

Uygun, T., Akyüz, D.. (2016). Ortaokul matematik öğretmenleri adaylarının üçgenler konusunda tanım oluşturma sürecindeki öğrenmeleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16 (4), 2002-2022.

Geliş Tarihi: 18/05/2016

Kabul Tarihi: 17/11/2016

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ÜÇGENLER KONUSUNDA TANIM OLUŞTURMA SÜRECİNDEKİ ÖĞRENMELEİ

Tuğba UYGUN*
Didem AKYÜZ**

ÖZET

Bu çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenleri adaylarının üçgenlerle ilgili yaptıkları tanımları ve doğru üçgen tanımını oluşturmak için yaptıkları tartışmaları incelemektir. Adayların üçgenleri etkili bir şekilde anlamaları ve öğrenmelerinde başlangıç adımı olan ürettikleri üçgenlerin tanımlarını incelemeleri ve eksiklerini giderilerek doğru tanım oluşturmaları sağlanmalıdır. Böylelikle, üçgen tanımının anlaşılması üçgenlere ait özelliklerin ve teoremlerin öğrenilmesine katkıda bulunabilir. Bu amaçla, çalışmanın katılımcılarını amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen İlköğretim Matematik Öğretmenliği programına kayıtlı üçüncü sınıf 22 ortaokul matematik öğretmenleri adayı oluşturmaktadır. Veri toplama süreci, yazılı dokümanların toplanması ve toplu sınıf tartışmalarının metin haline dönüştürülmesinden oluşmaktadır. Bu verilerin analizinde de içerik analizi ve betimsel analiz teknikleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen bulgulara göre, katılımcıların oluşturdukları tanımların kritik özelliklerin tamamını içermediği ve bazen de bu özelliklerin doğru bir şekilde ilişkilendirilemediği görülmüştür. Fakat tartışma sürecindeki bu eksiklik ve hataların fark edildiği ve istenilen doğru üçgen tanımının oluşturulabildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kavram tanımı, tanım oluşturma, üçgenler, ortaokul matematik öğretmenleri adayı.

PRESERVICE MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' LEARNING OF COMPOSITION OF DEFINITIONS OF TRIANGLES

ABSTRACT

The purpose of this study was to examine the definitions of triangles made by preservice middle school mathematics teachers (PMSMT) and whole class discussion in which they engage in to form correct triangle definition. In this respect, the initial effort of examination of definitions of triangles produced by them and composition of correct triangle definition removing the errors in order to understand and learn the concept of triangles should be provided. Hence, learning the properties of and theorems about triangles might be encouraged by understanding triangle definitions. Based on the purpose of this study, the participants were composed of 22 junior PMSMT enrolling the department of elementary mathematics education selected by purposive sampling strategy. The data collection process included artifact collection and transcripts of whole class discussions. The data were analyzed by content and descriptive analysis techniques. According to the findings of this study, it was observed that the triangle definitions produced by PMSMT did not state all of the critical attributes of triangles by relating them appropriately. However, it could be stated that they formed correct triangle definition sufficiently in whole class discussion period by emphasizing correct parts, identifying their errors and modifying them.

Key Words: Concept definition, composition of concept definition, triangles, preservice middle school mathematics teachers.

* Dr., Bartın Üni., Eğitim Fak., Matematik Eğ. ABD, tugbauygun42@gmail.com

**Doç. Dr., Orta Doğu Teknik Üni., Eğitim Fakültesi, Matematik Eğ. ABD, dakyuz@metu.edu.tr

1.GİRİŞ

Matematiksel dilin ürünlerinden biri olan matematiksel tanımlamalar öncelikle matematiksel düşüncelerin paylaşımında bir araç olarak kullanılan matematiğin her alanında büyük ölçüde rol almaktadır (de Villiers, Govender, & Patterson, 2009; Usiskin & Griffin, 2008; Vinner, 1991). Ayrıca, matematiksel tanımlamalar okuyucuların tanımlanan kavramları diğer ilgili kavramlardan ayırarak daha sağlıklı bir iletişim kurmalarını ve eski bilgilerini yeniden düzenleyerek yeni bilgilerini yapılandırmalarını sağlar (de Villiers, Govender & Patterson, 2009). Matematiksel iletişim aracı olarak büyük öneme sahip olan matematiksel tanımlamalar de Villiers, Govender, ve Patterson (2009) tarafından matematik kavramlarıyla ilgili teknik terimler içeren, sağlam bir kavram imajı analizi gerektiren kısa ve öz ifadeler olarak tanımlanmaktadır. Matematiksel tanımlamalar aynı zamanda belirli bir kavram veya fikre bir isim atama aracı olarak da ifade edilmektedir (de Villiers, Govender & Patterson, 2009; Usiskin & Griffin, 2008; Leikin & Winicki-Landman, 2000). Ayrıca, matematiksel tanımlamalar, matematiksel bir kavramın mantıklı bir şekilde diğer ilgili kavramlardan faydalanılarak açıklanması olarak da belirtilmiştir (Leiken & Zazkis, 2009). Bu tanım, matematiksel kavramlar arasındaki ilişkinin önemini ve gerekliliğini vurgulayarak yapılmıştır. Ayrıca bu tanım, Ulusal Matematik Danışma Paneli (National Mathematics Advisory Panel) (2008) tarafından yapılan “öğretmenler öğretecekleri matematiksel kavramların öncesinde ve sonrasındaki matematiksel kavramlara daha gelişmiş bir perspektiften bakarak ve onları detaylı bir şekilde bilmelidirler” açıklamasını desteklemektedir. Matematiksel tanımlamaların oluşturulması, tanımlanan kavramın ve genel matematiksel tanımın ne olduğunun da iyi bilinmesini gerektirir (de Villiers, Govender, & Patterson, 2009). Bu yüzden, matematiksel tanımlamaların ilköğretim matematik öğretmenleri tarafından anlaşılması önemli ve gerekli bir alan becerisidir. Bu açıdan bakıldığında, matematiksel tanımlamalar sınıf içerisinde matematiksel kavramın öğrenilmesinde, öğretmenlerle öğrenciler arasında gerçekleşen iletişimde ve öğretmenlerin mesleki gelişimlerinde önemli bir rol alır (Fujita, 2012; Leikin & Winicki-Landman, 2001; National Governors’ Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010; NCTM, 2000; Sinclair, Pimm, & Skelin, 2012). Ayrıca, yapılan çalışmalar matematiksel kavramların tanımlarını oluştururken zorlanan veya eksik tanımlar üreten öğretmenlerin sınıflarında öğretim yaparken matematiksel tanımlamaları kullanmadıklarını ve öğrencilerinin de öğrenmelerini tam anlamıyla gerçekleştiremediklerini göstermektedir (National Governors’ Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010; NCTM, 2010).

Eğitim alanında yapılan çalışmalar öğretmenlerin matematiksel tanımlamalar ile ilgili bilgilerinin, öğretimlerinde yaptıkları seçimlerini, matematiksel kavramı nasıl öğreteceklerini, matematiksel tartışmaları yönlendirmelerini ve öğretim sürecini nasıl devam ettireceklerini etkilediğini ortaya koymaktadır (de Villiers, 1998; Freudenthal, 1973; Zazkis & Leiken, 2008; Zaslavsky & Sir, 2005). Bu açıdan, matematik öğretmenlerinin matematiksel tanımlamalar ile ilgili bilgileri onların yalnızca konu alan bilgileriyle değil pedagojik alan bilgileriyle de ilişkilidir (Leiken & Zazkis, 2010). Pedagojik alan bilgisi öğretmenlerin nasıl öğretim yaptıklarının, yaptıkları bu öğretimlerinde sahip olduğu alan bilgisini öğretimlerinde nasıl kullandıkları, kullanabilecekleri öğretim stratejileri, sınıftaki öğrencileri ve öğretimini yaptıkları program bilgileri gibi bilgi çeşitlerini barındıran matematik öğretimi bilgisi olarak tanımlanabilir (Tanışlı, 2013). Bu açıdan, herhangi bir matematiksel kavramın

matematiksel tanımlamasının öğrencilere öğretilmesinin hedeflendiği bir sınıfta bilişsel, duyuşsal ve sosyal karakteristiklerinin belirlenip bu doğrultuda öğretimin yapılması sağlanmalıdır (Leiken & Zazkis, 2010). Diğer taraftan, matematik öğretimi bilgisi çeşitlerinden konu alan bilgisi öğretmenin öğreteceği matematiksel kavram ile ilgili bilgisini içermektedir. Bu bilgiler arasında matematiksel kavramların tanımları da yer almaktadır (Delaney, 2012). Ball, Thames ve Phelps (2008) matematiksel tanımlamaların matematik öğretimi bilgisindeki yeri ve önemini kullanışlı tanımların seçilmesi ve geliştirilmesi olarak açıklamışlardır. Bu açıdan, Zazkis & Leiken (2008) matematiksel kavramların tanımları ve bu tanımların üretildiği süreci öğretmenlerin konu alan bilgilerinin temel yönlerinden ve elemanlarından kabul etmektedir. Ayrıca, Zazkis ve Leiken (2008) öğretmenlerin matematiksel tanımları anlamalarının önemini yanı sıra öğretmenlerin mesleklerini yerine getirmek için gerekli bilgi ve becerileri kazandıkları üniversite yıllarının önemi üzerinde de durmuştur. Bu açıdan, matematik öğretmeni adaylarının matematiksel tanımlamalarla ilgili bilgi ve anlamalarıyla ilgili çalışmaların üniversitede onlara bu bilgi ve becerilerin kazandırıldığı derslerle okulda öğretecekleri matematik arasındaki ilişkinin ortaya çıkarılmasının önemini vurgulamaktadır. Ayrıca, birçok çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel kavramlara tanım oluştururken zorlandıklarını, hata yaptıklarını ve eksiklikleri olduklarını göstermiştir (Leikin & Winicki-Landman, 2001; Linchevsky, Vinner, & Karsenty, 1992). Bu ilişkiye katkıda bulunmak amacıyla çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının üçgenler konusundaki matematiksel tanımlamaları incelenmiştir.

Üçgenler geometri dünyasını oluşturan ve günlük yaşamda yer alan köprü ve binaların inşasında ve dizaynında kullanılan en temel ve yaygın geometrik şekillerden biridir. Ayrıca, üçgenlerden diğer geometrik şekillerin ve yapıların oluşturulmasında ve onların alan hesaplamalarında ve özelliklerinin incelenmesinde faydalanılmaktadır (Fey, 1982). Geometrik şekillerle ilgili literatürde yer alan çalışmalar ve şekillerin tarihsel gelişimi incelendiğinde, üçgenlerin önemi daha net bir şekilde ortaya çıkmaktadır. Günümüzde, hala geometri öğretiminde Euclid'in Elements (300 M.Ö.) adlı kitabından yararlanılmaktadır (Morrow, 1970). Bu kitapta, nokta, doğru, yüzey, düzlem, açı ve açı çeşitleri, çember, üç kenarlı şekiller, dörtgenler ve paralel doğrulardan bahsedilmiş ve bu kavramların tanımları yapılmıştır. Üçgenlerle ilgili üçgen çeşitlerine de değinilmiştir. Sonrasında, Proclus üçgen ve üçgen çeşitlerini tanımlarından ve aralarındaki ilişkilerden faydalanarak incelemiştir. Örneğin, eşkenar üçgenin aynı zamanda dar açılı bir üçgen olduğu ve ikizkenar bir üçgenin dik açılı, geniş açılı veya dar açılı üçgen olabileceği ifade edilmiştir (Morrow, 1970, s. 132-133). Bu açıklamalar günümüzde hala geçerliliğini korumakta ve üçgenlerin öğretiminde kullanılmaktadır. Fakat üçgenlerin farklı yaş seviyesindeki öğrencilerin geometri öğrenimi için büyük öneme sahip olmasına rağmen öğrenciler üçgenleri öğrenmede zorluk yaşamaktadırlar (Damarin, 1981; Gutierrez, & Jaime, 1999; Kellogg, 2010; Uygun, 2016; Vinner & Hershkowitz, 1980). Bu açıdan bakıldığında, üçgenlerin tam olarak anlaşılması ve öğrenilmesi için üçgenlere ait özelliklerin ve teoremlerin öğrenilmesinden önce üçgenlerin tanımının ayrıntılı bir şekilde incelenmesi gerekmektedir. İlgili literatür incelendiğinde, mesleğe yeni başlayan ve 4-6 yaş arasındaki çocuklara öğretim yapan öğretmenlerin üçgen konusundaki kavramsal tanımlamaları ve kavram imajlarını inceleyen çalışmalara rastlanmaktadır (Tsamir, Tirosh, Levenson, Barkai & Tabach, 2014). Çalışmalarında araştırmacılar üçgen kavramlarının yanında bu grup öğretmenlerin çember ve silindir kavramlarıyla ilgili tanımlamaları ve kavram imajları da incelenmiştir. Araştırmacılar öğretmenlerin oluşturduğu üçgen tanımlarını "doğru ve doğru olmayan" kategoriler ve "minimum,

minimum olmayan, yeterli olmayan ve çok sınırlı” kodlarını kullanarak incelemişlerdir. Literatürdeki bu çalışmadan hareket ederek ek bilgiler sunmak amacıyla bu çalışma planlanmıştır. Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının üçgenler konusuyla ilgili tanımlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Diğer bir ifadeyle, ileride üçgenleri öğrencilerine tam olarak öğretebilmek için üçgenlerin matematiksel tanımlamasını gerekli ve yeterli bir şekilde yapabilen öğretmenler yetiştirilmelidir. Bu yüzden, öğretmen adaylarının eğitim gördükleri üniversite yıllarında üçgenlerle ilgili yaptıkları tanımlar incelenmeli ve doğru tanıma ulaşabilmeleri sağlanmalıdır. Bu bağlamda, bu çalışmada şu araştırma sorularını cevaplamak amaçlanmaktadır:

- 1- Ortaokul matematik öğretmeni adayları üçgenleri nasıl tanımlamaktadır? Yaptıkları tanımlamalar onların matematiksel tanımlamaları hakkında ne ifade etmektedir?
- 2- Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının doğru ve tam üçgen tanımı oluşturma süreci nasıl gerçekleşmiştir?

2. YÖNTEM

Çalışmada ortaokul matematik öğretmeni adaylarının üçgenler kavramıyla ilgili yaptıkları tanımları ve sınıfta gerçekleştirilen toplu tartışma sürecinde oluşturdukları tanımları incelemek amaçlanmıştır. Diğer bir ifadeyle, çalışmada öncelikle katılımcıların kendi yaptıkları tanımlar ile sınıfta toplu tartışma sürecinde tartışarak oluşturdukları tanımlar incelenmiştir. Bu süreçte katılımcıların düşünme ve anlamalarının ayrıntılı bir şekilde incelenmesi amacıyla çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması tekniği kullanılmıştır. Durum çalışması bir durumun derinlemesine ve detaylı bir şekilde araştırılmasını sağladığı için (Creswell, 2013; Yıldırım & Şimşek, 2013) bu çalışmada tanım oluşturma sürecinin etkili bir şekilde incelenmesi amacıyla kullanılmıştır.

2.1. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları 22 ortaokul matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır. Bu katılımcılardan 13’ü kız ve 9’u erkektir. Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan ölçüt örnekleme tekniği kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme tekniği kullanılarak, çalışmada araştırma problemiyle ilgili zengin ve derinlemesine bilgiye ulaşmak amaçlanmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2013). Ayrıca, ölçüt olarak öğretmen adaylarından geometriyle ilgili temel kavram ve teoremleri bilmeleri beklenmiştir. Bu şekilde, öğretmen adaylarından geometriyle ilgili gerekli bilgi ve becerilerden bir kısmının kazandırıldığı Geometri dersini alan öğretmen adayları arasından seçim yapılmıştır. Ek olarak, pergel ve ölçüsüz cetvel kullanılarak yapılan temel adımları bilmeleri istenmiştir. Bu ölçütler ışığında, araştırmacının katılımcıları ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programına kayıtlı üçüncü sınıf öğrencileri olarak belirlenmiştir.

2.2. Veri Toplama Süreci

Veri toplama süreci iki aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada, öğretmen adayları ikiye ayrılan gruplara ayrılmıştır. Bu küçük gruplarda katılımcılardan bir etkinlik kâğıdı üzerinde çalışmaları istenmiştir. Bu etkinlik kâğıdında öğretmen adaylarının üçgen ve üçgen çeşitlerini tanımlayıp bunlar arasındaki ilişkinin bir diagram yardımıyla

belirtilmesi istenmiştir. Araştırmacı öğretmen adaylarını küçük gruplarda çalışırken incelemiş ve farklı, doğru ve doğru olmayan üçgen tanımlarını belirlemeye çalışmıştır. Öğrencilerin üçgen kavramıyla ilgili yaptıkları tanımların yer aldığı etkinlik kâğıtları toplanmıştır ve veri analiz sürecinde kullanılmıştır. Çalışmanın ikinci aşamasında tartışmadan faydalanılmıştır çünkü tartışma tanımlama sürecinde kullanılan öne çıkan matematiksel etkinliklerden ve temel matematiksel tartışma birimlerindedir (Sfard, 2000). Bu bağlamda, katılımcılar toplu sınıf tartışmasına katılmışlardır. Tartışma sürecinde katılımcılar araştırmacılardan birinin yönlendirmesiyle tanımlarını paylaşmışlar ve bu tanımların doğruluğu, gerekliliği ve yeterliliğini incelemişlerdir. Bu tartışma sürecinde katılımcılar doğru, gerekli ve yeterli üçgen tanımını oluşturmuşlardır. Katılımcıların tartışma süreci video kamera ile kayıt altına alınmıştır ve sürecin not dökümü oluşturulmuştur. Transkript edilen tartışma sürecinden veri analizinde faydalanılmıştır.

2.3. Veri Analizi

Ortaokul matematik öğretmeni adaylarından toplanan etkinlik kâğıtları ve transkript edilen tartışma süreci içerik analizi ve betimsel analiz teknikleri kullanılarak incelenmiştir. Veri toplama sürecinde elde edilen verilere ek olarak tartışmada kullanılan üçgen ve üçgen olmayan şekillerin resimleri de araştırılmıştır. Katılımcılardan elde edilen veriler yani üçgen kavramıyla ilgili yaptıkları tanımlar Zazkis ve Leiken (2008)'nin kategorileri ve kodları kullanılarak analiz edilmiştir. Bu kategori ve kodlar aşağıda verilen Tablo 1'de sunulmuştur (Gökkurt, 2014). Ayrıca, küçük grup çalışmasında ve toplu sınıf tartışması sürecinde öğretmen adaylarının yaptıkları tanımlara sundukları örnek şekiller araştırmacı tarafından oluşturulan “açıklamaya uygun fakat üçgen olmayan; açıklamaya uygun ve üçgen; açıklamaya uygun değil fakat üçgen” kodları kullanılarak analiz edilmiştir.

Tablo 1.
Üçgen Tanımlamada Kullanılan Kategoriler ve Kodlar

Erişebilirlik	Doğruluk	Zenginlik	Genelleştirme
Kolay verilmiş cevap	Gerekli ve yeterli	Prototip olma	Özel tanım
Zor verilmiş cevap	Gerekli fakat yetersiz	Prototip olmama	Genel tanım
Cevap yok	Yeterli fakat gereksiz		
	Ne gerekli ne de yeterli		

Erişebilirlik kategorisi katılımcıların tanım yaparken tanımı oluşturup oluşturmadıkları veya oluştururken çaba sarf edip etmedikleri düşünülerek oluşturulmuştur. Bu kategoride hem küçük grupla çalışma esnasında hem de toplu sınıf tartışması esnasında katılımcıların tanım oluşturma süreçleri izlenmiş ve düşünme süreleri ve çabaları göz önünde bulundurulmuştur (Gökkurt, 2014).

Doğruluk kategorisi katılımcıların yaptıkları tanımların matematiksel kavramın sahip olduğu kritik özelliklere göre değerlendirilmesidir. Kritik özellikler üçgenlerin tanımlarında bulunması gereken özellikleri belirtmektedir (Gökkurt, 2014). Ayrıca, literatürde yer alan üçgen tanımları ve üçgenler konusuyla ilgili kavramsal tanımlama ve kavram imajlarının incelendiği çalışmaya göre üçgenlerin kritik özellikleri “çokgen, kapalılık, açılar, köşeler, doğrular ve açı ölçüleri toplamının 180^0 olması” olarak ifade edilmiştir (Tsamir ve ark., 2014). Buradan hareketle, bu çalışmada üçgenin kritik özellikleri “çokgen, kapalılık, temel elemanlar ve aynı düzlemde olma” olarak

belirlenmiştir. Bu açıdan, ifade edilen kritik özelliklerin tamamını içeren üçgen tanımları *gerekli ve yeterli*, bu özelliklerden bazılarını içeren tanımlar *gerekli ve yetersiz*, bu özelliklerin tamamını ve ek olarak kritik olmayan farklı özelliklerin de yer aldığı tanımlar *yeterli ve gereksiz* ve bu özelliklerden hiçbirini içermeyen tanımlar da *ne gerekli ne de yeterli* olarak kodlanmıştır (Zazkis & Leiken, 2008).

Zenginlik kategorisinde yapılan üçgen tanımları prototip olup olmama durumlarına göre analiz edilmiştir. Yapılan tanımlar eğer ortaokul matematik öğretim programında, kullanılan ders kitaplarında, öğretmen kılavuz kitaplarında ve çeşitli matematik öğretimiyle ilgili kitaplarda yer alan üçgen tanımlarına benziyorsa *prototip* olarak kodlanmıştır. Eğer, yapılan tanımlar bu kaynaklarda yer alan tanımlardan farklıysa *prototip olmayan* olarak kodlanmıştır (Gökkurt, 2014).

Genelleştirme kategorisi üçgen kavramıyla ilgili oluşturulan tanımların sadece üçgenler için geçerli olması veya diğer matematiksel kavramlar için de geçerli olup olmasına göre oluşturulmuştur (Zazkis & Leiken, 2008). Diğer bir ifadeyle, sadece üçgen kavramını belirten tanımlar *özel tanım* ve üçgenle birlikte diğer matematiksel kavramları da içeren tanımlar *genel tanım* kategorileri kullanılarak oluşturulmuştur.

Araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla, çalışmada araştırmacı üçlemesi tekniği kullanılmıştır. İki araştırmacı birbirlerinden bağımsız bir şekilde Zazkis ve Leiken (2008) tarafından oluşturulan kategori ve kodları kullanılarak araştırmada elde edilen verileri analiz etmiştir. Araştırmacılar bağımsız bir şekilde yaptıkları kodlamalar üzerinde tartışmış ve ortak bir karara ulaşmaya çalışmışlardır. Araştırmacıların üzerinde uzlaştıkları ve uzlaşmaya varamadıkları kodlar belirlenmiştir. %90 oranında uyum oranına ulaşılmış ve uzlaşmayan kodlar ve veriler araştırma kapsamı dışında tutulmuştur. Ayrıca, katılımcı teyidi tekniği kullanılmıştır. Bu doğrultuda, araştırmacıların elde ettiği verilerin ve bu verilerle ilgili ulaşılan sonuç ve çıkarımların verilerin toplandığı katılımcılar tarafından teyit edilmesidir (Creswell, 2009; Guba & Lincoln, 1981). Araştırmada oluşturulan kodlama ve temalar ve bunlar ışığında yapılan yorumlamalar katılımcılara sunulmuş ve görüşleri sorulmuştur. Katılımcıların çoğunluğu bulguları doğrulamışlardır. İki katılımcı birer kod ile ilgili yorumlamayı kabul etmemiştir ve bu onaylanmayan kodlar araştırmanın kapsamı dışında tutulmuştur. Son olarak, ayrıntılı betimleme tekniği kullanılarak bulgular direk alıntılarla desteklenmiştir. Bu doğrultuda, çalışmada verinin doğasına sadık kalınarak doğrudan alıntılar kullanılmıştır. Bu yollar ışığında çalışmanın geçerlik ve güvenilirliği sağlanmıştır.

3.BULGULAR VE TARTIŞMA

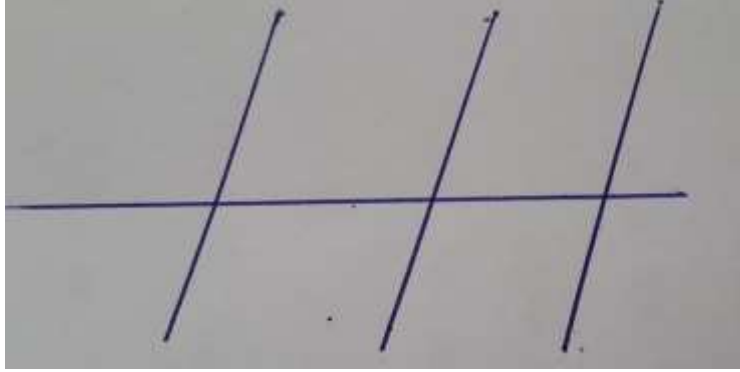
Öğretmen adaylarından toplanan yazılı dokümanlar incelendiğinde 10 tanesinin üçgeni “üç kenarlı çokgen” olarak tanımladığı görülmüştür. Bu tanım, Zazkis ve Leiken (2008) tarafından yapılan kodlamaya göre erişebilirlik kategorisinde *kolay verilmiş cevap*; doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz*; zenginlik kategorisinde *prototip olma* ve genelleştirme kategorisinde *özel tanım* olarak kodlanmıştır. Katılımcılardan 4 tanesi üçgeni “3 kenarlı ve iç açılarının toplamı 180^0 olan çokgenlerden oluşan geometrik şekiller” olarak tanımlamışlardır. Burada üçgenlerin kritik özelliklerinden çokgen olma, kapalılık ve temel elemanlardan açı ve kenarlar tanımında yer aldığından ve aynı düzlemde olma özelliği bulunmadığından bu tanım doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz* olarak kodlanmıştır. Ayrıca, erişebilirlik kategorisinde *kolay verilmiş cevap*; zenginlik kategorisinde *prototip olma* ve genelleştirme kategorisinde *özel tanım* olarak

kodlanmıştır. Öğretmen adaylarından 2 tanesi üçgeni “3 kenarı ve 3 açısı olan çokgenler” olarak tanımlamışlardır. Bu tanımda kritik özelliklerden çokgen, çokgen olduğu için kapalılık, temel eleman olan açı ve kenarlar yer aldığı fakat aynı düzlemde bulunma özelliği yer almadığı için bu tanım doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz* olarak kodlanmıştır. Bu tanım, erişebilirlik kategorisinde *kolay verilmiş cevap*; zenginlik kategorisinde *prototip olma*; genelleştirme kategorisinde *özel tanım* olarak kodlanmıştır. Bu tanımların Tsamir ve arkadaşları (2014) tarafından yürütülmüş olan çalışmada da çalışmanın araştırma birimini oluşturan mesleklerine yeni başlamış 4-6 yaş çocuklara öğretmenlik yapan öğretmenler tarafından yapılan tanımlarla benzerlik gösterdiği görülmüştür.

Katılımcılardan altı tanesi grup arkadaşlarıyla tartışarak üçgenlerin kritik özelliklerinin yapılan diğer tanımlara kıyasla daha ayrıntılı bir şekilde belirtildiği iki farklı üçgen tanımı oluşturmuştur. Bunlardan birincisi katılımcılardan dört tanesi tarafından yapılan “üçgenler ikişer doğru parçasının bir noktada kesişmesi şartıyla üç noktadan oluşan geometrik şekiller” tanımıdır. Katılımcıların bu tanımı oluştururken üzerinde biraz düşünceleri ve çaba sarf etmeleri sebebiyle yapılan bu tanımlama erişebilirlik kategorisinde *zor verilmiş cevap* olarak kodlanmıştır. Zenginlik kategorisinde *prototip olmayan* ve genelleştirme kategorisinde de üçgen olmayan farklı geometrik şekilleri de ifade ettiği için *genel tanım* olarak kodlanmıştır. Ayrıca, tanımda kritik özelliklerden sadece temel elemanlardan köşe ve kenar bulunduğu ve diğer özelliklere değinilmediği için doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz* olarak kodlanmıştır. Farklı tanımlardan ikincisi katılımcılardan iki tanesi tarafından “üçgenler aynı düzlemde paralel olmayan üç doğru parçasının kesişmesiyle oluşan geometrik şekiller” olarak yapılmıştır. Katılımcıların oluşturma sürecinde gösterdikleri çaba sebebiyle yapılan bu tanım erişebilirlik kategorisinde *zor verilmiş cevap* olarak kodlanmıştır. Zenginlik kategorisinde *prototip olmayan* ve genelleştirme kategorisinde üçgen olmayan farklı geometrik şekilleri de ifade ettiği için *genel tanım* olarak kodlanmıştır. Ayrıca, tanımda kritik özelliklerden temel elemanlardan kenar ve bu kenarların paralel olmama özelliği bulunduğu ve diğer özellikler bulunmadığı için doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz* olarak kodlanmıştır.

Küçük grup çalışmaları tamamlandıktan sonra, öğretmen adayları farklı üçgen tanımlarını kullanarak beklenen bütün özellikleri içeren doğru üçgen tanımlarını oluşturmalarını sağlamak amacıyla toplu sınıf tartışmasına yönlendirilmiştir. Bu bağlamda, tartışma üçgen tanımının ne olduğu sorularak başlatılmıştır. Öğretmen adaylarından bütün kritik özellikleri içeren bir üçgen tanımı oluşturmaları istendiği için üçgenin temel elemanlarını içeren üçgen tanımlarından birini kullanarak tartışma başlatılmıştır. Ayrıca, öğretmen adayları grup çalışması sürecinde ürettikleri tanımları üçgenin inşası aşamalarından faydalanarak incelemiş ve toplu sınıf tartışmasıyla doğru tanımı oluşturmaya çalışmıştır. Bu doğrultuda Ayşe’den yaptığı üçgen tanımını sınıfta açıklaması istenmiştir. Ayşe de “üçgenler ikişer doğru parçasının bir noktada kesişmesi şartıyla üç noktadan oluşan geometrik şekillerdir” olarak yaptığı üçgen tanımını sınıfta paylaşmıştır. Ayşe’nin yaptığı açıklamanın üçgeni tam anlamıyla ifade etmediğinin katılımcılar tarafından tam olarak anlaşılmasını sağlamak amacıyla onlardan bu tanımı sorgulamaları istenmiştir. Bundan dolayı Mehmet bu tanımın üçgen olmayan şekilleri de gösterdiğini anlatmak için şu açıklamayı yapmış ve *açıklamaya uygun fakat üçgen olmayan* bir örnek şekil sunmuştur;

Mehmet: Bu tanım üçgen tanımını tam anlamıyla karşılamamaktadır. Bu tanıma göre iki doğru parçasının bir noktada kesişmesi şartı düşünüldüğünde elimizde ikişer doğruyun kesiştiği üç nokta olması beklenmektedir. Bu durumda bu şeklin de üçgen olması beklenir.



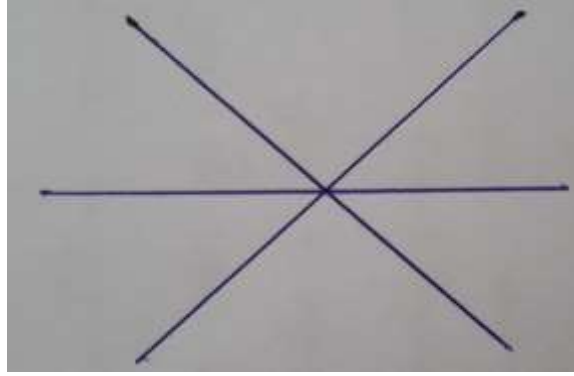
Şekil 1. Ayşe'nin açıklamasına fakat üçgen olmayan şekil

Bu şekilde de görüldüğü gibi Mehmet Ayşe'nin tanımının üçgen tanımı için yetersiz olduğunu açıklamış ve onun açıklamasına uygun fakat üçgen olmayan bir şekil sunmuştur. Diğer bir ifadeyle, Mehmet Ayşe'nin tanımında olduğu gibi ikişer doğru parçasının kesişimiyle oluşan üç doğru parçasının olduğu fakat herhangi bir üçgen belirtmeyen bir şekil çizmiştir. Buradan, Ayşe'nin üçgen tanımını yaparken doğru parçalarının köşe noktalarında kesişerek açıları da oluşturduğunu belirterek üçgeni tanımlamaya çalışmış fakat üçgenin kritik özelliklerinin tamamını içeren özel bir tanım yapamadığı görülmüştür. Ayşe'nin tanımındaki çıkarımdan sonra gerekli düzenlemeleri yaparak beklenen üçgen tanımını oluşturmalarını sağlamak amacıyla araştırmacı tartışmayı devam ettirmiştir. Tartışmada, Halit şöyle bir üçgen tanımı oluşturmuştur:

Halit: Üçgenler aynı düzlemde paralel olmayan üç doğru parçasının kesişmesiyle oluşan geometrik şekillerdir.

Halit bu tanımda üçgenin kritik özelliklerden aynı düzlemde olma ifadesini sınıfta ilk kez kullanmıştır. Sınıfta ilk kez kullanılan bu özelliği katılımcıların anlaması açısından vurgulanmıştır ve tartışma bu tanımı sorgulamalarını sağlayacak şekilde yönlendirilmiştir. Ayrıca, Halit üçgenin temel elemanlarından kenarlarını paralel olmama özelliğiyle açıklamıştır. Bu tanımın üçgenin *gerekli, yeterli ve özel* bir tanımı olmadığını Selim şöyle belirtmiştir:

Selim: Bu şekilde de aynı düzlemde bulunan paralel olmayan üç doğru parçası kesişmektedir. Halit'in açıklamasına göre bu şeklin de üçgen olması gerekmektedir fakat üç çakışık doğru parçası görülmektedir.



Şekil 2. Halit'in açıklamasına uygun fakat üçgen olmayan şekil

Bu şekli kullanarak Selim Halit'in tanımının üçgen tanımı için yetersiz olduğunu göstermiştir. Şekil 2 Halit'in yaptığı üçgen tanımına uygun olmasına rağmen bir üçgen belirtmemektedir. Bu yüzden Selim'in sunduğu şekil *açıklamaya uygun fakat üçgen olmayan* olarak kodlanmıştır. Buradan, Halit'in üçgen tanımını yaparken üçgeni oluşturan doğru parçalarının paralel olmadığını belirttiğinde üçgenin kapalılık ve temel elemanlar özelliklerini kapsadığını düşünerek üçgeni tanımlamaya çalıştığı; fakat üçgenin kritik özelliklerinin tamamını içeren özel bir tanım yapamadığı ve bu özellikleri doğru bir şekilde ilişkilendirerek açıklayamadığı görülmüştür. Halit'in tanımındaki çıkarımdan sonra gerekli düzenlemeleri yaparak katılımcıların beklenen üçgen tanımını oluşturmalarını sağlamak amacıyla araştırmacı tartışmayı devam ettirmiştir.

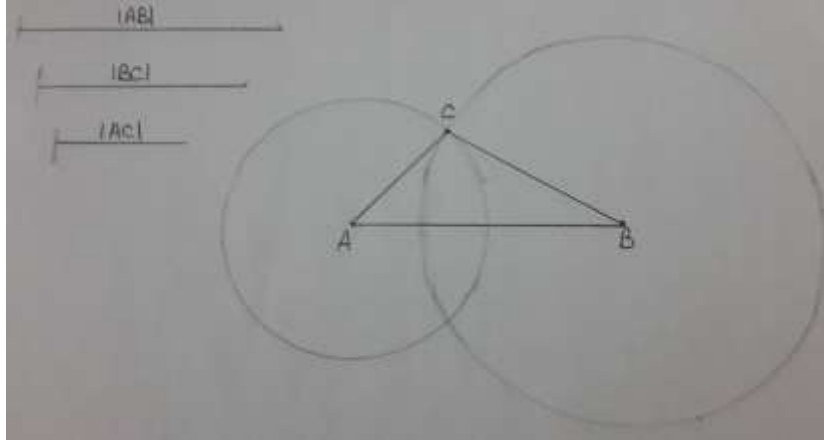
Öğretmen adaylarından yapılan tanımlamaları ve üçgenin kritik özelliklerini düşünerek doğru tanımları oluşturmaları istenmiş ve tartışma şöyle devam etmiştir:

Özlem: ... doğrusal olmayan noktaların birleştirildiği çizgilerden üç tanesinin birleşiminden oluşan geometrik şekillerin üçgen olduğunu belirtebiliriz.

Merve: Üçgenin temel elemanlarından olan üçgenin kenarları doğru parçalarından oluşurlar. Bu doğru parçaları da doğrusal noktaların birleşiminden oluşmaktadır.

Araştırmacı: Üçgenlerin sahip olduğu önemli özellikler üzerinde konuşalım. Sizce bu özellikler nelerdir? Üçgenin inşası sürecini düşünelim.

Meltem: ... Örneğin, AB doğru parçasının A köşesine merkezi A noktası olan ve yarıçapı AC uzunluğu kadar olan bir çember oluştururuz. Daha sonra B köşesine merkezi B noktası olan ve yarıçapı BC uzunluğu kadar olan bir çember oluştururuz. Bu iki çemberin kesişim noktası bize üçgenin C köşesini verir. Bu köşeyi AB doğru parçasının A ve B noktalarıyla birleştirdiğimizde ABC üçgenini oluşturmuş oluruz.



Şekil 3. Meltem'in açıklamasına göre pergel ve cetvel kullanılarak inşa edilen üçgen şekli

Tartışmanın bu kısmında katılımcılardan Özlem ve Merve üçgenin temel elemanları olan kenar ve köşe hakkında konuşmuşlardır. Fakat bu elemanları anlamlı şekilde ilişkilendiremedikleri için araştırmacı üçgenin inşası üzerinde düşüncelerini doğrultusunda yönlendirme yapmıştır. Meltem üçgeni inşa ederken üçgenin temel elemanları olan kenar ve köşelerden yararlanmıştır. Öncelikle AB doğru parçasını çizmiştir. Sonrasında A merkezli, AC kenar uzunluğu kadar yarıçapı olan ve B merkezli, BC kenar uzunluğu kadar yarıçapı olan iki çember çizmiştir. Bu iki çemberin kesişim noktaları C köşesinin olası yerlerini göstermektedir. Bu noktalardan birini A ve B noktalarıyla doğru parçaları kullanarak birleştirdiğinde ABC üçgenini inşa etmiş olur. Bu süreçte katılımcılar bir üçgeni inşa ederek elemanların nasıl ve ne amaçla kullanıldığını incelemişlerdir. Burada katılımcılar üçgenin temel elemanlarından biri olan köşe noktalarının çemberler yardımıyla belirlendiğini ve belirlenen bu noktaların doğru parçalarıyla birleştirildiğini gözlemlemiş ve anlamışlardır. Böylelikle, katılımcılar üçgeni inşa ederken kapalı geometrik bir şekil ve düzgün bir çokgen oluşturmuşlardır. Ayrıca, köşe noktaları aynı düzlem üzerinde çakışarak üçgen inşa edildiği için aynı düzlemde olma özelliği de incelenmiştir. Burada katılımcıların üçgenin “çokgen, kapalılık, temel elemanlar ve aynı düzlemde olma” kritik özelliklerini üçgenin inşası aşamalarıyla incelediği ve aralarındaki ilişkiyi anladıkları söylenebilir. Sonrasında, tartışma katılımcıların bu özellikleri anlamlı bir şekilde ilişkilendirerek doğru üçgen tanımını ifade etmelerini sağlamak amacıyla devam ettirilmiştir:

Araştırmacı: Bu süreçte ilk olarak belirlediğin özellikler nelerdir?

Meltem: Elimde zaten üç doğru parçası var. Bu doğru parçalarının uzunluklarından ve çemberlerden faydalanarak üçgenin köşeleri belirlendi ve doğru parçalarıyla birleştirilerek üçgen oluşturuldu.

Araştırmacı: Çok iyi. Bu şekil ve inşa aşamalarına göre üçgenin gerekli eleman ve özellikleri nelerdir?

Meltem: Üçgenleri temel olarak üç doğru parçası ve üç köşeden oluştuklarını düşünerek tanımlamalıyız. Bu açıdan, kapalı geometrik şekillerdir. Bu doğru parçaları bu köşelerden açılarak oluştururlar. Böylelikle, kenarlar ve köşeler özellikler içinde yer alır. Ayrıca, bu

özelliklere düzlemde doğrusal olmayan üç nokta, bu üç noktayı birleştiren üç doğru parçası gibi özellikleri de ekleyebiliriz.

Araştırmacı: Çok iyi. Peki bu özellikleri kullanarak üçgeni nasıl tanımlayabiliriz?

Meltem: Bu özelliklerden, aynı düzlemde bulunan bu üç noktayı ve bunların doğru parçalarıyla birleşiminden yararlanarak üçgeni tanımlamalıyız. Bu açıdan, üçgenler aynı düzlemde bulunan doğrusal olmayan üç noktanın üç doğru parçası kullanılarak birleştirilmesiyle oluşan kapalı geometrik şekillerdir.

Tartışmada Özlem'in yaptığı üçgen tanımında üçgenin kenarlarını oluşturan çizgilerin doğrusal olmadığı söylenerek hatalı bir ifade kullanılmıştır. Özlem'in tanımındaki hata doğru parçalarının doğrusal olduğunun belirtilmesiyle Merve tarafından giderilmiştir. Daha sonra, araştırmacı katılımcılardan üçgenin kritik özelliklerini belirlemelerini ve bu özelliklerin doğru bir şekilde ilişkilendirildiği bir üçgen tanımı oluşturmalarını istemiştir. Bu süreci de kolaylaştırmak için katılımcılardan verilen üç doğru parçasından yararlanmalarını ve pergelle cetveli kullanarak üçgen inşası aşamalarını düşünmelerini istemiştir. Bu süreci, Meltem kendi çizim yöntemini anlatarak Şekil 3'deki gibi göstermiştir. Meltem, bu üçgen inşası sürecinde çemberin tanımından ve çemberlerin kesişim noktalarından faydalanmıştır. AB doğru parçası üzerinde çalışarak ve diğer doğru parçalarının uzunluklarından faydalanarak C köşesinin yerini belirlemeye çalışmıştır. Çemberler çizerek öncelikle A noktasına göre sonrasında B noktasına göre C noktasının olası yerlerini belirlemeye çalışmıştır. Burada çemberin tanımından yararlanmıştır. Örneğin, çember bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesinin oluşturduğu geometrik şekildir. A noktası ve AC doğru parçası düşünüldüğünde, A merkezli ve AC uzunluğu yarıçapındaki çember A noktasına göre olası C noktasının yerlerini belirtir. Aynı düşünceyle, B merkezli BC yarıçaplı çember B noktasına göre olası C noktasının yerlerini göstermektedir. Bu açıdan, bu iki çemberin kesişim noktaları bize bu iki noktaya göre olası C noktalarının yerlerini gösterir. Böylelikle, C köşesinin yeri belirlenmiş olur. Bu üçgen inşası süreci doğrusal olmayan üç noktanın doğru parçalarıyla birleştirilmesine yani kapalılık özelliğine odaklanmasını sağlamıştır. Ayrıca, katılımcıların üçgenin temel elemanları olan kenar ve açı özelliğini de düşünmeleri desteklenmiştir. Bu tartışma sürecinde yapılan üçgen tanımlarının gereksiz, yetersiz ve ilgisiz olan kısımları tartışılarak üçgenin gerekli kritik özellikleri belirlenmiştir. Sonrasında katılımcılar belirlenen bu özellikleri kullanarak beklenen üçgen tanımını oluşturmuşlardır. Bu tanımlama Zazkis ve Leiken (2008) tarafından oluşturulan kategoriler doğrultusunda incelendiğinde erişebilirlik kategorisinde uzun bir tartışma süreci sonunda oluşturulduğu için *zor verilmiş cevap* olarak kodlanmıştır. Ayrıca, zenginlik kategorisinde *prototip olma* ve genelleştirme kategorisinde sadece üçgen şeklini belirttiği için *özel tanım* olarak kodlanmıştır. Bu tanımda kapalılık, temel elemanlardan kenar ve köşelerin belirtildiği ve aynı düzlemde olma özellikleri açıkça ifade edilip çokgen olma özelliği de noktaların doğru parçalarıyla birleştirilmesi açıklanmıştır. Bu yüzden, Meltem tarafından yapılan bu tanım bütün kritik özellikleri içerdiği için doğruluk kategorisinde *gerekli ve yeterli* olarak kodlanmıştır. Tartışma sonunda, katılımcıların birbirlerinin düşüncelerini sorgulamalarının sağlanması ve araştırmacı tarafından gerekli yönlendirmelerin yapılmasıyla üçgenin bütün kritik özelliklerinin doğru bir şekilde ifade edildiği bir tanımın yapıldığı görülmüştür. Diğer bir ifadeyle, yapılan tartışma ortamının etkileşimi sayesinde, öğrenenlerin birbirini sorguladığı sosyal bir ortamda gerekli öğrenmelerin tam olarak gerçekleştiği söylenebilir.

Tanım oluşturma sürecinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi için diğer üçgen çeşitleri (dik üçgen, eşkenar üçgen vb.) için de bu süreç tekrarlanmıştır. Böylelikle, oluşturulan üçgen tanımının, diğer üçgen çeşitlerinin tanımlanmasını nasıl etkilediği de araştırılmıştır. Ayrıca, tartışma ve üçgen inşası süreçleri katılımcıların üçgen tanımlarında kullandıkları özelliklerin farkında olmalarını ve bu özellikler arasında doğru ilişki kurularak tanımın oluşturulup oluşturulmadığını sorgulamalarını sağlamaktadır. Bu süreç katılımcıların dik üçgen tanımları ile örneklendirilebilir. Katılımcılardan 12 tanesi dik üçgeni “kenarlarından iki tanesinin dik kesişmesiyle oluşan üçgenler” ve 8 tanesi “iç açılarından birisinin ölçüsünün 90° olduğu üçgenler” olarak tanımlamıştır. Bu tanımlar, erişebilirlik kategorisinde *kolay verilmiş cevap*, zenginlik kategorisinde *prototip olma*, genelleştirme kategorisinde sadece dik üçgen şeklini belirttiği için *özel tanım* ve dik üçgenle ilgili üçgen olma ve diklik kritik özelliklerini içerdiği için *gerekli ve yeterli* olarak kodlanmıştır. Fakat katılımcılardan 2 tanesi dik üçgeni “aynı düzlemde bir noktaya eşit uzaklıkta ve doğrusal olmayan üç noktanın doğru parçalarıyla birleştirilmesi sonucu oluşan kapalı geometrik şekil” olarak tanımlamıştır. Bu tanım, erişebilirlik kategorisinde katılımcıların çaba sarf etmelerinden dolayı *zor verilmiş cevap* olarak kodlanmıştır. Ayrıca zenginlik kategorisinde *prototip olmayan* ve genelleştirme kategorisinde bazı durumlarda sadece ikizkenar üçgen şekli için de geçerli olduğu için *genel tanım* ve dik üçgenle ilgili sadece üçgen olma kritik özelliğini içerip diklik özelliğini içermediği için *ne gerekli ne de yeterli* olarak kodlanmıştır. Araştırmacı katılımcıların dik üçgen tanımını anlayarak doğru tanımı oluşturmalarını sağlamak amacıyla bu 2 katılımcı tarafından oluşturulan tanımı kullanarak şu tartışmayı başlatmıştır:

Araştırmacı: Dik üçgeni nasıl tanımlarsınız? ... Meltem. Senin tanımını dinleyebilir miyiz?

Meltem: Biz üçgenlerin doğrusal olmayan üç noktadan doğru parçalarıyla oluşturulduğunu biliyoruz. Bu doğrusal olmayan üç noktadan ikisinin diğer üçüncü noktaya eşit uzaklıkta olması durumunda bu noktaları doğru parçalarıyla birleştirerek dik üçgenleri oluştururuz.

Meltem’in yaptığı tanımlamada üçgenin tanımından ve üçgenin kritik özelliklerinden faydalanmaya çalıştığı görülmektedir. Bu tanımlama doğruluk kategorisinde *ne gerekli ne de yeterli* olarak kodlanmıştır. Ayrıca, noktalardan iki tanesinin diğer noktaya eşit uzaklıkta olması ifadesi gereksiz bir özelliktir. Meltem üçgenin kritik özelliklerine eklemesi gereken diklik özelliğini belirtmemiştir. Katılımcıların ifadede yer alan bu gereksiz özelliğin farkına varmalarını ve doğru olanı bulmalarını sağlamak amacıyla araştırmacı tartışmayı şu şekilde yönlendirmiştir:

Araştırmacı: Dik üçgenleri tanımlarken adı üstünde dikliği belirtmek için eşit uzaklık kavramını kullanmak yeterli midir?

Meltem: Sonuçta, bir noktanın bir doğruya olan en kısa mesafesi incelendiğinde, bu mesafeyi belirttiğimiz doğru parçası bu noktadan doğruya çizilen dik bir doğrudur.

Tartışmanın bu kısmında Meltem’in kendi oluşturduğu tanımın gereksiz kısmıyla ilgili emin olmadığı görülmüştür. Ayrıca, bu kısım ile ilgili düşüncelerini açıkladığında Meltem’in hatalı düşündüğü tespit edilmiştir. Diğer bir ifadeyle, araştırmacı Meltem’in diklik için bir noktanın veya bir doğrunun başka bir doğruya en kısa mesafesinin dik bir doğru olduğu düşüncesiyle ilgili hatalı düşündüğünü fark etmiştir. Bu nedenle araştırmacı tartışmayı Meltem’in bu hatasının farkına varıp gidermesini sağlamak amacıyla yönlendirmiştir.

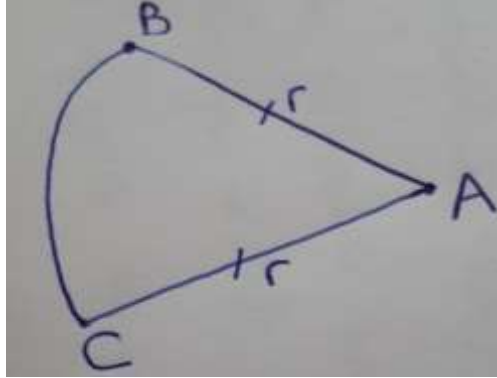
Araştırmacı: Burada diklik ve eşit uzaklık arasındaki ilişki nedir?

Meltem: İki paralel doğru arasındaki eşit mesafedeki en kısa mesafeler dik doğru parçalarını göstermektedir.

Nuray: Senin de söylediğin gibi bu dik doğru parçası bir nokta ve bir doğru arasındadır fakat üçgeni tanımlarken iki nokta arasındaki doğru parçasının dik olmasından bahsettin. İki nokta arasındaki doğru parçası için diklikten bahsedemeyiz.

Araştırmacı: Doğru. Güzel bir nokta.

Halit: Üçgenin inşasında olduğu gibi çember veya yay düşünelim. Örneğin, yay üzerinde üç nokta üzerinde konuşabiliriz. Bunlar, merkez noktası ve yayın uç noktalarıdır.



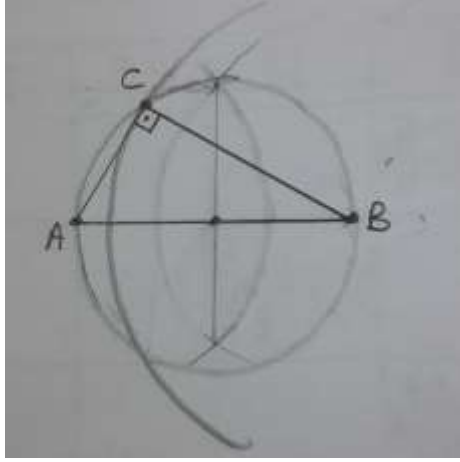
Şekil 4. Bir yay üzerinde bir noktaya eşit uzaklıkta doğrusal olmayan üç noktanın çizimi

Merve: Ayrıca, Halit'in şeklinde B ve C noktalarını bir doğru parçasıyla birleştirdiğimizde Meltem'in tanımına göre ikizkenar üçgen oluşturmuş oluruz.

Araştırmacı: Güzel bir açıklama. Bu ifadeye göre eşit uzaklık bize ikizkenar üçgeni tanımlarken yardımcı olmaktadır.

Meltem: Doğru. Eşit uzaklıkla, sadece eşit uzunlukta olan doğru parçalarından dolayısıyla eşit uzunluktaki üçgen kenarlarından bahsedebiliriz.

Meltem'in ifadesindeki gereksiz kısmı Nuray ve Halit yaptıkları açıklamalarla düzeltmişlerdir. Nuray iki nokta arasında dik bir doğru parçası oluşturulmayacağını açıklamıştır. Halit de bu tanıma uygun fakat üçgen belirtmeyen bir şekil sunarak Meltem'in ifadesindeki gereksiz kısmın nedenini açıklamıştır. Halit, Meltem'in açıklamasının bir yay için geçerli olabileceğini açıklamıştır. Merve, Halit'in açıklamasından faydalanarak bu gereksiz kısmın ikizkenar üçgeni tanımlarken kullanılabileceğini belirtmiştir. Diğer bir ifadeyle, Merve ve Halit ikizkenar kenar üçgenin bir çift komşu kenarın uzunluklarının eşit olma özelliğini belirtmişlerdir. Katılımcılar eşit uzaklık kavramını kullanarak ancak ikizkenar üçgenin veya yayın ifade edilebileceğini söyleyerek Meltem'in tanımındaki gereksiz kısmı nedenleriyle birlikte tartışmışlardır. Bu kısım ile ilgili incelemeler tamamlandıktan sonra katılımcıların gerekli özellik olan diklik üzerine odaklanmaları sağlanmıştır. Ayrıca, araştırmacı katılımcıların



Şekil 6. Çapı gören çevre açıdan yararlanarak dik üçgenin inşası

Yücel dik üçgenin inşası sürecinde hipotenüsü çizdikten sonra onun orta dikmesini bulur. Şekil 6'da görüldüğü gibi Yücel orta dikme noktası merkezi olan ve hipotenüsün yarısı kadar uzunlukta yarıçap uzunluğu olan bir çember çizmiştir. Daha sonra, B noktası merkez olan yarıçapı dik kenarlardan BC kenar uzunluğu kadar olan bir yay oluşturmuştur. Bu yayın çemberi kestiği noktalardan birini A ve B köşeleriyle birleştirerek ABC dik üçgeni inşa etmiştir. Yücel bu dik üçgeni inşa ederken çapı gören merkez açının 90^0 olması özelliğinden faydalanmıştır. Tartışmanın bu kısımlarında katılımcılar dik üçgenin inşası sürecinden faydalanarak kritik özelliklerin nasıl sağlandığını geometrik diğer şekillerle (çember, yay, çevre açısı, orta dikme vb.) ilişkilendirerek incelemişlerdir. Kritik özellikler “çokgen, kapalılık, temel elemanlar, aynı düzlemde olma ve diklik” olarak ifade edildiğinde, katılımcılar bu süreçte kenar uzunluklarından ve çizdikleri çember ve yayların kesişim noktalarından faydalanarak üçgenin köşe noktalarının yerlerini belirlemişlerdir. Ayrıca, bu noktaları doğru parçaları yardımıyla birleştirerek üçgeni oluşturmuşlardır. Böylece kritik özelliklerden “çokgen, kapalılık, temel elemanlar, aynı düzlemde olma” sağlanmıştır. Diklik özelliğini sağlamak ve köşe noktalarını belirlemek için çapı gören çevre açısı veya orta dikme gibi diğer geometrik şekiller ve özelliklerden faydalanılmıştır. Böylelikle katılımcılar tanımlarında kullanacakları kritik özellikler üzerinde düşünmüşlerdir. Araştırmacı, katılımcıların diklik koşulunu nasıl oluşturulabileceklerini anlamalarının ardından tartışmayı şöyle devam ettirmiştir.

Halit: Kenarların ve açıların temel elemanlar olduklarını biliyoruz. Dik üçgenleri tanımlarken bunlardan yararlanabiliriz. Ayrıca, üç doğrusal olmayan nokta ifadesini de kullanmalıyız. Bu açıdan, dik üçgenler kenarlarından iki tanesinin bir köşede dik kesiştiği üçgenlerdir.

Yücel: Ayrıca, dik üçgenler iç açılarından birisinin ölçüsünün 90^0 olduğu üçgenlerdir.

Dik üçgenin kritik özellikleri “çokgen, kapalılık, temel elemanlar, aynı düzlemde olma ve diklik” olarak belirlenmiştir. Katılımcıların çoğunun dik üçgeni tanımlarken dik üçgenin bir üçgen çeşidi olmasından dolayı üçgenin bütün kritik özelliklerini taşıdığını ve ek olarak da diklik koşulunu da sağladığını belirtmişlerdir. Bazı katılımcıların dik üçgenle ilgili yaptığı tanımlarda dikliği tam olarak anlamadıkları fark edilmiştir.

Katılımcılardan iki tanesinin “diklik” kriterini tanımlarında doğru ifade edemezken bazılarının da diklik ifadesini tamamen anlamadan kullandıkları görülmüştür. Tartışma sürecinde katılımcılardan bazılarının dik üçgenin kritik özelliklerinden dikliği anlama konusunda problem yaşadığı görülmektedir. Bu açıdan, katılımcıların dik üçgenin bu özelliğini anlamada yaşadıkları güçlüğü anlaşılmıştır ve giderilmesi hususunda dik üçgenin inşası sürecinden faydalanmaları sağlanmıştır. Diğer bir ifadeyle katılımcıların bu özelliği tam anlamıyla anlamalarını sağlamak amacıyla üçgenin inşası üzerinde durulmuştur. Katılımcılar dik üçgenin inşası aşamalarıyla dikliğin nasıl sağlandığını anlamışlar ve doğru dik üçgen tanımını oluşturabilmişlerdir. Oluşturulan tanımlar erişebilirlik kategorisinde *zor verilmiş cevap*, zenginlik kategorisinde *prototip olma*, genelleştirme kategorisinde sadece dik üçgen şeklini belirttiği için *özel tanım* ve dik üçgenle ilgili üçgen olma ve diklik kritik özelliklerini içerdiği için *gerekli ve yeterli* olarak kodlanmıştır.

4.SONUÇ VE TARTIŞMA

Kavram tanımları ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematiksel konulara ilişkin temel bilgilerinin incelenmesi açısından çok önemlidir. Bu yüzden, üçgen çeşitlerinin tamamının ve diğer geometrik şekillerin kavramsal tanımlarının incelendiği sonraki çalışmalar tasarlanıp uygulanabilir. Ayrıca, bu çalışmada toplu sınıf tartışması yardımıyla katılımcıların birbirlerinin düşüncelerini inceleyip doğru yanlarının belirlenip eksik yanlarının düzeltildiği bir süreç oluşturmuştur. Bu sayede katılımcılar araştırmacının da yönlendirmesiyle doğru ve bütün kritik özelliklerin doğru bir şekilde ifade edildiği bir tanım oluşturabilmişlerdir. Bu sayede, bu süreç öğretmen adaylarının tanımlamada zorlandıkları diğer matematiksel kavramları tanımlamalarını sağlamak amacıyla kullanılabilir.

Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının küçük gruplarda arkadaşlarıyla birlikte çalışarak “üç kenarlı çokgen”, “3 kenarı ve 3 açısı olan çokgenler” ve “3 kenarlı ve iç açılarının toplamı 180^0 olan çokgenlerden oluşan geometrik şekiller” gibi tanımlar oluşturmuşlardır. Zazkis ve Leiken (2008)’nin kategorileri ve kodları kullanılarak incelendiğinde bu tanımların erişebilirlik kategorisinde *kolay verilmiş cevap*, doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz*, zenginlik kategorisinde *prototip olan* ve genelleştirme kategorisinde *özel tanım* oldukları görülmektedir. Bu tanımların Tsamir ve arkadaşları (2014) tarafından yürütülmüş olan çalışmada da katılımcılar tarafından yapılan tanımlarla benzer olduğu görülmüştür. Buradan, yapılan bu üç tanımlamanın üçgenlerle ilgili yapılan en yaygın tanımlar olduğu ifade edilebilir. Bu tanımlamalar üçgenlerin sahip olduğu kritik özelliklerin çoğunu kapsadığı ve literatürde yer alan birçok kaynakta da yer aldığı için öğretmen adaylarının bu tanımları kullandıkları düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının bu tanımları yaparken hiç zorlanmadan kolay bir şekilde cevap vermeleri de bu durumu desteklemektedir. Tsamir ve arkadaşlarının (2014) yaptığı çalışmada belirledikleri üçgen tanımlarından farklı olarak bu çalışmada öğretmen adayları iki farklı üçgen tanımı oluşturmuşlardır. Bu üç tanıma ek olarak, bu çalışmada “üçgenler ikişer doğru parçasının bir noktada kesişmesi şartıyla üç noktadan oluşan geometrik şekillerdir” ve “üçgenler aynı düzlemde paralel olmayan üç doğru parçasının kesişmesiyle oluşan geometrik şekiller” tanımları katılımcılar tarafından yapılmıştır. Bu tanımlar da erişebilirlik kategorisinde *zor verilmiş cevap* olarak, zenginlik kategorisinde *prototip olmayan*, genelleştirme kategorisinde *genel tanım* ve doğruluk kategorisinde *gerekli fakat yetersiz* olarak kodlanmıştır. Katılımcıların belirttiği bu tanımlarda kritik

özelliklerin tamamının belirtilmediği görülmektedir. Bu amaçla, katılımcıların üçgenin bütün kritik özelliklerinin doğru bir şekilde ilişkilendirilerek ifade edildiği bir üçgen tanımının katılımcılar tarafından oluşturulmasını sağlamak amacıyla bütün sınıfın katıldığı ve araştırmacı tarafından gerekli yönlendirmelerin yapıldığı bir tartışma süreci başlatılmıştır. Tartışma süreci incelendiğinde katılımcıların üçgenin tanımını oluşturma sürecinde zorlandıkları görülmüştür. Fakat düşüncelerini paylaştıklarında ve birbirlerinin açıklamalarını eleştirel bir yaklaşımla tartıştıklarında birbirlerinin düşüncelerindeki eksik ve yanlış tarafları giderdikleri anlaşılmıştır. Ayrıca, katılımcılar araştırmacının da yönlendirmesiyle doğru bakış açısı kazanarak üçgenin kritik özelliklerini doğru bir şekilde belirleyip gerekli ve yeterli bir üçgen tanımı oluşturmuşlardır. Tartışmalar katılımcıların üçgenleri ve onların kritik özelliklerini incelemelerini ve etkili bir şekilde anlamalarını sağlamaktadır. Ayrıca, Olkun ve Toluk (2004) sınıf içi tartışmaların öğrencilerin geometrik düşüncelerini sağladığını ifade etmiştir. Bu açıdan katılımcılar üçgenlerin kritik özelliklerini ve bunlar arasındaki ilişkiyi tartışma sürecinde etkili bir şekilde anlamışlardır. Katılımcıların tartışma sürecinde oluşturdukları tanımları inceleyip birbirlerinin açıklamalarına uygun olan şekiller sunarak birbirlerinin düşüncelerini irdelemişlerdir. Bu sürecin yapılan açıklamaya göre kritik özelliklerin doğru ilişkilendirilip ilişkilendirilmediğini araştırmak için etkili olduğu ve bu konudaki geometrik düşünceleri kolaylaştırdığı görülmüştür. Ek olarak, katılımcıların oluşturdukları üçgen tanımını diğer üçgen çeşitlerini tanımlarken nasıl kullandıkları da incelenmiştir. Örneğin, dik üçgeni tanımlama süreçlerinde üçgenin kritik özelliklerinden faydalanmışlar ve bunlara ek olarak dikliği tartışmışlardır. Dik üçgen için katılımcılar “kenarlarından iki tanesinin dik kesişmesiyle oluşan üçgenler” ve “iç açılarından birisinin ölçüsünün 90^0 olduğu üçgenler” tanımlarını oluşturmuşlardır. Bu tanımlar, erişebilirlik kategorisinde *kolay verilmiş cevap*, zenginlik kategorisinde *prototip olma*, genelleştirme kategorisinde sadece dik üçgen şeklini belirttiği için *özel tanım* ve dik üçgenle ilgili üçgen olma ve diklik kritik özelliklerini içerdiği için *gerekli ve yeterli* olarak kodlanmıştır.

Katılımcılar üçgenlerin tanımlanmaları sürecinde gerekli kritik özellikleri belirlemek ve bu kritik özellikleri doğru ilişkilendirmek amacıyla üçgenlerin inşası sürecinden faydalanmıştır. Katılımcılar pergel ve cetvel kullanarak bu kritik özellikleri ilişkilendirerek ve farklı geometrik şekillerden yararlanarak (yay, çember vb.) incelemişlerdir. Katılımcılar üçgen inşa ederken her bir kritik özelliğin neden gerekli ve önemli olduğunun farkına varmışlardır. Örneğin, öncelikle köşe noktalarından başlayıp bunları doğru parçalarıyla birleştirmeleri temel elemanlar üzerine yoğunlaşmalarını sağlamıştır. Ayrıca, dik üçgen inşası sürecinde herhangi bir üçgeninin inşası sürecinden faydalanmışlar; fakat ek özellik olan dikliğin de nasıl sağlanabileceğini diğer özelliklerle ilişkilendirerek incelemişlerdir. Örneğin, köşe noktalarını belirlerken dik açının bulunacağı köşeyi çapı gören çevre açısı olacak şekilde konumlandırmışlardır. Böylelikle üçgenlerin ve üçgen çeşitlerinin kritik özelliklerini birbirleriyle ilişkilendirerek incelemişlerdir. Bu durum geometrik yapıların inşası sürecinin öğrenciye yalnızca psikomotor bir becerinin gelişiminin değil aynı zamanda inşa edilen geometrik şeklin özelliklerinin analiz edilmesini sağladığı için de faydalı olmuştur (Cherowitzo, 2006). Üçgenlerin inşası süreciyle bir üçgenin oluşabilmesi için gerekli özellikler analiz edilebilmiştir. Ayrıca, üçgen çeşitlerinin ek kritik özellikleri de üçgenlerin inşası sürecinde takip edilen adımlarla daha iyi anlaşılmıştır. Bu süreçte, araştırmacının yönlendirmesi ve sınıf içi tartışmada birbirleriyle yaptıkları fikir paylaşımları bu süreci zenginleştirmiş ve tanımların doğru ve etkili bir şekilde oluşturulmasını sağlamıştır.

Bu çalışmada elde edilen bulgular ışığında üçgenlerin ve üçgen çeşitlerinin tanımlarının oluşturulması sürecinde öğretmen yönlendirmesinin yapıldığı sınıf içi toplu tartışma ve geometrik şekillerin inşalarının faydalı olduğu görülmüştür. Bu açıdan, öğrencilerin özellikle de geometrik şekillerin tanımlarını oluşturma süreçlerinde gerekli kritik özelliklerin belirlenmesi ve bu özelliklerin birbirleriyle ilişkilendirilmesi için pergel ve cetvel kullanılmasının etkili ve yararlı olduğu belirtilebilir. Böylelikle, ileride yapılacak olan çalışmalarda diğer geometrik şekillerin kavramları oluşturulurken süreç sınıf içi tartışma ve geometrik şekillerin inşa süreçleriyle desteklenebilir. Bu sayede öğrenciler süreci analiz edip ilişkilendirerek doğru tanımları oluşturabilirler.

KAYNAKÇA

- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Creswell, John W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Cherowitzo, B. (2006). “Geometric Constructions.” [Online] Retrieved on 18-August-2008., at URL <http://www.math.cudenver.edu/~wcherowi/courses/m3210/lecchap5.pdf>.
- Damarin, S. K. (1981). What makes a triangle? *Arithmetic Teacher*, 22(1), 39-41.
- Delaney, S. (2012). A validation study of the use of mathematical knowledge for teaching measures in Ireland. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44(3), 427–441.
- de Villiers, M. (1998). To teach definitions in Geometry or to teach to define? In *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. In Olivier A. & Newstead, K., eds., Stellenbosch, RSA, 2, 248–255.
- de Villiers, M., Govender, R., & Patterson, N. (2009). Defining in geometry. In T. V. Craine & R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world* (pp. 189-203). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fey, J. (1982). Mathematics education. In Mitzel (Ed.), *Encyclopedia of educational research* (5th ed., Vol. 3, pp. 1166-1182). NY: The Free Press.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Reidel, Dordrecht.
- Fujita, T. (2012). Learners’ level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72.
- Gillingham, M. G. & Price, G. G. (1987). Age difference in content general knowledge when content specific knowledge is equated. *Journal of Educational Research*, 80 (5), 300-303.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Leikin, R., & Winicki-Landman, G. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 2. *For the Learning of Mathematics*, 20(2), 24-29.
- Leikin, R., & Winicki-Landman, G. (2001). Defining as a vehicle for Professional development of secondary school mathematics teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 3, 62-73.

- Leikin, R., & Zazkis, R. (2010). On the content-dependence of prospective teachers' knowledge: A case of exemplifying definitions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(4), 451–466
- Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry. *Proceedings of PME*, 16, 48-55.
- Morrow, G. R. (Proclus, ca.) (1970). *A commentary on the first book of Euclid's Elements. Translated with introduction and notes by Glenn R. Morrow*. Princeton, N.J, Princeton University Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2010). *NCTM public comments on the common core standards for mathematics*. Retrieved from <http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=25186>.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. Retrieved from <http://www.corestandards.org/the-standards/mathematics>
- National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Olkun, S.& Toluk, Z. (2004). Teacher questioning with an appropriate manipulative may make a big difference, *IUMPST: The Journal*, 2, 1-11.
- Sfard, A. (2000). On reform movement and the limits of mathematical discourse, *Math. Think Learn*, 2, 157–189.
- Sinclair, N., Pimm, D., & Skelin, M., (2012). *Developing essential understanding of geometry for teaching mathematics in grades 9-12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Tanırlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 80-95.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach, M. (2014). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM- Mathematics Education*, DOI 10.1007/s11858-014-0641-8.
- Usiskin, Z., & Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishing.
- Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometric concepts. In R. Karplus (Ed.), *Proceedings of the 4th PME International Conference*, 177–184.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 131-148.
- Zaslavsky, O., & Shir, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 317-346.

EXTENDED ABSTRACT

1. Introduction

Definitions as the products of the mathematical language are essential in order to share mathematical ideas and to be used as a communication tool (de Villiers, Govender, & Patterson, 2009; Usiskin & Griffin, 2008; Vinner, 1991). Also, they encourage accurate and useful mathematical communications by emphasizing the differences and connections between the mathematical concepts. Benefiting from the similarities and differences between the mathematical concepts, relational understanding can be provided (de Villiers, Govender & Patterson, 2009). In this respect, mathematical definitions are the main short explanations including technical mathematical terms and necessitating concept image (de Villiers, Govender, & Patterson, 2009). When the previous research have been examined, it is observed that the learners from different grade levels have difficulty to learn triangles. However, the geometrical concept of triangles have importance in mathematics education since it is common geometric shape in real-life and Euclidean geometry because of its connection with other geometric shapes such as quadrilaterals (Damarin, 1981; Vinner & Hershkowitz, 1980). The difficulty of learners' understanding of triangles may result from teaching the triangles as the set of properties, rules and theorems rather than as a geometrical concept (Gillingham & Price, 1987). In this respect, in order to provide the students' understanding of triangles effectively, the definition of triangles can be initially examined and then the properties and theorems about them should be learned. Therefore, the purpose of the present study was to examine the definitions of triangles made by preservice middle school mathematics teachers (PMSMT) and to provide them opportunities to composite the correct triangle definition by discussing. In this respect, the initial effort of examination of definitions of triangles effectively and composition of correct triangle definition removing the errors in order to understand and learn the concept of triangles was made so that learning the properties and theorems of triangles could be encouraged.

2. Method

In the present study, the definitions about triangles on the activity sheets designed to classify and define triangles, and whole class discussions were examined. In order to examine the participants' thinking and understanding of definitions of triangles, case study as a qualitative research method was conducted. Based on the purpose of the study, the participants were composed of 22 PMSMT who were junior enrolling the department of elementary mathematics education selected by purposive sampling strategy. Of these participants, there were 13 female and 9 male PMSMT. The data collection process included artifact collection from the participants and the transcripts of the whole class discussion. The data were analyzed by the techniques of content and descriptive analysis. The definitions of triangles made by them were analyzed by using the codes and themes of Zazkis and Leiken (2008). The codes and themes determined in this previous research are "accessibility, correctness, richness and generality/concreteness". Moreover, the representations of the participants formed by them in order to examine their thoughts and explanations about triangle definitions were analyzed by the codes formed by the researchers. The codes produced by the researchers were "appropriate for explanation but not for triangle, appropriate for triangle but not for explanation, appropriate for explanation and triangle". In order to provide trustworthiness of the study, researcher

triangulation strategy was used. The definitions formed in the study were analyzed by the researchers independently based on the categories and themes of Zazkis and Leiken (2008). Moreover, the technique of member checking was used. The data collected from the participants and the findings and interpretations formed based on these data were discussed by the participants of the study (Creswell, 2009; Guba & Lincoln, 1981). Lastly, rich and thick data were used in order to represent the findings and direct quotations were benefited from to illustrate the learning process of the participants.

3. Findings, Discussion and Results

According to the findings obtained from artifact collection, the participants produced correct and incorrect definitions about triangles by working with their peers. Most of these definitions did not include all of the critical attributes by relating them accurately. When the correct definitions were examined, some of them were similar definitions identified in the previous research in the literature (Tsamir et al., 2014). However, different definitions were also formed in the study. It was also observed that the triangle definitions did not state all of the critical attributes of triangles by relating them appropriately. However, it could be stated that they formed the correct triangle definition effectively in the discussion period by emphasizing correct parts, identifying their errors and modifying them. In order to provide beneficial discussion period in which the participants shared their ideas about definitions of triangles, the instructor initiated the discussion by using incorrect definitions formed by the participants. In this discussion period, they insisted on identification of critical attributes of triangles to form their definitions. In this discussion period, they used representations to analyze the correctness or incorrectness of the explanations, and to convince others about it. By using representations, they showed that the explanation was correct/incorrect definition for triangles by including the critical attributes. Furthermore, the correctness/incorrectness was examined based on the categories and themes produced by Zazkis and Leiken (2008). Also, they benefited from geometric constructions in order to analyze the critical attributes of triangles, and the connection between them. By using compass and straight edge, they examined the critical attributes of the triangles, and the relationship between them. For example, through geometric constructions, they insisted on three non-linear points referring to the vertices of the triangles and closeness of the geometric shape. Also, they analyzed their explanations made in order to define triangles. Through discussions and geometric constructions, they examined their explanations about definitions of triangles and formed the correct definition including all of the necessary attributes. In this respect, it can be stated that geometric constructions and whole class discussions enhance producing the definition of triangles. Also, the discussion period and geometric constructions were beneficial to define different types of triangles such as right triangles while producing their definitions. In this respect, the geometric constructions and mathematical discourses including their mathematical discussions were useful to define the triangles effectively by understanding them, their critical attributes and relationship between these critical attributes.