

TREND VE REGRESYON METODUNUN FİNANSAL TAHMİNLEMEDE KULLANILMASI

Dr. ŞENER DİLEK*

1 — Genel Açıklama :

Günümüzde modern işletmeler geleceklerini garanti altına almayı hedef kabul etmişlerdir. Dengeli ve istikrarlı bir büyümeyi, teknolojik imkanlardan azami istifadeyi esas alan teşebbüsler için dikkatle hazırlanmış plan ve programların uygulanmasına ihtiyaç vardır. Nitekim, Yönetimin en fazla meşgul olduğu meselelerden biri de şüphesiz planlama olmaktadır. Planlama işletme bünyesinde her kademe de büyük öneme haizdir. Mali yönetim içinde Finansal kademede planlama büyük önem taşımaktadır. Finansal planlamanın güvenilirliği ve doğruluğu herşeyden önce planlama için yapılacak tahminlerin doğruluğuna bağlı olduğundan Finansal planlamada Tahminlemenin yeri büyüktür. Tahminlemenin mükemmelliği, güvenilir olması, kesin ve doğruluğu da kullanılacak metot ve tekniklerin mükemmel olması ile mümkün olacaktır.

Bu çalışmamızda, Finansal planlama ve bütçelerde, gelecek yıllara ait tahmini değerleri ve bulunacak tahminlerin güvenilirlik derecelerini ve hangi ihtimallerle hangi limitler arasında değişebileceğini bulabilmek için "Trend ve Regresyon metodu" nu bir misalin ışığı altında izah edeceğiz. Bu metod bütün finansal planlama ve tahminlemede rahatlıkla kullanabileceğimiz bir metottur. Özellikle, Nakit bütçelerinde, proforma bilanço ve proforma gelir tablolarında ve hazırlanacak bütçelerin birçok kalemlerinin tahminlemesinde kolaylıkla kullanılabilir bir tekniktir.

Trend ve regresyon metodu birkaç basamak halinde geliştirilmiş ve Bir "A" şirketinin yıllar itibariyle toplam satış tutarı verilerek, regresyon denkleminin tesbiti ile ileri yıllara ait satış tahminleri yapılmıştır. Çalışmamızda, ileri yıllara ait satışların tahmini ile güttüğümüz amaç şudur : Bütün bütçelerin hazırlanmasında satış bütçelerinin

* İşletme Fakültesi Muhasebe ve Finansman Bölümü Asistanı

den gelen bilgilerin önemi oldukça büyüktür. Satışlar planlamada firmanın hedefleri için matriks bir nokta olduğundan¹ hazırlanacak bütün bütçelerde, gerek nakit bütçeleri için, gerekse proforma bilanço ve gelir tablolarında ve diğer bütçeler de tahmini satış tutarlarının sihhatliliği ve güvenilirliği büyük önem taşıdığından misalimizde yıllar itibariyle satış tutarları verilerek ileri yıllara ait tahminler yapılmıştır. İlk kademede, Satışları temsil edecek bir regresyon denklemini bulmak için bir dağılım diyağramı teşkil edilerek Regresyon denklemi bulunmuş ve ileri yıllara ait satışlar tahmin edilmiştir. Sonra, tahminlerin güvenilirlik derecesi korelasyon katsayısı ile belirlenmiş ve korelasyon katsayısının önem kontrolü yapılmıştır. Bu safhadan sonra da tahmini satışların hangi ihtimallerle hangi limitler arasında değişebileceğini bulmak için de nokta tahmini yerine aralık tahmini yapılarak satışlar için güven sınırları bulunmuştur.

Mali yönetim çoğu zaman plan ve bütçeleri aylık, 3 aylık, 4 ve 6 aylık devreler için yapmış olduğundan aylık satış tahminlerine ihtiyaç vardır. Bu ihtiyaçtan dolayı çalışmamızın son kademesinde Regresyon denkleminin yardımı ile aylık satış tahminleri bulunmuştur.

Trend ve regresyon metodunun ayrıntılı izahı aşağıda gösterilmiştir.

2 — TREND VE REGRESYON METODU :

a) SATIŞLARI TEMSİL EDECEK BİR REGRESYON DENKLEMİNİN BULUNMASI :

Bu safhada yapılacak ilk iş, satışlar için bir dağılım diyağramı teşkil etmek ve ana temayülün nasıl olacağına karar vermektir. Eğer diyağramda noktalar bir doğru etrafında dağılıyorsa regresyon denklemi : $Y = a + bx$ şeklinde, bir parabol etrafında dağılıyorsa, $Y = a + bx + cx^2$ şeklinde olacaktır. Diğer taraftan dağılım diyağramında transforme edilmiş değişkenler kullandığımız takdirde x 'e karşı Log Y 'nin dağılım diyağramı Linear bir ilişkiyi gösterirse regresyon denklemi $Y = ab^x$ veya $\text{Log} Y = \text{Log} a + (\text{Log} b) x$ şeklinde, Log x 'e karşı Log Y 'nin dağılım diyağramı linear bir ilişkiyi gösterirse regresyon denklemi, $Y = ax^b$ veya $\text{Log} Y = \text{log} a + b \text{log} x$ şeklinde olacaktır.

(1) Johnson W. Robert, Financial Management, allyn and becon Inc. boston 1974 s. 59

Uygulamada pek görülmemekle beraber $Y = pq^{bx}$ (gompertz eğrisi), $Y = \frac{1}{ab^x}$ (Düzeltilmiş gompertz eğrisi)² gibi regresyon denklemleri de kullanılabilir.

Uygulamada en fazla rastlanan regresyon denklemi $Y = a + bx$ şeklindeki linear denklem ile, $Y = a + bx + c^2$ şeklindeki parabol denklemidir.

- $Y = a + bX$ denkleminde,
 $X =$ bağımsız değişken,
 $Y =$ Bağımlı değişken,

a ($x = 0$ için Y değerini) ve b (eğrinin eğimini) verecektir.³

b kat sayısının işareti finansal yöneticiye önemli bilgiler verecektir. Eğer b 'nin işareti ($-$) ise, doğru azalan bir seyir, ($+$) ise, doğru artan bir seyir izleyecektir. $b = 0$ olması hali ise, satışların başlangıç yılındaki tutarının değişmediği yani x eksenine paralel olduğunu gösterir.

(a) ve (b) değerlerinin bulunabilmesi için gerekli normal denklemler⁴ :

$$\begin{aligned}\Sigma Y &= n a + b \Sigma X \\ \Sigma XY &= a \Sigma X + b \Sigma X^2\end{aligned}$$

şeklinde dir.

$Y = a + bX + cX^2$ parabol denkleminin çözümü için gerekli normal denklemler⁵ :

$$\begin{aligned}1) \Sigma Y &= na + b \Sigma X + c \Sigma X^2 & (2) \\ 2) \Sigma XY &= a \Sigma X + b \Sigma X^2 + c \Sigma X^3 \\ 3) \Sigma X^2 Y &= a \Sigma X^2 + b \Sigma X^3 + c \Sigma X^4\end{aligned}$$

X 'in zamanı ifade ettiği serilerde, yani zaman serilerinde bu denklemlerin çözümünde genellikle X değişkeni $\Sigma X = 0$ olacak şekilde

-
- (2) Murray R. Spiegel, Theory and Problems of statistics, McGraw-hill book company, 1961, s. 218
(3) Boat G.C. John and Cox B. Edwin, Statistical analysis for managerial decisions, McGraw-hill, talya, 1974, s. 377
(4) Frederick E. Croxton, Dualey J. Cowaen, Applled general statisties, New Delhi, 1969. s. 235
(5) Frederick E. Croxton, Dualey J. Cowaen, a.g.e. s. 252

düzenlenerek işlemler basitleştirilir. Buna göre $Y = a + bX$ denkleminin çözümü için gerekli normal denklemler⁶ :

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= na & a &= \frac{\Sigma Y}{n} = \bar{Y} \\ \Sigma xY &= b \Sigma x^2 & b &= \frac{\Sigma xY}{\Sigma x^2} \end{aligned}$$

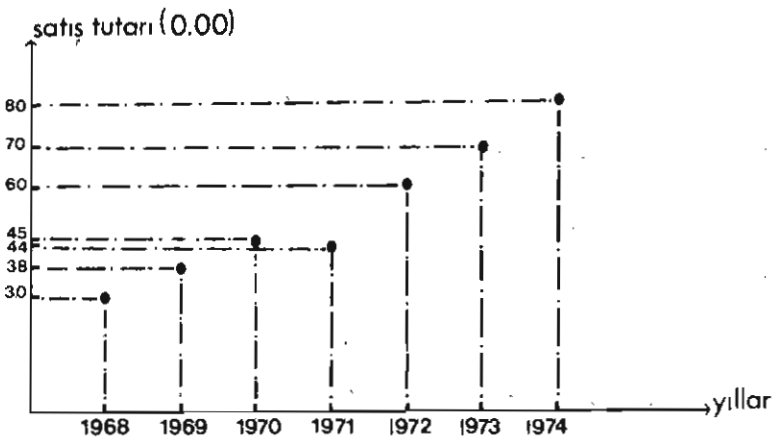
şeklini alır.

Bu sayfaları bir örnekle açıklamaya çalışalım. Bir (A) şirketinin 1968-1974 yılları itibariyle, yıllık toplam satış tutarları tablo : 1 de gösterilmiştir.

TABLO : 1
A ŞİRKETİNİN YILLIK TOPLAM SATIŞ TUTARLARI
(1968 - 1974)

YILLAR	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
Toplam satış tutarları (Bin TL.)	30	38	45	44	60	70	82

Satışlara ait regresyon denklemini bulmak için önce dağılım diyagramını teşkil edelim :



Grafik : Satışlarla ilgili dağılım diyagramı.

(6) Frederick E. Croxton, Dualey J. Cowoen, a.g.e., s. 239

Diyağramdaki noktalar bir doğru etrafında dağıldıklarından, regresyon denklemini $Y = a + bX$ şeklinde alacağız.

Denklemin çözümü için gerekli hesaplamalar tablo 2 de düzenlenmiştir.

TABLO : 2
SATIŞLARIN ANA TEMAYÜL TESBİTİ

YILLAR	X	Y	XY	X ²
1968	-3	30	-90	9
1969	-2	38	-76	4
1970	-1	45	-45	1
1971	0	44	0	0
1972	1	60	60	1
1973	2	70	140	4
1974	3	82	246	9
TOPLAM	$\Sigma X = 0$	$\Sigma Y = 369$	$\Sigma XY = 235$	$\Sigma X^2 = 28$

Bulunan değerlerin :

$$\Sigma Y = na$$

$$\Sigma XY = b \Sigma X^2$$

Denklemlerinde yerine konulması ile :

$$369 = 7a, \quad a = 52, 71 \text{ ve}$$

$$235 = 28b, \quad b = 8, 39 \text{ bulunur.}$$

Buna göre istenen regresyon denklemi $Y = 52, 71 + 8, 38x$ denkleminde (b) nin işaretinin (+) olması satışların artan bir seyir gösterdiğini ifade etmektedir.

b) REGRESYON DENKLEMLERİYLE İLERİ YILLARA AİT SATIŞLARIN TAHMİN EDİLMESİ :

Regresyon denkleminin bulunmasında X değeri ne şekilde sıralanmışsa, aynı şekil korunmak suretiyle, ileri yılların X değeri bulunur. Bu değer yukarıda elde edilen denklemde yerine konulmasıyla istenen tahminler yapılmış olur. Finansal yönetici (A) şirketinin 1975 ve 1976 yıllarına ait yıllık toplam satışlarını bulmak istiyorsa, tablo 2 de (X) değerinin sıralanış şeklini esas alarak, 1974 yılı için $X = 3$ olduğundan, 1975 yılı için $X = 4$, 1976 için $X = 5$ ile temsil edileceğinden, bu yıllara ait satış tahminleri sırası ile :

$$Y = 52,71 + 8,39 (4) = 86,27$$

$$Y = 52,71 + 8,39 (5) = 94,66 \text{ olarak bulunur.}$$

Tablo : 1 de yıllık satış tutarları (bin TL.) şeklinde gösterildiğinden (A) şirketine ait 1975 yılı yıllık satış tahmini 86.270 lira, 1976 yılı için : 94.660 lira olacaktır.

c) TAHMİNLERİN GÜVENİRLİLİK DEREJESİNİN KORELASYON KAT SAYISIYLA BELİRLENMESİ :

Finansal yönetici, ortalama yıllık satış tahmininin ne derece güvenilir olduğunu bilmesi gerekir. Bunun için de korelesyon kat sayısından faydalanılacaktır. Korelesyon kat sayısına geçmeden önce, sebebi bilinen ve bilinmeyen değişim kavramları üzerinde kısaca durmak faydalı olacaktır :

$\Sigma (Y - \bar{Y})^2$ ile gösterilen toplam değişim, yani gerçek (Y) değerinin \bar{Y} den farklarının kareler toplamı iki unsurdan meydana gelir. Yani :

$$\Sigma (Y - \bar{Y})^2 = \Sigma (Y - Y')^2 + \Sigma (Y' - \bar{Y})^2 \text{ dir.}$$

$\Sigma (Y - Y')^2$, gerçek değerlerin tahmini değerlerle farkının kareler toplamıdır. Ve sebebi bilinmeyen değişim olarak adlandırılır. $\Sigma (Y' - \bar{Y})^2$ ise, tahmini değerlerin \bar{Y} den farklarının kareler toplamı olup, sebebi bilinen değişim olarak ifade edilir. İşte korelesyon kat sayısı⁷ :

$$r = \mp \sqrt{\frac{\text{Sebebi bilinen değişim}}{\text{Toplam değişim}}} = \mp \sqrt{\frac{\Sigma (Y' - \bar{Y})^2}{\Sigma (Y - \bar{Y})^2}} \quad (4)$$

Bu formül geneldir. Linear kadar, linear olmayan temayüller için de kullanılır.

Regresyon denkleminin $Y = a + bX$ şeklinde yani linear olması halinde yukardaki formül şu şekli alır⁸ :

$$r = \frac{N \Sigma XY - (\Sigma X) (\Sigma Y)}{\sqrt{[N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2] [N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}} \quad (5)$$

(7) Murray R. Spiegel, a.g.e., s. 243

Gerçek (X) ve (Y) değerleri yerine, bu değerlerin sırası ile \bar{X} ve \bar{Y} den farklarının, yani $X = X - \bar{X}$ ve $Y = Y - \bar{Y}$ değerlerinin kullanılması halinde korelesyon formülü :

$$r = \frac{\sum XY}{\sqrt{(\sum X^2) (\sum Y^2)}}$$

şeklini alır.

Örneğimizde $Y = a + bX$ regresyon denklemi kullanıldığından korelesyon katsayısının kullanılmasında (5) nolu formülü kullanabiliriz :

Tablo : 2 den $\sum XY = 235$, $\sum X = 0$,
 $\sum Y = 369$, $\sum X^2 = 28$ ve $N = 7$ dir.

$\sum Y^2$ ise : Yıllar itibariyle 1968 den 1974 de kadar :

Y^2	900	1444	2025	1936	3600	4900	6724	$\sum Y^2 = 21529$
-------	-----	------	------	------	------	------	------	--------------------

olduğundan, istenen korelesyon kat sayısı :

$$r = \frac{7 (235) - (0) (369)}{\sqrt{[7 (28) - (0)^2] [7 (21529) - (369)^2]}}$$

$r = 0,97$ bulunur. Bulunan bu korelesyon kat sayısının önem kontrolü yapılır. Kontrol sonunda kat sayı önemli çıkarsa temayülün $Y = a + bX$ şeklinde olduğuna karar verilir. Aksi halde, değişik bir regresyon denklemi kurulacak ve bu temeyül için (4) nolu formül ile korelesyon kat sayısı hesaplanacak ve bu katsayı içinde önem kontrolü yapılacaktır.

Korelesyon kat sayısının önem kontrolü :

$n < 30$ olduğundan ($n = 7$),

$$t = \frac{r \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

istatistiğini kullanacağız. ($N > 30$ için, $z = \frac{r}{\sqrt{1/(n-1)}}$)

istatistiği kullanılır.)

$$t = \frac{0,97 \sqrt{7-2}}{\sqrt{1 - (0,97)^2}} = 9,04 \text{ tür.}$$

0,95 güven güven seviyesi için $t_{0,95;5} = 2,02$ ve

$9,04 > 2,02$ olduğundan, korelesyon katsayısının önemsiz olduğu hipotezi red edilerek, kat sayının önemli olduğuna karar verilir. Buna göre ana temayül, $Y = a + bX$ şeklindedir. Ve dolayısıyla ileri tahminler için, daha önce bulduğumuz :

$Y = 52,71 + 8,39 X$ denkleminin kullanılması uygun olacaktır.

d) SATIŞLAR İÇİN GÜVEN SINIRLARININ BULUNMASI :

Finansal yönetici, satışların hangi ihtimallerle, hangi limitler arasında değişebileceği konusunda bilgi elde etmek istiyorsa, işlemi daha derinleştirerek, nokta tahmini yerine aralık tahmini yapmalıdır. Aralık tahmini için de tahminin standart hatasının bilinmesi gereklidir. Bu hata linear temayül için :

$$S_{XY} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum Y - b \sum XY}{N}}$$

şeklindedir. Tahminin standart hatasının genel formülü :

$Y = a + bx + cx^2 + \dots + kx^{n-1}$ denklemi için :

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum X_Y \dots k \sum X^{n-1} Y}{N}}$$

eşitliği ile verilir.

Örneğimizde tahminin standart hatası :

$$S_{yx} = \frac{21.529 - 52.71 (369) - 8.39 (235)}{7}$$

$S_{yx} = 16.78$ dir.

Satışların normal dağılım gösterdiği varsayıldığında, % 95 ihtimal için güven sınırları :

$$Y' - 1.96 S_{yx} < \mu < Y' + 1.96 S_{yx}$$

ifadesiyle elde edilir. Buna göre, daha önce 86,27 olarak tahmin ettiğimiz 1975 yılı satışları % 95 ihtimal ile :

$$86.27 - 1.96 (16.78) = 53.38 \text{ ile}$$

$$86.27 + 1.96 (16.78) = 119.16 \text{ arasında bulunacaktır.}$$

Aynı şekilde % 95 ihtimal ile 1976 yılı satışları :

$$94.66 - 1.96 (16.78) = 61.77 \text{ ile}$$

$$94.66 + 1.96 (16.78) = 127.55 \text{ arasında olacaktır.}$$

c) AYLIK SATIŞLARIN TAHMİNİ :

Regresyon denklemi ile gelecek yıllara ait bulunan satış tutarları toplam bir yıllık satış tutarını vermektedir. Finansal yönetim çoğu kez nakdi plânlamayı aylık, üç aylık veya dört aylık yahut altı aylık devreler için yapmaktadır. Aylık devreleri kapsayan nakdi plânlamada aylık satış tahminlerine ihtiyaç olacaktır. Yapılacak aylık satış tahminlerinde gelecek yıllar için tahmini toplam satış tutarlarını 12 ye bölerek bir ortalama almak suretiyle elde edilecek tahminleme sakıncalıdır. Çünkü böyle bir halde trend'in tesiri göz önüne alınmamakta ve regresyon doğrusunun X eksenine paralel olduğu varsayılmaktadır. Gelecekte regresyon doğrusunun artan veya azalan bir temayül göstermesine göre, aylık satışlarda aylar itibariyle artma veya azalma görülecektir. Kanaatimize göre, ortalama almak yerine her ayın trend değerini ayrı ayrı hesaplamak daha gerçekçi bir yol olacaktır.

Bunun için şu yol izlenir : Regresyon değeri yıllık toplam değerler üzerinden hesaplanmışsa $Y = a + bX$ denklemindeki (a) değeri 12'ye, (b) ise, (12 nin karesine) 144'e bölünerek söz konusu denklem aylık şekle dönüştürülmüş olur⁹.

Bir yıldaki ay sayısı 12, yani çift olduğundan $X = 0$ için bulacağımız Y değeri temel dönemin Haziran ve Temmuz aylarının ortasına, yani 31 Hazirana (veya 1 Temmuz) düşer. Bu sebeple, yeni denklemimizdeki aylık artışın (b) yarısı alınarak (a) değerine eklenir. Böylece $X = : 0$ için bulacağımız Y değeri 15 Temmuz'u yani, Temmuz ayını temsil edecek şekle getirilmiş olur. Bundan sonra yapılacak iş temel dönemin Temmuz ayını (0) kabul etmek üzere, aylar ileriye doğru + 1, +2, + 3, ..., geriye doğru ise, - 1, - 2, - 3 ... olarak numaralandırmaktır. Böylece, trend değerini bulmak istediğimiz

(9) Cillov Haluk, Tatbiki istatistikler, 1968, s. 114 Sermet matbaası - İstanbul.

ayın X değerini denklemden yerine koymak suretiyle Y değerini elde etmemiz mümkün olacaktır.

Bu açıklamamızı önceki örneğimize uygulayalım :

$$Y = 52,71 + 8,39 X \text{ denkleminde,}$$

52,71'i 12'ye bölerek aylık trend denkleminin (a) değerini 4,39 olarak elde ederiz. Daha sonra aylık artışı, yani aylık trend denkleminin (b) değerini bulmak için 8,39'u 144'e böleriz. b'nin değeri bölüm neticesi 0,06'dır. Buna göre regresyon denkleminiz :

$$Y = 4,39 + 0,06 X \text{ şeklini almış olur.}$$

X = 0 için bulunan Y = 4,39 değeri 31 Haziran 1971'i temsil eder. 4,39'a, $0,06/2 = 0,03$ değerini eklediğimizde 15 Temmuz 1971'e ait satışları 4,42 olarak elde etmiş oluruz. Bu değer 1971 yılı Temmuz ayı satışlarını temsil etmektedir. Buna göre yeni denkleminiz :

$Y = 4,42 + 0,06 X$ şeklini alır. Tahminler için ileri yılların bütün aylarına ait X değerlerini bulmamız gerekecektir.

Aşağıdaki tabloda 1976 yılı sonuna kadar olan aylar için X değeri verilmiştir.

TABLO : 3
Aylar itibariyle "X" değeri

Yıllar	1971	1972	1973	1974	1975	1976
Ocak	-6	6	18	30	42	54
Şubat	-5	7	19	31	43	55
Mart	-4	8	20	32	44	56
Nisan	-3	9	21	33	45	57
Mayıs	-2	10	22	34	46	58
Haziran	-1	11	23	35	47	59
Temmuz	0	12	24	36	48	60
Ağustos	1	13	25	37	49	61
Eylül	2	14	26	38	50	62
Ekim	3	15	27	39	51	63
Kasım	4	16	28	40	52	64
Aralık	5	17	29	41	53	65

$Y = 4,42 + 0,06 x$ denklemini ve yukarıdaki tablo yardımı ile, aylık ileri tahminler yapabiliriz. Örnek olarak 1975 yılı Eylül ayı satışları ile 1976 yılı Mart ayı satışlarını tahmin edelim :

1975 yılı Eylül ayı için $X = 50$ olduğundan söz konusu ayın satışı :

$$Y = 4,42 + 0,06(50) = 7,42 \text{ ve}$$

1976 yılı Mart ayı için $X = 56$ olduğundan bu ayın satışı :

$$Y = 4,42 + 0,06(56) = 7,78 \text{ olarak elde edilecektir.}$$