

BOZULMA ETKİLİ VE TEK BAKIM EKİPLİ BAKIM ÇİZELGELEME PROBLEMİ İÇİN BİR MATEMATİKSEL MODEL

Tuğba SARAÇ^{1*}, Feriştah ÖZÇELİK²

¹ Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir, ORCID No : <https://orcid.org/0000-0002-8115-3206>

² Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir, ORCID No : <https://orcid.org/0000-0003-0329-203X>

Anahtar Kelimeler	Öz
İlişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi Kaynak kısıtı Planlı bakım Süre bozulması	<i>Karmaşıklığı arttırması nedeniyle makine çizelgeleme literatüründe genellikle, bakım ve kaynak kısıtları göz ardı edilmekte ya da sadece birisi dikkate alınmaktadır. Ancak özellikle bakım sırasında kaynak ihtiyacının olduğu durumlarda bu iki kısıt grubunun birlikte ele alınması kritiktir. Bu çalışmada ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi, bakım ve kaynak kısıtları altında ele alınmıştır. Ele alınan problemde bakım, bir zaman penceresi içinde gerçekleştirilmelidir ve süresi, bakım zamanına bağlı olarak bozulmaktadır. Bu problemin çözümü için bir matematiksel model önerilmiştir. Önerilen modelin hangi boyuta kadar çözülebildiğini analiz edebilmek amacıyla rassal türetilen test problemleri kullanılmıştır. Önerilen model ile en fazla 25 işli problemlerin çözümlerini elde edebilmek mümkün olabilmektedir.</i>

A MATHEMATICAL MODEL FOR MAINTENANCE SCHEDULING PROBLEM WITH DETERIORATION AND SINGLE MAINTENANCE CREW

Keywords	Abstract
Unrelated parallel machine scheduling problem Resource constraint Preventive maintenance Deterioration	<i>Because of its complexity, maintenance, and resource constraints are often ignored in the machine scheduling literature, or only one of them is considered. However, it is critical to consider these two constraint groups together, especially when resources are needed during maintenance. In this study, the unrelated parallel machine scheduling problem is handled under both maintenance and resource constraints. In the considered problem, maintenance must be performed within a time window and its duration increases as the maintenance time gets longer. A mathematical model is proposed to solve this problem. Randomly generated test problems are used to analyze the problem size that can be solved. With the proposed model, it was possible to obtain solutions for problems up to 25 jobs.</i>

Araştırma Makalesi

Başvuru Tarihi

: 03.02.2023

Kabul Tarihi

: 18.10.2023

Research Article

Submission Date

: 03.02.2023

Accepted Date

: 18.10.2023

* Sorumlu yazar: tsarac@ogu.edu.tr

<https://doi.org/10.31796/ogummf.1247165>

1. Giriş

Sanayi açısından verimliliği ve karlılığı yüksek tutacak biçimde üretim sürecinin aksamadan ilerleyebilmesi açısından bakım faaliyetleri önemlidir (Dündar, Sarıççek ve Yazıcı, 2021). Üretim sektöründe işletmeler makinelerini ve üretim ekipmanlarını çalışabilir durumda tutabilmek için planlı bakım çalışmaları kapsamında bakımların çizelgelenmesine gereksinim duymaktadırlar. Planlı bakımda her bir makine ya da ekipmanın bakımının ne zaman gerçekleştirileceği belirlenmektedir. Bakım zamanı pek çok açıdan önemlidir. Sözelimi çok sık bakım yapılması hem bakım süresince makinenin durmasına hem de bakım maliyetlerinin artmasına yol açarken,

bakımın seyrek yapılması ise arızalara ya da zamanla üretimin veriminin düşmesine ve bakım süresinin uzamasına (bozulmalara) yol açabilmektedir. Bakım zamanı ve sıklığı genellikle geçmiş arıza verilerinden yararlanılarak sabit aralıklı ya da bir zaman penceresi içinde esnek olarak planlanabilir. Eğer bakımın yapılabileceği bir zaman penceresi belirlenmiş ise, bakımın bu zaman penceresinin başında ya da sonunda başlaması bakım süresini etkileyebilir. Bu durum literatürde genellikle bakım zamanına bağlı bozulma olarak adlandırılmaktadır.



Bu eser, Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) hükümlerine göre açık erişimli bir makaledir.

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

Bakım faaliyetlerinde sıklıkla özel cihazlar veya uzmanlaşmış bir bakım ekibi gibi ek kaynaklar gerekmektedir. Bu kaynakları temin etmek çok maliyetli olabileceği için gerçek hayatta tüm makinelerin bakımını gerçekleştirecek tek bir bakım kaynağı bulunabilir. Eğer kaynak tek ise aynı anda birden fazla bakımın yapılması mümkün olmamaktadır. Bu nedenle bakımlar planlanırken çakışmalarına özen gösterilmelidir.

Bu çalışmada, makine çizelgeleme problemi ile bakımların ve bakım kaynağının çizelgenmesi problemleri birlikte ele alınmıştır. Literatürde en çok ele alınan makine çizelgeleme problemleri tek makine, paralel makine, akış tipi ve atölye tipi çizelgelemedir. Aynı işi yapabilen makinelerin çizelgenmesi, paralel makine çizelgeleme problemi olarak adlandırılmaktadır. Paralel makineler bir işi farklı sürelerde işliyor ise ilişkisizdir. Bu problem, paralel makine çizelgeleme problemlerinin en genel halidir.

Modern üretim sistemlerinde üretim çizelgenirken bakım faaliyetlerinin ve kaynak kısıtlarının dikkate alınması önemli olmasına rağmen problemin karmaşıklığını artırdığından, çizelgeleme literatüründeki çoğu çalışma, makinelerin her zaman kullanılabilir olduğunu varsayar veya kaynakları göz ardı eder. Geurtsen, Didden, Adan, Atan ve Adan (2022) tarafından belirtildiği gibi hem planlı bakım hem de kaynakları birlikte dikkate alan çalışmalar az sayıdadır. Bakım planlamasını dikkate alan çalışmalar ise genellikle bir makinede sadece bir bakımın yapılabildiği durumu dikkate almışlardır. Erişilebilen literatürden farklı olarak bu çalışma, ilişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde bir makinede birden fazla bakıma izin verilmesi, bakım süresinin bakım zamanına bağlı bozulması ve tek bakım ekibinin olması durumlarını birlikte dikkate alan ilk çalışmadır.

Çalışmanın izleyen bölümünde yapılan literatür taraması verilmiş, üçüncü bölümde, ele alınan problem tanımlanmış ve geliştirilen matematiksel model sunulmuştur. Deneysel sonuçlar dördüncü bölümde, sonuç ve öneriler ise son bölümde tartışılmıştır.

2. Bilimsel Yazın Taraması

Planlı bakım ve kaynakları birlikte dikkate alan ilk makine çizelgeleme çalışması 2000 yılında yapılmıştır (Lee ve Chen, 2000). Bu tarihten günümüze kadar yapılan çalışmalar Tablo 1'de sunulmuştur.

Planlı bakım ve kaynak kısıtlarının eklenmesi, çizelgeleme problemlerinin karmaşıklığını arttırmaktadır. Bu nedenle, Tablo 1'den görülebileceği gibi, bu kısıtları birlikte ele alan çalışmaların çoğu, özdeş paralel makine ortamındadır (P).

Son işin tamamlanma zamanı (C_{enb}) amaç fonksiyonu, makine verimliliğini arttırmaya hizmet ettiği için üretici odaklı bir amaç fonksiyonudur. Bu nedenle birçok

firma tarafından göz ardı edilemez. Ayrıca bu amaç fonksiyonu, paralel makine çizelgeleme problemlerinde makine yüklerinin dengelenmesine de hizmet etmektedir. Bu nedenle, çizelgeleme literatüründe en sık tartışılan amaç fonksiyonlarından biridir. Benzer şekilde Tablo 1'de görüldüğü gibi C_{enb} , planlı bakım ve kaynak kısıtlarının birlikte ele alındığı çalışmalarda en sık kullanılan amaç fonksiyonudur. Bu çalışmada literatürle uyumlu bir şekilde amaç fonksiyonu C_{enb} olarak alınmıştır.

Planlı bakımların çizelgenmesi, iki şekilde değerlendirilebilir; bir zaman penceresinde esnek veya sabit. İlgili literatürdeki çalışmaların çoğunda, bakım zamanlarının sabit olduğu varsayılmıştır, yani bakımların başlangıç ve bitiş zamanları önceden belirlenmiştir. Bununla birlikte, uygulamada, bakımların başlama zamanları genellikle esnektir (Wang ve Yu, 2010). Bu, bakımların başlama zamanının önceden bilinmediği ve verilen zaman penceresi içinde belirlenmesi gerektiği anlamına gelmektedir. Lee ve Chen (2000) ve Yoo ve Lee (2016) özdeş paralel makine ortamında, Wang ve Yu (2010) atölye ortamında bakım başlama zamanlarının bir zaman penceresinde esnek olduğu durumu dikkate almıştır. Bu çalışmada ilk defa bu durum ilişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde ele alınmıştır.

Literatürde ilişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde planlı bakım ve kaynak kısıtlarını birlikte dikkate alan beş çalışma vardır. Liu ve Wang (2016), kontrol edilebilir işlem sürelerinin ve bozulan bakım sürelerinin olduğu ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini incelemişlerdir. Planlama ufku boyunca, her makinede en fazla bir bakım faaliyeti planlanabilmektedir. Ayrıca, bakım faaliyetinin başlama zamanı ertelenirse, gerçekleştirilmesi gereken bakım faaliyetinin süresi de artacaktır. Problemin çözümü için polinom zamanlı bir algoritma önermişlerdir. Rebai, Kacem ve Adjallah (2013), tek bakım ekipli ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Planlama ufku boyunca her makineye bir kez bakım yapılmaktadır. İşlerin ağırlıklı tamamlanma sürelerinin toplamı ile önleyici bakım maliyetlerinin enküçüklenmesi amaçlanmıştır. Problemin çözümü için bir matematiksel model, genetik algoritma ve sezgisel algoritma önermişlerdir. Tavana, Zarook ve Santos-Arteaga (2015) çalışmalarında, işlem sürelerinde sıraya bağlı bozulmaların olduğu ilişkisiz paralel makinelerde bakımların çizelgenmesi problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için üç aşamalı bir çözüm yaklaşımı önermişlerdir. İlk aşamada, bakım ekibinin seçimi için bulanık AHP yaklaşımı kullanılmıştır. İkinci aşamada, çok amaçlı problemi iki amaca indirgemek için TOPSIS yaklaşımı kullanılmıştır. Üçüncü aşamada, problem önerilen iki amaçlı tamsayı doğrusal programlama modeli kullanılarak çözülmüştür. Li, Xiong ve Lei (2022) çalışmalarında ek kaynakların ve bakımların

dikkate alındığı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini ele almışlardır. Problemin çözümü için bir yapay arı koloni algoritması önermişlerdir. Lei ve He (2022) kaynak kısıtlı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini planlı bakım çizelgeleme problemi ile birlikte ele almışlardır. Amaç fonksiyonu, son işin tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Ele alınan problemin çözümü için uyarlamalı yapay arı kolonisi algoritması önermişlerdir.

Bu beş çalışma genel olarak değerlendirildiğinde, Liu ve Wang (2016), Rebai ve diğ. (2013) ve Li ve diğ. (2022)

bir makinede en fazla bir bakım yapılabileceğini varsaymışlardır. Ancak bizim çalışmamızda bu varsayım kaldırılmış ve planlama periyodunda birden çok bakım olabilmeye izin verilmiştir. Tavana ve diğ. (2015) ve Lei ve He (2022) ise çalışmalarında bakım sürelerinin bozulması durumunu ele almamışlardır. Bu açıdan bakıldığında, literatürde birden fazla bakıma izin verilen ve bakım sürelerinin zamana bağlı bozulduğu ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi ilk defa bu çalışmada ele alınmıştır.

Tablo 1. Planlı Bakım ve Kaynakları Birlikte Ele Alan Makine Çizelgeleme Çalışmaları

Kaynak	Makine Ortamı					Amaç Fonksiyonu		Çözüm Yöntemi	
	S	P	R	F	J	C_{enb}	diğer		
Touat, Tayeb ve Benhamou (2022)	✓						✓	GLS	
Shabtay (2022)	✓						✓	✓	YA
Lee ve Chen (2000)			✓					✓	B&B
Yoo ve Lee (2016)			✓					✓	DP
Belkaid, Dahane, Sair ve Khatab (2014)			✓				✓		GA, MIP
Wong, Chan ve Chung (2012)			✓				✓		GA
Wong, Chan ve Chung (2014)			✓				✓		GA
Wang ve Liu (2015)			✓				✓		GA
Fu, Chan, Niu, Chung ve Qu (2019)			✓				✓		PSO
Liu ve Wang (2016)				✓			✓	✓	PTA
Rebai ve diğ. (2013)				✓				✓	MIP, GA, H
Tavana ve diğ. (2015)				✓				✓	AHP, TOPSIS, IP
Li ve diğ. (2022)				✓			✓		ABC
Lei ve He (2022)				✓			✓		ABC
Aramon Bajestani ve Beck (2015)					✓			✓	ITA
Boufellouh ve Belkaid (2020)					✓		✓	✓	NSGA-II, BOPSO
Fekri, Heydari ve Mazdeh (2023)					✓			✓	GA
Wang ve Yu (2010)						✓	✓	✓	FBS
Fu, Chan, Niu, Chung ve Bi (2017)						✓	✓		PSO

S: tek makine, P: özdeş paralel makine, R: ilişkisiz paralel makine, F: akış tipi, J: atölye tipi, GLS: rehberli yerel arama, GA: genetik algoritma, B&B: dal-sınır algoritması, YA: yaklaşım algoritması, PTA: polinom zamanlı algoritma, DP: dinamik programlama, H: sezgisel, MIP: karma tamsayı programlama, IP: tamsayı programlama, FBS: filtreli ışın arama, PSO: parçacık sürü algoritması, ABC: yapay arı kolonisi, NSGA-II: bastırılmamış sınıflandırılmalı genetik algoritma, BOPSO: iki amaçlı parçacık sürü algoritması, ITA: bütünlük iki aşamalı algoritma.

3. Problem Tanımı ve Geliştirilen Matematiksel Model

Ele alınan problemde n iş, m adet paralel makineden birisinde işlem görmelidir. Her işin her makinedeki işlem süresi (p_{ji}) farklı olabilir. Her makine bir zaman penceresi içinde bakım görmelidir. Bir başka deyişle, ardışık iki bakım arasında geçebilecek en küçük süre (g_i) ve en büyük süre (γ_i) bilinmektedir. Eğer makine en küçük süre sonunda bakıma girerse, bakım süresi normal bakım süresi (b_i) olarak adlandırılır. Bu süre uzadıkça bakım süresi de belli bir oran (a_i) dahilinde bozulmaya uğrar ve uzar. Bu nedenle bakımın zaman penceresi içinde kalmak koşuluyla ne zaman yapılacağı belirlenmelidir. Bir makinede ardışık iki bakım arasında geçen süre periyot olarak adlandırılmıştır. Tüm işler hazırlık süresine gereksinim duymaktadır. Her periyodun ilk sırasındaki işin hazırlık süresi (r_{ji}) sadece makineye bağlı iken ikinci ve sonraki sıralardaki işlerin hazırlık süreleri (s_{hji}), hem makine

Küme ve indisler:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ iş kümesi. $j, h, k \in N$.

$M = \{1, 2, \dots, m\}$ makine kümesi. $u, i \in M$.

$L = \{1, 2, \dots, \Omega\}$ periyot kümesi. $f, l \in L$.

Parametreler:

p_{ji} : j . işin i . makinedeki işlem süresi

r_{ji} : j . iş i . makinede ilk iş ise hazırlık süresi

s_{hji} : h . işten j . işe i . makinede geçiliyorsa hazırlık süresi

θ : yeterince büyük pozitif sayı

b_i : i . makinenin normal bakım süresi

g_i : i . makinede ardışık iki bakım arasında geçebilecek en küçük süre

γ_i : i . makinede ardışık iki bakım arasında geçebilecek en büyük süre

a_i : i . makinenin bakım süresinin bozulma oranı

hem de sıraya bağlıdır. Bakımları gerçekleştirecek sadece bir bakım ekibi mevcuttur. Aynı anda iki makinede bakım yapılması gerekirse bakım ekibi sadece bir bakımı gerçekleştirebilmektedir. Bu nedenle mümkün olduğunca bakımların çakıştırılmaması gerekir.

Klasik paralel makine çizelgeleme probleminde işlerin hangi makinenin hangi sırasına atandığının belirlenmesi yeterli iken, ele alınan problemde, işlerin hangi makinenin hangi periyodunun hangi sırasına atandığı belirlenmelidir. Ayrıca her bir makinedeki bakımların çizelgelenmesi gerekliliği, bakım sürelerinde bakım zamanına bağlı bozulmalar ve çakışma kısıtları, problemi klasik versiyondan çok daha karmaşık hale getirmektedir.

Ele alınan problemin matematiksel modeli ve bu modelde kullanılan küme, indis, parametre ve karar değişkeni tanımları aşağıda verilmiştir.

Karar değişkenleri:

x_{jkl} : j . iş, i . makinedeki l . periyotta k . sırada yer alıyorsa, 1; diğer durumda, 0.

π_{li} : i . makinede l . periyot tanımlanacaksa, 1; diğer durumda, 0.

μ_{li} : i . makinede l . bakım yapılacaksa, 1; diğer durumda, 0.

Q_{li}^P : i . makinedeki l . periyodun süresi.

C_j : j . işin tamamlanma zamanı.

C_{enb} : son işin tamamlanma zamanı $C_{enb} = enb\{C_j\}$.

C_{li}^P : i . makinedeki l . periyodun tamamlanma zamanı.

e_{li}^B : i . makinedeki l . bakımın başlama zamanı.

C_{li}^B : i . makinedeki l . bakımın tamamlanma zamanı.

γ_{li}^B : i . makinedeki l . bakımın süresi.

w_{ftui} : i . makinedeki l . bakım bitmeden u . makinedeki f . bakım başlamıyorsa, 0; u . makinedeki f . bakım bitmeden i . makinedeki l . bakım başlamıyorsa, 1.

$$enk z = C_{enb} \tag{1}$$

$$\sum_{k \in N} \sum_{l \in L} \sum_{i \in M} x_{jkli} = 1 \quad \forall j \in N \tag{2}$$

$$\sum_{j \in N} x_{j1li} = \pi_{li} \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{3}$$

$$x_{jkli} \leq \pi_{li} \quad \forall j \in N, \forall k \in N, \forall l \in L, \forall i \in M \tag{4}$$

$$\mu_{li} \leq \pi_{li} \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{5}$$

$$\mu_{li} \geq \pi_{l+1,i} \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{6}$$

$$\sum_{j \in N} x_{j,k+1,li} - \sum_{h \in N} x_{hkli} \leq 0 \quad \forall k \in N, k < n, \forall l \in L, \forall i \in M \tag{7}$$

$$\pi_{l+1,i} - \pi_{li} \leq 0 \quad \forall l \in L, l < \Omega, \forall i \in M \tag{8}$$

$$C_j \geq r_{ji} + p_{ji} - \theta(1 - x_{j1li}) \quad \forall j \in N, \forall i \in M \tag{9}$$

$$C_j \geq C_{l-1,i}^B + r_{ji} + p_{ji} - \theta(1 - x_{j1li}) \quad \forall j \in N, \forall l \in L, l > 1, \forall i \in M \tag{10}$$

$$C_j \geq C_h + s_{hji} + p_{ji} - \theta(2 - x_{jkli} - x_{h,k-1,li}) \quad \forall h, j, k \in N, h \neq j, k > 1, \forall l \in L, \forall i \in M \tag{11}$$

$$C_{li}^P \geq C_j - \theta \left(1 - \sum_{k \in N} x_{jkli} \right) \quad \forall j \in N, \forall l \in L, \forall i \in M \tag{12}$$

$$Q_{li}^P \geq C_{li}^P - \theta(1 - \pi_{li}) \quad \forall l \in L, l = 1, \forall i \in M \tag{13}$$

$$Q_{li}^P \geq C_{li}^P - C_{l-1,i}^B - \theta(1 - \pi_{li}) \quad \forall l \in L, l > 1, \forall i \in M \tag{14}$$

$$Q_{li}^P \geq g_i \pi_{li} \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{15}$$

$$Q_{li}^P \leq \gamma_i \pi_{li} \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{16}$$

$$e_{li}^B \geq C_{li}^P \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{17}$$

$$C_{li}^B \geq e_{li}^B + b_i + (Q_{li}^P - g_i) a_i - \theta(1 - \mu_{li}) \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{18}$$

$$y_{li}^B \geq C_{li}^B - e_{li}^B - \theta(1 - \mu_{li}) \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{19}$$

$$C_{li}^B \leq e_{fu}^B + \theta(2 - \mu_{li} - \mu_{fu}) + \theta w_{ftui} \quad \forall l \in L, \forall f \in L, \forall i \in M, \forall u \in M, u \neq i \tag{20}$$

$$C_{fu}^B \leq e_{li}^B + \theta(2 - \mu_{li} - \mu_{fu}) + \theta(1 - w_{ftui}) \quad \forall l \in L, \forall f \in L, \forall i \in M, \forall u \in M, u \neq i \tag{21}$$

$$C_{enb} \geq C_j \quad \forall j \in N \tag{22}$$

$$x_{jkli} \in \{0,1\} \quad \forall j \in N, \forall k \in N, j \neq k, \forall l \in L, \forall i \in M \tag{23}$$

$$\pi_{li}, \mu_{li} \in \{0,1\} \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{24}$$

$$w_{ftui} \in \{0,1\} \quad \forall l \in L, \forall f \in L, \forall i \in M, \forall u \in M, u \neq i \tag{25}$$

$$C_j, C_{enb} \geq 0 \quad \forall j \in N \tag{26}$$

$$Q_{li}^P, C_{li}^P, e_{li}^B, C_{li}^B, y_{li}^B \geq 0 \quad \forall l \in L, \forall i \in M \tag{27}$$

Amaç fonksiyonu (1), son işin tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. (2) numaralı kısıt, j . işin mutlaka bir makinenin bir periyodunun bir sırasına atanmasını garanti eder. (3) numaralı kısıt, i . makinede, l . periyot tanımlandıysa bu periyoda mutlaka bir ilk iş atar. (4) numaralı kısıt, i . makinede l . periyot tanımlandıysa bu periyoda iş atanabilmesine izin verir. (5) numaralı kısıt, i . makinede l . periyot tanımlandıysa o makinede l . bakımın yapılabilmesini sağlar. (6) numaralı kısıt, bir sonraki periyodun tanımlanabilmesi için öncesinde bakım yapılmasını garanti eder. (7) numaralı kısıt, her bir makinedeki işlerin sıra atlamadan atanmasını sağlar. (8) numaralı kısıt, aynı makinedeki periyotların sıra atlamadan tanımlanmasını sağlar. (9) numaralı kısıt, her makinenin ilk periyodunun ilk sırasına atanan işlerin tamamlanma zamanlarını hesaplatma kısıtıdır. İkinci ve sonraki periyotlar için yazılan (10) numaralı kısıt ilgili periyodun ilk sırasına ve (11) numaralı kısıt ikinci ya da sonraki sırasına atanan işlerin tamamlanma zamanlarını hesaplatma kısıtlarıdır. (12) numaralı kısıt, i . makinedeki l . periyodun tamamlanma zamanının hesaplanması içindir. (13) numaralı kısıt, her makinenin ilk periyodunun süresini hesaplatma kısıtıdır. (14) numaralı kısıt ise makinelerin ikinci ve sonraki periyotlarının sürelerini hesaplamaktadır. (15) numaralı kısıt i . makinenin l . periyodunun süresinin en az i . makinede ardışık iki bakım arasında geçebilecek en küçük süre kadar olmasını sağlarken, (16) numaralı kısıt ise bu sürenin en fazla i . makinede ardışık iki bakım arasında geçebilecek en büyük süre kadar olmasına izin verir. (17) numaralı kısıt, bakımların başlama zamanlarını hesaplatma kısıtıdır. (18) numaralı kısıt, bakımların tamamlanma zamanlarını hesaplatma kısıtıdır. (19) numaralı kısıt, gerçekleşen bakım süresini hesaplar. (20) ve (21) numaralı kısıtlar, bakımların çakışmalarını önlemek için yazılan ya/ya da kısıtlarıdır. Farklı makinelerde yer alan her iki bakımdan ya ilkinin ya da ikincisinin diğeri başlamadan tamamlanmasını garanti eder. (22) numaralı kısıt, C_{enb} değerini hesaplamaktadır. (23)-(27) numaralı kısıtlar, karar değişkenlerinin tanım kümelerini göstermektedir.

Bu çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

4. Deneysel Sonuçlar

Önerilen matematiksel model GAMS 24.0.2'de kodlanmıştır. Test problemleri 10800 saniye süre limiti ile CPLEX çözücüsü kullanılarak çözülmüştür. Tüm testler Intel (R) Core (TM) i7- 5700HQ CPU@2.70 GHz işlemcisi, 8 GB belleği olan bir bilgisayarda yapılmıştır. Bölüm 4.1'de, türetilen test problemlerinin özellikleri, bölüm 4.2'de örnek problem, bölüm 4.3'te elde edilen test sonuçları ve bölüm 4.4'te ise problem özelliklerinin son işin tamamlanma zamanına etkisi verilmiştir.

4.1. Test Problemleri

Önerilen matematiksel modelin makul sürede hangi boyuta kadar çözüm sağlayabildiğini gösterebilmek için toplam 90 test problemi türetilmiştir. $p_{ji}, r_{ji}, s_{nji}, b_i, g_i$ parametreleri 1 ile 100 arasında kesikli düzgün dağılıma uygun olarak türetilmiştir. Geri kalan parametrelerin özellikleri Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2'den de görülebileceği gibi iş sayısı (n) 10 ile 30 arasında 5'er artacak şekildedir. Makine sayısı (m) ise 2 ve 3 olarak belirlenmiştir. i . makinede ardışık iki bakım arasında geçebilecek en büyük süre (γ_i) 100 ile $100(\Delta - 1)$ arasında kesikli düzgün dağılıma göre türetilmiştir. Δ parametresinin formülü Tablo 2'de verilmiştir. i . makinenin bakım süresinin bozulma oranı (a_i) φ 'ye bağlı olarak Tablo 2'de verildiği gibi türetilmiştir. φ , bozulma oranının hesaplanmasında kullanılan bir parametredir. Üç tipi vardır. İlk tipte, 1,2, ikinci tipte 1,5 ve üçüncü tipte 1,8 değerini almaktadır.

Test problemleri, n - m - φ tipi-örnek numarası şeklinde adlandırılmıştır. Örneğin 10-2-1-1 adlı test problemi, 10 işin ve iki makinenin olduğu φ 'nın 1. tip olduğu ilk örnek problemidir.

Tablo 2. Test Problemlerinin Özellikleri

n	10, 15, 20, 25, 30
m	2, 3
γ_i	$U\{100, 100(\Delta - 1)\}; \Delta = \begin{cases} 3; & \lfloor \frac{n}{m} \rfloor \leq 2 \\ \lfloor \frac{n}{m} \rfloor; & dd. \end{cases}$
a_i	$U[\varphi - 0.1, \varphi + 0.1]; \varphi \in \{1, 2, 1.5, 1.8\}$

4.2. Örnek Problem

Örnek problemde 10 iş iki paralel makinede çözümlenecektir. İşlerin makine bazında ilk iş hazırlık süreleri (r_{ji}) ve işlem süreleri (p_{ji}) Tablo 3'te, sıra bağımlı hazırlık süreleri (s_{nji}) Tablo 4'te, makine bazında normal bakım süreleri (b_i), iki bakım arasında geçebilecek en küçük (g_i) ve enbüyük (γ_i) süreler ve bozulma oranları (a_i) Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 3. Örnek Problem için r_{ji} ve p_{ji} Parametre Değerleri

j/i	r_{ji}		p_{ji}	
	1	2	1	2
1	70	75	75	37
2	37	9	82	14
3	21	52	11	94
4	62	2	96	6
5	91	98	51	75
6	41	84	1	68
7	90	58	27	80
8	36	93	88	86
9	79	91	80	37
10	39	50	76	52

Tablo 4. Örnek Problem için s_{hji} Parametre Değerleri

h/j	$i=1$										$i=2$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	83	67	32	44	72	76	76	23	74	0	89	39	75	38	63	76	20	12	39
2	60	0	85	77	30	53	7	50	84	79	41	0	9	97	51	92	56	88	56	32
3	75	84	0	16	43	50	93	14	75	45	40	81	0	58	52	19	19	64	46	60
4	44	75	4	0	70	7	72	36	66	64	91	91	79	0	88	75	69	3	76	95
5	88	9	18	5	0	60	47	40	22	70	40	77	51	27	0	3	92	92	64	92
6	67	79	25	45	29	0	51	65	73	24	15	9	55	79	13	0	4	67	16	31
7	79	41	78	11	51	57	0	62	25	26	25	77	34	98	38	6	0	34	25	65
8	89	47	21	35	99	37	73	0	79	54	78	81	71	41	90	79	22	0	92	11
9	83	15	55	21	62	93	90	14	0	34	31	29	59	55	8	13	49	37	0	52
10	38	10	51	56	89	36	9	59	28	0	54	75	96	35	46	35	69	18	34	0

Tablo 5. Örnek Problem için g_i, γ_i, b_i, a_i Parametre Değerleri

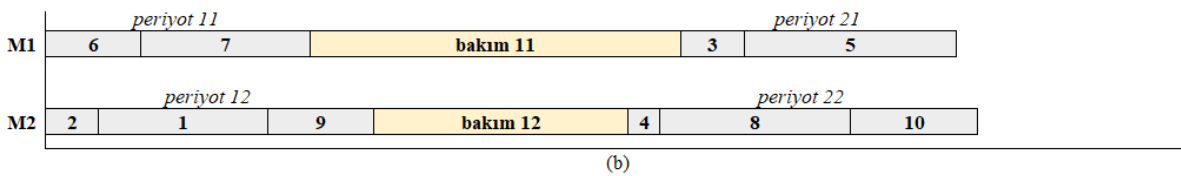
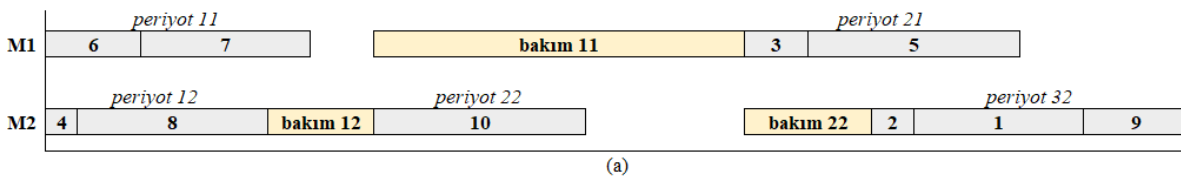
i	g_i	γ_i	b_i	a_i
1	16	135	43	1,22
2	61	193	6	1,28

Örnek problem, tek bakım ekibinin olduğu ve bu nedenle bakımların çakışmalarının istenmediği durum (a) ve kaynak kısıtının olmadığı durum (b) için ayrı ayrı çözülmüştür. Her iki durum için de sırasıyla 4632 ve 1429 saniye içinde eniyi çözüme ulaşılmıştır.

C_{enb} değerleri ise sırasıyla 527,44 ve 429,92 olarak bulunmuştur. Elde edilen çözümler Tablo 6'da ve ilgili çözümlere karşı gelen Gantt şemaları ise Şekil 1'de verilmiştir. Şekil 1'den de görülebileceği gibi, tek bakım ekibi olduğunda, bakımlar çakıştırılamayacağından makine 1 (M1) bakım öncesinde makine 2 (M2)'deki bakımın bitmesini beklemek zorunda kalmıştır. Benzer şekilde, M2'de ikinci bakım öncesinde de ilk makinadaki bakımın bitmesi beklenmiştir. Bu nedenle son işin tamamlanma zamanı bakım ekibi kısıtının olmadığı duruma (b) kıyasla artmıştır.

Tablo 6. Örnek Problem için Elde Edilen Sonuçlar

l	i	(a)							(b)						
		π_{li}	μ_{li}	Q_{li}^B	C_{li}^B	e_{li}^M	C_{li}^M	y_{li}^M	π_{li}	μ_{li}	Q_{li}^B	C_{li}^B	e_{li}^M	C_{li}^M	y_{li}^M
1	1	1	1	120	120,00	149,08	318,96	169,88	1	1	120	120,00	120	289,88	169,88
1	2	1	1	97	97,00	97,00	149,08	52,08	1	1	150	150,00	150	269,92	119,92
2	1	1	0	126	444,96	-	-	-	1	0	126	415,88	-	-	-
2	2	1	1	102	251,08	318,96	377,44	58,48	1	0	160	429,92	-	-	-
3	2	1	0	150	527,44	-	-	-	0	0	-	-	-	-	-



Şekil 1. Örnek Problem için Gantt Şeması

4.3. Test Sonuçları

Test problemleri önerilen matematiksel model ile çözülmüş ve 10 işli problemlerin sonuçları Tablo 7’de,

Tablo 7. 10 İşli Problemlerin Sonuçları

<i>m=2</i>		
<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
10-2-1-1	527,44	7461
10-2-1-2	480,27	10800
10-2-1-3	428,17	10800
10-2-2-1	673,35	10800
10-2-2-2	608,17	10800
10-2-2-3	720,16	10800
10-2-3-1	560,21	10800
10-2-3-2	444,88	10800
10-2-3-3	678,80	10800

Tablo 8. 15 İşli Problemlerin Sonuçları

<i>m=2</i>		
<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
15-2-1-1	-	10800
15-2-1-2	-	10800
15-2-1-3	-	10800
15-2-2-1	1003,96	10800
15-2-2-2	1128,31	10800
15-2-2-3	1106,91	10800
15-2-3-1	1470,68	10800
15-2-3-2	1373,20	10800
15-2-3-3	-	10800

Tablo 7’den de görülebileceği gibi 10 işli problemlerin 6 tanesinin (10-2-1-1, 10-3-1-1, 10-3-1-2, 10-3-1-3, 10-3-3-1, 10-3-3-2) süre limiti içinde eniyi çözümüne ulaşılmıştır. Geri kalan problemler için uygun çözümlere ulaşılmıştır. Klasik ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemlerinde kısa sürede eniyi çözümlerine ulaşılabilen 10 işli problemlerin, ele alınan problemde süre limitinin 10800 saniye gibi çok kısa olmayan bir süre alınmasına rağmen önemli bir kısmının sadece uygun çözümlerine ulaşılabilmiş olması problemin karmaşıklığını ne kadar arttığını ortaya koymuştur.

Tablo 8’den de görülebileceği gibi 15 işli problemlerin hiçbirinin süre limiti içinde eniyi çözümüne ulaşılamamıştır. 18 problemde sadece 8 tanesinin uygun çözümleri elde edilebilmiştir.

Problem boyutu büyüdükçe uygun çözüm elde edilebilen problem sayısı hızla azalmıştır. Tablo 9’dan da görülebileceği gibi 20 işli problemlerin sadece ikisi, 25 işli problemlerin ise sadece birisi süre limiti içinde

15 işli problemlerin sonuçları Tablo 8’de verilmiştir. 20, 25 ve 30 işli problemlerden çözümü elde edilebilenlerin sonuçları ise Tablo 9’da verilmiştir.

<i>m=3</i>		
<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
10-3-1-1	354,00	7539
10-3-1-2	169,00	2812
10-3-1-3	208,00	6056
10-3-2-1	558,85	10800
10-3-2-2	474,31	10800
10-3-2-3	391,94	10800
10-3-3-1	197,00	4391
10-3-3-2	241,00	6983
10-3-3-3	442,42	10800

<i>m=3</i>		
<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
15-3-1-1	-	10800
15-3-1-2	767,88	10800
15-3-1-3	-	10800
15-3-2-1	-	10800
15-3-2-2	-	10800
15-3-2-3	441,04	10800
15-3-3-1	-	10800
15-3-3-2	-	10800
15-3-3-3	693,88	10800

çözülebilmiştir. 30 boyutlu problemlerin ise hiçbirine çözüm bulunamamıştır.

Tablo 9. 20 ve 25 İşli Problemlerin Sonuçları

<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
20-2-1-1	1759,86	10800
20-3-1-3	1502,61	10800
25-2-1-3	3418,86	10800

4.4. Problem Özelliklerinin Son İşin Tamamlanma Zamanına Etkisi

Problem özelliklerinin son işin tamamlanma zamanına etkisini inceleyebilmek amacıyla eniyi çözümlerin bilinmesine gereksinim duyulduğundan, 10 boyutlu problemlerin eniyi çözümleri süre limiti kaldırılarak elde edilmiş ve elde edilen sonuçlar Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10. 10 İşli Problemlerin Eniyi Amaç Fonksiyonu Değerleri

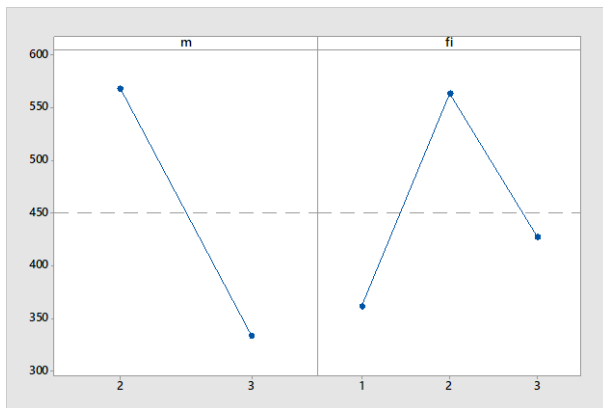
$m=2$			$m=3$		
<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>	<i>problem</i>	<i>z</i>	<i>t</i>
10-2-1-1	527,44	7461	10-3-1-1	354,00	7539
10-2-1-2	480,27	12963	10-3-1-2	169,00	2812
10-2-1-3	428,17	10529	10-3-1-3	208,00	6056
10-2-2-1	673,35	20833	10-3-2-1	522,75	39019
10-2-2-2	608,17	38274	10-3-2-2	474,31	43034
10-2-2-3	708,10	25506	10-3-2-3	391,94	35765
10-2-3-1	560,21	16163	10-3-3-1	197,00	4391
10-2-3-2	444,88	18454	10-3-3-2	241,00	6983
10-2-3-3	678,80	15057	10-3-3-3	437,74	27770

Tablo 10'da verilen sonuçlar kullanılarak, makine sayısı (m)'nın ve bozulma oranı tipi (φ)'nin son işin tamamlanma zamanına (z) etkisini belirleyebilmek amacıyla, varyans analiz yapılmıştır. Tablo 11'de verilen varyans analizi tablosundan da görülebileceği gibi hem makine sayısı (m) hem de bozulma oranı tipi (φ) faktörleri kritiktir ($p < 0,050$).

Tablo 11. Varyans Analizi Tablosu

<i>Kaynak</i>	<i>sd</i>	<i>KT</i>	<i>KO</i>	<i>F</i>	<i>p</i>
m	1	248195	248195	30,37	0,000
φ	2	127406	63703	7,79	0,007
$m^* \varphi$	2	3589	1795	0,22	0,806
Hata	12	98074	8173		
Toplam	17	477265			

Şekil 2'de verilen ana etkiler grafiğinden de görülebileceği gibi makine sayısı az ve bozulma oranı tipi 2 olduğunda son işin tamamlanma zamanı uzamaktadır. Makine sayısı çok ve bozulma oranı tipi 1 olduğunda ise azalmaktadır.



Şekil 2. Ana Etkiler Grafiği

5. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, zaman penceresi kısıtı altında planlı bakım çizelgesinin oluşturulması problemi ele alınmıştır. Ele alınan problemde bakım süreleri bakım zamanına bağlı olarak bozulmaktadır. Tek kademeli üretim ortamında işlerin paralel makinelerde üretilebildiği durum dikkate alınmıştır. Paralel makinelerin işlem süreleri farklı olduğundan makineler ilişkisizdir. Bakım sırasında kullanılan kaynaklar kısıtlı olduğundan bir başka deyişle bakımları gerçekleştirebilecek tek bir bakım ekibi olduğu için bakımların eşzamanlı çizelgenmesi istenmemektedir. Ele alınan problem için bir matematiksel model geliştirilmiştir. Geliştirilen matematiksel modelin performansını gösterebilmek için farklı boyut ve özelliklerde rassal test problemleri türetilmiştir. Süre limiti içinde 25 iş sayısına kadar olan problemler çözülebilmektedir. Gelecekte daha büyük boyutlu problemlerin çözümü için ele alınan probleme sezgisel ya da metasezgisel algoritmalar önerilebilir. Ayrıca birden fazla bakım ekibinin olduğu durum da incelenebilir.

Araştırmacıların Katkısı

Gerçekleştirilen çalışmada Tuğba SARAÇ fikrin oluşturulması, literatür taraması, matematiksel modelin geliştirilmesi, test problemlerinin türetilmesi, analizlerin gerçekleştirilmesi ve makalenin yazımı ve Feriştah ÖZÇELİK fikrin oluşturulması, literatür taraması, matematiksel modelin geliştirilmesi, test problemlerinin türetilmesi, analizlerin gerçekleştirilmesi ve makalenin yazımı başlıklarında katkı sunmuşlardır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

- Aramon Bajestani, M. & Beck, J. C. (2015). A two-stage coupled algorithm for an integrated maintenance planning and flowshop scheduling problem with deteriorating machines. *Journal of Scheduling*, 18(5), 471-486. doi: <https://doi.org/10.1007/s10951-015-0416-2>
- Belkaid, F., Dahane, M., Sair, Z., & Khatab, A. (2014). Efficient approach for joint maintenance planning and production scheduling under consumable resources constraints. *Proceedings of the 44th International Conference on Computers & Industrial Engineering*, 2242-2256, İstanbul. Erişim adresi: <https://www.computers-and-ie.org/conferences/44>
- Boufellouh, R. & Belkaid, F. (2020). Bi-objective optimization algorithms for joint production and maintenance scheduling under a global resource constraint: Application to the permutation flow shop problem. *Computers & Operations Research*, 122, 104943. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104943>
- Dündar, D. R., Sarıçiçek, İ. ve Yazıcı, A. (2021). Bakım faaliyetlerini dikkate alan makine çizelgeleme: Literatür araştırması. *Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 26(2), 737-756. doi: <https://doi.org/10.17482/uumfd.856513>
- Fekri, M., Heydari, M., & Mazdeh, M. (2023). Two-objective optimization of preventive maintenance orders scheduling as a multi-skilled resource-constrained flow shop problem. *Decision Science Letters*, 12(1), 41-54. doi: <https://doi.org/10.5267/j.dsl.2022.10.007>
- Fu, X., Chan, F. T., Niu, B., Chung, S. H., & Bi, Y. (2017). Minimization of makespan through jointly scheduling strategy in production system with mould maintenance consideration. *Proceedings of the 13th International Conference on Intelligent Computing*, 577-586, Liverpool. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-63309-1_51
- Fu, X., Chan, F. T., Niu, B., Chung, N. S., & Qu, T. (2019). A three-level particle swarm optimization with variable neighbourhood search algorithm for the production scheduling problem with mould maintenance. *Swarm and Evolutionary Computation*, 50, 100572. doi: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2019.100572>
- Geurtsen, M., Didden, J. B. H. C., Adan, J., Atan, Z., & Adan, I. (2022). Production, maintenance and resource scheduling: A review. *European Journal of Operational Research*, 305(2), 501-529. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.03.045>
- Lee, C. & Chen, Z. (2000). Scheduling jobs and maintenance activities on parallel machines. *Naval Research Logistics*, 47(2), 145-165. doi: [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1520-6750\(200003\)47:2%3c145::aid-nav5%3e3.0.co;2-3](https://doi.org/10.1002/(sici)1520-6750(200003)47:2%3c145::aid-nav5%3e3.0.co;2-3)
- Lei, D. & He, S. (2022). An adaptive artificial bee colony for unrelated parallel machine scheduling with additional resource and maintenance. *Expert Systems with Applications*, 205, 117577. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117577>
- Li, M., Xiong, H., & Lei, D. (2022). An artificial bee colony with adaptive competition for the unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources and maintenance. *Symmetry*, 14(7), 1380. doi: <https://doi.org/10.3390/sym14071380>
- Liu, C. L. & Wang, J. J. (2016). Unrelated parallel-machine scheduling with controllable processing times and impact of deteriorating maintenance activities under consideration. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 33(1), 1-16. doi: <https://doi.org/10.1142/S0217595916500019>
- Rebai, M., Kacem, I., & Adjallah, K. H. (2013). Scheduling jobs and maintenance activities on parallel machines. *Operational Research*, 13(3), 363-383. doi: <https://doi.org/10.1007/s12351-012-0130-1>
- Shabtay, D. (2022). Single-machine scheduling with machine unavailability periods and resource dependent processing times. *European Journal of Operational Research*, 296(2), 423-439. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.03.034>
- Tavana, M., Zarook, Y., & Santos-Arteaga, F. J. (2015). An integrated three-stage maintenance scheduling model for unrelated parallel machines with aging effect and multi-maintenance activities. *Computers and Industrial Engineering*, 83, 226-236. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.02.012>
- Touat, M., Tayeb, F. B. S., & Benhamou, B. (2022). Exact and metaheuristic approaches for the single-machine scheduling problem with flexible maintenance under human resource constraints. *International Journal of Manufacturing Research*, 17(1), 22-58. doi: <https://doi.org/10.1504/ijmr.2022.121594>
- Wang, S. & Liu, M. (2015). Multi-objective optimization of parallel machine scheduling integrated with multi-resources preventive maintenance planning. *Journal of Manufacturing Systems*, 37(1), 182-192. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2015.07.002>

- Wang, S. & Yu, J. (2010). An effective heuristic for flexible job-shop scheduling problem with maintenance activities. *Computers & Industrial Engineering*, 59(3), 436-447. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.05.016>
- Wong, C. S., Chan, F. T. S., & Chung, S. H. (2012). A genetic algorithm approach for production scheduling with mould maintenance consideration. *International Journal of Production Research*, 50(20), 5683-5697. doi: <https://doi.org/10.1080/00207543.2011.613868>
- Wong, C. S, Chan, F. T. S., & Chung, S. H. (2014). Decision-making on multi-mould maintenance in production scheduling. *International Journal of Production Research*, 52(19), 5640-5655. doi: <https://doi.org/10.1080/00207543.2014.900200>
- Yoo, J. & Lee, I. (2016). Parallel machine scheduling with maintenance activities. *Computers & Industrial Engineering*, 101, 361-371. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.09.020>