



Journal of Turkish Operations Management

Proje çizelgelemede bulanık doğrusal programlama ile yeni bir yöntem önerisi: Yazılım projesinde uygulama

Vildan Çorumlu¹, Kumru Didem Atalay^{2*}, Esra Dinler³

¹Endüstri Mühendisliği Bölümü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Başkent Üniversitesi, Ankara
e-mail: vildancorumlu@gmail.com, ORCID No: <http://orcid.org/0000-0002-6700-0748>

²Endüstri Mühendisliği Bölümü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Başkent Üniversitesi, Ankara
e-mail:katalay@baskent.edu.tr, ORCID No: <http://orcid.org/0000-0002-9021-3565>

³Endüstri Mühendisliği Bölümü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Başkent Üniversitesi, Ankara
e-mail:edinler@baskent.edu.tr, ORCID No: <http://orcid.org/0000-0001-8868-8484>

*Sorumlu Yazar

Makale Bilgisi

Makale Geçmişi:

Geliş: 14.02.2023
Revize: 13.10.2023
Kabul: 14.11.2023

Anahtar Kelimeler:

Proje çizelgeleme,
Bulanık kritik yol metodu,
Üyelik fonksiyonu,
Bulanık doğrusal programlama,
PERT,
Yazılım Projeleri

Özet

Projeler, başlangıç ve bitiş tarihi belli olan bir zaman diliminde kaynakların verimli bir şekilde kullanılarak çıktıların elde edildiği çalışmalardır. Proje çıktısının hızlı bir şekilde elde edilebilmesi, pazarda rekabet avantajının sağlanabilmesi amacıyla önemlidir. Bu nedenle, projenin zamanında tamamlanması ön plana çıkmaktadır. Bu aşamada proje çizelgeleme konusu büyük önem taşımaktadır. Proje çizelgelemede kullanılan birçok yöntem vardır ve Kritik Yol Metodu (CPM) ve Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (PERT) bunlara örnek olarak verilebilir. Faaliyet sürelerinin belirsiz olması durumunda bu parametrelerin tahmin edilmesindeki sorunlar nedeniyle, bu yöntemler gerçek projeleri doğru ve tam olarak temsil edemeyebilir. Bulanık teori bu sorunların ortadan kaldırılması ve çizelgelemeyi iyileştirmede temel olarak kullanılan bir yoldur. Bulanık teori, parametrelerdeki belirsizlikleri, kesin olmayan veya eksik bilgiden kaynaklanan durumları dikkate alarak proje çizelgeleme modellerini gerçeğe yaklaştırır. Bu çalışmada, projenin faaliyet sürelerinde belirsizlik olması durumunda projenin tamamlanma sürelerinin belirlenmesinde bulanık doğrusal programlamayı temel alan yeni bir yöntem önerilmektedir. Önerilen yöntemin değerlendirilmesi için gerçek bir yazılım projesinde uygulama gerçekleştirilmiştir. Model sonuçları incelendiğinde üyelik dereceleri azaldıkça proje tamamlanma sürelerinin kıaldığı gözlemlenmiştir.

A novel method with fuzzy linear programming in project scheduling: Application in software project

Article Info

Article History:

Received: 14.02.2023
Revised: 13.10.2023
Accepted: 14.11.2023

Keywords:

Project scheduling,
Fuzzy critical path method,
Membership function,
Fuzzy linear programming,
PERT,
Software projects

Abstract

Projects are the works in which the outputs are obtained by using the resources efficiently in a time with a certain start and end date. Achieving the project output quickly is important in order to gain competitive advantage in the market. For this reason, it is important to complete the project on time. At this stage, the issue of project scheduling comes to the fore. There are many methods used in project scheduling, such as the Critical Path Method and the Program Evaluation and Review Technique. Due to problems in estimating these parameters when activity times are uncertain, these methods may not be able to represent real projects accurately and fully. Fuzzy theory is a fundamental way to eliminate these problems and improve scheduling. The fuzzy theory brings the project scheduling models closer to reality by taking into account the uncertainties in the parameters, the situations caused by imprecise or incomplete information. In this study, a novel method based on fuzzy linear programming is proposed to determine the completion times of the project in case of uncertainty in the activity period of the project. In order to evaluate the proposed method, an application is carried out in a real software project. When the model results are examined, it has been observed that the project completion times shorten as the membership degrees decrease.

1. Giriş

Günümüz rekabet ortamında üretimde yeni bir ürünün geliştirilmesi ve pazara sunulması, bir yazılım geliştirilmesi, binaların inşa edilmesi, yeni bir bilgi yönetim sisteminin geliştirilmesi gibi birçok alanda gerçekleştirilen işlerde proje yönetimi önemli bir avantaj olarak görülmektedir. Proje yönetimi, organizasyonların karmaşıklıklarıyla başa çıkmalarına, kaynaklarını etkili bir şekilde kullanmalarına, hedeflere ulaşmalarına ve müşteri memnuniyetini artırmalarına yardımcı olan kritik bir iş sürecidir. Bu nedenle, birçok sektörde proje yönetimi büyük önem taşır ve profesyonel proje yöneticileri bu süreçleri başarıyla yönetmek için eğitilirler. İşletmelerin projelerini iyi bir şekilde yönetebilmesi, planlaması ve doğru zamanda en az maliyet ile tamamlayabilmesi için projede yer alan faaliyetleri çok iyi tanımlaması, faaliyetlere ilişkin süreleri doğru bir şekilde belirlemesi önemli bir konudur.

Proje, bir veya daha fazla tanımlanmış hedefe ulaşmak için harcanan geçici çaba olarak, proje yönetimi ise, tanımlanan proje hedeflerinin gerçekleştirilmesini yönlendirmek ve kontrol etmek için yapılan koordineli faaliyetler olarak tanımlanabilir (ISO 21502:2020 Project, Programme and Portfolio Management, 2020). Proje yönetiminin temel unsurlarından biri proje çizelgelemesidir. Başka bir deyişle başarılı bir proje yönetimi için uygun proje çizelgelemenin yapılması gerekir (Habibi, Birgani, Koppelaar ve Radenović, 2018). Proje çizelgeleme problemlerinin çözümü için kullanılan kaynak seviyelendirme ve tahsisi, gantt şeması, ağ analizi yöntemi, matematiksel yöntemler ve simülasyon gibi birçok yöntem vardır (Habibi ve diğ., 2018). Bu süreç, proje yönetimi sürecinin önemli bir parçasıdır ve projenin başarıyla tamamlanabilmesi için hayati bir rol oynar. Bu, projenin zaman çizelgesini gösterir ve proje ekibinin hangi görevler üzerinde çalışacağını gösterir. Bu yöntemlerin çoğu net, deterministik ve kesin yöntemlerdir. Kritik Yol Metodu (CPM), Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (PERT), proje kritik yolunun belirlenmesi için en sık kullanılan ağ analizi yöntemleridir (Chwastyk ve Pisz, 2020).

CPM' in amacı, projedeki kritik faaliyetlerin belirlenmesi ve gerektiğinde bu faaliyetler için ek kaynak ataması yapılarak projenin daha kısa sürede tamamlanmasını sağlamaktır. Ayrıca bu yöntem ile projedeki dar boğazlar belirlenebilmektedir. Ancak proje aktivite süreleri genellikle belirsizlik içerdiğinde klasik CPM ile yapılan hesaplamalar gerçek durumu tam olarak yansıtamamaktadır (Shankar, Sireesha ve Rao, 2010). Her görevin tamamlanma süresi tahmin edilir. Bu tahminler, geçmiş projelerden elde edilen verilere, uzman görüşlerine veya diğer yöntemlere dayanabilir ve net değildir. Bu gibi durumlarda, belirsizlik ile başa çıkmak için bulanık programlama ve stokastik optimizasyon gibi farklı yöntemler kullanılabilir. Belirsizlik rastgelelik ve bulanıklık olarak farklı kavramlar kullanılarak ele alınabilir. Rastgelelik içeren belirsizliğin olması durumunda en yaygın yöntem olan PERT ile faaliyet sürelerini belirlerken, karşılık gelen dağılımın ve parametrelerin doğru bir şekilde tahmin edilebilmesi için tarihsel bir veriye sahip olmak gerekir. Ancak birçok gerçek hayat problemlerinde yeterli tarihsel veri olmaması nedeni ile iyi bir tahmin yapılamaz (Atlı ve Kahraman, 2013). Bu durumlarda proje aktivite sürelerindeki belirsizliği ortadan kaldırmak için bulanık mantık yaklaşımı tercih edilebilir. Bulanıklık olayın belirsizliği ile ilgilidir ve bir olayın meydana gelip gelmediğini değil meydana gelme derecesini ölçer (Li ve Wei, 2007). Ait olma derecesini ölçen fonksiyona üyelik fonksiyonu denir. Bu fonksiyon, belirli bir küme içindeki bir elemanın o kümenin alt kümesine ait olma derecesini ifade eden matematiksel bir fonksiyondur. Bu kavram, bulanık küme teorisinde ve bulanık mantıkta kullanılır. Kuralların belirlenmesi ve kararların verilmesi için kullanılan bu fonksiyon, belirsizlik içeren problemlerde ve sistemlerde başarıyla kullanılabilir ve bulanık mantık kuralları oluşturulmasına yardımcı olur.

Ağ analizi, karmaşık iş veya proje süreçlerini, görevleri, bağımlılıkları ve kaynakları modellemek, planlamak, izlemek ve yönetmek için kullanılan bir yöntemdir. Ağ analizi, proje yönetimi, iş süreç yönetimi, lojistik ve birçok farklı sektördeki projelerin ve süreçlerin daha etkili bir şekilde planlanmasına ve yürütülmesine yardımcı olur. Bu yöntem, zaman ve kaynakların etkin bir şekilde kullanılmasını sağlar ve projenin veya sürecin başarıya ulaşma şansını artırır. Ayrıca, iş süreçlerini iyileştirmek ve verimliliği artırmak için kullanılabilir. Ağ analizi yöntemlerinde proje faaliyet sürelerinde belirsizlik durumunun söz konusu olması nedeni ile 1970'lerin sonlarında bulanık CPM ortaya çıkmıştır. Proje planlamasında sürelerin doğru tahmin edilmesi proje maliyeti için çok önemlidir. Bu nedenle belirsiz sürelerin uygun yöntemler ile ele alınması proje çizelgelemede zaman, maliyet, performans ve kalite parametreleri açısından önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır (Sadjadi, Pourmoayed ve Aryanezhad, 2012). Bulanık küme teorisi, uzmanların görüş ve deneyimlerini daha doğru, gerçeğe daha yakın bir biçimde proje planlamasına girdi olarak kullanılabilir. Proje çizelgelemede bulanık küme teorisinin kullanımı ile stokastik örneklerle ve istatistiksel hesaplamalara gerek kalmaz, bu modellerde uzmanların zihinsel çıkarımı, deneyimi ve görüşleri doğrudan kullanılabilir (Habibi ve diğ., 2018). Bulanık proje çizelgeleme, belirsizliklerle dolu karmaşık projeleri daha iyi yönetmek ve daha iyi kararlar almak için bir araç olarak giderek daha fazla kabul görmektedir.

Bu çalışmada proje faaliyet sürelerindeki belirsizliği göz önünde bulundurarak projenin tamamlanma süresini ve projenin zamanında tamamlanması için hangi faaliyetlerin kritik olduğunu belirlemek amacı ile bulanık doğrusal programlama modeli kullanılarak proje çizelgeleme gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen yöntem bir yazılım firmasında

gerçek problem üzerinde uygulanmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Literatürde bulunan bulanık proje çizelgeleme çalışmaları incelendiğinde, genel olarak bulanık sayılarla çalışıldığı, ancak üyelik fonksiyonlarını hesaba katarak bir modellemenin yapılmadığı gözlenmiştir. Kullanılan üyelik fonksiyonları kısıtlar ve amaç fonksiyonu için ayrı ayrı tanımlanmış ve matematiksel modelin oluşturulması için modele dahil edilmiştir. Ayrıca farklı üyelik derecelerine ait proje tamamlanma süreleri bulunarak karar vericiye öngörü ve esneklik sağlanmıştır. Önerilen yöntem ilk kez bu çalışmada bir yazılım projesinde kullanılmıştır. Faaliyet sürelerinde ele alınan tolerans değerleri sürelerin bulanık teori ile modellenmesine olanak sağlamış ve bu bulanıklık üyelik fonksiyonları ile tanımlanarak belirli bir yapıya dönüştürülerek çözülmüştür. Bu yönleriyle bu çalışma faaliyet sayılarının fazla olduğu ve proje zamanlarının bulanıklık içermesi sebebiyle belirsiz olduğu proje çizelgeleme problemleri için uygun ve kullanışlı bir yöntem olarak literatüre katkı sağlayacaktır. Bu yöntem kullanım kolaylığı yanı sıra analitik bir yapıya sahip olması nedeniyle güvenle uygulanabilir ve karar vericilere yol gösterici olabilir. Projenin farklı senaryolarını simüle etme ve analiz etme olanağı sağlar ve proje sonuçlarını tahmin etmek ve optimize etmek için güçlü bir araç olabilir. Ayrıca önerilen yaklaşım yeni bilgiler veya koşullar ortaya çıktığında zaman çizelgesini daha esnek bir şekilde güncelleme olanağı sağlar.

Çalışmanın ikinci bölümünde bulanık proje çizelgeleme ile ilgili literatürde yer alan çalışmalar verilmiştir. Üçüncü bölümde önerilen çözüm yöntemine ilişkin bilgiler, dördüncü bölümde gerçekleştirilen uygulama ve elde edilen sonuçların analizi, beşinci bölümde sonuçların karşılaştırılması ve son bölümde sonuçlar ve öneriler verilmektedir.

2. Literatür taraması

Çalışmanın bu bölümünde proje çizelgeleme ve bulanık proje çizelgeleme hakkındaki literatür taramasına yer verilmiştir. Gerçek hayat uygulamalarında proje faaliyet süreleri bilgi eksikliği veya karşılaşılan birçok durum nedeni ile belirsiz olabilir. Bu nedenle proje çizelgelemede bu belirsizliğin ele alındığı birçok çalışma yer almaktadır.

Habibi ve diğ. (2018), proje yönetiminin başarısı için en önemli faktörün doğru çizelgeleme olduğunu savunmuşlardır. Proje çizelgeleme amacı ile sık kullanılan klasik yöntemlerin belirsizlik ve gerçek durumları tam olarak yansıtmadığını düşünerek klasik yöntemlere (CPM ve PERT) bulanık küme teorisinin uygulandığı yeni bir yöntem önermişlerdir. Çalışmanın sonunda önerdikleri yöntem ile klasik yöntemlerin karşılaştırmasını yapmışlar ve karşılaştırma sonucunda yamuksal bulanık sayılar ile tanımlanan yöntemin klasik yöntemlere göre belirsizlik etkisini önemli ölçüde azalttığını, tahmini proje süresi ve maliyette göreceli bir iyileşme sağladığını göstermişlerdir. Chwastyk ve Pisz (2020), yaptıkları çalışmada proje ağındaki aktivite sürelerini sıralı bulanık sayılar ile tanımlayarak CPM için yeni bir yaklaşım getirmişlerdir. Çalışmalarında yeni yaklaşıma, teorik temellere ve sayısal bir örnek üzerinden hesaplamalara yer vermişlerdir. Atlı ve Kahraman (2013), çalışmalarında, bulanık proje çizelgeleme problemlerine yer vermişlerdir. Bu problemlerin çözümü için faaliyet sürelerinin bulanık sayılar ile belirtildiği bir proje şebekesinde kritik yol analize yönelik olarak bulanık aritmetik yaklaşım ile doğrusal programlama yöntemini kıyaslamışlardır. Madhuri, Saradhi ve Shankar (2013), yaptıkları çalışmada bulanık bir proje ağındaki kritik yolu bulabilmek için tüm aktivite sürelerini yamuk bulanık sayılar ile tanımlamış ve yeni bir doğrusal programlama modeli geliştirmişlerdir. Modelin sonuçlarını sayısal bir örnek üzerinden göstermişler ve klasik doğrusal programlamaya göre önerilen yeni yöntemin çözümünde daha az kısıt fonksiyonu olması nedeni ile daha iyi bir uygulama olabileceğini göstermişlerdir. Sireesha, Rao, Shankar ve Babu (2012), bulanık bir proje ağındaki kritik yolu bulabilmek için aktivite sürelerini bulanık aralık sayılar ile tanımlayan yeni bir yöntem önermişlerdir. Önerilen yöntemi sayısal bir örnek ile göstermiş ve sonuçlarını yorumlamışlardır. Saradhi, Ramesh, Shankar ve Shaik (2021), insan belirsizliğini ifade etmek üzere son derece yararlı olduğunu düşündükleri kararsız bulanık küme teorisini uygulamak için bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada proje ağındaki her bir aktiviteyi üçgensel kararsız bulanık küme kullanarak tanımlamış ve proje ağındaki en iyi yolu seçebilmek için çok kriterli karar verme tekniği olan İdeal Çözüme Benzerliğine Göre Tercih Sıralaması Tekniği (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)) kullanılmış ve sayısal bir örnek ile sonuçları paylaşmışlardır. Jayagowri ve Geetharamani (2015), sezgisel bulanık proje ağındaki kritikliği ölçmek için analitik bir yöntemi çalışmalarında sunmuşlardır. Yeni yöntemde sezgisel yamuksal bulanık sayıları kullanarak kritik yolu hesaplamışlardır. Mazlum ve Güneri (2015), klasik CPM, PERT ve bulanık yaklaşım üzerinde çalışmışlar ve bu yöntemleri birleştirerek çizelgelemeyi iyileştirmek için elde edilen sonuçları analiz etmişlerdir. Farklı çizelgeleme yöntemlerinin sonuçları arasında önemli bir fark olmadığı sonucuna varmışlardır. Chen ve Hsueh (2008), bulanık aktivite sürelerinin olduğu kritik yol problemini çözmek için basit bir yaklaşım geliştirmişler ve Yager'in sıralama yöntemini temel almışlardır. Bu yöntem ile bulanık kritik yol problemini doğrusal programlama ile çözmüşler ve yolların kritiklik derecelerini belirlemişlerdir. Durucasu, İcan, Karamaşa, Yeşilaydın ve Gülcan (2015), gerçek bir inşaat projesi uygulaması üzerinden proje kritik yolunu belirlemişlerdir. Proje faaliyetlerinin gerçeği daha iyi yansıtaçağını düşünerek üçgensel bulanık sayılar ile tanımlamışlar ve ortaya çıkan bulanık kritik yol problemini çözmek için Chen'in alfa kesim yaklaşımını kullanmışlardır. Elde edilen sonuçları değerlendirebilmek için en sık kullanılan durulaştırma yöntemlerinden olan ağırlık merkezi yöntemini ve proje kritik yolunu garantileyen

Yager'in sıralama yöntemini kullanmışlardır. Sethupathy, Judson ve Paul (2020), zaman-maliyet optimizasyonunun proje çizelgeleme sürecindeki ana engellerden biri olduğunu savunmuşlar ve yaptıkları çalışma ile zaman-maliyet optimizasyonu için bulanık mantık yaklaşımını kullanarak yeni bir yöntem önermişlerdir. Önerilen yöntem ile karar verici, bir teklif sunulmadan önce proje teslim tarihinin toplam proje maliyeti üzerindeki etkisini kolaylıkla tahmin edebilir hale gelebilecektir. Han, Chung ve Liang (2006), bulanık CPM'i literatürdeki diğer çalışmalardan biraz daha farklı olarak havalimanının yer kritik operasyon süreçlerini bulmak ve iyileştirmek için kullanılmışlardır. Çalışmada yamuk bulanık sayıları, bunlar ile ilgili matematiksel işlemleri tanımlamış ve sayısal bir örnek ile sonuçları paylaşmışlardır. Liang, Huang ve Yang (2012), yaptıkları çalışmada bulanık amaç ve bulanık maliyet katsayıları ile kesin olmayan proje yönetimi karar problemlerini çözmek için bir bulanık matematiksel programlama yaklaşımı sunmayı amaçlamışlardır. Yaptıkları çalışma ile bulanık proje problemlerine çözüm getirilebildiğini ve sistematik bir karar verme metodunun elde edildiğini göstermişlerdir. Castro-Lacouture, Süer, Gonzalez-Joaqui ve Yates (2009), inşaat projelerinde öngörülemez malzeme kısıtının yaşanması nedeni ile bulanık matematiksel programlamanın kullanılabilirliğini araştırmışlardır. Çalışma kapsamında klasik kritik yol yöntemi hesaplamaları, proje yönetimi yazılımı ve matematiksel modeller kullanılarak analiz gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonunda duyarlılık analizi yapılarak sonuçlar değerlendirilmiş, bulanık matematiksel modelin proje ağ analizinde kullanılabilirliği gösterilmiştir. Ammar ve Abd-ElKhalek (2022) çalışmalarında bulanık aktivite sürelerine sahip bir proje ağında kritikliği ölçmek için analitik bir yöntem sunmuşlardır. Hem proje yollarının hem de faaliyetlerin kritiklik derecesini ölçmek amacı ile bu yöntemi önermişlerdir. Elkalla, Elbeltagi ve El Shikh (2021) çalışmalarında, bulanık doğrusal programlama problemini simetrik olmayan bulanık üyelik fonksiyonları ile karşılık gelen en yakın simetrik olana dönüştürerek çözmek için yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Dönüştürülen problem daha sonra kesin sayılara sahip doğrusal programlama problemine dönüştürülmüş ve sonuçlar elde edilmiştir. Subulan (2020), yaptığı çalışmada belirsizlik içeren Kurumsal Kaynak Planlama (KKP) yazılım ve uyarlama projesi kapsamında aktivite süreleri ve insan kaynağı gereksinimleri gibi tüm proje parametrelerine ait belirsizlikleri, çizelgeleme problemine dahil edebilmek için aralık programlama temelli çözüm yaklaşımını kullanmıştır. Başar (2022), çalışmasında kaynak kısıtlı projelerin çizelgenmesi için yeni bir matematiksel model önermiştir. Fakat projelerin faaliyet sayılarının fazla olduğu durumlarda işlemlerin karmaşık olması nedeni ile önerilen yöntem hibrit meta sezgisel yaklaşım ile ele alınmıştır.

Çalışmalar incelendiğinde bulanık teorisinin avantajlarından proje çizelgeleme konusunda da faydalandığı ve iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Ancak çalışmalarda genel olarak üçgen bulanık sayılar ve α kesme kümesine dayalı yöntemler üzerine odaklanılmış ve CPM'e ait herhangi bir bulanık matematiksel model yaklaşımı kullanılmamıştır. Bu çalışmada literatürde yer alan çalışmalardan farklı olarak CPM için Zimmermann (1983)'in amaç fonksiyonu ve sağ taraf sabitlerinin bulanık olduğu bulanık doğrusal programlama yaklaşımı ile yeni bir çözüm yöntemi önerilmektedir. Önerilen bu yeni yaklaşım literatürde yer almamaktadır. Soysal, Dengiz ve Atalay (2021), faaliyet sürelerinin stokastik olması durumunda, kaynak kısıtlı çok modlu çoklu proje çizelgeleme problemini ele almışlardır. Ele alınan problem, şans kısıtlı programlama modeli olarak formüle edilmiştir.

3. Yöntem

Bu bölümde çalışmanın temeli olan proje çizelgelemede kullanılan CPM ve PERT metodlarına yer verilmektedir. Ayrıca çalışmada önerilen çözüm yöntemi için temel bilgilere ve çözüm yönteminin adımları anlatılmaktadır.

3.1. Proje çizelgelemede CPM ve PERT yöntemleri

CPM, Kelly ve Walker tarafından 1957 yılında Dupont'daki kimya fabrikasının inşa ve bakımına yardımcı olmak amacıyla geliştirilen bir proje faaliyet planlama yöntemidir. CPM projede yapılacak aktivitelerin sürelerinin belirli olduğunu ve kesinlikle bilindiğini varsayar çünkü benzer projeler daha önce birçok kez yapılmıştır. Yeterli deneyim ve bilgi birikimi bulunduğundan, faaliyet süreleri belirli olarak kabul edilir. Beklenmedik bazı nedenlerle, bu sürelerden sapmaların olması doğaldır, fakat çoğunlukla faaliyet zamanları, beklenen zamanlara uygun olarak gerçekleşir. Bu durum gerçek hayat problemlerinde bu yöntem için bir dezavantajdır. CPM projenin tamamlanması için gerekli faaliyetleri tek bir planda toplayarak, faaliyetlerin öncelik ilişkilerini ve sürelerini göstererek projenin kontrolüne yardımcı olur. CPM'in amacı, kritik yol üzerindeki faaliyetleri belirleyerek proje uzunluğunu azaltmak ve kaynakların bu faaliyetlere konsantre olabilmesini sağlamaktır (Shankar ve diğ., 2010). CPM tekniği ile kritik yolun belirlenmesi basit ve hesaplaması kolay olduğu için birçok sektörde farklı proje türlerinde kullanılmaktadır. Ancak gerçek hayat probleminde farklı faaliyetlerle ilgili zamanların tam olarak mevcut olmadığı birçok durum vardır. Bu gibi durumlarda, belirsizlik ile başa çıkmak için bulanık programlama ve stokastik optimizasyon gibi farklı yöntemler kullanılabilir. Rastgelelikten kaynaklanan belirsizlik durumunda kullanılacak yöntemlerden PERT tekniği ilk olarak 1958 yılında, Amerikan Deniz Kuvvetleri tarafından yürütülen ve Polaris Projesi olarak adlandırılan, füze fırlatan denizaltı yapımı projesinde uygulanmıştır. PERT tekniği, büyük ve karmaşık projelerin planlanması ve programlanmasını basitleştirmek amacı ile geliştirilmiştir. PERT yönteminde faaliyetlerin tamamlanma sürelerinin beklenen değerleri ile işlem yapılmaktadır. Bu yöntemde süreler beta dağılımına sahiptir

ve her aktivite için iyimser, olabilir ve kötümser olmak üzere üç tahmin yapılarak projenin kritik yolu belirlenir (Kenar, 2021). Bu yöntemde birçok basitleştirici varsayım ele alınmıştır, bu nedenle aktivite sürelerinin olasılık dağılımlarının beta dağılımından farklı olduğu varsayımları altında da çalışmalara yoğun olarak yer verilmiştir.

CPM ve PERT tekniklerinde ağ gösterimi ile tüm proje faaliyetleri ve aralarındaki ilişkiler gösterilebilmektedir. Projenin başlangıç aşamasında kritik faaliyetlerin belirlenmesi ile risk önleme çalışmalarına katkı sağlanabilir. Farklı projelerde ve sektörlerde uygulanabilir. Projenin sadece süre açısından değil maliyet açısından da takip edilebilmesine olanak sağlarlar. Bu gibi avantajların yanında proje faaliyetleri açık olarak tanımlanamadığı ve aralarındaki ilişkilerin belirlenemediği durumlarda bu yöntemler tam anlamı ile uygulanamaz. Faaliyetlerin süre tahminleri genelde öznel ve karar vericilerin görüşlerine bağlıdır, bu da hata yapılma olasılığını arttırmaktadır. Faaliyet sürelerinin deterministik bir yapıda olması nedeni ile belirsizlik etkisi değerlendirilememektedir.

3.2. Bulanık küme teorisi

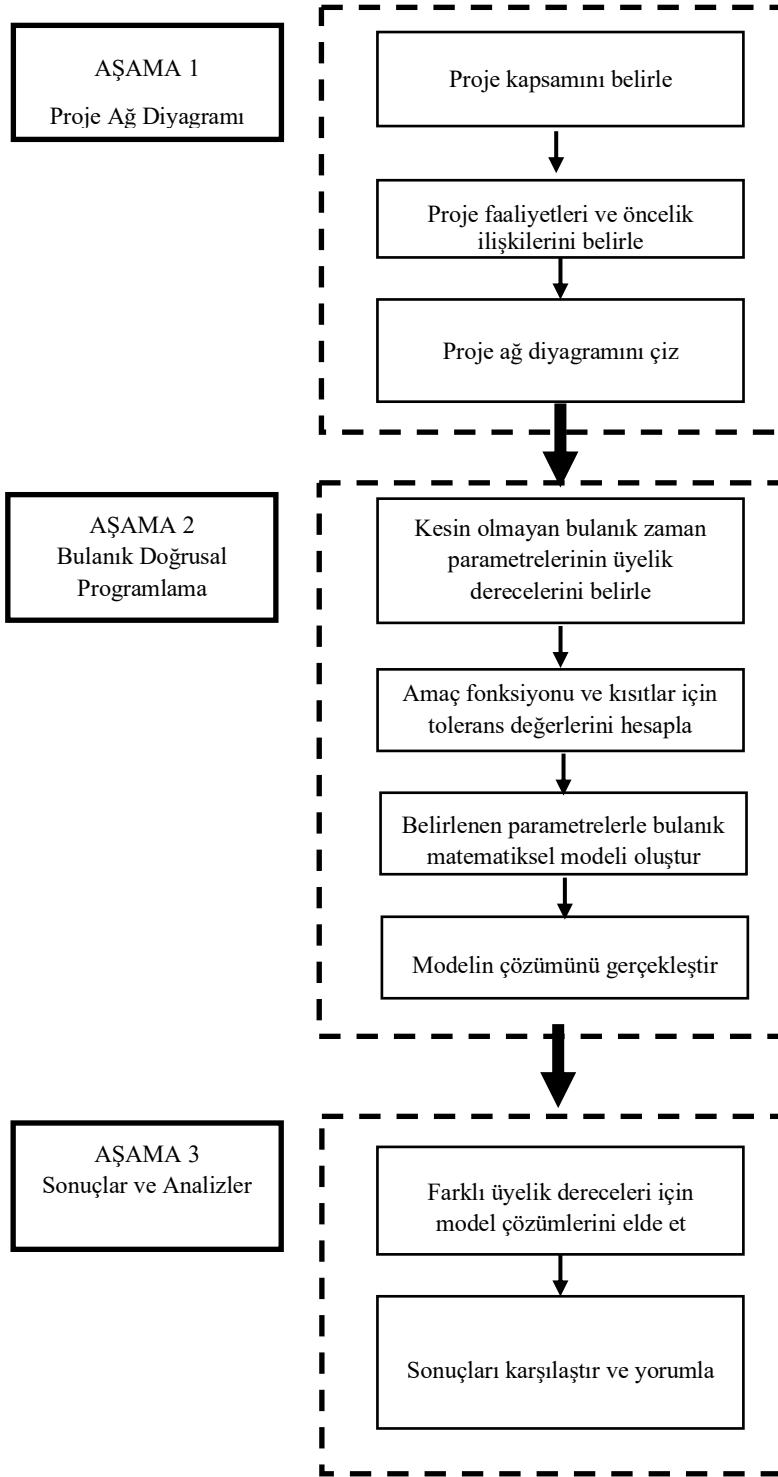
CPM ve PERT tekniklerinde karşımıza çıkan olumsuz durumların ortadan kaldırılabilmesi için bulanık küme teorisinden yararlanılabilir. Zadeh (1965) tarafından önerilen bulanık küme teorisi, proje ortamı da dahil olmak üzere belirsiz ve bulanık verilerle, bulanık ortamla ilgilenmektedir. Karar verme süreçlerinde belirsizlik önemli bir yere sahiptir. Bulanık küme teorisi, oyun teorisinde ve ağ problemleri, yöneylem araştırması, doğrusal programlama, doğrusal olmayan programlama, hedef programlama, dinamik programlama, ulaştırma modelleri, envanter yönetiminde yaygın olarak kullanılmaktadır (Chwastyk ve Pisz, 2020).

Bulanık aktivite süresi yaklaşımının savunucuları, geçmiş verilerin eksikliğinden dolayı aktivite süreleri için olasılık dağılımlarının bilinmediğini savunmaktadır (Chanas ve Zieliński, 2001). Faaliyet sürelerinin, genellikle tekrarlanmayan ve hatta benzersiz bir ortamda uzmanlar tarafından tahmin edilmesi gerektiğinden, proje yönetimi genellikle belirsiz ve kesin olmayan yargılayıcı ifadelerle karşı karşıya kalır. Belirsizlikten ziyade belirsizliği içeren durumlarda, bulanık küme çizelgeleme literatürü, aktivite sürelerini modellemek için rasgele değişkenler yerine bulanık sayıların kullanılmasını önerir (Herroelen ve Leus, 2005). Kesin olmayan verilerle başa çıkmanın alternatif bir yolu, belirsiz aktivite sürelerinin bulanık sayılarla temsil edilebildiği bulanıklık kavramını kullanmaktır. Bulanık sayılar, belirsiz aktivite sürelerini tanımlamak için kullanılır ve bunların tahmininde belirsizlik ve öznellik hesaplamalara yansıtılır (Madhuri ve diğ., 2013).

3.3. Çalışmada önerilen yöntem

Çalışmada önerilen yöntemde konusu ve kapsamı belirlenmiş bir projede, proje faaliyetleri ve öncüllük ilişkileri ile proje ağ diyagramı oluşturulur. Sonrasında kesin olmayan bulanık zaman parametrelerine ilişkin üyelik dereceleri belirlendikten sonra amaç fonksiyonu ve kısıtların sağ taraf sabitleri (faaliyet süreleri) için tolerans değerleri belirlenir. Tüm değerlerin belirlenmesinden sonra bulanık matematiksel model oluşturulur ve çözümü gerçekleştirildikten sonra sonuçlar elde edilir.

Çalışma kapsamında projede yer alan faaliyet sürelerindeki belirsizlik için bulanık matematiksel model kullanılmıştır. Önerilen yeni yöntem, kritik yol analizi için Zimmermann yaklaşımında kullanılan yöntemin kritik yol analizine uyarlanması ile gerçekleştirilmiştir. Zimmermann yaklaşımında yer alan matematiksel modelde sağ taraf sabitlerinin bulanık olması durumunda gerçekleştirilen çözüm yöntemi, bulanık matematiksel modelde sağ taraf sabitleri yani faaliyet sürelerine uygulanarak belirsizlik ele alınmıştır. Ayrıca oluşturulan matematiksel modelde amaç fonksiyonu da bulanıklık içermektedir. Çalışmada önerilen yöntemle ilişkin akış şeması Şekil 1'de verilmektedir.



Şekil 1. Önerilen yönteme ilişkin akış şeması

Çalışmada bulanık matematiksel modelin oluşturulmasında kritik yol analizi için önerilen matematiksel model kullanılmıştır. Doğrusal programlama ile kritik yol analizinde kullanılan matematiksel modele ait karar değişkeni ve parametreler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

Karar değişkeni

$$x_j \quad j. \text{ olayın başlama zamanı } j = 1, \dots, n$$

Parametreler

$$t_{ij} \quad (i, j) \text{ faaliyetinin süresi}$$

Matematiksel modelin genel hali ise Eş. 1-3'te verildiği gibidir:

$$Enk \ z = x_n - x_1 \quad (1)$$

$$x_j \geq x_i + t_{ij} \quad \forall (j, i) : i, j' \text{nin öncülü} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

Kritik yol analizinde kullanılan matematiksel modelde Eş. 1 ile verilen amaç fonksiyonu projenin tamamlanma süresinin en küçüklenmesidir. Eş. 2 ile verilen kısıtlar her bir öncüllük ilişkisi için bir görevin tamamlanmadan diğer görevin başlamayacağını garanti etmektedir. Eş. 3 ile verilen kısıtlar ise karar değişkenlerinin negatif olmamasını sağlamaktadır. Kritik yol analizinde kullanılan matematiksel modelde, faaliyet sürelerinin belirsiz olması durumunda bulanık doğrusal programlama uygun bir yaklaşımdır. Bu sebeple amaç fonksiyonu ve kısıtlar bulanık olarak ele alınmıştır. Buna göre, bulanık kısıt ve amaç fonksiyonlarına sahip bulanık doğrusal programlama modeli Eş. 4-6 ile verilmiştir.

$$\widetilde{Enk} \ z = cx \quad (4)$$

$$(Ax)_i \geq \widetilde{b}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

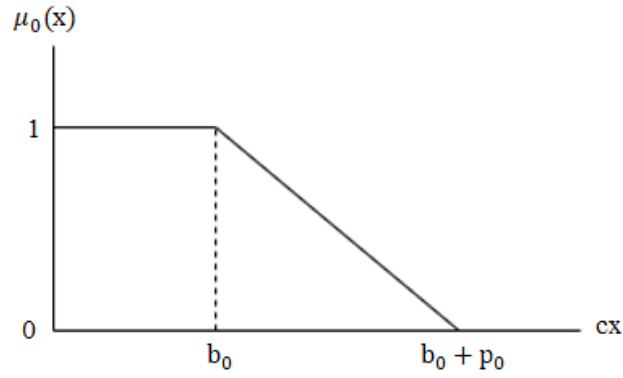
$$x \geq 0 \quad (6)$$

Yukarıdaki bulanık doğrusal programlama modelinin çözümü için Zimmermann (1983) tarafından geliştirilen yaklaşım kullanılmıştır. Bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık kısıtlara ait üyelik fonksiyonları sırasıyla Eş. 7 ve Eş. 8 ile verilmiştir (Lai ve Hwang, 1992).

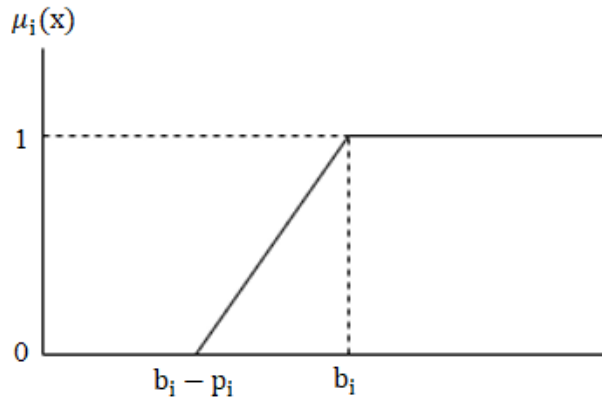
$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{eğer, } cx < b_0 - p_0 \\ 1 - \frac{cx - b_0}{p_0} & \text{eğer, } b_0 \leq cx \leq b_0 + p_0 \\ 1 & \text{eğer, } cx > b_0 + p_0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0 & \text{eğer, } (Ax)_i < b_i - p_i \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{p_i} & \text{eğer, } b_i - p_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 & \text{eğer, } (Ax)_i > b_i \end{cases} \quad (8)$$

Burada, bulanık amaç fonksiyonu için $[b_0, b_0 + p_0]$ aralığında olup tolerans değeri p_0 olarak ifade edilir. Benzer şekilde bulanık kısıtlar $[b_i, b_i + p_i]$ aralığındadır ve tolerans değerleri p_i 'dir. Eş. 7 ile verilen bulanık amaç fonksiyonuna ait üyelik fonksiyonu ($\mu_0(x)$), artmayan sürekli doğrusal bir fonksiyondur ve Şekil 2'de gösterilmektedir. Eş. 8 ile verilen bulanık kısıtlara ait üyelik fonksiyonları ($\mu_i(x)$; $i = 1, \dots, m$), azalmayan sürekli doğrusal bir fonksiyondur ve Şekil 3'te gösterilmektedir. λ ise üyelik derecelerinin alt sınırını gösteren karar değişkenidir.



Şekil 2. Bulanık amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu



Şekil 3. Bulanık kısıtlar için üyelik fonksiyonu

Böylece, Eş. 4-6 ile verilen matematiksel model Eş. 9-12 olarak yeniden düzenlenir.

$$\text{Enb } \lambda \quad (9)$$

$$\mu_0(x) \geq \lambda \quad (10)$$

$$\mu_i(x) \geq \lambda, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

$$\lambda \in [0,1] \quad (12)$$

burada λ üyelik derecelerinin alt sınırını gösteren karar değişkenidir. Yukarıdaki matematiksel model çözülerek farklı sınır değerleri için farklı proje tamamlanma süreleri hesaplanarak daha ayrıntılı çözümler elde edilmektedir.

4. Önerilen yöntemin bir yazılım projesinde uygulanması

Projelerin büyüklüğünün, kapsamının ve kaynaklarının birbirinden farklı olması nedeni ile proje faaliyet süreleri tahmin edilirken belirsizlik etkisinin hesaplamalara katılması başarılı proje çizelgeleme için önemli bir adım oluşturmaktadır. Çalışma kapsamında bir yazılım projesi için önerilen yöntem uygulanmış ve belirsizlikler ele alınmıştır.

Seçilen proje Sürüm-1 ve Sürüm-2 olmak üzere iki aşamadan ve toplam yirmi altı faaliyetten oluşan bir yazılım geliştirme projesidir. Proje faaliyetlerinin kapsamı Tablo 1'de tanımlanmıştır. Sürüm-1 ve Sürüm-2 benzer faaliyetleri içerdikleri için tabloda tüm faaliyetler yer almamaktadır. Faaliyetler jenerik olarak tanımlanmıştır.

Tablo 1. Proje faaliyetleri ve kapsamı

Faaliyet	Faaliyet Kapsamı
Proje Başlangıç Toplantısı	Tüm proje paydaşlarının katılımı ile proje planlarının, sonraki faaliyetlerin vb. konuların görüşüldüğü bir toplantıdır.
Yazılım Gereksinim Analizi ve Mimari Tasarımı	Yazılım geliştirme ekibinin teknik şartname kapsamında yazılım gereksinimlerini analiz etmesi ve yazılımın mimari tasarımının hazırlanması sürecidir. Bu faaliyet projenin temelini oluşturması nedeni ile oldukça önemli bir çalışmadır.
Yazılım Gereksinim ve Mimari Tasarım Toplantısı	Yazılım geliştirme ekibinin yapmış olduğu çalışmaların gözden geçirilip, onaylandığı ve yazılım tasarımı için dayanak noktasının oluşturulduğu bir faaliyettir.
Yazılım Geliştirme Çalışmaları	Yazılım ekibinin kodlama çalışmaları faaliyetleridir.
Yazılım Gereksinim Tanımları Dokümanı Hazırlanması	Yazılım kodlama çalışmaları ile her bir gereksinime ait tanımın dokümanite edilmesi faaliyetleridir. (Sürüm-1 ve Sürüm-2 de yer almaktadır.)
Yazılım Test Tanımları Dokümanı Hazırlanması	Yazılım kodlama çalışmaları ile doğrulama faaliyetlerini yürütebilmek için test tanımlarının hazırlanması faaliyetleridir.
Ön Kabul Testleri	Kodlama ve dokümantasyon sürecinin tamamlanmasından sonra ürünün tanımlanan gereksinimlere uygun olup olmadığını değerlendirmek için yapılan test faaliyetleridir. (Müşteri ile birlikte test edilmeden önce olduğu için ön kabul testleri olarak tanımlanmıştır.)
Nihai Kabul Testleri	Ön kabul testlerinin tamamlanmasının ardından müşteri ile gerçekleştirilen kabul testi faaliyetleridir.
Kabul Toplantısı	Nihai kabul testlerinin tamamlanmasının ardından tüm proje paydaşlarının katılımı ile gerçekleştirilen test sonuçlarının ve bundan sonraki faaliyetlerin görüşüldüğü toplantı faaliyetidir.
Kullanıcı Eğitimi	İlgili sürümün kabul faaliyeti tamamlandıktan sonra nihai kullanıcılara yazılımın kullanımına ilişkin verilen eğitim faaliyetleridir.
Müşteri Kullanım Testleri	Eğitimlerini alan kullanıcılar yazılımı test ederken, düzeltme ve iyileştirmeler kapsamında bulgularını bildirdiği faaliyet ve süreçtir
Düzeltilme ve İyileştirme Çalışmaları	Kullanıcılardan gelen düzeltme ve iyileştirme bulguları analiz edilir, uygulanabilir olanlar yazılım geliştirme ekipleri tarafından ürüne eklenmesi ve gerekli dokümanların güncellenmesi faaliyetleridir.
Sistem Entegrasyon	Kullanıcılardan gelen düzeltme ve iyileştirme bulguları tamamlandıktan sonra geliştirilen yazılımın nihai versiyonu ana sisteme entegre edilmesi faaliyetidir.
Sistem Ön Kabul Testleri	Sistem entegrasyonu tamamlandıktan sonra yazılımın sistem ile gereksinimlere uygun bir şekilde çalıştığına müşteri nihai kabul testlerinden önce doğrulandığı test faaliyetleridir.
Sistem Nihai Kabul Testleri	Sistem entegrasyon testlerinin müşteri ile doğrulanması faaliyetidir.
Nihai Kabul Toplantısı	Tüm proje paydaşlarının katılımı ile ürün kabulünün gerçekleştiği nihai kabul toplantısı faaliyetidir.
Kullanıcı Eğitimi	Son kullanıcıya sisteme entegre edilmiş ürün üzerinde kullanıcı eğitimlerinin verilmesi faaliyetidir.

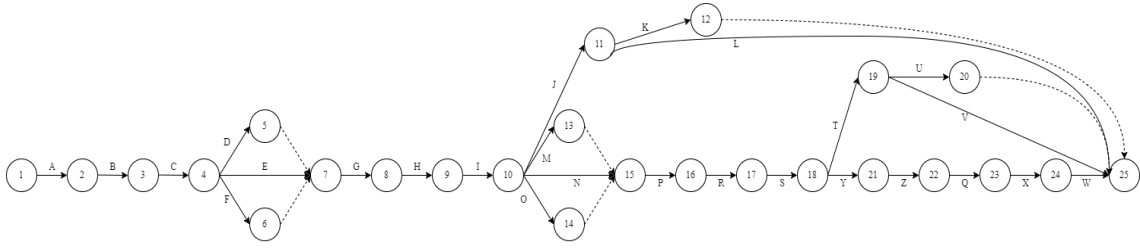
Önerilen yöntemin uygulama adımları aşağıda verildiği gibidir:

Adım 1: Örnek bir proje için proje faaliyetleri, öncelik ilişkileri ve her bir faaliyetin bulanık (kesin olmayan) süreleri belirlenmiş ve Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Proje faaliyetleri

Numara	Faaliyet	Faaliyet Kodu	Öncelik İlişkileri	Süre (Gün)
1	Proje Başlangıç Toplantısı	A	-	1̄
2	Yazılım Gereksinim Analizi ve Mimari Tasarımı	B	A	4̄0
3	Yazılım Gereksinim ve Mimari Tasarım Toplantısı	C	B	5̄
4	Sürüm-1 Yazılım Geliştirme Çalışmaları	D	C	12̄0
5	Sürüm-1 Yazılım Gereksinim Tanımları Dokümanı Hazırlanması	E	C	4̄5
6	Sürüm-1 Yazılım Test Tanımları Dokümanı Hazırlanması	F	C	4̄5
7	Sürüm-1 Ön Kabul Testleri	G	D,E,F	1̄0
8	Sürüm-1 Nihai Kabul Testleri	H	G	5̄
9	Sürüm-1 Kabul Toplantısı	I	H	1̄
10	Sürüm-1 Kullanıcı Eğitimi	J	I	2̄
11	Sürüm-1 Müşteri Kullanım Testleri	K	J	3̄0
12	Sürüm-1 Düzeltme ve İyileştirme Çalışmaları	L	J	4̄5
13	Sürüm-2 Yazılım Geliştirme Çalışmaları	M	I	12̄0
14	Sürüm-2 Yazılım Gereksinim Tanımları Dokümanı Hazırlanması	N	I	4̄5
15	Sürüm-2 Yazılım Test Tanımları Dokümanı Hazırlanması	O	I	4̄5
16	Sürüm-2 Ön Kabul Testleri	P	M,N,O	1̄0
17	Sürüm-2 Nihai Kabul Testleri	R	P	5̄
18	Sürüm-2 Kabul Toplantısı	S	R	1̄
19	Sürüm-2 Kullanıcı Eğitimi	T	S	2̄
20	Sürüm-2 Müşteri Kullanım Testleri	U	T	3̄0
21	Sürüm-2 Düzeltme ve İyileştirme Çalışmaları	V	T	4̄5
22	Sistem Entegrasyon	Y	S	2̄0
23	Sistem Ön Kabul Testleri	Z	Y	1̄0
24	Sistem Nihai Kabul Testleri	Q	Z	1̄0
25	Nihai Kabul Toplantısı	X	Q	1̄
26	Kullanıcı Eğitimi	W	X	4̄

Adım 2: Tablo 1’ de tanımlanan proje faaliyetleri ve öncüllük ilişkilerine göre proje ağ diyagramı oluşturulmuş ve Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 4. Proje ağ diyagramı

Adım 3: Zimmerman yaklaşımı ile bulanık matematiksel modeli oluşturabilmek için amaç fonksiyonu ve her bir kısıt için b_0 ve b_i ’ lere ait tolerans değerleri belirlenir. Tablo 3’te her bir faaliyet için p_i tolerans değerleri gösterilmiştir.

Tablo 3. Bağlantı numaraları ve p_i tolerans değerleri

Bağlantılar	Faaliyet Kodu	Süre (Gün)	p_i (tolerans) (Gün)
Bağlantı (1,2)	A	1	0,5
Bağlantı (2,3)	B	40	5
Bağlantı (3,4)	C	5	1,5
Bağlantı (4,5)	D	120	10
Bağlantı (4,7)	E	45	5
Bağlantı (4,6)	F	45	5
Bağlantı (7,8)	G	10	2
Bağlantı (8,9)	H	5	1,5
Bağlantı (9,10)	I	1	0,5
Bağlantı (10,11)	J	2	0,5
Bağlantı (11,12)	K	30	4
Bağlantı (11,25)	L	45	5
Bağlantı (10,13)	M	120	10
Bağlantı (10,15)	N	45	5
Bağlantı (3,4)	O	45	5
Bağlantı (15,16)	P	10	2
Bağlantı (16,17)	R	5	1,5
Bağlantı (17,18)	S	1	0,5
Bağlantı (18,19)	T	2	0,5
Bağlantı (19,20)	U	30	4
Bağlantı (19,25)	V	45	5
Bağlantı (18,21)	Y	20	4
Bağlantı (21,22)	Z	10	2
Bağlantı (22,23)	Q	10	2
Bağlantı (23,24)	X	1	0,5
Bağlantı (24,25)	W	4	0,5

Adım 4: Eş.(7-8) ile verilen üyelik fonksiyonları tanımlarına göre matematiksel model oluşturulmuştur. Amaç fonksiyonu tolerans değeri $p_0 = 20$ olarak belirlenmiştir. Amaç fonksiyonu ve örnek bir kısıt fonksiyonu için üyelik fonksiyonları sırasıyla Eş. (13) ve Eş. (14)'de tanımlanmıştır. Eş.(11)' de verilen tüm $\mu_i(x)$; $i = 1, \dots, 26$ üyelik fonksiyonları Tablo 3 ile verilen tolerans değerleri (p_i) yardımıyla oluşturulmuş ve modele eklenmiştir.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{eğer, } x_{25} - x_1 < 365 \\ 1 - \frac{(x_{25}-x_1)-365}{20} & \text{eğer, } 365 \leq x_{25} - x_1 \leq 385 \\ 1 & \text{eğer, } x_{25} - x_1 > 385 \end{cases} \quad (13)$$

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{eğer, } x_2 - x_1 < 0,5 \\ 1 - \frac{1-(x_2-x_1)}{0,5} & \text{eğer, } 0,5 \leq x_2 - x_1 \leq 1 \\ 1 & \text{eğer, } x_2 - x_1 > 1 \end{cases} \quad (14)$$

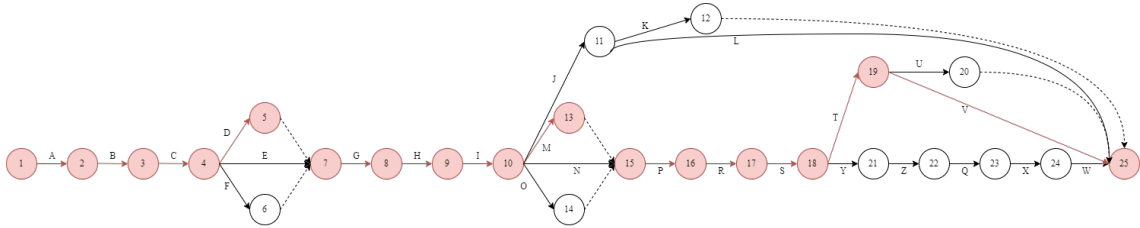
Adım 5: Önerilen yöntem ile oluşturulan matematiksel model IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 20.1.0 ile çözülmüştür. Eş. (7) ile verilen üyelik fonksiyonunda b_0 değeri değiştirilerek λ değerleri bulunmuş ve buna göre proje tamamlanma süreleri hesaplanarak Tablo 4 ile verilmiştir.

Tablo 4. Bulanık CPM doğrusal programlama sonuçları

$1 - \frac{cx - b_0}{p_0} \geq \lambda$	λ	Proje Tamamlanma süresi (z)	$1 - \frac{cx - b_0}{p_0} \geq \lambda$	λ	Proje Tamamlanma süresi (z)
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -385$	1,000	365,000	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -369$	0,736	354,289
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -384$	0,983	364,331	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -368$	0,719	353,620
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -383$	0,967	363,661	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -367$	0,702	352,950
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -382$	0,950	362,992	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -366$	0,686	352,281
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -381$	0,934	362,322	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -365$	0,669	351,612
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -380$	0,917	361,653	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -364$	0,653	350,942
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -379$	0,901	360,984	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -363$	0,636	350,273
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -378$	0,884	360,314	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -362$	0,620	349,603
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -377$	0,868	359,645	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -361$	0,603	348,934
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -376$	0,851	358,975	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -360$	0,587	348,265
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -375$	0,835	358,306	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -359$	0,570	347,595
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -374$	0,818	357,636	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -358$	0,554	346,926
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -373$	0,802	356,967	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -357$	0,537	346,256
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -372$	0,785	356,298	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -356$	0,521	345,587
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -371$	0,769	355,628	$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -355$	0,504	344,917
$x_1 - x_{25} - 20 * \lambda \geq -370$	0,752	354,986			

Adım 6: Tüm λ değerleri için, kritik yol ve kritik faaliyetler aşağıda verildiği gibidir ve proje tamamlanma süreleri her λ değerinde farklı sonuçlar vermektedir. Kritik faaliyetler Şekil 5'te ağ diyagramı üzerinde gösterilmiştir.

- Kritik Yol: 1-2-3-4-5-7-8-9-10-13-15-16-17-18-19-25
- Kritik Faaliyetler: A-B-C-D-G-H-I-M-P-R-S-T-V
- Proje Tamamlanma Süresi: Tablo 4'teki z değerleri.



Şekil 5. Proje ağ diyagramı üzerinde kritik faaliyetlerin gösterilmesi

Yazılım geliştirme süreçleri ele alınan projenin başarısı, devamlılığı ve maliyetleri açısından oldukça önemlidir. Bir yazılım projesi sadece kodlamadan ibaret değildir. Bu sürecin başarısı projede yer alan adımların doğru yönetilmesi ve takip edilmesi, proje ekibinin sistemli çalışmasına bağlıdır. Bu çalışmada ele alınan yazılım projesinde, yazılım geliştirme sürecinde ilk aşamayı oluşturan yazılım projesinin temellerinin atıldığı tasarım toplantısı, gerekli dokümanların hazırlanması aşamaları kritik faaliyet olarak belirlenmiştir. Bu faaliyetler projenin temelini oluşturması nedeni ile oldukça önemlidir. Bunun yanında testler, kullanıcı eğitimleri ve toplantıları da yine kritik faaliyet olarak belirlenmiştir. Bu aşamalar ise müşteri ile olan görüşmelerin yapıldığı, fikirlerinin alındığı, tüm proje paydaşlarının katılımı ile gerçekleştirilen test sonuçlarının ve bundan sonraki faaliyetlerin görüşüldüğü toplantı faaliyetleridir. Projelerin başarıya ulaşmasında önemli adımlar olarak ortaya çıkan bu kritik faaliyetler sayesinde firmalar altyapısı sağlam temellere oturmuş başarılı süreçler oluşturabilirler.

5. Sonuçların karşılaştırılması

Belirsizlik içeren ve tam olarak değerleri bilinmeyen parametreler gerçek hayat problemlerinde sıklıkla karşılaşılan büyük bir sorundur. Belirsizlik bulanıklık ve rasgelelik olmak üzere farklı iki kavram olarak karşımıza çıkar. Rasgelelikten kaynaklanan belirsizlik modellemelerinde parametrenin sahip olduğu dağılımın biliniyor olması gerekir. Rasgele parametreye sahip modellemeler Beta dağılımına sahip olması varsayımı altında çalışılarak PERT tekniği uygulanabilir. Bu da tam olarak parametrenin sahip olduğu dağılımı yansıtmayabilir. Bu sebeple dağılım hakkında yeterli bilgi olmadığı durumda bulanık mantığın kullanılması daha uygun bir çözüm olacaktır. Bu çalışmada bulanık mantık tekniği kapsamı altında belirsiz olan tamamlanma zamanlarının üyelik fonksiyonları elde edilerek bulanık doğrusal programlama modeli oluşturulmuş ve sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar literatürde sıklıkla karşılaşılan yöntemlerden biri olan PERT ile karşılaştırılması yapılmıştır.

PERT için proje faaliyet sürelerinin iyimser, olabilir ve kötümser süreleri bulanık modelde kullanılan aynı tolerans değerleri referans alınarak belirlenmiş, bu sürelerle ilişkin beklenen faaliyet süresi ve varyans değerleri hesaplanmış ve Tablo 5 ile verilmiştir.

Tablo 5. PERT için veriler

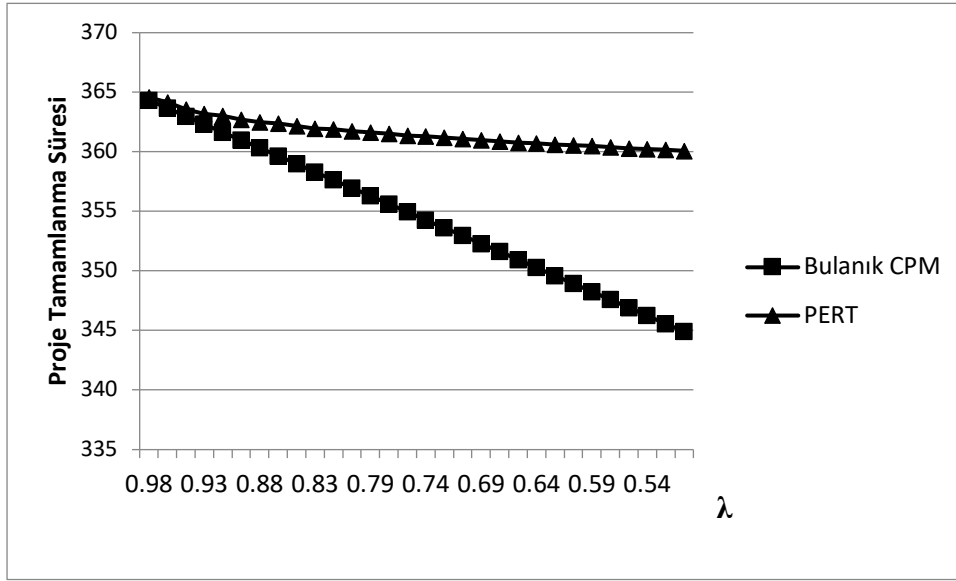
Faaliyet	Süre Tahminleri (Gün)			Tamamlanma Süresinin Beklenen Değeri	Varyans
	İyimser Süre (a)	Olabilir Süre (m)	Kötümser Süre (b)	$\frac{(a+4m+b)}{6}$	$\frac{(b-a)^2}{36}$
Proje Başlangıç Toplantısı	0,5	1	1	0,917	0,007
Yazılım Gereksinim Analizi ve Mimari Tasarımı	35	40	40	39,167	0,694
Yazılım Gereksinim ve Mimari Tasarım Toplantısı	3,5	5	5	4,750	0,063
Sürüm-1 Yazılım Geliştirme Çalışmaları	110	120	120	118,333	2,778
Sürüm-1 Yazılım Gereksinim Tanımları Dokümanı Hazırlanması	40	45	45	44,167	0,694
Sürüm-1 Yazılım Test Tanımları Dokümanı Hazırlanması	40	45	45	44,167	0,694
Sürüm-1 Ön Kabul Testleri	8	10	10	9,667	0,111
Sürüm-1 Nihai Kabul Testleri	3,5	5	5	4,750	0,063
Sürüm-1 Kabul Toplantısı	0,5	1	1	0,917	0,007
Sürüm-1 Kullanıcı Eğitimi	1,5	2	2	1,917	0,007
Sürüm-1 Müşteri Kullanım Testleri	26	30	30	29,333	0,444
Sürüm-1 Düzeltme ve İyileştirme Çalışmaları	40	45	45	44,167	0,694
Sürüm-2 Yazılım Geliştirme Çalışmaları	110	120	120	118,333	2,778
Sürüm-2 Yazılım Gereksinim Tanımları Dokümanı Hazırlanması	40	45	45	44,167	0,694
Sürüm-2 Yazılım Test Tanımları Dokümanı Hazırlanması	40	45	45	44,167	0,694
Sürüm-2 Ön Kabul Testleri	8	10	10	9,667	0,111
Sürüm-2 Nihai Kabul Testleri	3,5	5	5	4,750	0,063
Sürüm-2 Kabul Toplantısı	0,5	1	1	0,917	0,007
Sürüm-2 Kullanıcı Eğitimi	1,5	2	2	1,917	0,007
Sürüm-2 Müşteri Kullanım Testleri	26	30	30	29,333	0,444
Sürüm-2 Düzeltme ve İyileştirme Çalışmaları	40	45	45	44,167	0,694
Sistem Entegrasyon	16	20	20	19,333	0,444
Sistem Ön Kabul Testleri	8	10	10	9,667	0,111
Sistem Nihai Kabul Testleri	8	10	10	9,667	0,111
Nihai Kabul Toplantısı	0,5	1	1	0,917	0,007
Kullanıcı Eğitimi	3,5	4	4	3,917	0,007

Beklenen proje tamamlanma sürelerinin, farklı güven düzeylerine [0,99-0,50] ait sonuçları hesaplanmış ve Tablo 6 ile verilmiştir.

Tablo 6. Güven düzeyleri ve beklenen proje tamamlanma süresi

Güven Düzeyi (1- α)	$z_{\alpha/2}$	Beklenen Proje Tamamlanma Süresi (gün)	Güven Düzeyi (1- α)	$z_{\alpha/2}$	Beklenen Proje Tamamlanma Süresi (gün)
0,99	2,576	365,249	0,74	1,126	361,310
0,98	2,326	364,571	0,73	1,103	361,247
0,97	2,170	364,146	0,72	1,080	361,185
0,96	2,054	363,830	0,71	1,058	361,125
0,95	1,960	363,575	0,7	1,036	361,066
0,94	1,881	363,360	0,69	1,015	361,008
0,93	1,812	363,173	0,68	0,994	360,952
0,92	1,751	363,007	0,67	0,974	360,897
0,91	1,695	362,856	0,66	0,954	360,842
0,9	1,645	362,719	0,65	0,935	360,789
0,89	1,598	362,592	0,64	0,915	360,737
0,88	1,555	362,474	0,63	0,896	360,686
0,87	1,514	362,364	0,62	0,878	360,635
0,86	1,476	362,260	0,61	0,860	360,586
0,85	1,440	362,161	0,6	0,842	360,537
0,84	1,405	362,068	0,59	0,824	360,489
0,83	1,372	361,978	0,58	0,806	360,441
0,82	1,341	361,893	0,57	0,789	360,394
0,81	1,311	361,811	0,56	0,772	360,348
0,8	1,282	361,732	0,55	0,755	360,302
0,79	1,254	361,656	0,54	0,739	360,257
0,78	1,227	361,582	0,53	0,722	360,213
0,77	1,200	361,511	0,52	0,706	360,169
0,76	1,175	361,442	0,51	0,690	360,126
0,75	1,150	361,375	0,5	0,674	360,083
0,74	1,126	361,310			

Tablo 4 ile verilen bulanık doğrusal programlama ile elde edilen proje tamamlanma süreleri incelendiğinde farklı λ değerleri için en yüksek 365,000 ve en düşük 344,917 gün olarak bulunmuştur. Bu sonuçlar PERT ile karşılaştırılmış ve farklı güven düzeylerinde bulanık doğrusal programlama ile elde edilen değerlerden daha yüksek proje tamamlanma sürelerinin bulunduğu gözlenmiştir ve Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Proje tamamlanma sürelerine göre yöntemlerin karşılaştırılması

6. Sonuçlar

Proje yönetimi faaliyetlerinde üstünlük sağlamak isteyen firmalar, proje yönetimi başarısını, projede dar boğaz olarak tanımlanabilecek kritik faaliyetlerin planlama aşamasında belirmesiyle arttırabilirler. CPM ve PERT, bilişim teknolojileri, üretim, inşaat vb. alanlarda oldukça yaygın kullanılan planlama ve çizelgeleme tekniklerinden ikisidir. Birçok problemin çözümünde uygulanabilirler ve büyük ölçekli projelerin programlanmasında kullanılabilirler. Ancak gerçek hayat problemlerinde sıkça karşılaşılan belirsizlik durumlarında bu teknikler yetersiz kalmaktadır. Bu yetersizlikleri ortadan kaldıracı kavramlardan biri olan bulanık mantık, kesin rakamlar yerine belirsizliği ifade etmek için kullanıldığından, gerçek dünya projelerinde daha gerçekçi sonuçlar elde etmek için uygundur. Bulanık CPM, karmaşık projelerde belirsizlikleri ve riskleri daha iyi yönetmek ve zaman çizelgesini daha doğru bir şekilde tahmin etmekte olup, bu yetersizlikleri ortadan kaldırmak için tercih edilebilir.

CPM ve PERT gibi projenin tamamlanma zamanının belirlenmesinde kullanılan klasik yöntemler, belirsizlik olması durumunda performanslarındaki zayıflıklar ve yetersizliklerinden dolayı tatmin edici sonuçlar vermemektedir. Bulanık mantığın kullanılması, zaman tahmini için deneyimli kişilerden yardım alınması bu tür problemlerle başa çıkmanın temel yollarından biridir. Tüm bu durumlar değerlendirildiğinde, bu çalışma, belirsizliklerin elde edilen sonuçlar üzerindeki etkisini azaltmak için projenin tamamlanma zamanını belirlemek amacıyla bulanık tabanlı matematiksel model içeren bir yöntem sağlamaktadır. Önerilen yöntemde projede yer alan faaliyetlerin süreleri belirsizdir ve bu belirsizliğin matematiksel modelde değerlendirilmesi için Zimmermann'ın önerdiği bulanık doğrusal programlama yaklaşımı kullanılarak, yöntemin kritik yol analizine uyarlanması ile gerçekleştirilmiştir. Bulanık mantık ve doğrusal programlamanın birleşimiyle ortaya çıkan bu yöntem, karmaşık ve belirsizliğe sahip optimizasyon problemlerini ele almayı amaçlar. Bu yaklaşımın temel amacı, kesin rakamlar yerine belirsizliği ve kesin olmayan bilgileri içeren parametreleri kullanarak problemleri çözmektir. Önerilen yöntemin uygulanması ve performansının değerlendirilmesi için, bir yazılım firmasında yer alan proje için uygulama gerçekleştirilmiş ve sonuçlar elde edilmiştir. Bu yöntem ile proje çizelgelemede gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilmiştir ve belirsizliklerin sonuçlar üzerindeki etkisi büyük ölçüde azaltılmıştır. Belirsizlikleri ve beklenmedik durumları hesaba katarak, daha esnek bir zaman çizelgesi oluşturulmuş ve projeyi daha iyi yönetebilme olanağı doğmuştur. Proje riskleri daha iyi analiz edilmiş ve risklerin yönetilmesi sağlanmıştır. Hangi aktivitelerin belirsiz olduğunu ve ne tür riskler taşıdığını daha iyi anlama imkanı sağlar ve önceden tedbirler alınabilir. Kaynakları daha iyi tahsis etmek için belirsizlikleri hesaba katarak, kaynakların daha verimli kullanılmasına yardımcı olur. Firma bu sayede daha hızlı tepki verme yeteneği kazanabilir ve daha başarılı projeler sunabilir. Bu sayede, iş planlamasını daha gerçekçi hale getirebilir. Ayrıca önerilen yöntemin kullanım kolaylığı ve hesaplamaların basitliği, faaliyetlerin zamanlarının deneyimli kişilerin görüşleri alınarak yaklaşık değerlerinin modele yansıtılması ile avantajlı olduğu da açıkça görülmektedir.

Gelecek çalışmalarda, bulanık mantığın uzantılarından olan sezgisel, polihedron, kararsız, nötrosofik bulanık CPM modelleri uygulanabilir. Ayrıca farklı üyelik fonksiyonları kullanılarak modellemeler yapılabilir. Çalışma kapsamında kullanılan yöntem farklı alanlardaki projelere uygulanarak tartışılabilir. Bu çalışmada belirsizlikler bulanık mantık ile giderilmiş olup belirsizliğin türüne bağlı olarak stokastik modellerden de yararlanılabilir.

Araştırmacıların Katkısı

Bu araştırmada; Vildan Çorumlu, literatür taraması, problemin ortaya konması, çözümün uygulanması ve makalenin oluşturulması konusunda, Kumru Didem Atalay ve Esra Dinler çözüm yönteminin önerilmesi, kavramsal çerçevenin oluşturulması, uygulama kısmının geliştirilmesi ve makalenin düzenlenmesi konusunda katkıda bulunmuştur.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

Ammar, M. A., ve Abd-ElKhalek, S. I. (2022). Criticality measurement in fuzzy project scheduling. *International Journal of Construction Management*, 22(2), 252-261. <https://doi.org/10.1080/15623599.2019.1619226>

Atlı Ö. ve Kahraman C. (2013). Bulanık Kritik Yol Analizi. *Journal of Engineering and Natural Sciences Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi*, Sigma (31), 128-140.

Başar, A. (2022). Yeni bir matematiksel model ve hibrit meta sezgisel ile kaynak kısıtlı projelerin çizelgelenmesi: Bir vaka çalışması. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 37(3), 1169-1184. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.913666>

Castro-Lacouture, D., Süer, G. A., Gonzalez-Joaqui, J., ve Yates, J. K. (2009). Construction project scheduling with time, cost, and material restrictions using fuzzy mathematical models and critical path method. *Journal of Construction Engineering and Management*, 135(10), 1096-1104. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9364\(2009\)135:10\(109\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9364(2009)135:10(109))

Chanas, S. ve Zieliński, P. (2001). Critical path analysis in the network with fuzzy activity times. *Fuzzy sets and systems*, 122(2), 195-204. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(00\)00076-2](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(00)00076-2)

Chen, S. P., ve Hsueh, Y. J. (2008). A simple approach to fuzzy critical path analysis in project networks. *Applied Mathematical Modelling*, 32(7), 1289-1297. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.04.009>

Chwastyk, A. ve Pisz, I. (2020). Critical path analysis with imprecise activities times. *Sustainable Economic Development and Application of Innovation Management*, 2004-2013. <https://repo.uni.opole.pl/info/article/UO6a9b4e31347445de85d73b03ece7ce3c/>

Durucasu, H., İcan, Ö., Karamaşa, Ç., Yeşilaydın, G., ve Gülcan, B. (2015). Bulanık CPM Yöntemiyle Proje Çizelgeleme: İnşaat Sektöründe Bir Uygulama. *Ege Akademik Bakış*, 15 (4), 449-466. <http://www.trdizin.gov.tr/publication/paper/detail/TVRrMU16SXhNUT09>

Elkalla, I., Elbeltagi, E., ve El Shikh, M. (2021). Solving fuzzy time–cost trade-off in construction projects using linear programming. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series A*, 102(1), 267-278. <https://doi.org/10.1007/s40030-020-00489-7>

- Habibi, F., Birgani, O., Koppelaar, H. ve Radenović, S. (2018). Using fuzzy logic to improve the project time and cost estimation based on Project Evaluation and Review Technique (PERT). *Journal of Project Management*, 3(4), 183-196. <https://doi.org/10.5267/j.jpm.2018.4.002>
- Han, T. C., Chung, C. C., ve Liang, G. S. (2006). Application of fuzzy critical path method to airports cargo ground operation systems. *Journal of Marine Science and Technology*, 14(3), 2. <https://doi.org/10.51400/2709-6998.2067>
- Herroelen, W. ve Leus, R. (2005). Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials. *European journal of operational research*, 165(2), 289-306. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.04.002>
- ISO 21502:2020 Project, Programme and Portfolio Management – Guidance On Project Management, Switzerland: ISO, 2020.
- Jayagowri, P. ve Geetharamani, G. (2015). Using metric distance ranking method to find intuitionistic fuzzy critical path. *Journal of Applied Mathematics*, 2015. <https://doi.org/10.1155/2015/952150>
- Kenar, E. (2021). Klasik Pert ve Bulanık Pert Yöntemleri ile Proje Yönetimi ve Bir Mermer Fabrikası Kurulumunda Uygulaması (Doktora Tezi).
- Lai, Y. J. ve Hwang, C. L. (1992). Fuzzy mathematical programming. In *Fuzzy mathematical programming* (pp. 74-186). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Li, F. ve Wei, J. (2007, September). A fuzzy approach for the project management. In *2007 International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing* (pp. 5180-5183). IEEE.
- Liang, T. F., Huang, T. S., ve Yang, M. F. (2012). Application of fuzzy mathematical programming to imprecise project management decisions. *Quality & Quantity*, 46(5), 1451-1470. <https://doi.org/10.1007/s11135-011-9460-y>
- Madhuri, K. U., Saradhi, B. P. ve Shankar, N. R. (2013). Fuzzy linear programming model for critical path analysis. *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, 8(2), 93-116. <https://doi.org/10.12988/ijcms.2013.13010>
- Mazlum, M., ve Güneri, A. F. (2015). CPM, PERT and project management with fuzzy logic technique and implementation on a business. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 210, 348-357. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.11.378>
- Sadjadi, S. J., Pourmoayed, R. ve Aryanezhad, M. B. (2012). A robust critical path in an environment with hybrid uncertainty. *Applied Soft Computing*, 12(3), 1087-1100. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.11.015>
- Saradhi, B. P., Ramesh, H., Shankar, N. R. ve Shaik, R. (2021). Hesitant Fuzzy Project Planning and Scheduling using Critical path Technique. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(6), 5272-5286. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/hesitant-fuzzy-project-planning-scheduling-using/docview/2640416443/se-2?accountid=15426>
- Sethupathy, G., Judson L., ve Paul V.K. (2020). Time – Cost Optimization (TCO) By Application Of Fuzzy Logic In Construction Projects. *International Journal of Creative Research Thoughts*, 8(6), 479-486. <https://doi.org/10.6084/m9.doi.one.IJCRT2006070>

- Shankar, N. R., Sireesha, V. ve Rao, P. P. B. (2010). An analytical method for finding critical path in a fuzzy project network. *International Journal of contemporary mathematical sciences*, 5(20), 953-962. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:14403952>
- Sireesha, V., Rao, K. S., Shankar, N. R., ve Babu, S. S. (2012). Critical path analysis in the network with fuzzy interval numbers as activity times. *intervals*, 16, 21. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(00\)00076-2](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(00)00076-2)
- Soysal, S., Dengiz, B., ve Atalay, K. (2021). Belirsizlik altında kaynak kısıtlı çok modlu çoklu proje çizelgeleme. *Journal of Turkish Operations Management*, 5(1), 598-614.
- Subulan, K. (2020). Çok amaçlı kurumsal kaynak planlaması uyarlama projelerinin insan kaynağı kısıtı ve belirsizlik altında çizelgelenmesi. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 35(3), 1469-1486. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.519652>
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- Zimmermann, H. J. (1983). Fuzzy mathematical programming. *Computers & operations research*, 10(4), 291-298. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(83\)90004-7](https://doi.org/10.1016/0305-0548(83)90004-7)