_{O_1}^B = Y_B + R_1 \sin \angle XBO_1 \\ X_{O_1}^A &= X_A + R_1 \cos \angle XAO_1, X_{O_1}^B = X_B + R_1 \cos \angle XBO_1 \\ Y_{O_2}^B &= Y_B + R_2 \sin \angle XBO_2, Y_{O_2}^C = Y_C + R_2 \sin \angle XCO_2 \\ X_{O_2}^B &= X_B + R_2 \cos \angle XBO_2, X_{O_2}^C = X_C + R_2 \cos \angle XCO_2 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \overline{Y_{O_1}} &= \frac{Y_{O_1}^A + Y_{O_1}^B}{2}, \quad \overline{X_{O_1}} = \frac{X_{O_1}^A + X_{O_1}^B}{2} \\ \overline{Y_{O_2}} &= \frac{Y_{O_2}^B + Y_{O_2}^C}{2}, \quad \overline{X_{O_2}} = \frac{X_{O_2}^B + X_{O_2}^C}{2} \end{aligned} \quad (20)$$

2.2.5. Tehlikeli çember testi

$$\begin{aligned} \angle XO_1O_2 &= \arctan \frac{\overline{Y_{O_2}} - \overline{Y_{O_1}}}{\overline{X_{O_2}} - \overline{X_{O_1}}} \\ c &= \frac{\overline{Y_{O_2}} - \overline{Y_{O_1}}}{\sin \angle XO_1O_2} = \frac{\overline{X_{O_2}} - \overline{X_{O_1}}}{\cos \angle XO_1O_2} \\ \angle O_1PO_2 &= \angle O_1BO_2 = \omega_3 \\ c^2 &= R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \omega_3 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{R_1^2 + R_2^2 - c^2}{2R_1R_2} \\ \eta < 1 &\text{ ise çözüm vardır} \end{aligned} \quad (22)$$

2.2.6. Deltoid iç açılarının hesabı

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \angle PO_1O_2 = \angle BO_1O_2 = \angle XO_1O_2 - \angle XO_1B \\ \omega_2 &= \angle O_2PO_1 = \angle BO_2O_1 = \angle XO_2B - \angle XO_2O_1 \\ \omega_3 &= \angle O_1PO_2 = \angle O_1BO_2 = \angle XBO_1 - \angle XBO_2 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200g \quad (24)$$

Şitlik (24) ile açılarının hesabının kontrolü yapılır.

$$\begin{aligned} \angle XBP &= \arctan \frac{-1}{\tan \angle XO_1O_2} \\ \overline{BP} &= 2R_1 \sin \omega_1 = 2R_2 \sin \omega_2 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \angle XO_1P &= \angle XO_1O_2 + \omega_1, \angle XO_2P = \angle XO_2O_1 - \omega_2 \\ \angle XBP &= \angle XBO_2 - \omega_2 + 100g \\ &= \angle XBO_1 + \omega_1 - 100g \end{aligned} \quad (26)$$

2.2.7. Kestirme noktası koordinatlarının hesabı

$$\begin{aligned} Y_P^B &= Y_B + \overline{BP} \sin \angle XBP, Y_P^{O_1} = Y_{O_1} + R_1 \sin \angle XO_1P \\ Y_P^{O_2} &= Y_{O_2} + R_2 \sin \angle XO_2P \\ X_P^B &= X_B + \overline{BP} \cos \angle XBP, X_P^{O_1} = X_{O_1} + R_1 \cos \angle XO_1P \\ X_P^{O_2} &= X_{O_2} + R_2 \cos \angle XO_2P \end{aligned} \quad (27)$$

$$\overline{Y_A} = \frac{Y_P^B + Y_P^{O_1} + Y_P^{O_2}}{3}, \overline{X_A} = \frac{X_P^B + X_P^{O_1} + X_P^{O_2}}{3} \quad (28)$$

3. Sayısal Uygulama

Şekil 1 ve Şekil 3'e göre P geriden kestirme noktasının iki boyutlu (Y, X) koordinatlarının hesabı için, Tablo 1'de verilen, A, B ve C noktalarının koordinatları ve Tablo 2'de P geriden kestirme noktasında A, B ve C noktalarına yapılan doğrultü ölçmelerinden hesaplanan α ve β düzlem dışı açılarına dayalı olarak; Collins ve Akarsu yöntemleri ile P noktasının koordinatları hesaplanmıştır.

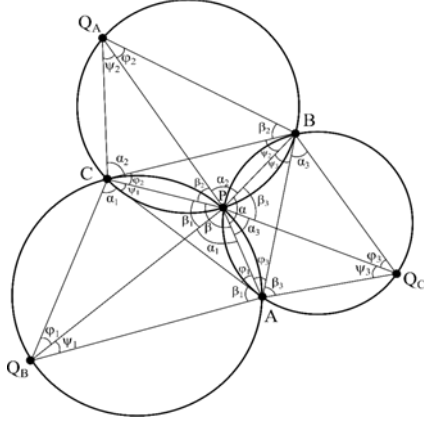
Tablo 1. A, B ve C noktalarının koordinatları (İnce ve ark., 2021)

Nokta No	Y(m)	X(m)
A	400054,49	4503729,22
B	406030,12	4509529,88
C	396233,14	4510980,99

Tablo 2. Doğrultu ölçmeleri (İnce ve ark., 2020)

Nokta No	Gözlem noktası	Doğrultular ($r_{ij}(g)$)
	B	0,0000
P	A	119,4197
	C	227,5372

3.1. Collins yöntemiyle çözüm



Şekil 3. Sayısal uygulama için Tablo 1 ve Tablo 2’de verilen değerlerine göre Collins çemberlerinin durumu (İnce ve ark., 2021)

$\alpha = 119,4197 g, \beta = 108,1175 g$
 $\alpha_2 = 200g - \alpha = 80,5804 g$
 $\beta_2 = 200 - \beta = 91,8825 g$
 değerleri için çözüm yapılmıştır.

$\angle XBC = 309,3614 g, \overline{BC} = 9903,865 m$
 $\angle XBQ = 1,2439 g, \angle XCQ = 28,7811 g$
 $\overline{CQ} = 23434,379 m, \overline{BQ} = 22535,446 m$
 $Y_Q = 406470,416 m, X_Q = 4532061,029 m$
 $\angle XQB = \angle XQP = 214,1776 g$
 $\varphi = 12,9336 m, \psi = 14,6035 g$
 $\varphi + \psi + \alpha_1 + \beta_1 = 200 g$

Koşulu sağlandığı için çözüme devam edilir.

$\angle XBP = 294,7579 g, \angle XCP = 122,2950 g$
 $\angle XQP = 214,1776 g, \overline{BP} = h = 4766,956 m$
 $\overline{CP} = e = 5372,233 m, \overline{QP} = f = 23503,665 m$

$Y_P^B = 401279,316 m$
 $Y_P^C = 401279,284 m$
 $Y_P^Q = 401279,280 m$

$\overline{Y_P} = 401279,293 m$

$X_P^B = 4509137,799 m$
 $X_P^C = 4509137,808 m$
 $X_P^Q = 4509137,801 m$

$\overline{X_P} = 4509137,803 m$

3.2. Akarsu yöntemiyle çözüm

$\alpha = 119,4197 g, \beta = 108,1175 g$
 $\angle XAB = 50,9458 g, \overline{AB} = 8328,014 m$
 $R_1 = 4365,548 m$
 $\angle XAC = 369,1254 g, \overline{AC} = 8197,005 m$
 $R_2 = 4132,047 m$

$\gamma = \alpha - 100g = 19,4197 g$

$\delta = \beta - 100g = 8,1175g$

$\angle XBO_1 = 231,5261g, \angle XAO_1 = 70,3655 g$

$\angle XBO_2 = 361,0079g, \angle XCO_2 = 177,2429 g$

Tablo 3. Çember merkezlerinin koordinatlarının hesabı

Nokta No	Y(m)	X(m)
O_1	403955,537	4505688,772
O_2	397678,959	4507110,147

$\angle XO_1O_2 = 314,1776 gg, \overline{O_1O_2} = c = 8435,506 m$

$\eta = 0,146461,$

$\eta < 1$ olduğu için çözüm var.

$\omega_1 = 43,8121 g, \omega_2 = 46,8303 g, \omega_3 = 109,3576 g$

$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 g$

Düzlem açıların değerleri kontrol edilir.

$\overline{PA} = 5545,527 m, \angle XAP = 14,1776g$

$\angle XO_1P = 357,9897g, \angle XO_2P = 67,3473g$

Tablo 4. Akarsu yöntemiyle P noktasının koordinatlarının O_1, O_2 ve A noktalarının koordinatlarına dayanılarak hesaplanması

Nokta No	Y(m)	X(m)
O_1 'den	401279,304	4509137,799
O_2 'den	401279,300	4509137,794
A'dan	401279,302	4509137,797
P'nin Ort. Koor.	401279,302	4509137,796

4. Bulgular ve tartışma

Geriden kestirme noktasında dış doğrultu ölçmelerinden hesaplanan iki dış açının kullanılması durumunda, klasik Collins ve Akarsu yöntemleri ile çözüm gerçekleştirilmiştir. Açının dar veya geniş açı olması çözüm yöntemlerini etkilemediği gösterilmiştir.

Ayrıca klasik Collins yönteminde kirişler dörtgeninin köşelerinden birini oluşturan geriden kestirme noktası ile Collins yardımcı noktalarındaki açıların toplamının doğru açığa (200g) eşit olması gibi bir kontrol fonksiyonu eklenmiştir.

Akarsu yönteminde ise geriden kestirme probleminin çözümünün olup olmadığı $\eta < 1$ eşitsizliği ile sağlanmıştır.

Sayısal uygulamadaki veriler kullanılarak, Collins yöntemiyle hesaplanan geriden kestirme noktasının kesin koordinatlarının, standart sapmaları için;

$\sigma_x^C = \mp 2,7 mm, \sigma_y^C = \mp 11,4 mm$

değerleri elde edilmiştir.

Akarsu yöntemiyle hesaplanan geriden kestirme noktasının kesin koordinatların, standart sapmaları için ise;

$\sigma_x^A = \mp 1,4 mm, \sigma_y^A = \mp 1,2 mm$

değerleri bulunmuştur.

5. Sonuç ve öneriler

Akarsu yöntemiyle elde edilen koordinatların standart sapma değerleri kendi içinde daha homojen olmasına karşın, Collins yönteminde Y koordinatının standart sapması değeri, X koordinatının standart sapma değerinden 4 kat daha büyük çıkmıştır. Akarsu yöntemiyle hesaplanan kesin koordinat standart sapma değerleri, Collins yöntemiyle elde edilen kesin koordinat standart sapma değerlerinden daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Dolayısıyla Akarsu çözümü yönteminin kullanılması önerilmektedir.

Bilgilendirme/Teşekkür

İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi'ne, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi'ne ve Konya Teknik Üniversitesi'ne teşekkür ederim.

Çatışma Beyanı

Herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Kaynakça

- Akarsu, V. (2003). Geometrik geriden kestirme probleminin (GGKP) çözümünde yeni bir yöntem, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu (TUJK) 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri (CBS) ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 203-208, 24-26, 24-26 Eylül, Konya.
- Akarsu, V. (2005a). Akarsu yöntemiyle geriden kestirme probleminin çözümü, TMMOB, HKMO, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Bildiriler Kitabı, 819-835, 28 Mart-1 Nisan, Ankara, Türkiye.
- Akarsu, V. (2005b). Geometride uzay, düşey ve yatay açılar arasındaki fonksiyonel ilişki, Selçuk-Teknik Online, 134-142.
- Akarsu, V. (2007). Uzunluk ölçüleri ile geriden kestirmede akarsu yöntemi, TMMOB, HKMO, 11. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Bildiriler Kitabı, 131-137, ODTÜ, Kültür ve Kongre Merkezi, 2-6 Nisan, Ankara, Türkiye
- Akarsu, V. (2008a). A new method for solving the resection problem. *Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi*, 26(4), 301-313.
- Akarsu, V., & Akarsu, S. H. (2008b). Thales, euclidean geometry and geomatics engineering, International Vocational Science Symposium, IVSS 2018, 2018, 280-284, Antalya, Turkey.
- Akarsu, V., Haner, B., Mungan, H., & Akarsu, S. H. (2008c). Four equal segment division of the spherical shape of the earth as area and volume, EJONS International Congress on Mathematic Engineering, Natural And Health Sciences-IV, s-20-29, The Book of Full Texts, 2018, August 11-13, Kiev, Ukraine.,
- Akarsu, V., & Karakaya, T. (2010). Geriden kestirmede akarsu yöntemi, MYO-ÖS 2010 Ulusal Meslek Yüksekokulları Öğrenci Sempozyumu, 1-10, 23-24 Ekim 2010, Düzce.

- Akarsu, V., Sanli, D. U., Arslan, E. (2015). Accuracy of velocities from repeated GPS measurements, *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 15, 875-884, <https://doi.org/10.5194/nhess-15-875-2015>.
- Alman, J. S. (1963). Notes on resection computation, 19(3), 278-293.
- Bradley, A. D. (1972). The three-point problem. *The Mathematical Teacher* LXV (8), 703-706.
- Burtch, R. (2005). Three point resection problem. *Surveying computations course notes*, 2005, (<http://www.ferris.edu/faculty/burtchr/sure215/notes/resection/res-ection.pdf>).
- Danial, N. F. (1978). Another solution of the three-point problem. *Journal of Surveying and Mapping*, 38(4), 329-333.
- Dekov, D. (2012). A numerical method for solving the horizontal resection problem in surveying. *J. Geodetic Sci*, 2(1), 65-67.
- ElHassan, I. M. (1986). An Analytical Solution of the Resection Problem. *Journal of Surveying Engineering*, 112(1), 30-35.
- Font-Llagunes, J. M., & Batlle, J. A. (2009). New method that solves the three-point resection problem using straight lines intersection. *Journal of Surveying Engineering*, 135(2), 39-45.
- Greulich, F. E. (1999). The barycentric coordinates solution to the optimal road junction problem. *Journal of Forest Engineering*, 10(1), 111-114.
- Halliday, G. H. (1962). Resection by the graphical board. *Australian Surveyor*, 19(1), 31-50.
- Hu, W. C., & Kuang, J. S. (1998). Proof of Tienstra's formula for an external observation point. *Journal of surveying engineering*, 124(1), 49-55.
- İnce, H., Erdem, N., Türen, Y., Tomuş, F., & Ozulu, İ. (2020). An Investigation of the Large Angles from 100g Measured at the Resection Point in the Cassini Method. *International Journal of Environmental Trends (IJENT)*, 4(2), 58-65.
- İnce, H., Erdem, N., Türen, Y., Tomuş, F. E., & Ozulu, İ. M. (2021). Geriden kestirme noktasında ölçülen 100g'dan büyük açıların Collins yönteminde incelenmesi. *Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 4(1), 1-7.
- Koç, İ. (2008). Çözümlü ölçme tekniği problemleri, YTÜ, Ekol Tanıtım, Güzel Sanatlar Matbaası, s.72.
- Ligas, M. (2013). Simple solution to the three point resection problem. *Journal of Surveying Engineering*, 139(3), 120-125.
- McCaw, G. T. (1918). Resection in survey. *The Geographical Journal*, 52(2), 105-123.
- Pırtı, A., Yazıcı, D. (2021). İnternet tabanlı GNSS yazılımlarının doğruluk açısından değerlendirilmesi. *Geomatik*, 7(2), 88-105.
- Pırtı, A., Gündoğan, Z. Ö., & Şimşek, M. (2022). QZSS uyduları ve sinyal yapıları. *Geomatik*, 7(3), 243-252.
- Pırtı, A., Özateş, B., & Çakar, Ş. (2023). IRNSS (NavIC) uyduları ve sinyal yapıları. *Geomatik*, 8(1), 1-8.
- Porta, J. M., & Thomas, F. (2009). Concise proof of Tienstra's formula. *Journal of Surveying Engineering*, 135(4), 170-172.
- Sertöz, A. S. (2019). Öklid'in Elemanları Türkçesi ve Notlar, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, s.691, Ankara, Türkiye.

Şerbetçi, M. (1991). Geriden kestirmede Delambre yöntemi, HKMO dergisi, 70, Ankara.

Tan, W. (2004). The 3-point resection problem in photogrammetry. *Surveying and Land Information Science*, 64(3), 177-179

Willebrord, S. (1617). Eratosthenes Batavvs, De Terae ambitus vera quantitate. Leyden: Apud Iodocvm a Closter.

Yakar, M., & Karabacak, A. (2021). Harita mühendisliğinde kestirme hesabı, Atlas Akademi Yayınevi, 1. Baskı, Konya



© Author(s) 2023. This work is distributed under <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>