



NESNELLEŞTİRME TEORİSİNE DAYALI CEBİR ÖĞRETİMİ: ÖZDEŞLİKLER DURUMU

TEACHING ALGEBRA BASED ON OBJECTIFICATION THEORY: CASE OF IDENTITIES

Duygu OKUR¹ - Mustafa AKINCI²

Öz

Bu araştırmada nesnelleştirme teorisine göre hazırlanmış bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikleri elde etme sürecinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda, nesnelleştirme teorisine dayalı bir öğrenme ortamında akıl yürütmelerin ve sosyal süreçlerin derinlemesine incelenmesi için nitel araştırma yaklaşımlarından sınıf öğretimi deneyi yöntemi kullanılmıştır. Araştırma Bitlis ilinde öğrenim görmekte olan 12 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubu kolay ulaşılabılır örneklem tekniği ile seçilmiştir. Araştırmada sekizinci sınıf özdeşlikler konusuna yönelik nesnelleştirme teorisine uygun olarak 3 etkinlik hazırlanmıştır. Uygulama sürecinde elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiş ve etkinlik süreci öğrencilerin akıl yürütmeleri, hataları ve etkinlik sürecinde yaşanan sosyal süreçler açısından incelenmiştir. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin akıl yürütmelerle cebir ve geometri ilişkisini kurabildikleri ve problemlere uygun stratejiler geliştirebildikleri görülmüştür. Öğrencilerin işbirliği ile problemlere çözüm ürettikleri, fikir ayrılıklarından dolayı zaman zaman çatışma yaşadıkları ve yaptıkları çözümler konusunda birbirlerini ikna etmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Öğretmen öğrenci arasında gerçekleşen sosyal süreç incelendiğinde öğretmenin öğrencilere zorlandıkları durumlarda rehberlik ettiği ve gerekli yerlerde ipuçları verdiği tespit edilmiştir. Sonuç olarak nesnelleştirme teorisine dayalı bir öğrenme ortamının birçok faktörden oluşan ve etkilenen dinamik bir ortam olduğu tespit edilmiştir. İleride yapılacak olan çalışmalarda etkinlik sürecinin farklı bağlamlarda gerçekleştirilmesi ve göstergebilimsel anlamda incelenmesi önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematik öğretimi, Cebir öğretimi, Özdeşlikler, Sosyokültürel Öğrenme, Nesnelleştirme teorisi.

Abstract

This research aims to investigate the process of eighth grade students' obtaining identical in a learning environment that is prepared according to the objectification theory. For this purpose, teaching in class experimental method that is one of the qualitative investigation approaches used for examining deeply the reasoning and social processing which depending on objectification theory and teaching environment. This research is carried out with twelve eighth grade students who study in the province of Bitlis. The study group is chosen according to the technique of easily attainability sample. For this research, three different activities are arranged that related to the subject of identical and objectification theory for eighth grades. During the investigation, documents, audio and video camera records related to students' activities are used as data collection tool. The data was collected during activities are analyzed by using content analysis method. Furthermore, the process of applying the activities is examined in terms of reasoning, errors and social issues of students. According to the results of the research, it is observed that students understand the relationship between reasoning, geometry and algebra. Moreover, they could improve proper strategies while solving problems. In this respect, it is observed that students can find suitable solutions for problems with collaboration; also they try to persuade each other about the possible other solutions in case they sometimes argue for better result while studying together. To analyze the social situation between student and teacher; it is clear that teacher leads the way to students when they have some difficulties and give clues when they need. As a conclusion, it is observed that the learning process which depends on objectification theory consists of a lot of different factors and it might be affected by dynamic process. It is suggested for the studies that will be applied in advance that to realize the process of activities in different aspects and investigates the data in terms of semiology.

Keywords: Mathematics teaching, Algebra teaching, Identities, Sociocultural learning, Objectification.

¹Öğretmen, Altınoluk Gökçimen Ortaokulu, okrdyg@gmail.com, Orcid: 0000-0002-3596-8789

²Dr. Öğr. Üyesi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, mustafa.akinci@beun.edu.tr, Orcid: 0000-0003-2096-7617

1. GİRİŞ

Matematik, insanlık tarihi boyunca doğayı anlamak ve keşfetmek için ihtiyaç duyulan bir bilim olmuştur. Günümüzde ise matematik doğayı anlamlandırmanın yanında bilim ve teknoloji alanındaki gelişmelerde etkili olarak kullanılan bir araçtır. Gelişmiş toplumların, diğer toplumlara göre matematiği daha etkili bir şekilde kullandıkları görülmüştür. Bu sebeple matematik yapabilen, anlayabilen ve en önemlisi günlük hayatlarıyla ilişkilendiren bireylerin yetiştirilmesi büyük önem arz etmektedir (Ünlü, 2019).

Bireylerin eğitiminde bilginin yapılandırılması ve paylaşılması sosyal süreçlerle başlar (Horzum & Bektaş, 2012). Sosyal süreçlerin en önemli öğelerinden olan toplum ve kültür, bilişsel gelişim ve öğrenme için iki önemli faktördür. Sosyal olarak organize edilmiş aktivitelerde, dil ve kültür öğrenmenin araçlarıdır, öğrenme ve düşünme sürecine katkıda bulunur (Vygotsky, 1978). Laird (1995) kültür ve öğrenim deneyimlerinin birbirinden ayrılamayacağını, her bir kültürün belli bir düşünme becerisine sahip olduğunu ve eğitimcilerin de bu kültür yapısını dikkate almak zorunda olduklarını vurgulamıştır. Çünkü kültür yapısındaki farklılıkların çocukların gelişimi ve öğrenmesinde farklılıklara neden olabileceği düşünülmektedir. Bu sebeple de eğitimcilerin; içinde bulunduğu kültürün, sosyal yapısının anlamını araştırması ve eğitim sürecinde etkili bir şekilde kullanması gerektiği düşünülmektedir. Bilginin yapılandırılmasında ve paylaşılmasında, sosyal süreçlerin, kültürün ve tarihin rolü sosyal öğrenme kuramlarıyla açıklanmaktadır (Horzum & Bektaş, 2012).

Sosyal öğrenme yaklaşımına göre birey, kişisel fikirlerini oluşturmaya sosyal etkileşimle başlar ve sosyal ortamın olmadığı bir yerde öğrenme gerçekleşmez. Bireyler ancak sosyal etkileşim sonucu kendine has yorumuyla öznel bilgilerini oluşturur ve öğrenmeleri gerçekleşir (Şahin, 2006). Öğrenmede sosyokültürel yaklaşımın temellerini atan Vygotsky (1978)'ye göre bireylerin öğrenmesi, geçmiş yaşantılarından kazandıkları deneyimler ve dil yoluyla sosyokültürel çevresiyle etkileşimi sonucu gerçekleşmektedir. Sosyokültürel çevre ve bu çevrede yer alan kişiler, bireyin öğrenmesini etkilemektedir. Radford (2006) tarafından ortaya koyulan nesnelleştirme teorisi, tarihsel olarak oluşmuş olan kültürel anlamlar ve sosyal çevrenin, öğrenme sürecinde önemli faktörler olduğu vurgulanmaktadır. Bu teoriye göre öğrenme, öğrencilerin, tarihsel olarak oluşturulan kültürel anlamlar, akıl yürütme ve eylem biçimleriyle aşamalı olarak tanıştırıldığı süreçler olarak tanımlanmıştır.

Radford (2006)'a göre Nesnelleştirme Teorisi bireyin kendi kültürü çerçevesinde yaşayan, düşünen ve hareket eden bir özne olarak konumlandırılmasına ve bilişin temelini, düşünme etkinliği olarak değil somut olarak gerçekleşen sosyal etkinliklerde yatan insan faaliyeti olduğu varsayımına dayanır. Radford (2006) nesnelleştirme teorisinin iki temel ilkedden ortaya çıktığını ifade etmiştir. Bunlardan ilki matematik eğitiminin psikolojik boyutunun, matematiğin didaktiklerinde incelenmesi gerektiği fikridir. İkincisi ise sınıfta oluşan anlamların, sınıfın kendisinde meydana gelen etkileşimle sınırlı kalamayacağı, tarihsel ve kültürel boyutu bağlamında kavramsallaştırılması gerektiğini öne sürer. Buna göre Nesnelleştirme Teorisi öğrenmeyi kendisinden önce gelen kültürel geleneğe dayanan, toplumsal bir etkinlik olarak görmektedir.

Nesnelleştirme teorisine göre düşünce; tarihsel ve kültürel olarak oluşturulmuş bir gerçeklikle, kendi yorumlarına ve öznel duyularına göre onu değiştiren birey arasında gerçekleşen diyalektik bir harekettir (Radford, 2006). Bilgi ise, tarihsel ve kültürel olarak oluşturulmuş bir eylem ve yansıma süreçleri kümesi olarak kabul edilir (Radford, 2012). Saf bir olasılık olarak bilgi, bilgiye aracılık eden etkinlik ile gerçekliğe dönüşür (Radford, 2015). Öğrenme öğrencilerin tarihsel olarak oluşturdukları kültürel anlamlar, akıl yürütme ve eylem biçimleriyle aşamalı olarak tanışıldığı süreçlerdir (Radford, 2012).

Radford (2020)'ye göre bilgiyi, kültürel ve tarihsel olarak oluşturulmuş düşünce ve eylem sistemleri olarak kavrayabiliriz. Bilgi sahip olabileceğimiz bir şey olamaz. Bilgi psikolojik bir varlık olmaktan ziyade kültürümüzde var olan bir şeydir. Örneğin; mısır tohumlarının nasıl ekileceğini bilmek ve kredilerin nasıl hesaplanacağını bilmek gibi. Bilgi kültürde olan ve yaşamımız boyunca kültürel ağlara bağlı olarak bulabileceğimiz ya da bulamayacağımız bir şeydir. Toplumumuzda kültürel ve tarihsel olarak oluşturulmuş düşünce sistemleriyle (matematikselsel, bilimsel, estetik, yasal vb.) karşılaşılması nesnelleştirme denilen şeydir. Kültürel ve tarihsel olarak oluşturulmuş düşünce ve eylem sistemlerini yavaş yavaş fark ettiğimiz ve aynı zamanda anlam verdiğimiz bir sistemin ilerici ve eleştirel farkındalığıdır. Bu bağlamda öğrenme nesnelleştirme süreçlerinin bir sonucu olarak tanımlanmaktadır. Radford (2015) nesnelleştirmenin bitmeyen sonsuz bir süreç olduğunu vurgulamış bu sebeple bir bilginin nesnelleştiğini söylemek yerine öğrencilerin bilgiyle sonsuz karşılaşmada buldukları nesnelleştirme sürecine dâhil olduklarını ifade etmiştir.

Nesnelleştirme teorisinden öğrenmeyi mümkün kılan insani, duyuşsal ve pratik bir aktivite yani etkinliktir. Nesnelleştirme ve öznelleştirme süreçleri duyuşsal ve pratik etkinliklerle gerçekleşir. Ancak burada etkinliği bireyin gerçekleştirdiği bir dizi eyleme indirgemek doğru olmayacaktır. Etkinlik ihtiyaçların karşılanması yönelik olarak gerçekleşen dinamik bir kavramdır. Etkinlik, insanların ortak bir çaba ile ürettikleri toplumsal bir faaliyet biçimidir (Radford 2020).

Ortak çalışma nesnelleştirme kuramının ana unsurudur. Ana unsur olarak rol oynamasının nedeni ise diyalektik ve antropolojik insan anlayışından kaynaklanmaktadır. Ortak çalışma kavramı; sınıfta öğretme ve öğrenmeyi, biri öğretmen diğeri öğrenci tarafından yürütölen iki ayrı etkinlik olarak değil, tek bir etkinlik olarak düşünmemizi sağlar. Etkinlik öğretmen ve öğrencilerin ortak çalışmasıdır. Öğretmen öğrenciye bilgi aktaran kişi olarak görülmez. Öğretmen, öğrencilerin öğrenme stratejilerini yapılandırmaya yardımcı olan biri olarak görülür. Öğrenciler de bilgi alan pasif özneler olarak görülmezler. Öğretmen ve öğrenciler ortak bir amaç için birlikte çalışır (Radford 2020). Etkinlik süreci yoğun etkileşimli bir süreçtir ve bir grup başka bakış açılarını anlamak veya kendi fikirlerini geliştirmek için diğers gruplarla etkileşime girer ve aşağıdaki şekilde verilen süreç gerçekleşir (Radford, 2015).

Nesnelleştirme teorisi öğretmen/öğrenci ilişkisini konumlandığı alan itibariyle diğers öğrenme teorilerinden farklılaşmaktadır. Şöyle ki geleneksel yaklaşımda, öğrenci bilgiyi öğretmenden alır ve pasif konumdadır, yapılandırmacı yaklaşımda ise öğrenme öğrencinin kendi eylemlerinden kaynaklanmaktadır. Nesnelleştirme teorisi tüm bu iki uçta bulunan öğrenme yaklaşımlarına farklı bir bakış açısı sunar. Nesnelleştirme teorisinde öğretmen ve öğrenci birlikte acı çeken, mücadele eden ve birlikte doyum bulan aynı çabaya birlikte girişen birer insan olarak tasavvur edilir. Nesnelleştirme teorisinde odak, öğrencilerin bilgiyi nasıl aldığından (geleneksel öğretim) ve öğrencilerin kendi bilgilerini nasıl oluşturduklarından (yapılandırmacı yaklaşım) ziyade öğretmenlerin ve öğrencilerin sınıfta kültür ve tarihin arka planında nasıl bilgi ürettiklerine doğru kayar. Kısaca nesnelleştirme teorisinde etkinlik kendini ifade etmeyi, entelektöel ve sosyal gelişimi içeren sosyal bir ortak çaba biçimidir. Her ne kadar öğretmen ve öğrenciler aynı şeyi yapmasada ortak çalışma olan etkinliğin amacına yönelik birlikte çalışırlar. Öğretmen öğrencileri problemlerin çözümü için yeni bakış açılarına davet eder, öğrenciler de öğretmenin bu çağrısına yanıt verir ve öğretmenle çalışarak bu yeni stratejinin nasıl görüneceğine anlam vermeye çalışırlar(Radford,2016).

1.1. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Çocuklar öğrenmeye sosyal dünyadan ve çevrelerindeki kişilerden başlarlar (Vygotsky, 1978). Sosyal ortamın iyi ve kötü düzenlenmiş olması kişinin gelişimi hızlandırabilir veya yavaşlatabilir. Vygotsky'e göre, zihindeki kavramlar, olgular, fikirler,

beceri ve tutumların kaynağı sosyal çevredir (Senemoğlu, 2001, s. 63). Nesnelleştirme teorisine göre öğrenme, bir bilgi parçasını inşa etmekten veya yeniden yapılandırmaktan ibaret değildir. Bu teoriye göre öğrenme, öğrencinin kendi kültüründe bulunan kavramsal nesnelere anlamlarıyla donatması olup, öğrencilerin, tarihsel olarak oluşturulan kültürel anlamlar, akıl yürütme ve eylem biçimleriyle aşamalı olarak tanıştırdığı süreçlerdir (Radford, 2002). Bu sebeple sosyokültürel ve tarihi bir ortamda hazırlanmış bir matematik etkinliğinde öğrencilerin öğrenme süreçlerinin nasıl olacağını, öğrenme sürecinde neler yaşanacağını öğrencilerin bilgiyi ne şekilde nesnelleştireceklerinin sürecin daha iyi anlaşılması açısından incelenmesi gerektiği düşünülmektedir. Ayrıca bu etkinlik sürecinde öğrencilerin birbiriyle nasıl iletişim kurdukları, öğrenme sürecinin nasıl gerçekleştiği ve süreçte yaşanabilecek problemlerin de ayrıca derinlemesine bir şekilde incelenmesi süreci anlamaya ışık tutacaktır.

Radford (2006)'a göre matematik yapmak problem çözmeye indirgenemeyecek kadar derin bir konudur. Matematik öğrenme sadece matematik yapmayı yani problem çözmeyi öğrenmek değil, matematikte olmayı öğrenmektir. Yapmak ve olmak arasında fark çok büyüktür ve etkinliğin tasarlanması, sınıfın organizasyonu ve bunun içinde öğretmen ve öğrencinin oynadığı roller açısından önemli sonuçları vardır. Öğrencilerin matematikte olmak kavramını yaşadıkları bir ortamda bu sürecin dinamiklerinin incelenmesi, sürecin anlaşılması ve daha sonra gerçekleşecek etkinliklerde gerekli önlemlerin alınması açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

Matematik soyut kavramlarla derinleşmiş, sadece bilinenlerden yola çıkarak problem çözmek değil çözüm sürecinde kavram ve genellemelere de ulaşılan bir disiplindir (Alakoç, 2003). Soyut kavramların yapısı gereği kazanılması zordur ve bu durum matematiğin zor bir ders olarak algılanmasına neden olmaktadır. Matematiğin bir alanı olan cebir, genelleme yapma, problemlerin çözümünde işlem ve algoritmaları kullanma, nicelikler arasındaki ilişkileri anlayabilme, halka grup ve vektör uzayları soyut yapıları inceleme olarak tanımlanabilir (Baki, 2008). Cebir soyutlama yapabilme gücü gerektiren bir alandır (Altun, 2010). Cebirin soyut bir alan olması öğrencilerin bu alanda zorlanmasına neden olmaktadır (Kaya & Keşan, 2014). Evirgen (2014) zor olarak algılanan konuları araştırdığı çalışmasında öğrencilerin %33'ünün cebir alanında, %25'inin ölçme alanında, %25'nin sayılar alanında, %0.08'inin istatistik olasılık alanında, %0,08'nin geometri alanında zorlandıkları görülmüştür. Dolayısıyla bu araştırmaya göre en çok zorlanılan konunun cebir alanında olduğu söylenebilir.

Baki ve Kartal (2004)'e göre öğrencilerin cebir bilgileri, işlemsel ve kavramsal bilgilerinin dengeli olduğu kavramsal öğrenmeye değil, işlemsel bilgilere dayanan bir öğrenmeye dayalıdır. Kaput (1999)'a göre cebir, işlem (cebirsal ifadeleri sadeleştirmek ve eşitlikleri çözmek) ve sembollerini kullanmak için kurallar öğrenmek olarak algılanmakta ve bu durum neredeyse herkesin cebirden nefret etmekten hoşlanır olarak algılanmasına neden olacak düzeye gelmesine sebep olmaktadır. Bu sebeple öğrencilerin cebirin anlamını kavrayabilecekleri, cebir alan ilişkisini görebilecekleri, tarihi ve kültürel anlamlardan oluşan etkinlik ve problemlerin tasarlanmasının ve uygulanmasının yerinde olacağı düşünülmektedir. Sonuç olarak bu araştırmada, nesnelleştirme teorisine göre hazırlanmış bir öğrenme ortamında bir grup sekizinci sınıf öğrencisinin, cebir öğrenme sürecindeki akıl yürütmelerinin, sosyal süreçlerinin ve etkinlik sürecinde yaşanan sorunların derinlemesine incelenmesi amaçlanmış ve "Nesnelleştirme teorisine göre hazırlanmış bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikleri elde etme sürecinde, akıl yürütmeler ve sosyal süreçler nasıl gerçekleşir, öğrencilerin etkinlik sürecindeki hataları nelerdir?" sorusuna cevap aranmıştır.

2. YÖNTEM

2.1. Etik İzni

Bu çalışmanın etik kurul izni Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi İnsan Araştırmaları ve Etik Kurulu'nun 20.01.2020 tarih ve 739 protokol numaralı kararıyla alınmıştır.

2.2. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada, nesnelleştirme teorisine göre hazırlanmış bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikleri elde etme sürecinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda öğrencilerin etkinlik sürecinde gerçekleştirdikleri akıl yürütmeler, yaşanan sosyal süreçler ve karşılaşılan sorunların ayrıntılı olarak ele alınması hedeflenmektedir. Belirlenen hedefler doğrultusunda etkinlik sürecinin derinlemesine ve bütüncül bir yaklaşımla incelenmesi için nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma yöntemi, olguların ve olayların doğal ortamında bütüncül ve gerçekçi bir şekilde tümevarımsal bir yaklaşımla incelenmesine olanak sağlayan bir yöntemdir (Yıldırım, 1999). Araştırmada öğretim etkinliklerinde gerçekleşen sosyal süreçler, akıl yürütmeler ve sorunlar birlikte inceleneceğinden nitel araştırma yaklaşımlarından süreç odaklı araştırma yöntemi olan sınıf öğretim deneyi yöntemi kullanılması uygun görülmüştür.

Sınıf öğretim deneyi yönteminde, öğrenme süreçlerinin anlaşılabilmesi için sınıf içindeki sosyal etkileşimler, bireysel öğrenme süreçleri ve sınıf içindeki normlar birlikte incelenir (Uygan, 2019). Öğretim deneyi yönteminde, öğrenmenin bireysel boyutunun yanı sıra sosyal boyutu da ele alınmaktadır (Uygan, 2019). Cobb (2000) sınıf öğretim deneyi yönteminin, öğrenmenin bireysel ya da sosyal boyutunun baskın bir biçimde incelendiği öğretim deneyi yöntemlerine alternatif olarak, bu iki faktörün birlikte dengeli olarak incelendiği bir yöntem olarak geliştirildiğini ifade etmektedir.

Sınıf öğretim deneyi yönteminde, öğrenme süreçlerinin anlaşılabilmesi için sınıf içindeki sosyal etkileşimler, bireysel öğrenme süreçleri ve sınıf içindeki normlar birlikte incelenir. Öğrenme sürecinde öğrencinin kendisini nasıl algıladığı, sınıf içinde diğer öğrenciler tarafından kendisinin nasıl algılandığı ve sınıf topluluğunun öğrenci tarafından nasıl algılandığını ortaya koymaktadır. Zira sınıf içerisindeki algılar sınıf topluluğunu oluşturan öğrencilerin eylemlerine yön vermektedir. Öğretim deneyi yöntemi, sosyokültürel kuramın da üzerinde durduğu öğrenme sürecindeki sosyal süreçlerin ele alınabilmesine olanak sağlamak amacıyla matematik eğitimi araştırmalarına dâhil edilmiştir (Uygan, 2019). Sınıf öğretim deneyinde odaklanılan sosyal unsurlar; matematiksel etkinlikler, öğretmen ve öğrencilerin sınıf içindeki rolleri, akranlar arasındaki iletişim ve öğretmen öğrenci etkileşiminden oluşur (Cobb, Yackel & Wood, 1989). Sosyal süreçlerin yanı sıra, öğrencilerin matematiksel etkinliklerine bakış açısını etkileyen bir diğer unsur da öğrencilerin geliştirdikleri sosyomatematikselsel normlardır. Bu sosyomatematikselsel normlar; öğrencilerin matematik yapmayı nasıl anlamlandırdığı, öğrencilerin neyi öğrenmeyi amaçladığı ve hangi matematiksel açıklamaları doğru kabul ettiği olarak ifade edilebilir (Cobb, 2000).

Sınıf öğretim deneyinde araştırmacı, öğrenme sürecinin içindedir. Araştırmacı ya öğretmen rolünü üstlenmekte ya da mevcut öğretmenle işbirliği yapmaktadır. Böylece öğrenme sürecindeki sosyal unsurları gözlemleyebilmesi sağlanmaktadır (Cobb, 2000). Araştırmacının amacı, öğretim etkinliği süreci boyunca öğrencilerle sezgisel ve duyarlı bir biçimde iletişim kurarak, öğrencilerin problem çözerken kullandıkları akıl yürütme becerilerini incelemektir (Steffe & Thompson, 2000). Bu araştırmada da araştırmacı aynı zamanda sınıfın matematik öğretmenidir.

Bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımı perspektifinde, öğretim etkinliği sürecinde elde edilen verilerin analiz edilerek, öğrencilerin özdeşlikleri elde etmesinde kullandıkları akıl yürütmelerin, sosyal süreçlerin, süreç içerisinde karşılaşılan zorluk ve hataların derinlemesine bir biçimde incelenmesi amaçlandığından sınıf öğretim deneyi yöntemi kullanılmıştır.

2.3. Araştırma Grubu

Bu araştırmanın araştırma grubu, Bitlis ilinde yer alan bir ortaokulda öğrenim görmekte olan 12 sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Araştırma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme tekniği ile seçilmiştir. Bu örnekleme tekniği, katılımcıların seçilmesinde araştırmacıya kolay ulaşabileceği bir araştırma grubu seçmesine olanak sağlamaktadır (Yıldırım & Şimşek 2008). Araştırma grubunun belirlenmesinde araştırma grubunun homojen gruplar oluşturmaya ve etkileşimli bir öğrenme ortamına elverişli bir sınıf olması etkili olmuştur. Araştırmacının gözlemlerine göre çalışma grubu olarak belirlenen sınıf; kendini iyi ifade edebilen, fikirlerini ifade etmekten ve arkasında durmaktan çekinmeyen, farklı öğrenme ortamlarına açık öğrencilerden oluşmaktadır. Ayrıca araştırma grubu olarak belirlenen öğrenciler, dere kenarında bulunan, tarım arazilerinden oluşan, aktif olarak tarım ve hayvancılığın yapıldığı bir köyde yaşamaktadırlar.

2.4. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda güvenilirliğin sağlanabilmesi için farklı veri toplama araçlarından yararlanılmaktadır (Merriam, 2015). Bu çalışmada ise veri toplama aracı olarak öğrenci etkinlik dokümanları, ses ve video kayıtları kullanılmıştır. Öğrenci gruplarındaki sosyal etkileşimi ve etkinlik sürecini takip edebilmek için ses kayıt cihazı ve video kameralar kullanılmıştır. Sınıf, öğrenci etkileşiminin bir sonucu olarak çok gürültülü olduğundan kameraya ek olarak her grubun masasına bir ses kaydedici yerleştirilmiştir. Böylece öğrencilerin kendi aralarında kısık sesle konuşmaları durumunda dahi veriler toplanmış olacaktır. Etkinlik sürecinde her bir öğrenciye fikirlerini ifade edebilmeleri, problemlerin cevaplarını yazabilmeleri ve öğretim sürecine delil olabilmeleri için öğrenci etkinlik dokümanları verilmiştir. Etkinlik dokümanları nesnelleştirme teorisine göre hazırlanmış üç etkinlikten oluşmaktadır. Her öğrenciye verilen etkinlik dokümanları, öğrencilerin problem ile ilgili geliştirdikleri çözüm yollarının, çözümlerini ifade ediş şekillerinin ve yaptıkları hataların belirlenmesinde veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

2.5. Etkinliklerin Hazırlanması

Etkinliklerin hazırlanmasına ilk olarak cebir kavramı ve tarihi ile ilgili araştırmalar yapılarak başlanmış ve bazı matematikçilerin denklem çözümleri incelenmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda, bazı matematikçilerin cebir kavramını alan ile ilişkilendirdikleri ve geometrik çözümler ile ikinci dereceden denklemlerin pozitif köklerini bulabildikleri görülmüştür. Harezmi gibi cebir alanıyla uğraşmış olan matematikçilerin çözmüş oldukları problemlerin incelenmesinin ardından benzer problemlerle karşılaşan ortaokul öğrencilerinin problemlere yaklaşımlarının neler olacağı merak edilmiştir. Ayrıca etkinlik sürecinde diğer öğrencilerle, öğretmenle nasıl etkileşimde bulunacakları ve hangi sorunlarla karşılaşacakları da merak edilen bir diğer unsur olmuştur.

Özdeşliklere ait etkinliklerin hazırlanma sürecinde matematik tarihinin kullanım derslerde kullanım yolları ve amaçlarına yönelik literatür taraması yapılmıştır. İlgili literatür taraması matematik tarihinin derslerde araç ve amaç olarak iki farklı şekilde kullanıldığını göstermiştir (Baki & Bütüner, 2013; Genç & Karataş, 2018; Jankvist, 2009). Yapılan taramalar sonucunda problemlerin nasıl hazırlanması gerektiği ve etkinliklerin planlanırken

nelere dikkat edilmesi gerektiği tespit edilmiştir. Radford, Demers ve Miranda (2009)'a göre nesnelleştirme teorisine dayalı hazırlanan etkinliklerde öğrencilerin hazırbulunuŐlukları dikkate alınmalı ve hazırlanan etkinlikler öğrencilerin ilgisini ekebilmelidir. Ayrıca hazırlanan etkinlikler, nesnelleştirme teorisine göre etkinlik süreci olarak ifade edilen küçük grup tartıŐmaları, gruplar arası tartışmalar ve genel tartışmalar arasında eleştirel bir etkileşim ve yansıma ortamı oluşturmaya olanak verecek Şekilde hazırlanmalıdır. Bu araştırmada hazırlanan etkinlikler etkileşimli bir sınıf ortamı oluşturmaya ve kavramsal derinliği sağlamaya uygun olarak hazırlanmıştır. Problemlerin hazırlanmasında öğrencilerin farklı çözüm yolları geliŐtirmelerine de imkn verecek Şekilde olmasına dikkat edilmiştir. Ayrıca nesnelleştirme teorisinde önerildiği gibi öğrencilerin ilgisini çekebilecek etkinlikler tasarlanmaya çalışılmıştır. Etkinliklerin ğrencilerin ilgisini çekmesini sağlamak amacıyla yaşadıkları bölgede karŐılaŐabilecekleri bir problem belirlenmiŐtir. Etkinliklerde yer alan problemde, öğrencilerin yaşadığı bölgeye benzer Şekilde bir dere ve tarla yer almakta ve zaman zaman kuruyup taŐmaktadır. Harezmi'nin ikinci dereceden denklemlerin geometrik çözümlerini ilham alan etkinliklerde yer alan problemlerde, öğrencilerin özdeşlikleri elde etmelerine olanak tanıyacak kare Şeklinde bir tarla belirlenmiŐ ve tarlanın iki yanından dere geçtiği bilgisi verilmiştir. Derenin zaman zaman taŐmasıyla tarlanın her iki yanından toprak aŐındırması ve kurumasıyla tarlaya eklenmesi hikyesiyle öğrencilerin farkların karesi ve toplamaların karesi özdeŐliđine ulaŐabilecekleri problemler kurgulanmıŐtır. Etkinliklerde kullanılmak üzere hazırlanan problemler, iki konu alanı uzmanı ve iki matematik ğretmeni ile Şekil, hedefler ve öğrencilerin seviyesine uygunluk açısından deđerlendirilmiŐtir. Yapılan değerlendirmeler sonucunda etkinliklerin, öğrencilerin ilgisini çekebilecek ve etkileşimli bir tartışma ortamı oluŐmasını sağlayabilecek ve hedeflenen özdeşlik ifadelerine ulaşmaya uygun etkinlikler olduğu konusunda fikir birliğine varılmıŐtır.

2.6. Verilerin Analizi

Bu araştırmada, nesnelleştirme teorisine dayalı bir öğrenme ortamında özdeŐliklerin elde edilmesi sürecinde öğrencilerin akıl yürütmeleri, sosyal süreçleri ve uygulama sürecinin nasıl gerçekleştiği resmedilmek istenmiştir. Bu sebeple araştırmada, ğrenci etkinlik dokümanları ses ve video ile elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz, bir amaç için yapılmış olan araştırma sonucunda toplanan verilerin düzenlenmesi ve yorumlanmasıyla okuyucuya sunulması olarak ifade edilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Veri analizinin ilk aşaması, veri toplama sürecinde elde edilen ses kayıtlarının transkript edilmesiyle baŐlamıŐtır. Ses kayıtları transkript edilirken öğrenciler 1, 2... 12 Şeklinde kodlanmıŐtır. Veri analizinin ikinci aşamasında, transkript edilen diyaloglar araŐtırmacı ve konu alanı uzmanı tarafından öğrencilerin akıl yürütmeleri, hataları ve etkinlik sürecinde yaşanan sosyal süreçler açısından incelenmiştir.

Akıl yürütmeler incelenirken, öğrencilerin problemlere yaklaşımlarının nasıl olduğu ve problemin çözümünü nasıl gerçekleştirdikleri anlaŐılmaya çalıŐılmıŐ ve yorumlanmıŐtır. Örneğin; birinci etkinlikte yer alan problemin çözümünde öğrenciler, deđiŐen uzunluğu ifade ederken akıl yürütmüŐler ve deđiŐen uzunluğu cebirsel olarak ifade edebilmişlerdir. Bu süreçte öğrenciler arasında gerçekleşen diyalogda, 9 problemi anlamaya çalışırken ‘‘İki yanından dere geçmektedir.’’ Şeklinde ifade etmiş ardından 10 elleriyle soruda dere olan kısmı göstererek ‘‘İki yanı Şu taraf.’’ olarak 9'un cümlesinin devamı niteliğinde soruyu kendi cümleleriyle açıklamıŐtır. Diyalogun devamında 9 yine problemi kendi cümleleriyle ‘‘Bir metre aşınma meydana geliyormuş’’ Şeklinde ifade ederken 12 akıl yürütmesinin bir rneği olarak ‘‘ $x - 1$ olacak’’ Şeklinde geriye kalan uzunluğu ilişkin cebirsel ifadeye ulaşmıştır.

Etkinliklerin analizinde amaç, hataların analizinden daha çok nesnelleştirme sürecinin birçok açıdan incelenmesi ve sürecin daha net bir Şekilde ifade edilebilmesidir (Radford,

2015). Sürecin daha net ifade edilebilmesi için etkinlik sürecine ait ses kayıtlarından elde edilen transkriptler, öğrencilerin kavramsal ve işlemsel hataları açısından analiz edilmiştir. Analizlerde, öğrencilerin cebirsel ifadelerle yapılan işlemlerde, cebir ve geometri ilişkisinin kurulmasında hataları tespit edilmiş ve tespit edilen hatalar betimsel olarak ifade edilmiştir. Örneğin Ö1 ikinci etkinlikte yer alan problemin çözümüne ilişkin çözümünü “ $(x - y) \cdot (x - y) = x^2 - xy - xy + y^2$ eşittir $x^2 - xy^2$ ” şeklinde sözel olarak ifade etmiş ve benzer olmayan cebirsel ifadelerin toplanması hatasına düştüğü tespit edilmiştir. Etkinlik sürecinde elde edilen veriler verilen örneğe benzer şekilde analiz edilmiştir.

Sosyal süreçler analiz edilirken; ses kayıtlarının transkriptleri, etkinlik sürecinde öğrenci-öğrenci ve öğretmen öğrenci arasında gerçekleşen diyaloglar şeklinde iki ayrı kategoride incelenmiştir. Öğrenciler arasında gerçekleşen sosyal süreçler incelendiğinde öğrenciler arasında işbirliği, çatışma ve ikna süreçlerinin yaşandığı fark edilmiş, fark edilen bu kavramlara göre veriler tekrar gözden geçirilerek analiz edilmiştir. Her bir kavram ayrı ayrı incelenmiş ve kavramlar arasındaki ilişkiler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin işbirliği sürecinin nasıl gerçekleştiği, çatışmaya sebep olan durumların neler olduğu ve çatışmalar sonucunda birbirlerini nasıl ikna ettikleri, ikna etme sürecinde hangi argümanları ortaya koydukları transkriptlerden elde edilen öğrenci diyalogları ile kanıtlandırılarak ayrıntılı olarak ifade edilmiştir. Öğrenciler arasında gerçekleşen sosyal süreçlerin analizinin ardından öğretmen-öğrenci arasında gerçekleşen sosyal süreçler incelenmiştir. Diyalogların analizinde, öğretmen öğrenci arasında nasıl bir iletişimin olduğu irdelenmiş ve iki yönlü bir etkileşimin olduğu fark edilmiştir. Öğrencilerin öğretmenle iletişimde, ilerleyemedikleri durumlarda destek alma ve onaylanma kavramları ortaya çıkarken öğretmenin öğrenciyle iletişimde ipucu verme, onaylama ve sorular sorma kavramları ortaya çıkmıştır. Ortaya çıkan her bir kavrama yönelik diyaloglar tekrar incelenmiş ve ilişkiler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Örneğin öğretmenin öğrencilere hangi durumlarda ne sebeple sorular sorduğu irdelenmiş, öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatma, problem ile ilgili düşüncelerini anlama, hatalarını fark ettirme ve farklı çözüm yollarına yöneltme gibi alt kavramlara ulaşılmıştır.

Veri analizinin üçüncü aşaması olarak fark edilen durumlar video kayıtları izlenerek tasdiklenmiş ve ayrıntılandırılmış ayrıca öğrenci etkinlik dokümanlarından da bu aşamada yararlanılmıştır. Örneğin birinci etkinlikte yer alan problemin çözümünde Ö6 “Bunun alanı x^2 dir” cümlesinde kare şeklindeki tarlanın tamamını ifade ettiği video kayıtları incelenerek anlaşılmıştır. Bir başka örnek olarak Ö1’in “ $(x - 1)$ ’dir burası, buraya kadar da $(x - 1)$ ” ifadesiyle şeklin hangi kısmından bahsettiğinin belirlenebilmesi için video kayıtlarına başvurulmuştur ve tarlanın aşınma sonucunda geriye kalan kenarlarını gösterdiği anlaşılmıştır. Bu gibi durumlar diyaloglarda parantez içinde ifade edilmiştir. Bu paragrafta verilen örnek üzerinden devam etmek gerekirse Ö1’in “ $(x - 1)$ ’dir burası, buraya kadar da $(x - 1)$ ” cümlesinin yanına parantez içinde “(Tarlanın geriye kalan kenarlarını göstererek.)” ifadesi iliştilenmiş böylece incelenen durum nesnelleştirme süreçlerinin göstergesi olarak resmedilmiş ve betimlenmiştir. Veri analizinin üçüncü aşamasında özellikle öğrencilerin akıl yürütmeleri ve süreçte gerçekleştirdikleri hatalar incelenirken, öğrenci etkinlik dokümanlarına başvurulmuş ve analizler sonucunda ortaya çıkan durumlara kanıt olarak öğrenci etkinlik dokümanlarından kesitler sunulmuştur. Benzer şekilde öğrencilerin yaşadığı sosyal süreçlerin analizinde video kayıtlarından alınan fotoğraf kareleri sürecin göstergesi olarak sunulmuştur.

3. BULGULAR

Bu bölümde araştırmada gerçekleştirilmiş olan etkinliklerin analizinden elde edilmiş olan bulgulara yer verilmiştir. Bulgular; öğrencilerin akıl yürütmeleri, hataları ve etkinlik sürecinde gerçekleşen sosyal süreçler olmak üzere üç temel kategoride incelenmiştir. Bu kategorilere ait bulgular ve kanıtlar bu bölümde sunulmuştur.

3.1. Akıl Yürütmeye İlişkin Bulgular

Araştırmanın bu bölümünde, nesnelleştirme teorisine dayalı bir öğrenme ortamında özdeŐliklerin elde edilmesi sürecinde öğrencilerin gerçekleştirdikleri akıl yürütme süreçlerinin analizinden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Uygulama sürecinde üç etkinlik gerçekleştirilmiş ve öğrencilerin etkinliklerde gerçekleştirdikleri akıl yürütmeler deđerlendirilmiŐtir. Değerlendirmelerden elde edilen bulgulara göre öğrencilerin; cebir ve geometri ilişkisinin kurulmasına, problemin çözümünde geliŐtirilen stratejilere ve stratejilerin uygulanmasına yönelik akıl yürütmeleri tespit edilmiş ve bu bölümde ifade edilmiştir. Problemlerin çözümünde farklı stratejiler geliŐtirilmesi istenen öğrencilerin akıl yürütmeleri de ayrıca incelenmiş ve bu bölümde sunulmuştur.

3.1.1. Cebir Geometri İlişkisinin Kurulmasına Yönelik Akıl Yürütmeler

Nesnelleştirme teorisine dayalı hazırlanan etkinliklerde, cebir ve geometri ilişkisi temel alınmıŐ ve öğrencilerden cebir geometri ilişkisini kurgulayarak bazı özdeşliklere ulaşmaları beklenmiŐtir. Öğrencilerin özdeşliklere ulaşma sürecinde, cebir ve geometri ilişkisinin kurulmasına yönelik akıl yürütmeleri incelenmiş ve öğrencilerin deđiŐen uzunluklarla karŐılaŐmaları durumunda gerçekleştirdikleri akıl yürütmeler ayrıntılı olarak ifade edilmiştir.

Etkinliklerden elde edilen veriler incelendiğinde tüm grupların kare Şeklindeki tarlanın alanını cebirsel olarak ifade edebildikleri görülmüştür. Yani kenarı bilinmeyen kare Şeklinde bir alanı " x^2 " olarak ifade etmişlerdir. Bu ifadeye bireysel olarak ulaŐan gruplar olmakla birlikte, grup içi tartışma ile de ulaŐan gruplar olduğu görülmektedir. Üçüncü grubun cebir geometri ilişkisinin kurulmasına yönelik akıl yürütmeleri ve kare Şeklindeki tarlanın alanını cebirsel olarak ifade edebilmeleri, Diyalog 1'de görülmektedir.

Diyalog 1:

Ö9: (Tarlanın kenarlarını göstererek) x x değil mi?

Ö12: x x çarpı

Ö10: x daha x^2

Ö11: x^2

Ö10: Evet.

Ö9: (tarlanın olduğu kısmı göstererek) Buranın alanı x^2 mi?

Ö12: x^2

Ö10: x^2 evet

Ö9: Yazalım hadi

Birinci problemde dere tarlanın her iki yanından birer metrelik aşınma gerçekleŐtirmektedir. AŞınma sonucunda öğrencilerin tarlanın kenarlarını ifade etmede kullandıkları akıl yürütmeler incelenmiş ve bütün grupların kare Şeklindeki tarlanın aşınması sonucunda geriye kalan kenar uzunluğunu veren $(x - 1)$ ifadesine ulaştıkları görülmüştür. Birinci grup bu ifadeye ulaşırken öğretmenin ipuçlarından destek almış ikinci ve üçüncü grup ise grup içi tartışmalarla geriye kalan uzunluğu veren ifadeye ulaşmıştır. Üçüncü grubun bu süreçteki akıl yürütmeleri aşağıda Diyalog 2'de görülmektedir.

Diyalog 2:

Ö9: Şimdi kenarı x değil mi?

Ö10: Evet.

Ö9: İki yanından dere geçmektedir.

Ö10: İki yanı Şu taraf. (Parmağıyla aşınan kenarları göstererek soruyu anlamaya çalışıyor.)

Ö9: Bir metre aşınma meydana geliyormuş.

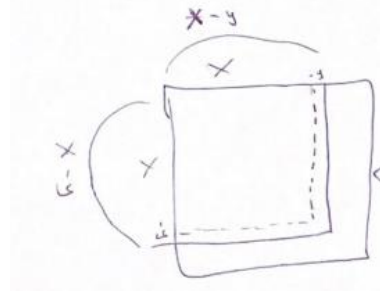
Ö12: $x - 1$ olacak.

Ö9: Bunlar $x - 1$ olacak. (AŞınma sonucu geriye kalan kenarlar gösterilerek)

Ö12: Tamam.

Diyalog 2’de da görüldüğü gibi öğrenciler, aşınan kenarların uzunluğunu cebirsel olarak temsil etmeye çalışırken problemi kendi cümleleriyle ifade etmişler bununla birlikte küçük grup tartışmasıyla cebir ve geometri ilişkisini kurabilmişlerdir. Diyaloglarda dikkat çeken bir diğer nokta ise öğrencilerin nesnelleştirme sürecinde olduklarıdır. Bu durum yukarıdaki diyalogun dördüncü ve yedinci satırında yer alan parantez içindeki ifadelerde açıkça görülmektedir. Öğrenciler akıl yürütmelerini jestleri ile destekleyerek ifade etmişlerdir. Bu durum öğrencilerin nesnelleştirme sürecinde olduğunun bir kanıtıdır.

İkinci grup da cebir ve geometri ilişkisini grup içi tartışmalar, çatışma, ikna süreçleri ve akıl yürütmelerle başarılı bir şekilde gerçekleştirmiştir. Öğrencilerin cebir geometri ilişkisini kurabildiklerinin bir göstergesi olarak Ö5’e ait etkinlik görseli Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. Ö5’e ait etkinlik dokümanı.

Üçüncü etkinlikte yer alan problemde, kare şeklindeki tarlanın iki yanından geçmekte olan tarla kurumakta ve tarlaya katılmaktadır. Dolayısıyla tarlanın kenarı ve alanı artmaktadır. Probleme karşı karşıya kalan öğrenciler, tarlanın kenarının artması durumunda oluşacak yeni uzunluğun cebirsel ifadesini belirlerken cebir geometri ilişkisini kurmuşlar ve akıl yürütmelerini bu doğrultuda gerçekleştirmişlerdir. Cebirsel ifadenin belirlenmesinde, önceki etkinliklerde kullandıkları akıl yürütmelerden yararlanmışlardır. Bu süreç üçüncü etkinlikte Diyalog 3’te olduğu gibi gerçekleşmiştir.

Diyalog 3:

Ö9: Bu aşınan kısım eksiydi artı mı oluyor? Artı y değil mi?

Ö12: Evet o zaman burası da +y (Diğer kenarı göstererek)

Ö9: O zaman burası x burası da x (Tarlanın ilk kenarlarını göstererek)

Ö12: Evet.

Ö9: Şimdi burası +y (Derenin bir kenarını göstererek)

Ö12: Hepsi katılıyor tamamı.

Ö9: Tamam +y değil mi?

Ö12: Hepsi katılıyor tamamı.

Ö9: Tamam +y değil mi?

Ö12: Son durumda böyle oluyor. (Şeklin tamamını göstererek)

Ö9: Tamam o zaman y’yi ekleyeceğiz.

Ö12: x + y

Diyalog 3’te görüldüğü gibi öğrenciler istenilen uzunluğu bulurken önceki akıl yürütmelerinden yararlanmışlardır. Ayrıca parantez içindeki ifadeler de öğrencilerin nesnelleştirme sürecinin örnekleri olarak gösterilebilir.

Etkinlik sürecinde öğrencilerin cebir ve geometri ilişkisine yönelik akıl yürütmeleri genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin nesnelleştirme teorisine dayalı bir öğrenme ortamında grup içi tartışmalarla cebir ve geometri ilişkisinin kurulmasına yönelik akıl yürütmelerde buldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin grup içi akıl yürütmeleri sonucunda cebir ve geometri ilişkisini doğru bir şekilde kurabildikleri saptanmıştır.

3.1.2. Çözüm Stratejilerinin Belirlenmesi ve Uygulanmasına Yönelik Akıl Yürütmeler

Etkinlik süreci incelendiğinde öğrencilerin akıl yürütmelerle problemlerin çözümün stratejilerini belirledikleri tespit edilmiştir. Bu bölümde öğrencilerin problemin çözümüne yönelik geliştirdikleri çözüm stratejileri ve stratejilerin uygulanması sürecinde gerçekleşen akıl yürütmeler her bir etkinlik için ayrı ayrı ifade edilecektir.

i. Birinci Etkinlikte Yer Alan Problemin Çözüm Stratejisinin Belirlenmesine ve Uygulanmasına İlişkin Akıl Yürütmeler: Birinci etkinlikte yer alan problemde kare şeklindeki tarlanın iki kenarlarından birer metre aşınmış ve geriye kalan alanı veren cebirsel ifade istenmiştir. Birinci etkinlikte problemin çözümüne yönelik kurgulanan çözüm stratejileri ve stratejilerin uygulanması ayrıntılı olarak incelenmiştir. İncelenen etkinlik süreci sonunda, geriye kalan alanın cebirsel olarak ifade edilmesinde iki farklı yaklaşımın ortaya çıktığı görülmüştür. Birinci yaklaşımda, birinci ve üçüncü grup öğrencileri geriye kalan alanı, geriye kalan kenarların çarpımıyla göstermeye çalışmışlardır. Cebir ve geometri ilişkisine yönelik akıl yürütmelerin verildiği bölümde ifade edildiği gibi öğrenciler tarlanın aşınması sonucu geriye kalan uzunluğu cebirsel olarak ifade etmişler ve karenin alanın kenarların çarpımı olduğu bilgisine dayanarak stratejilerini kurgulamışlardır. Birinci grubun bu süreçte gerçekleştirdikleri akıl yürütmeler Diyalog 4’te görüldüğü şekilde gerçekleşmiştir.

Diyalog 4:

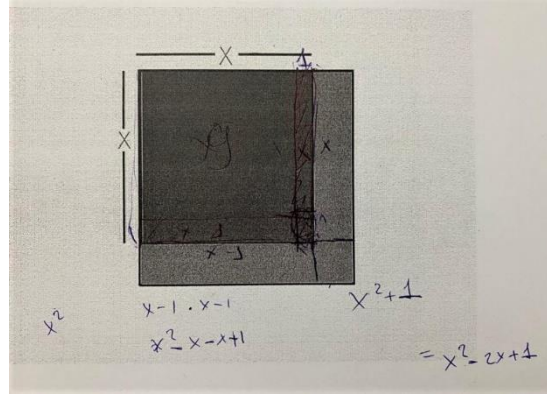
Ö1: $x - 1$ dir burası, buraya kadar da $x - 1$ (tarlanın geriye kalan kenarlarını göstererek)

Ö2: Çarpı $x - 1$

Ö1: Evet burada da $x - 1$ var. $x - 1 \cdot x - 1$ çarparsak.

Ö2: Tamam çarp.

Diyalog 4’te verilen örnekte de görüldüğü gibi çıkan kısımdan ziyade geriye kalan alanlara odaklanılmış ve aşınmanın ardından geriye kalan kenarları çarparak sonuca ulaşacaklarını ifade etmişlerdir.



Şekil 2.Ö1’e ait etkinlik dokümanı.

Üçüncü grupta da benzer bir çözüm stratejisi görülmüştür. Burada dikkat çeken bir diğer unsur ise birinci grupta bu süreç iki öğrenci arasındaki etkileşimle gerçekleşirken, üçüncü grupta daha çok üyenin etkinliğe katılımıyla gerçekleşmiştir. Öğrencilerin problemin çözümünde kullandıkları yöntemi daha iyi anlayabilmek için birinci grup Ö1’e ait görsel Şekil 2’de verilmiştir. Üçüncü grup da birinci gruba benzer bir yaklaşım göstermiştir. Karenin alanının kenarların çarpımı olduğu bilgisine dayanarak aşınan kısımdan geriye kalan kenarın cebirsel ifadesi olan $(x - 1)$ ’leri çarpmışlardır. Bu cebirsel ifadelerin çarpımını bulurken dağılma özelliğini kullanmışlardır. Üçüncü grubun bu süreçteki akıl yürütmeleri Diyalog 5’te görülmektedir.

Diyalog 5:

Ö9: Şimdi kenarı x değil mi?

Ö10: Evet

Ö9: İki yanından dere geçmektedir.

Ö10: İki yanı şu taraf. (Öğrenci okuduğu soruyu anlamlandırmaya çalışırken elleriyle işaret ediyor.)

(Ö9 soruyu okumaya devam ediyor ve okudukça anladıklarını kendi cümlesiyle açıklıyor)

Ö9: 1 metre aşınma meydana geliyormuş.

Ö12: $x - 1$ olacak

Ö9: Bunlar $x - 1$ olacak

Ö12: Tamam. $x - 1$, $x - 1$ çarpıyoruz.

Ö9: $(x - 1) \cdot (x - 1)$ böyle mi? (Kâğıt üzerinde işlemleri yapıyor)

Ö12: $-1x - 1x$

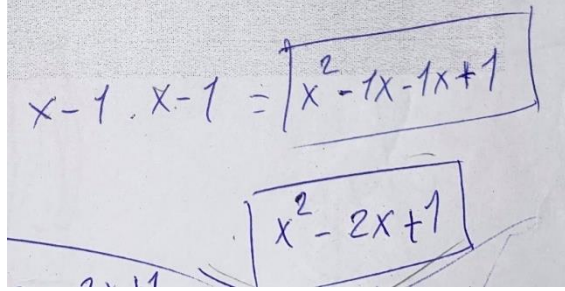
Ö9: $-2x$

Ö9: $x^2 - 2x + 1$ (olduğunu savunuyor)

Ö9: (Ö12'ye soruyor) Nerenin alanını bulduk?

Ö12: Şurası mı?

Yukarıda Diyalog 5'te görüldüğü gibi öğrenciler, cebir ve geometri ilişkisini kurarak grup içi tartışmalarla stratejilerini belirlemişler ve doğru bir şekilde uygulamışlardır. Öğrenciler birlikte bir sonuca ulaşmışlar ancak diyalog 7'nin on üçüncü ve on dördüncü satırında görüldüğü gibi buldukları cebirsel ifadenin nerenin alanını temsil ettiği konusunda emin olamamışlar ve sorgulamışlardır. Diyalogun devamında, grup içi tartışmalarla işlemlerini anlamlandırmışlar ve birbirlerini ikna etmeye çalışmışlardır. Verilen diyaloglarda öğrencilerin özdeşliğe ulaşma süreci gösterilmeye çalışılmıştır. Üçüncü grubun birinci problemin çözümünde cebirsel ifadelerin çarpımını nasıl yaptıkları ve problemin sonucuna nasıl ulaştıkları Şekil 3'te net bir şekilde görülmektedir.


$$(x-1) \cdot (x-1) = x^2 - 1x - 1x + 1$$
$$x^2 - 2x + 1$$

Şekil 3.Ö12'ye ait etkinlik dokümanı

Birinci etkinliğe ait problemin çözümüne yönelik stratejiler incelendiğinde iki farklı yaklaşım tespit edilmiş ve bunlardan ilki yukarıda sunulmuştur. Problemin çözümde kurgulanan diğer yaklaşım ise tarlanın aşınan kısmın alanlarının tek tek bulunup tarlanın ilk alanından çıkarılması şeklindedir. Bu stratejiyi kurgulayan ikinci grup üyeleri, tarlanın geriye kalan kenarı $(x - 1)$ olarak göstermiş olsalar da çıkan kısmın kısa kenarı için “-1” ifadesini kullanmışlardır. İkinci grubun çıkan alanları tek tek bularak tüm alandan çıkarmaya yönelik yaklaşım sergilemeleri ve öğretmenin de bu bakış açısının üstüne giderek öğrencileri yönlendirmesiyle probleme diğer gruplardan farklı bir şekilde yaklaştıkları görülmüştür.

ii. İkinci Etkinlikte Yer Alan Problemin Çözüm Stratejisinin Belirlenmesine ve Uygulanmasına İlişkin Akıl Yürütmeler: Birinci etkinlikte, derenin aşınan kenarlarına ait uzunluk verilmiş ve öğrenciler bu problem durumuna uygun özdeşliği oluşturmuşlardır. İkinci etkinlikte ise aşınan kısım verilmemiş ve son durumda tarlanın alanı istenmiştir. İkinci etkinliğe ait verilerin analizinde öğrencilerin birinci etkinlikte kullandıkları stratejilerden yardım aldıkları görülmüştür. İkinci etkinlikte de birinci etkinlikte olduğu gibi çözüme yönelik iki farklı yaklaşım karşımıza çıkmıştır. Öğrenciler ikinci etkinliğin çözüm stratejisini kurgularken, birinci etkinlikte kullandıkları stratejiden yararlanmışlar ve ilişkilendirmişlerdir.

Bu durum, öğrencilerin ikinci etkinlikteki problem durumunu başarılı bir şekilde tamamlamalarına yardım etmiştir.

Etkinlik süreci incelendiğinde birinci yaklaşım olarak karşımıza çıkan stratejide, birinci ve üçüncü grubun birinci etkinliğe benzer bir çözüm stratejisi geliştirdiği görülmüştür. Bu iki grup da tarlanın geriye kalan bir kenarını belirlemiş, belirlenen kenarları çarpmış ve çarpmada dağılma işlemi özelliğini kullanarak grup içi tartışmalarla çözüm stratejilerini kurgulamış ve uygulamışlardır. Bu süreç birinci grupta yer alan öğrencilerde Diyalog 6'da verildiği şekilde gerçekleşmiştir.

Diyalog 6:

Ö2: Tamam $-x-y$ çarpı ay artı mıydı? Tamam $x-y$ çarpı $x-y$ eşittir. x ile x 'i çarparsak

Ö1: x^2

Ö2: x^2 tamam x ile $-y$ 'yi mi çarpsak?

Ö1: xy

Ö2: $-xy$ aynen

Ö2: Sonra $-y$ ile x 'i çarpsak (Dağılma işlemi yapmaya devam ediyorlar.)

Ö1: Yine $-yx$

Ö2: $-yx$ sonra $-y$ ile $-y$ 'yi çarpsak.

Ö1: $-y^2$ (Duraksar)+ y^2 (Hatasını fark edip düzeltir.)Şimdi bunları toplayacağız benzer terimleri. xy ile xy toplanırsa $2xy$

Diyalog 6'da görüldüğü gibi öğrenciler akıl yürütmeleri ile doğru stratejiyi belirleyebilmişler ve dağılma özelliğini adım adım uygulamışlardır. Diyaloğun devamında belirledikleri strateji ile çözümü gerçekleştirmişlerdir. Ancak bazı hatalar yapmışlar ve grup tartışmasıyla hatalarını fark edip doğru sonuca ulaşmışlardır. Diyaloğun devamında çatışma ve ikna süreçleri gerçekleştiğinden bu süreç sosyal süreçlerin incelendiği bölümde ayrıca incelenecektir.

İkinci grubun akıl yürütmeleri incelendiğinde, problemin çözümünde ikinci yaklaşıma göre strateji ürettikleri görülmüştür. Her ne kadar başlangıçta problemin çözümünü birinci ve üçüncü grup gibi $(x - y) \cdot (x - y)$ şeklinde düşünseler de bunun hatalı bir yöntem olduğu kanısına varıp birinci etkinlikte kullandıkları stratejiye geri dönmüşlerdir. Diyalog 7'de problemlerin çözümünde kurgulanan stratejilerden ikinci yaklaşım olarak karşımıza çıkan stratejinin nasıl belirlendiği görülmektedir. İlk dokuz satırda, karenin alanını bulmak için geri kalan kenarların çarpımı stratejisi kurgulanmış daha sonra bundan vazgeçilmiştir.

Diyalog 7:

Ö7: Buraya y de. Yani aşınan bölüme $-y$ de.

Ö5: Burası x burası $-y$ burası $x-y$ (geriye kalan kenarı göstererek)

Ö7: Tamam

Ö6: Tamam

Ö5: Burası da

Ö7: $x-y$ 'dir orası da.

Ö5: $x-y$ (sorunun üstüne yazar)

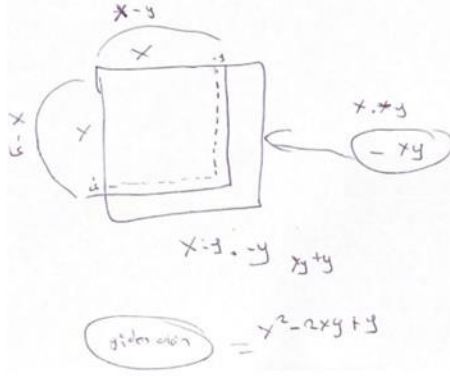
Ö7 Şimdi çarpalım.

Ö5: Çarparsak neyi buluruz. Tüm alanı buluyoruz

Ö7: Yok!

Ö6: Geriye kalanı bulmamız lazım.

Diyalog 7'nin devamında ise öğrenciler alanları ayrı ayrı bulup tüm alandan çıkarmaya çalışmışlardır. Ancak birinci probleme bakarak çözmeye çalıştıkları için çıkan kenarlardan birine cebirsel ifade verirken diğerini gözden kaçırıp " -1 " olarak göstermişler ve bundan dolayı hataya düşmüşlerdir. Ayrıca alanları ayrı ayrı bulmuşlar ancak çıkan alanlardan bir kenarı $(x - y)$ diğer kenarı da " y " olarak ifade edilen alanın hesaplanmasında sorun yaşamışlar ve " y^2 " olarak ifade edilmesi gereken alanı yanlış bulmuşlardır. İkinci grubun ikinci etkinlikte uygulamış oldukları çözüm stratejisine yönelik işlemler Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Ö5'e ait etkinlik dokümanı

İkinci etkinlikte bulunan problemin çözümünde tüm gruplar birinci etkinlikte kullandıkları stratejileri tekrar kullanmışlar ve çözümü bu şekilde gerçekleştirmişlerdir. Bu da problemler arasında ilişkilendirme yaptıklarını ve geliştirdikleri stratejileri sadece bir problem için kullanmayıp benzer problemlerde kullanabildiklerini göstermiştir. İkinci etkinlikte de birinci etkinlikte olduğu gibi çözüme yönelik iki farklı yaklaşım tespit edilmiştir.

iii. *Üçüncü Etkinlikte Yer Alan Problemin Çözüm Stratejisinin Belirlenmesine ve Uygulanmasına İlişkin Akıl Yürütmeler:* İlk iki etkinlikte yer alan problemlerde tarlanın kenarlarından alanlar aşınırken üçüncü etkinlikte yer alan problemde tarlaya yeni bir alan katılmaktadır. Öğrencilerden tarlaya katılan alanın bulunması için ilk iki etkinlikte kazanılan alan cebir ilişkisi kurma, cebirsel işlem yapabilme becerilerini uygulamaları beklenmektedir. Ekinlik sürecine ait veriler analiz edildiğinde en dikkat çeken unsurun, öğrencilerin etkinliği beş dakika gibi çok kısa bir sürede bitirmeleri olduğu görülmüştür. Bunun sebebinin de diğer etkinliklerde kurguladıkları çözüm stratejisini etkin bir şekilde kullanmaları olduğu söylenebilir. Diğer etkinliklerde kullandıkları çözüm stratejileriyle ilişkilendirerek hızlıca çözüme ulaşmaları, kavramsal derinleşmelerini başarıyla gerçekleştirdiklerinin bir göstergesidir. Etkinlik sürecinde dikkat çeken bir diğer nokta ise bu öğrencilerin daha çok bireysel olarak hareket etme eğiliminde olduklarıdır.

Etkinlik süreci öğrencilerin akıl yürütmeleri açısından incelendiğinde birinci ve üçüncü grubun ilk iki etkinlikte kullandıkları strateji ile devam ettikleri görülmüştür. Birinci ve üçüncü grup kare şeklinde olan tarlanın alanını bulurken karenin kenarları uzunluklarının çarpımından yararlanmışlar ve üçüncü etkinlikte de aynı stratejiyi kullanmışlardır. İkinci grubun ise birinci etkinlikte kullandığı tüm alandan çıkan kısımların tek tek hesaplanıp çıkardıkları çözüm stratejisini değiştirmişler ve kenar uzunluğundan yararlandıkları bu strateji değişikliğinden dolayı grupta çatışmaların yaşandığı ancak yine de birbirlerini ikna ederek sonuca ulaştıkları görülmüştür.

Öğrencilerin çözümleri incelendiğinde, birinci grubun derenin kenarını bilinmeyen olarak almak yerine 1 metre olarak kabul ettiği görülmüştür. Tarlanın bir kenarını " $x + 1$ " olarak ifade etmişler ve tarlanın alanını da " $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ " şeklinde bulmuşlardır. Buldukları çözüm probleme göre yanlış olsa da bu ifade kenarı " $x + 1$ " metre olan bir tarlanın alanını bulabileceklerini ve farklı gösterimlerle ifade edebileceklerini göstermektedir. Birinci grup öğrencilerinden Ö2'ye etkinlik dokümanı Şekil 5'te verilmiştir. Grupta yer alan diğer öğrencilerin dokümanlarında da aynı ifadeler yer almaktadır.

3) Dere kurusaydı ve kuruyan alan tarlaya katılsaydı tarlanın yeni alanı ne olurdu?

$$\cancel{x+1} \cdot \cancel{x+1} = \cancel{x^2 + x + x + 1} = \cancel{x^2 + 2x + 1}$$

Şekil 5. Ö2'e ait etkinlik dokümanı

Çözümü bitirdiklerini düşünen birinci grup üyeleri öğretmenden yardım istemişler ve öğrenciler ile öğretmen arasında Diyalog 8'de gerçekleşmiştir.

Diyalog 8:

Öğretmen: Derenin uzunluğunu biliyor musunuz?

Ö2: y diyelim.

Ö1: y ve y (Dere olarak verilen bölgelerin kenarlarına y yazıyor.)

Ö2: $x + y$ çarpı $x + y$ (yazıyor ve çözmeye çalışıyor ancak grup arkadaşları bir müdahalede bulunmuyor)

Ö2: $x^2 + xy + xy + y^2$ hocam bulduk. $x^2 + 2xy + y^2$

Diyalog 8'de görüldüğü gibi öğretmenin sorduğu soruyla öğrenciler hatasını fark etmişler ve akıl yürütmeleriyle hızlıca çözümü bulmuşlardır. Ancak çözümün bulunmasında işbirliği olmadığı göze çarpmıştır. Ö2 çözümü üstlenmiş ve hızlıca sonuca ulaşmaya çalışmıştır.

Akıl yürütme sürecinde fark edilen bir diğer durum ise öğrencilerin stratejilerini belirlerken diğer etkinliklerde kullandıkları stratejilerden yararlanmaları olmuştur. Bu duruma örnek olarak üçüncü grubun çözümleri gösterilebilir. Daha önce kullandıkları stratejilerle ilişki kurduklarını sözel olarak ifade ettikleri görülmüştür ve bu süreç Diyalog 9'daki gibi gerçekleşmiştir.

Diyalog 9:

Ö9: Şimdi eksi yerine artı diyeceğiz. (Diğer problemlerde eksilen alanları eksi ile gösterirken bu problemde alanın eklendiğini tespit ediyor ve eklenen alanları artı ile gösteriyor)

Ö12: Yaptık hocam.

Ö10: Bizimle ilgilenmiyor.

Ö9: Nasıl yaptığımı anlat çabuk.

Ö12: Tamam buraya eksi yerine artı yazacağız.

Ö9: Neden artı koyduk? (Sorguluyor ve anlamaya çalışıyor) He katılsaydı diyor ekleniyor o yüzden artı diyoruz. (Akıl yürüterek sorunu çözüyor.)

Ö12: Evet

Ö10: Evet

Ö12: Artı artı sonra bunları çarpıyoruz sonra kalanları çarpıyoruz. (Stratejiyi belirledi. Diyalogun devamında grup arkadaşları ile tartışarak sonuca ulaşıyorlar.)

İkinci grubun çözüm stratejisi incelendiğinde ise beklenmedik bir durum göze çarpmaktadır. İlk iki problemde kullandıkları stratejiyi (çıkan alanların ayrı ayrı bulunup tüm alandan çıkarılması) kullanmaları beklenirken strateji değişikliğine (tarlanın bir kenarının cebirsel ifadesinin bulunup iki kenarın çarpılması ile alanın bulunması) gittikleri görülmüştür. Bunun nedeninin diğer grupta bulunan arkadaşlarının çözümlerinden etkilenmeleri olabileceği gibi, önceki eğitim yaşantılarından gelen kültürel anlamlarla da bu stratejiye yönelmiş olabilecekleri düşünülmektedir. Aşağıda Diyalog 10'da kurdukları stratejiyi açık bir şekilde görebiliriz.

Diyalog 10:

Ö5: Ö7 dereye bir +y koysana.

Ö7: Tamam +y koydum.

Ö5: x ve y'nin toplamı?

Ö7: $x + y$

Ö5: Bak burası da $x + y$ (Kenarı cebirsel olarak ifade ediyorlar.)

Ö7: Çarpı $x + y$

Ö5: Çarpı $x + y$

Ö7: Eee ne oluyor.

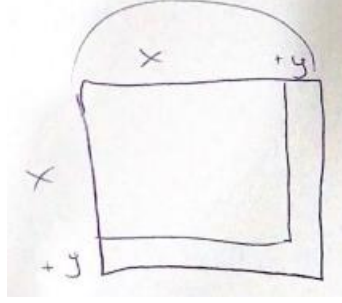
Ö5: Bununla bunu çarp. (Alanı bulmak için strateji kuruyorlar.)

Ö7: Öyle çarpma öyle çarpma

Ö5: Tamam x çarpı x eşittir kaçtır? $2x$ (Cebirsel ifadelerin çarpımında hata yapıyor.)

Ö7: Hayır x^2 (Arkadaşının hatasını düzeltiyor.)

Diyalog 10'un devamında Ö7 doğru sonuca ulaşırken Ö5 dağılma işleminde hatalar yapmıştır. Bunu sonucunda Ö7, Ö5'i ikna ederek sonuca kesin olarak ulaşmışlardır. Öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinden biri de şekil çizme stratejisi olmuştur. Böylece cebir ve geometri ilişkisini rahatça kurabilmişlerdir. Buna örnek olarak Ö5'in yapmış olduğu çizim Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6.Ö5'e ait etkinlik dokümanı

Etkinlik süreci öğrencilerin çözüm stratejilerinin belirlenmesi ve uygulamasına ilişkin akıl yürütmeleri açısından incelenmiş ve elde edilen bulgular yukarıda sunulmuştur. Elde edilen bulgulara göre nesnelleştirme teorisine dayalı bir öğrenme ortamında öğrenciler, akıl yürütmelerle problemlerin çözüm stratejilerini belirlemiş ve belirlenen stratejileri grup içi tartışmalarla uygulayabilmişlerdir. Üç etkinlik genel olarak incelendiğinde, birinci etkinlikte öğrencilerin daha önce görmedikleri gerçek bir problemle karşılaştıkları ve problemin çözümünde farklı stratejiler geliştirdikleri ve bu geliştirdikleri stratejileri de diğer etkinliklerde kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür.

3.2. Hatalara İlişkin Bulgular

Etkinliklerin analizinde amaç hataları analiz etmekten ziyade bilginin nesnelleştirilmesi sürecinin bazı unsurlarını göstermektir. Ancak bu süreçte gerçekleşen aksaklık ve hataların da kısaca gösterilmesi, sürecin daha net bir şekilde anlaşılması için gerekli olduğu düşünüldüğünden etkinlik sürecinde yaşanan sorunlar ve hatalardan kısaca bahsedilecektir.

Öğrencilerin cebirsel ifadelerle işlemler konusunda eksiklikleri ve hatalı öğrenmeleri tespit edilmiştir. Bu eksiklikler birinci grup ve ikinci grupta daha yoğun bir şekilde görülmüştür. Öğrenciler cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma ve çarpmada hatalar yapmışlardır. Bu hataları öğretmenin soruları ve yardımıyla fark etmiş ve düzeltmişlerdir. Birinci etkinlikte öğrencilerin cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemine yönelik yaptıkları hatalar aşağıdaki Diyalog 11'de verilmiştir.

Diyalog 11:

Ö2: $x - 1$ çarpı $x - 1$ ile x 'i çarparsak x^2 , x ile 1 'i çarparsak $-1x$ yine sonra -1 ile -1 'i çarparsak $+1$ eşittir $x^2 - 2x + 1 = x^2 - 3x$

Öğrencilerin yaptığı işleme bakıldığında, bir cebirsel ifadeyle bir tam sayıyı toplama yanılığına düştükleri görülmektedir. Diyalogun devamında öğrenciler, öğretmeni yanlarına çağırılmışlardır. Öğretmenle yaptıkları tartışmada, öğretmenin sorular sormasıyla hatalarını fark etmişler ve doğru sonuca ulaşmışlardır.

Birinci grup, ikinci etkinlikte de benzer bir hataya düşmüş ve birinci etkinlikte olduğu gibi cebirsel ifadelerin toplanmasına ilişkin kavram yanılığına düşmüşlerdir. Öğrencilerin bu süreçte gerçekleştirdiği konuşmalar adiyalog 12'de verilmiştir.

Diyalog 12:

Ö1: $(x-y)(x-y)=x^2-xy-xy+y^2$ eşittir x^2-xy^2

Ö2: Yok bu yanlış yanlış.

Ö2: $-xy-xy$ eşittir çarpma değil ki bu?

Ö1: Toplayacağız. Benzer terimler toplanıyor ya. Değil mi Ö4? Çarpmada benzer terimler toplanmıyor mu?

Ö4: Toplanıyor.

Ö1: $-xy - xy = xy^2 + y^2$

Ö2: Bak işte çarpma değil bu toplama.

Ö1: Ö2 çarptık ya şimdi toplayacağız.

Ö2: E tamam eksi ile eksinin toplamı nedir? (Soru sorarak arkadaşını ikna etmeye çalışıyor.)

Ö1: $-y^2$ 'dir. Bu ikisi $x^2 - xy$

Ö2: $x^2 - xy^2$

Ö1: Tamam xy^2

Ö2: $-2xy$

Diyaloğun birinci satırından anlaşılacağı üzere başta “ $-xy - xy$ ” ifadesinin toplanmasında hatalar yapılmış Ö2 yapılan hatayı fark etmiş ve itiraz etmiştir. Ö1’de benzer terimlerin toplanması gerektiği ile ilgili argümanını sunmuş ancak diyalog incelendiğinde bu bilgisini kullanmakta zorluk yaşamış ve hatalar yapmıştır. Bu durum öğrenciler arasında tartışmaya sebep olmuştur. Ancak sonuç olarak Ö2 doğru sonuca ulaşmış ve diyaloğun devamında grup arkadaşlarını ikna etmiştir.

Etkinlik süreci incelendiğinde, karşılan bir diğer hata öğrencilerin dağılma özelliğini kullanırken gerçekleştirdikleri işlemsel hatalarıdır. Öğrenciler dağılma özelliğinin kullanımında hatalar yapmışlar ve bu hatalara süreç boyunca birden fazla kez rastlanmıştır. Şöyle ki ikinci grup, birinci etkinlikte aşınan kısımların alanlarını bulurken aşınan alanın kenarlarını doğru belirlemiş ancak kenarın çarpılarak alanın bulunması aşamasında dağılma özelliğini kullanmada hataya düşmüşlerdir. Öğrencilerin “ $(x - y) \cdot -y$ ” işleminde “ $-xy + y^2$ ” bulmaları gerekirken Şekil 7’de yer alan şekildeki sonucu bulmuşlar ve cebirsel ifadelerde dağılma özelliğini kullanırken hataya düşmüşlerdir. Yapılan hataya ilişkin etkinlik dokümanı aşağıda verilmiştir.

$x^2 - 2xy + y^2$

Şekil 7. Ö5’e ait etkinlik dokümanı

İkinci grupta yer alan Ö7’nin daha önce yapılmış olan pilot uygulamalarda da bolca karşılaşılan bir hata yaptığı görülmüştür. Süreci betimlemek gerekirse ikinci grupta yer alan öğrenciler, derenin tarlaya katılmasıyla oluşan yeni alanın bir kenarını cebirsel olarak ifade etmişler ve alanı bulmak için kenarların çarpılmasına karar vermişlerdir. Ancak cebirsel ifadeleri çarpmaları sırasında Ö5 klasik bir hata yapmıştır. Şöyle ki $(x + y)$ ve $(x + y)$ ifadelerini çarmış ancak çarpma işlemi esnasında dağılma özelliğini yanlış uygulamış ve “ $x^2 + y^2$ ” ifadesine ulaşmıştır. Ö7, Ö5’in yaptığı bu çözümün hatalı olduğunu fark etmiş ve düzelterek arkadaşını ikna etmiştir. Öğrencilerin bu süreçte yaptıkları konuşmalar aşağıdaki Diyalog 13’te verilmiştir.

Diyalog 13:

Ö5: $+y$ (Ö7’ye dönerek) dereye $+y$

Ö7: $(x + y)$ çarpı $(x + y)$ (söyleyerek yazar)

Ö5: $x^2 + y^2$ hocam bitti.

Ö7: Bu ikisi Ö5 öyle değil (Ö7 iel Ö5 arasında ggeçen tartışmanın sonunda Ö5 kendi çözümü konusunda emin olsa da Ö7 kendi çözümünü Ö5'i ikna ediyor.)

Etkinlik sürecinde işlemsel hatalara ek olarak geometri ve cebir ilişkisinin kurulmasında iki farklı uzunluğun aynı cebirsel ifade ile temsil edilmesinde de hatalar yapılmıştır. İkinci etkinlikte, ikinci grup soruyu okuyup anlamaya çalışmış ve aşınan kısmın kenar uzunluğuna da “ x ” cebirsel ifadesini vermiş böylece iki farklı kenar uzunluğuna aynı cebirsel ifade ile temsil ederek kenar uzunluklarına karşılık gelen cebirsel temsilde hata yapmışlardır. Öğrencilerin iki farklı uzunluğa aynı cebirsel ifadelerle temsil ettikleri tespit edilmiş bu hataya örnek olarak aşağıdaki Diyalog 14’te verilmiştir.

Diyalog 14:

Ö10: Aşınan şuydu galiba bak şu.

Ö12: Aynı diğerleri gibi.

Ö10: Nasıl yani diğerleri gibi.

Ö12: 1 metre aşınmıştı ya hani.

Ö9: Bilinmiyor biz de ona bilinen bir sayı vereceğiz.

Ö10: Evet

Ö9: x vereceğiz değil mi?

Ö12: $(x - x)$ aynısını yapacağız. $(x - x)$ çarpı $(x - x)$

Ö9: Peki neden x verdik?

Ö10: Şurası şuradan çıktığı için x dedik

3.3. Sosyal Süreçlere İlişkin Bulgular

Etkinlik sürecindeki sosyal süreçler öğrenciler arasında ve öğretmen-öğrenci arasında gerçekleşen sosyal süreçler açısından incelenmiştir. Sosyal süreçlere dair yapılan analizler sonucunda elde edilen bulgular bu bölümde verilecektir

3.3.1. Öğrenciler Arasında Gerçekleşen Sosyal Süreçlere İlişkin Bulgular

Etkinlik süreci öğrenciler arasında gerçekleşen sosyal süreçler açısından incelenmiş ve öğrenciler arasında işbirliği, çatışma ve ikna süreçlerinin yaşandığı görülmüş her bir kavram ayrı ayrı incelenmiş ve sunulmuştur. Ancak şunu da ifade etmek gerekir ki bu kavramlar iç içe girişik kavramlardır. Şöyle ki problemin çözümü konusunda fikir ayrılıkları yaşayan öğrenciler çatışma yaşamış ve yaşanan çatışma sürecinde birbirlerini ikna etmeye çalışmış olabilirler ve tüm bu süreç problemin çözümüne yönelik iş birliği süreci olarak da görülebilir. Ancak yine de yapılan analizlerle bu kavramlara yönelik apaçık örnek teşkil edebilecek diyaloglar sunulmaya ve öğrencilerin birbirleriyle yaşadıkları sosyal süreçler ayrıntılı bir şekilde açıklanmaya çalışılmıştır.

i. Sosyal Süreçlerde Yaşanan İşbirliğine İlişkin Bulgular: Nesnelleştirme teorisine dayalı hazırlanmış bir etkinlik sürecinin en önemli faktörlerinden biri öğrenciler arası işbirliğidir. Öğrenciler genel olarak işbirliği ile probleme yönelik stratejiler geliştirmişler ve uygulamışlardır. Her grubun etkinliklerdeki işbirliği süreci ve grup içi katılımları incelenmiş ve aşağıda sunulmuştur.

Birinci grubun etkinlikler boyunca grup içi işbirliği süreci incelendiğinde, işbirliğinin yoğun olarak gerçekleşmediği görülmektedir. Grup içi sorumluluğu daha çok Ö1 ve Ö2 üstlenmiş ve işbirliği bu iki öğrenci arasında gerçekleşmiştir. Ö1 ve Ö2 etkili bir şekilde işbirliği yapmışlar, probleme yönelik çözüm önerileri üretmişler, birbirlerini motive etmişler ve problemde ilerlemeye çalışmışlardır. Ö1 ve Ö2 arasında gerçekleşen işbirliği süreci aşağıda Diyalog 15’te görülmektedir.

Diyalog 15:

Öğretmen. Aşınan kenar bilinmeseydi geriye kalan alan ne olurdu? (Öğretmen soruyu okuyor.)

Ö2: E tamam yapalım. Yaparız yav. Rahat bir şeydir. (Ö1’e dönerek) Bir şey demek ister misin?

(Soruyu tekrar okuyorlar ve anlamaya çalışıyorlar)

Ö2: O zaman aşınan kısım x.

Ö1: Tarlanın alanı x^2 olacak Ö2

Ö2: Tamam

Ayrıca bazı durumlarda Ö2'nin çözüm sürecini devraldığı ve tek başına çözümler yaptığı da fark edilen durumlar arasında olmuştur. Ancak Ö2 özüm süreci devralmaktan rahatsız olmuş ve bu durumu aşağıdaki diyalogun dördüncü satırında dile getirmiŐtir. Ö2 her ne kadar arkadaşlarının çözümüne katılmamasından rahatsız olsa da öğretmene çözümü anlattığında, grup arkadaşlarıyla birlikte çözmüş gibi çözümü birlikte yaptıklarını söylemiştir. Bu durum aslında Ö2'nin grup sorumluluğu bilincine ulaŐtığını göstermektedir. Bu süreç Diyalog 16'daki gibi gerçekleşmiştir;

Diyalog 16:

Ö2: $(x + y)$ çarpı $(x + y)$

Ö2: $x^2 + xy + xy + y^2$ hocam bulduk. $x^2 + 2xy + y^2$

(ok kısa bir sürede buluyor. Arkadaşlarını çözümüne katmak için girişimde bulunmasa da diğer arkadaşlarının çözümüne katılmamasından rahatsız)

Ö2: Bir tek ben yapıyorum Ö4 zaten katılmıyor. Ö1'de yorulmuş. (Bir süre sonra öğretmen yanlarına gelir.)

Öğretmen: Ne yaptınız?

Ö2: Hocam biz yaptık. (Tek başına yapsa da biz diyerek grup arkadaşlarını da çözümüne dâhil ediyor ve devamında çözümü öğretmene anlatıyor.)

Birinci grup öğrencilerinden Ö4'ün ise nadir de olsa etkinlik sürecine katıldığı görülmüştür. Ancak bu katılım Ö4'ün diğer grup arkadaşlarını onaylama davranışından öteye geçememiŐtir. Ö4'ün küçük de olsa işbirliği sürecine nasıl katıldığına örnek Diyalog 17'de yer verilmiştir.

Diyalog 17:

Ö2: Çarpma değil ki bu.

Ö1: Toplayacağız. Benzer terimler toplanıyor ya. Değil mi Ö4? Çarpmada benzer terimler toplanmıyor mu?

Ö4: Toplanıyor.

Birinci gruptaki işbirliği eksikliğini fark eden öğretmen, Ö3 ve Ö4'e etkinlik sürecine katılmaları, işbirliği yapmaları ve grup tartışmalarına katılmaları için desteklemiŐtir. Bazı durumlarda sorumluluklarını hatırlatarak uyarılarda bulunmuştur ve etkinlik sürecine nasıl katılabilecekleri konusunda örnekler vermiŐtir. Bu sürece aşağıdaki Diyalog 18 örnek olarak gösterilebilir.

Diyalog 18:

Öğretmen: Birlikte tartışarak ilerlemeye çalışın. (Ö3 ve Ö4'e yönelik) Burada ne yapabiliriz şeklinde sorular sorabilirsiniz tamam mı? AnlaŐtık mı?

(Öğrencilere problemle ilgili düşüncelerini sorar ve Ö2 problemle ilgili fikirlerini anlatır.)

Öğretmen: -1 alan mı kenar mı?

Ö2: Kenar hocam

Öğretmen: (Ö3 ve Ö4'e yönelik) İşte bunu bu şekilde sizin sormanız gerekiyor. AnlaŐtık mı?

İkinci grupta yer alan öğrenciler işbirliği açısından incelendiğinde, grup sorumluluğunu Ö5 ve Ö7 ve zaman zaman Ö6'nın aldığı Ö8'nin ise sürece bir katkısının olmadığı görülmüştür. İkinci etkinliğin işbirliği sürecine kısa bir örnek olarak Diyalog 19 gösterilebilir.

Diyalog 19:

Ö5: Aşınan kısım var ya buradaki bunun uzunluğunu vermemiş.

Ö7: Tamam işte onun yerine başka bir şey verelim x, y, z

Ö6: x verdik ya.

Ö5: E zaten diğer testte de vermemiş miydi? Sadece x vermişti.

Ö6: Bir metre aşınmış.

Ö7: İşte 1 yerine y yazalım

Ö6'nın ise birinci ve ikinci etkinliğe katılım gösterirken üçüncü etkinliğe herhangi bir katılım göstermediği tespit edilmiştir. Bu sürece örnek olarak Diyalog 13 gösterilebilir. Bu durumun gerekçesi etkinliğin hızlıca sonuçlanması, Ö6'nın etkinlik sürecine tam olarak dâhil olmaması ya da söylenecek olan her şeyi Ö5 ve Ö7'nin söylediğini düşünmesi olarak tahmin edilebilir. Ancak kesin bir şey söylenemez.

Üçüncü gruptaki işbirliği incelendiğinde ise diğer gruplara göre daha çok etkileşim halinde oldukları görülmüştür. Etkinlik sürecinde Ö9, Ö10 ve Ö12 arasında aktif bir işbirliği görülürken Ö11'in etkinlik sürecinde grupla herhangi bir etkileşime girmediği tespit edilmiştir. Bu durumun sebebinin Ö11'in matematik ders başarısının olduğu düşünülmektedir. Üçüncü grubun etkinlik sürecine ilişkin işbirliği örneğine Diyalog 20'de yer verilmiştir.

Diyalog 20:

Öğrenciler $(x-y).(x-y)$ işlemi yapmaya çalışıyorlar.

Ö12: Önce bununla bunu sonra bununla bunu (Eliyle dağılma özelliğinin aşamalarını gösterir.)

Ö10: y ile y'yi

Ö12: y ile x'i

Ö10: xy

Ö12: x^2

Ö9: Tamam

Ö12: Sonra x ile y eksi (Ö10 ile aynı anda) xy sonra y ile x yine $-xy$

Ö9: Sonra yine y ile y

Ö12: y ile y artı y^2

Ö9: Evet bu

Ö12: Bunu bulduk.

Yukarıda görüldüğü gibi öğrenciler işbirliğiyle hareket ettiklerinde özdeşliği rahatça bulmuşlardır. Öğrencilerin gerçekleştirdikleri işbirliği Şekil 8'de görülmektedir.



Şekil 8.Üçüncü gruba ait etkinlik fotoğrafı

Üçüncü grupta yer alan öğrenciler her ne kadar işbirliği içinde olsalar da etkinliğin ilerleyen zamanlarında Ö12 probleme dair bireysel olarak çözüm önerileri getirmiş bu durum Ö10 tarafından tepkiyle karşılanmış ve bu sebepten grup içi tartışmalar yaşanmıştır. Bu durum aşağıda Diyalog 21'de açıkça görülmektedir.

Diyalog 21:

Ö12: Bu ikisi x dediği için bu ikisini çarpıyoruz ve sonuç çıkıyor.

Ö12: Hocam bulduk

Ö10: Sen buldun. (Ö10 birlikte hareket edilmemesinden rahatsız oluyor ve devam konuşmaya devam ediyor.)

Ö10: Madem sen yapıyorsun tek başına bir grup ol.

Böylece etkinlik sürecinde öğrenciler arasında gerçekleşen sosyal süreçlerden işbirliği süreci sunulmuştur.

ii. *Sosyal Süreçlerde Yaşanan Çatışmalara İlişkin Bulgular:* Etkinlik süreci incelendiğinde, öğrenciler her ne kadar işbirliği yapmış olsalar da bazı durumlarda çatışmalar ve bu sebeple tartışmalar yaşanmıştır. Bu çatışmaların sebebi, etkinliklerin çözümüne dair oluşan fikir ayrılıkları, bazı öğrencilerin etkinliğe katılmak istememeleri ya da etkinliği sahiplenip tek başına yürütmek istemeleri olarak sıralanabilir.

Öğrenciler, problemlerin çözümünde grup arkadaşlarından farklı fikirler üretmişler, ya da farklı çözümler gerçekleştirmişlerdir. Bu durum öğrenciler arasında çatışmalar yaşanmasına sebep olmuştur ve yaşanan çatışmalarda öğrenciler kendi fikirlerini savunmuşlardır. Örneğin, ikinci etkinlik ikinci grupta gerçekleşen bir diyalogda cebirsel ifadelerle işlemlerle ilgili bir hata yapılmış ardından Ö2 bu hatayı fark edip yapılan çözüme itiraz etmiş ve Ö1'le bu konuda çatışmıştır. Bu süreç Diyalog 22'de yer verildiği gibi gerçekleşmiştir.

Diyalog 22:

Ö1: $-xy - xy$ eşittir $xy^2 + y^2$

Ö2: *Bak işte çarpma değil bu toplama.*

Ö1: *Ö2 çarptık ya şimdi toplayacağız.*

Ö2: *E tamam eksi ile eksinin toplamı nedir?*

Ö1: $-y^2$ 'dir. Bu ikisi $x^2 - xy$

Ö2: $x^2 - xy^2$

Yukarıdaki diyalogdaki gibi birinci grup arasında probleme yönelik anlaşmazlık devam etmektedir. Diyalogun devamında ise iki öğrenci de hatalarını fark etmiş ve Ö2, Ö1'i ikna etmiştir. Yukarıdaki gibi probleme yönelik çatışmaya bir örnek daha vermek gerekirse ikinci grup öğrencileri arasında gerçekleşen süreç örnek olarak gösterilebilir. İkinci grupta gerçekleşen çatışma sürecinde öğrenciler, kurguladıkları çözüm stratejisinden emin olamamışlar, kararsız kalmışlar ve anlaşmazlığa düşmüşlerdir. İkinci grupta yaşanan bu sürece Diyalog 23'te yer verilmektedir.

Diyalog 23:

Ö5: *Çarparsak neyi buluyoruz. Tüm alanı buluyoruz.*

Ö7: *Evet*

Ö5: *Yok! (Kelimeyi uzatarak itiraz ediyor.)*

Ö6: *Geriye kalanı bulmamız lazım.*

Ö5: *Ö7 dur sen alanı bulmuyorsun.*

Ö7: *Neyi buluyorum?*

Ö5: *x çarpı -y, -xy oluyor.*

İkinci grupta benzer çatışma daha yaşanmış ancak bu çatışmada Ö5 yapılması gereken işlemler konusunda ısrarcı ve aceleci olmuştur. Yaşanan bu olaya Diyalog 24'te yer verilmiştir. Aşağıda yaşanan diyalog öncesinde Ö5 kavram yanılığısına düşmüş Ö7'de bu konuda itirazlarda bulunmuştur ancak Ö5 çözümlerinde ısrarcı davranmıştır.

Diyalog 24:

Ö5: $x^2 + y^2$ hocam bitti.

Ö7: *Bu ikisi Ö5 öyle değil. (Yapılan işlem hatasını göstererek)*

Ö5: *Ö7 x + y çarpı x + y iki tane x olduğu için x^2 olmuyor mu?*

Ö7: *Bak bir dakika x + y parantez içinde.*

Ö5: *Böylede olur bak $x^2 + y^2$*

Ö7: *x + y (işleme devam ediyor.) x^2 artı*

Ö6: *Şuradan şey oldu*

Ö5: *Ya Ö7 dereye bir +y koysana.*

Ö7: *Bir dakika dur Ö5*

Ö5: *Ya bir dereye +y koysan.*

Ö7: *Bir dakika dur 2xy budur Ö5*

Ö5: *Ö7 dereye bir +y koysana*

Ö7: *Tamam artı y koydum.*

Bu çatışmalar yukarıdaki örneklerde de görülebileceği gibi soruyla ilgili olabileceği gibi kişisel sebeplerle de ortaya çıkabilmektedir. Diyalog 25’de ortaya çıkan çatışma ise arkadaşlarının bireysel hareket etmesinden rahatsız olan öğrencilerden dolayı çıkmıştır. Bu örnek sosyokültürel bir etkinlikte yaşanabilecek sorunlara örnek olarak gösterilebilir.

Diyalog 25:

Ö1: *Evet onu çarpıyoruz.*

Ö12: *Öyle değil ya!*

Ö9: *(Ö12’ye ismiyle seslenerek) Bunları çarpacaksınız.*

Ö12: *xy sonra y çarpı y*

Ö11: *Öyle değil.*

Ö12: *-y² (Bireysel olarak çözmeye devam ediyor.)*

Ö10: *Zaten Ö12 kendi başına yapıyor.*

Ö10: *Hocam Ö12 bizimle hiçbir şey yapmıyor.*

Öğretmen: *Ö12 birlikte hareket ediyorsunuz.*

Çatışmalar, yukarıdaki diyalogda görüldüğü gibi problemi tek başına üstlenip çözüm üretmeye çalışan bir öğrencinin tepki çekmesinden çıkabileceği gibi Diyalog 25’te görüldüğü şekilde problemi tek başına üstlenmek zorunda kalan bir öğrencinin durumdan rahatsız olmasıyla da ortaya çıkabilmektedir. Ayrıca etkinlik sürecine katılmak istemeyen öğrencilerin grup arkadaşları tarafından eleştirilmesiyle de ortaya çıkabilmektedir. Aşağıda verilen Diyalog 26’da sorumluluğu tek başına üstlenen Ö2’nin durumdan rahatsız olduğu ve bu durumu grup arkadaşları ile paylaştığı açıkça görülmektedir.

Diyalog 26:

Ö2: *x² + xy + xy + y² hocam bulduk. x² + 2xy + y²*

(Çok kısa bir sürede buluyor. Arkadaşlarını çözüme katmak için girişimde bulunmasa da diğer arkadaşlarının çözüme katılmamasından rahatsız)

Ö2: *Bir tek ben yapıyorum Ö4 zaten katılmıyor. Ö1’de yorulmuş. (Bir süre sonra öğretmen yanlarına gelir.)*

iii. Öğrencilerin İkna Etme Sürecine İlişkin Bulgular: Ekinlik sürecinde dikkat çeken bir diğer unsur ise öğrencilerin birbirlerine itiraz etmeleri bu sebeple çatışmalar yaşamaları ve bu itirazlar sonucu grup arkadaşlarını ikna etmeye çalışmalarıyla diyalektik bir sürecin gerçekleşmiş olduğudur. Bu sürece örnek olarak Diyalog 27 verilebilir.

Diyalog 27:

Ö7: *(Tarlanın alanını göstererek) Burası x² (Aşınan kısımları göstererek) burası 1 olsun. Burası 2 olsun.*

Ö9: *(Ö12’ye soruyor.) Nerenin alanını bulduk?*

Ö12: *Yeni alan.*

Ö9: *Şurası mı? (Eliyle geriye kalan alanı gösteriyor ve doğru anlayıp anlamadığını onaylamaya çalışıyor ve devam ediyor.) Şuranın alanını ne bulduk? (Tarlanın ilk halini göstererek soruyor.)*

Ö12: *x² (aynı anda) Ö9: x² bulduk değil mi?*

Ö9: *Şimdi bizim bu bulduğumuz buranın tamamı mı tarlanın tamamı mı?*

Ö12: *Tamamının.*

Ö9: *He tarlanın tamamı.*

Ö10: *Evet*

Ancak öğrencilerin ortak fikirde olmadığı zamanlarda olmuştur. Bu durumda matematiksel dil becerilerini kullanarak birbirlerini ikna etme süreçleri yaşanmıştır. Öğrencilerin birbirlerini ikna etmelerine örnek olarak verilmiş olan Diyalog 28’de öğrenciler çatışma yaşamış ve sonucunda Ö7 grup arkadaşlarını ikna etmiştir.

Diyalog 28:

Ö6: *Burası x’di burası da x’di.*

Ö7: *x²*

Ö5: *Aşınan kısmın uzunlu bilinmeseydi diyor bak.*

Ö7: *Tamam işte y yaz.*

Ö6: *x olsun neden y ki?*

Ö7: (Sert bir şekilde Ö6'ya)İki tane x 'i nasıl yapacaksın.
 Ö6: Niye ki?
 Ö7: $x + x$ yapabilir misin?
 Ö5: Aşınan kısım var ya buradaki bunun uzunluğunu vermemiş.
 Ö7: Tamam işte onun yerine başka bir şey verelim x,y,z
 Ö6: x verdik ya
 Ö5: Zaten hoca diğer testte de vermemiş miydi? Sadece x vermişti.
 Ö6: İmetre aşınmış
 Ö7:İşte 1 yerine y yazalım
 Ö6: Ne fark eder yani.
 Ö5: (Öğretmene seslenir.) Enine olan uzunluğu değil mi hocam?
 Öğretmen: Evet
 Ö7: y yazalım
 Ö6: x yaz
 (Tarlayı ve dereyi tekrar çizerler)
 Ö7: Buraya y de yani aşınan bölüme $-y$ de.
 Ö5: x burası $-y$ burası $x - y$
 Ö7: Tamam
 Ö6: Tamam
 Ö5: Burası da.
 Ö7: $x - y$ 'dir. Orası da
 Ö5: (Yazarken) $x - y$
 Ö7: Şimdi çarpalım.

Diyalog 28'de öğrenciler arasında gerçekleşen sosyal süreçlere ilişkin bulgular verilmişti. Sosyal süreçlerde fark edilen akıl yürütme, çatışma ve ikna kavramları ayrı ayrı incelenmiş nesnelleştirme teorisine göre hazırlanmış bir öğrenme ortamında bu kavramlara ilişkin süreçlerin nasıl gerçekleştiği incelenmiş ve sunulmuştur.

3.3.2. Öğretmen – Öğrenci Arasında Gerçekleşen Sosyal Süreçlere İlişkin Bulgular

Öğrenciler arası iletişime ek olarak öğretmen öğrenci arasındaki iletişim ve öğretmenin öğrencilerin etkinlikte kendilerini nasıl konumlandıkları da sürecin derinlemesine incelenmesi açısından önemlidir. Öğretmen ve öğrenciler arası iletişime bakıldığında sorumluluğu öğrencilerin üstlendiği ve takılmadıkça ya da onay ihtiyacı duymadıkça öğretmenden yardım almadıkları görülmektedir. Öğretmenin ise sürece öğrenciler başvurmadıkça müdahale etmediği fark edilmiştir. Sosyal süreçler öğretmen öğrenci arası iletişim açısından incelendiğinde öğretmenin problem çözme sürecine çok az müdahale ettiği görülüyor. Öğretmenin birinci etkinliğe göre ikinci etkinlikte, öğrencilere çok daha az müdahale ettiği ve daha az ipucu verdiği görülmüştür. Bunda öğrencilerin etkinlik sürecini kavraması ve birinci etkinlikteki hatalarını tekrarlamamaları gösterilebilir.

Öğretmen-öğrenci arasındaki süreç incelendiğinde, öğrencilerin öğretmenle ilerleyemediklerini düşündükleri durumlarda ve yaptıkları işlemlerde onaylanma ihtiyacı duyduklarında iletişime geçtikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin onaylanma isteğine yönelik öğretmenle iletişime geçmesine örnek olarak Diyalog 29 verilebilir.

Diyalog 29:
 Ö1:Hocam bulduk.
 (Öğretmen yanlarına gelir.)
 Ö2: Hocam biz bu bilinmeyen alana y dedik $-y$ oluyor çünkü çıktığından. $x - y$ çarpı $x - y$ eşittir $x^2 - xy - xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$ çünkü iki tane y var y^2 (Çözümlerini anlatıyorlar ve onay bekliyorlar.)
 Öğretmen: Evet.

Öğretmen-öğrenci arasındaki iletişim süreçleri öğretmenin öğrenci ile iletişimi açısından incelenmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda öğretmenin öğrencilerle iletişimde

çoğunlukla sorular sorduğu tespit edilmiştir. Öğretmenin hangi durumlarda sorular sorduğu incelenmiş ve öğrencilerin problem hakkında ne düşündüklerini anlamak, ön bilgilerini hatırlatmak, hatalarını fark ettirmek, yeni stratejiler üretmelerini sağlamak ve öğrencilere ipuçları vermek amacıyla sorular sorduğu tespit edilmiştir. Öğretmenin sorular sormadan kurduğu diyaloglar incelenmiş ve bu diyaloglarda öğretmenin öğrencileri onayladığı, motive ettiği ve takıldıkları kısma yönelik cevabı söylediği tespit edilmiştir. Etkinlik süreci incelenmiş ve her bir duruma açıkça örnek teşkil edecek diyaloglarla açıklanmaya çalışılmıştır. Örneğin Diyalog 30'un birinci satırında öğretmenin öğrencilerin ne düşündüklerini ve hangi fikirler ürettiklerini anlamak amacıyla sorduğu soru açıkça görülmektedir.

Diyalog 30:

Öğretmen: Buraya kadar ne düşündünüz? Açıklayın bakalım bana. (Öğrenciler yaptıkları işlemi açıklıyorlar. Öğrencilerin anlattıkları işlemde kavram yanlışlığına düştükleri ve $2x$ ile 1 toplayarak $3x$ buldukları görülüyor. Bunun üzerine de öğretmen aşağıdaki şekilde devam ediyor.)

Öğretmen: Peki biz x ile biri toplayabilir miyiz?

Ö2: x ile 1 'i değil de hocam $2x$ ile 1

Öğretmen, öğrencilerin hata yaptığı durumlarda hatalarını fark etmelerini sağlamak amacıyla onlara sorular sormuş ve ön öğrenmelerini hatırlatmaya çalışmıştır. Bu durumu Diyalog 31'de görebiliriz.

Diyalog 31:

Öğretmen: $2x$ ile 1 'i toplayabilir miyiz? (Bir cebirsel ifade ile bir tam sayının nasıl toplandığını hatırlatmaya çalışıyor)

Ö1: Hayır (Ö2 ile Aynı anda)

Ö2: Evet

Öğretmen: Burada x var mı? (1 'in olduğu kısmı göstererek) $-3x$ dediğin şey $-2x-x$ değil mi?

Ö1: $2x+1$ (Öğretmenin demek istediğini anlıyor ve doğru sonuca ulaşıyor.)

Yukarıdaki diyalogun birinci satırında görüldüğü gibi öğrencilere cebirsel ifadelerle işlemlerle ilgili ön öğrenmelerini hatırlatmak amacıyla öğrencilere sorular sorduğu tespit edilmiştir. Diyalogun yedinci satırında ise öğrencilere hatalarını fark ettirmek üzere ipucu verdiği ve öğrencilerin de hatalarını fark edip düzelttikleri görülmektedir. Öğretmen-öğrenci arasında gerçekleşen sosyal süreçlerde fark edilen bir diğer durum ise öğretmenin, öğrencilerin tılandıkları ve ilerleyemedikleri durumlarda ilerlemelerini sağlayacak ipuçları vermesidir. Öğretmen ipuçları verirken sorular sormuş direkt olarak ipucu verdiği durumlar nadiren yaşanmıştır. Öğretmenin öğrencilere takıldıkları durumlarda ipucu vermelerine Diyalog 32 örnek olarak verilebilir.

Diyalog 32:

Ö7: $-2x + 1$

Öğretmen: Peki tüm alan neydi?

Ö5: x^2 O zaman x^2 'den çıkarırsak.

Öğretmen: Çıkartıyor muyuz? (Şaşırmış bir ses tonuyla) Zaten bunu (Çıkan Kenarları göstererek.)eksi ile çarptın çıkıyor diye tekrar eksi ile çarparsan ne olur? (Öğrencilere hatalarını anlamaları için ipucu veriyor.)

Ö7: Toplamış oluruz. (İpucunu fark ediyor.)

Öğretmen: Evet. Topla Ö5

Ö5: Toplayacak mıyız şimdi? Hımm anladım.

Ayrıca öğretmen kavramsal derinleşmeyi arttırmak ve cebir geometri ilişkisini kavrayabilmek amacıyla çözümü bulan öğrencilere sorular sormuştur. Buna ek olarak yine farklı çözüm yolları bulmalarını sağlamak amacıyla öğrencilerin kullandıkları stratejide yer alan matematiksel özellik olmasaydı problemi nasıl çözebileceklerini sormuştur. Bu süreç Diyalog 33'te olduğu gibi gerçekleşmiştir.

Diyalog 33:

Öğretmen: Diyelim ki dağılma özelliğini bilmiyordunuz? Geriye kalan alanı nasıl bulurdunuz?

Ö1: Yapamazdık ki

Öğretmen: Bir düşünün bakalım. Bir tarlamız var o tarladan belli bir miktar çıkarılıyor. (Öğretmen öğrencileri cebir alan ilişkisiyle problemi çözmeleri için yönlendiriyor.)

Diyalog 33'te görüldüğü gibi öğretmen öğrencilerin kavramsal derinleştirmelerini arttırmak amacıyla sorular sormuştur. Ancak öğrencilerin kurguladıkları stratejiden farklı bir strateji geliştirmekte zorlandıkları ve farklı çözümleri geliştiremedikleri görülmüştür.

Öğretmen-öğrenci arasında fark edilen bir diğer durum ise öğretmenin, öğrencileri desteklemesi ve zorlandıkları durumlarda ilerlemelerini sağlamak amacıyla onları motive etmeye çalışması olmuştur. Öğretmenin öğrencileri motive etmesine yönelik örnek aşağıdaki diyalogda verilmiştir. Motive etme cümlesi Diyalog 34'ün dördüncü satırda açıkça görülmektedir.

Diyalog 34:

Ö7: $2x + 1 + x$ değil mi hocam? $x^2 + 1 + x$

Öğretmen: (Daha önce buldukları sonucu göstererek) Burada sanki $-2x + 1$ bulmuştunuz?

Ö6: $-2 + x$ olmaz mı?

Öğretmen: İki dakika daha uğraşın. Güzel bir yolla gidiyorsunuz. Bakalım sonuca ulaşabilecek misiniz?

Öğrenciler yaptıkları çözümler sonucunda öğretmeni gruplarına çağır mışlar ve yaptıkları çözümleri anlatmışlardır. Bu gibi durumlarda öğretmen, doğru cevabı bulan öğrencileri "Evet", "Tamam", "Doğru" gibi kısa cümlelerde onaylamıştır. Bu sürece örnek olacak durumlardan bir tanesi Diyalog 35'te verilmiştir.

Diyalog 35:

Ö2: Hocam biz yaptık. $(x + y)$ çarpı $(x + y)x^2 + xy + xy + y^2$ eşittir $x^2 + 2xy + y^2$

Öğretmen: Tamam (Vücut diliyle de onaylar)

Ö2: İşte zeka küpüyüz.

Ö2: LGS'de çıksa yapardık. (Öğrencilerin motivasyonu artıyor ve özdeşliklerle ilgili soruları çözebileceklerine inanmaya başlıyorlar.)

Öğretmen-öğrenci etkileşiminde fark edilen bir diğer durum ise öğretmenin öğrencilerin ilerleyemediğini düşünüdüğü durumlarda ipuçlarına ek olarak öğrencilerin bir sonraki adıma geçmelerine yardımcı olacak şekilde doğru cevabı söylemesi olmuştur. Aşağıdaki diyalogda öğrenciler bir cebirsel ifade ile tam sayının çarpımında hata yapmışlardır bu duruma öğretmenin yaklaşımı Diyalog 36'da olduğu gibi olmuştur.

Diyalog 36:

Ö5: x çarpı -1 , $x-1$ 'dir değil mi hocam?

Öğretmen: x çarpı -1 nedir Ö5?

Ö6: Aynı kalıyor hocam.

Öğretmen: Nedir? x çarpı -1

Ö7: $x-1$ değil mi hocam?

Öğretmen: x çarpı 1

Ö5: x

Öğretmen: Tamam yani $-x$ (tukandıkları ve ilerleyemedikleri noktada doğru cevabı söyleyerek ilerlemelerini sağlamaya çalışıyor.)

Öğretmen-öğrenci arasında gerçekteşen iletişim süreçlerinde öğretmen vurgulu bir ses tonu kullanmış ve beden diliyle anlatmak istediğini desteklemiştir. Öğretmenin etkinlik sürecinde kullandığı jestlere örnek Şekil 9'da verilmektedir.



Şekil 9.Öğretmenin etkinlik sürecinde kullandığı jest

4. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, sosyokültürel bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikleri elde etme süreci incelenmiştir. Bu bölümde öğrencilerin özdeşlikleri elde etme sürecinde geliştirdikleri çözümlere ve sosyal süreçlere dair sonuçlara yer verilmiştir.

Özdeşlik kavramı ile ilgili hiçbir ön bilgiye sahip olmayan sekizinci sınıf öğrencilerinin sosyal ve kültürel yapılarıyla uyumlu problemlerle özdeşlikleri oluşturma süreçleri incelenmiştir. İncelenen etkinliklerde öğrencilerin alan korunumu kavrayabilmiş oldukları ve kenar geometri ilişkisini doğru bir şekilde kurdukları görülmüştür. Örneğin; $(x + 1)^2$ özdeşliğini bulmaya yönelik olarak hazırlanmış olan birinci etkinlikte öğrenciler cebir ve alan ilişkisini kurmuşlar ve kenarı “ x ”olarak verilmiş bir karenin alanını “ x^2 ”olarak ifade edebilmişlerdir. Koçlarhisar (2012) yapmış olduğu çalışmasında kenar ve alan ilişkisinin kavranabilmesinde alan korunumunun kavranmış olmasının ön koşul olduğunu belirtmiştir.

Geometrik olarak değişmiş olan bir uzunluk öğrenciler tarafından cebirsel olarak ifade edilebilmiş böylece uzunluk ile cebir ilişkisi kurulmuştur. Örneğin birinci problemde, kare şeklindeki alan tarla olarak verilmiş ilk alandır. Kare şeklindeki alanın iki kenarından birer metrelik aşınmalar gerçekleşmiş ve son alanın bulunması istenmiştir. Aşınmayla geriye kalan kare şeklindeki alanın bir kenarı tüm gruplar tarafından $(x - 1)$ olarak ifade edilmiştir. Böylece öğrencilerin uzunluk ve cebir ilişkisini kavramsal olarak kurabildikleri ve düşüncelerini cebirsel temsillerle ifade edebildikleri görülmüştür.

Problemlerin çözümünde iki farklı çözüm stratejisi göze çarpmaktadır bu stratejilerden ilki şu şekildedir. Birinci ve üçüncü grubun kullandığı bu stratejide bir kenarı $(x - 1)$ olarak ifade edilen bir karenin alanını bulurken $(x - 1) \cdot (x - 1)$ işlemini yaparak problemin çözümüne ulaşılmıştır. İşlem yapılırken çarpma işleminin toplama işlemi üzerinde dağılma özelliğini kullanmışlardır. Ünlüer (2019) yapmış olduğu araştırmasında çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliğinin kavramsal bir biçimde algılanabilmesi için modelleri ve doğal sayı kullanılan etkinliklerde öğrencilerin beklenen görevleri eski yaşantılarından elde ettikleri bilgileri kullanarak rahatlıkla yapılabileceği böylece dağılma özelliğinin kavramsal olarak anlamlandırılabilceğini ifade etmiştir.

Öte yandan dağılma özelliğinin kullanıldığı işlemler yapılırken öğrencilerin parantez kullanmadıkları tespit edilmiştir. Her ne kadar parantez kullanılsa da bu durum problemlerin çözümünde bir soruna neden olmamıştır.

Öğrencilerin cebirsel ifadelerle işlemlerde kavram yanlışlarına sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu kavram yanlışlarının sebebinin cebirsel ifade kavramının doğasının anlamlandırılmaması olduğu düşünölmektedir. Örneğin “ $(x - 1) \cdot (x - 1)$ ” işleminde yapılan dağılıma işleminin sonucunda öğrenciler “ $x^2 - 2x + 1$ ” ifadesine ulaşmış ancak birinci grup bu cebirsel ifadeyi toplayarak “ $x^2 - 3x$ ” olarak ifade etmiş ve kavram yanlışısına düşmüşlerdir. Araştırması esnasında benzer bir kavram yanlışını tespit eden Kocakaya Baysal (2010) değişkenin yok sayılarak bir cebirsel ifade ile bir tam sayının toplanmasıyla öğrencilerin değişken kavramına farklı anlamalar yüklediklerinin kanıtı olduğunu ifade etmiştir.

Öğrenciler, tarihsel olarak oluşturdukları sosyoköltürel anlamlara göre farklı çözüm yolları geliştirmişlerdir. Örneğin ikinci grup birinci problemde yer alan tarlanın aşınan kısmında geriye kalan alanı bulurken, aşınan alanın bir kenarını “-1” ile göstermişlerdir. Buradan negatif sayıları çıkarma anlamında kullandıkları anlaşölmaktadır. Çıkan alanlar parçalara ayrılmış ve her birinin alanını temsil eden cebirsel ifadeler bulunarak çıkan kısım tespit edilmiştir. Negatifle ifade ettikleri alanı ilk alandan çıkarma fikrine kapılmışlardır. Negatifle ifade ettikleri bir alanı başlangıçtaki alandan çıkarmaları durumunda aslında toplama işlemi yapmış olacaklarını fark edememişlerdir. Benzer şekilde Ünlüler (2019) öğrencilerin özdeşlikler konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerini incelediği araştırmasında kavramsal ve işlemsel becerilerin bir arada kullanıldığı durumlarda öğrencilerin zorluk yaşadığını ifade etmiştir.

Öğrencilerin değişen durumlara karşı aksiyon alabildikleri ve çözüm yollarını değişen duruma göre uyarlayabildikleri görölmüştür. Örneğin; ikinci problemde kare şeklindeki tarlanın aşınan kısmın uzunluğunun bilinmemesi durumunda geriye kalan alanın ne olacağı sorusuna öğrenciler, bilinmemesi durumuna uygun cebirsel ifade yazabilmüşlerdir. Burada bilinmeyen uzunluk için “y” harfinin kullanılması dikkat çekmektedir. Öğrenciler, problemlerde değişen durumlar için önceki çözümlerinden yola çıkarak çözüm üretmişlerdir. Öğrenciler uzunluğu verilmeyen aşınan kısım yerine “y” ve “z” gibi başka bir cebirsel ifade verebileceklerini ifade etmişlerdir. Öyle ki Ö7 bu durumu “İşte 1 yerine “y” yazalım” şeklinde özetlemiştir. Burada öğrencilerin eleştirel bir bakış açısıyla problemlere yaklaştıkları ve karşılaştıkları yeni durumları önceki çözümleriyle ilişkilendirebildikleri görölmektedir. Benzer şekilde Adıyaman (2019) öğrencilerin cebirsel akıl yürötmelerine dair yansımaları yer verdiği araştırmasında öğrencilerin bir problem için yapmış oldukları değerlendirmeleri sonra karşılaştıkları problemlere uyarlayabildiklerini ifade etmiştir. Öğrencilerin üçüncü etkinliğin çözümünde birinci ve ikinci etkinlikten faydalandıkları ve diğer problemlerle ilişkilendirdikleri görölmüştür. $(x + y)^2$ özdeşliğinin elde edilmesine yönelik kurgulanan üçüncü etkinlikte “ x^2 ” olarak ifade edilen kare şeklindeki tarlanın her iki yanından geçen dere kurumuş ve tarlaya eklenmiştir ve son durumda tarlanın alanının ne olacağı sorulmuştur. Öğrenciler bu problemi de ilk iki etkinlikte yer alan problemlerle ilişkilendirmişlerdir. Örneğin Ö9 bir önceki etkinlikte bulunan “ $x^2 - 2x + 1$ ” cebirsel ifadesini göstererek “Şimdi - yerine + diyeceğiz” şeklinde ifade ederek bir önceki problemle ilişkilendirme yapmıştır. Benzer şekilde Ö2 ve Ö5 de şekil üzerinden bir önceki etkinlikte “-y” olarak ifade ettikleri uzunlu “+y” olarak ifade edilmesi gerektiğini söylemişlerdir. Böylece öğrencilerin değişen durumlara karşı farklı temsil biçimlerini ifade edebildikleri, sorunlarla karşılaştıklarında dahi öğretmenin ipuçlarıyla gerekli çözümlere ulaştıkları söylenebilir. Adıyaman (2019) bu durumu öğrencilerin ilk kez temsiller arası geçiş yapmaları gereken bir durumda sorun yaşasalar dahi gerekli yönlendirmelerle bu sorunu aşabildikleri ve benzer geçişleri sonra karşılaştıklarında problemlerde çok daha kolay bir şekilde yapabileceklerini ifade etmiştir.

Öğrencilerin hazırbulunuşluk eğitimi almış olmalarına rağmen kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmektedir. Örneğin; $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ özdeşliğinin elde edilmesine yönelik hazırlanmış olan üçüncü etkinlikte, ikinci grup üyeleri problemin çözümünü $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ olarak ifade ederek ilk iki etkinlikte görülmeyen bir kavram yanlışına düşmüşlerdir. Koylahisar (2012) araştırmasında aynı kavramsal yanlışlığa sahip olan öğrencilerle ilgili geometrik ve cebirsel ispat yapamadıklarından dolayı hatalarını fark edemediklerini söylemiştir. Ancak bu çalışmada öğrenciler hatalarını grup tartışmasıyla fark etmişler ve kavram yanlışlarını düzelterek doğru sonuca ulaşabilmişlerdir.

Etkinlik sürecinin tamamı sosyal süreçler açısından ele alındığında karşımıza iki yapı ortaya çıkmaktadır. Bu yapılar öğrencilerin grup içi ve gruplar arası sosyal süreçleri ve öğretmen öğrenci arasında gerçekleşen sosyal süreçlerdir. Öğrencilerin grup içi sosyal yapıları incelendiğinde birkaç kavram ortaya çıkmaktadır. Bunlar öğrencilerin birbirleriyle olan iletişimlerinden ortaya çıkan kavramlardır. Bu kavramlardan ilki işbirliğidir. Öğrencilerin işbirliği ve dayanışmayla problemlere çözüm üretebildikleri görülmektedir. Nitekim Radford (2020) ortak çalışma ve emek nesnelleştirme kuramının ana unsuru olduğunu bundan dolayı insanın sosyal, tarihi, kültürel bir varlıktır ve ilişkisel olduğunu belirtmektedir.

Tespit edilen grup içi sosyal yapılardan ikincisi ise öğrencilerin yaşamış oldukları çatışmalardır. Öğrenciler her ne kadar etkinlik sürecinde dayanışma ve işbirliği içinde olsalar da bazı durumlarda çatıştıkları görülmektedir. Yaşanan bu çatışmalar, probleme yönelik ortaya atılan fikirlerden kaynaklanabileceği gibi öğrencilerin sorumluluk alma konusunda karşılıklı beklentilerin karşılanamamasından da kaynaklanabilmektedir. Örneğin, problemlerin çözümünde farklı fikirler ortaya atan öğrenciler birbirlerine tepki göstermişler böylece grup içi tartışmalar ortaya çıkmıştır. Bu tartışmalar problemin çözümünde kilit görevi görmüş ve süreci kavramsal olarak derinleştirmiştir. Öğrenciler problemin çözümü ile ilgili ürettikleri fikirlerin savunmuşlar ve birbirlerini ikna etmeye çalışmışlardır. İkna etme süreçleri de grup içi sosyal süreçlerde ortaya çıkan bir diğer kavram olmuştur. Grup üyeleri fikirleri konusunda birbirlerini ikna edebilmek için argümanlar sunmuşlar ve kendi fikirlerini savunmuşlardır. Benzer şekilde Cardozo Limas ve Bautista Albornoz (2016) araştırmalarında ortak bir amaç için çalışan öğrencilerin arasında anlaşmazlık olsa bile görevlerine bağlı kaldıklarını ve işbirliği ile birlikte çalıştıklarını ifade etmiştir. Yaptıkları çalışmada etkinlik sürecinde birlikte çalışma, sorumluluk alma, diğerleriyle ilgilenme, (öğrencilerin birbirlerini desteklemesi, kendisinin ve diğerlerinin güçlü ve zayıflıklarının farkında olması ve ihtiyaçlarını tanıması) saygı duymak (bireysel farklılıkların farkında olma, öğretmene saygı duyma ve verilen önerileri dikkate alma) gibi kavramların süreci açıkladığını ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da benzer kavramlar ortaya çıkmıştır. Sorumluluk alan, birbirlerini destekleyen ve saygı duyan gruplarda işbirliği görev bilincinin varlığından söz etmek mümkündür. Ancak bazı durumlarda sorumluluk almak istemeyen ve etkinliğe müdahil olmayan öğrenciler diğer grup üyeleri tarafından tepkiyle karşılanmışlardır. Diğer grup üyeleri yapıcı eleştirilerden uzak eleştirilerde bulunmuş ve grup üyelerinin ortak sorumluluk alması gerektiği konusunda fikirlerini dile getirmişlerdir. Etkinliklere ortak sorumluluk öğretmenin de dikkat ettiği bir nokta olmuş ve etkinliğe katılmayan öğrencileri dâhil edebilmek için onları motive etmeye çalıştığı görülmüştür.

Grup içi yaşanan sosyal süreçlerin yanı sıra etkinlik boyunca öğretmen ve öğrenci arasında da bir sosyal süreç göze çarpmaktadır. Öğretmen öğrenci arasında gerçekleşen sosyal süreçte, öğretmenin etkinlik sürecine çok fazla müdahil olmaması sebebiyle yoğun bir etkileşim görülmemiştir ancak öğrencilerin ilerleyemedikleri ve öğretmenden yardım istedikleri durumlarda ya da sürecin nasıl ilerlediğini görmek istediğinde öğrencilerle iletişim kurmuştur. Etkinlik süreci öğretmen ve öğrenci iletişimi açısından değerlendirildiğinde, öğretmenin öğrencilerle daha çok sorular sorarak iletişim kurduğu görülmüştür. Öğretmenin

öğrencilere yönelttiği sorular ayrıca deđerlendirilmiŐtir. Bu değerlendirmenin sonucunda; öğretmenin öğrencilere önceki bilgilerini hatırlatmak, hatalarını fark ettirmek, yeni çözümlerine sevk etmek, problemle ilgili düşüncelelerini ortaya çıkarmak ve yaptıkları çözümlerden emin olup olmadıklarını kontrol etmek amacıyla sorular sorduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğretmen, öğrencilere problemleri farklı bir şekilde çözümlerini öğrencilere sormuş böylece öğrencilerin eleştirel düşünmelerini geliştirmek ve farklı çözümlerini fark etmelerini sağlamak istemiŐtir. Örneğin birinci etkinlikte, dağılma özelliği ile çözümlerini gerçekleŐtiren birinci grup üyelerine dağılma özelliğini bilmemeleri durumunda problemin çözümlerini nasıl gerçekleŐtirebileceklerini sormuş ve farklı bir çözümlerini üretmeleri için öğrencileri güdülemiŐtir.

Öğretmenin kurduğu iletişimde karşılaşılan bir diğer nokta ise öğrencilerin dikkatini çekmesini ya da bir durumu fark etmelerini sağlamak amacıyla bazı durumlarda vurgulu bir ses tonu kullanmış jest ve miniklerle de bu durumu desteklemiŐtir. Cebir öğrenme ve öğretme sürecini göstergebilimsel açıdan inceleyen Danişman (2020)'de benzer şekilde öğretmenin cebir öğretme sürecinde sözlü ve sözsüz iletişim göstermelerini eşzamanlı olarak kullandığını böylece verilmek istenen mesajın daha güçlü ve doğru bir şekilde aktarılabilmesini ifade etmiştir. Ayrıca öğretmenin öğrencilere ipuçları vermesinin ve onları motive etmesinin sebebinin, öğrencileri derse daha aktif katılmalarını sağlamaya yönelik olduğunu ifade etmiştir. Aynı şekilde bu araştırmada da öğretmen öğrencilerin ilerleyemediğini fark ettiği durumlarda öğrencilere ipuçları vermiş, onları daha çok işbirliği yapmaları konusunda motive etmiştir. Son olarak öğrencilerin yaptıkları iŐlemlerden emin olmadıkları durumlarda ise kısa onay cümleleri (evet, tamam, doğru) ile öğrencilere geri bildirimlerde bulunduğu görülmüştür.

Sosyokültürel ve etkileşimli bir öğrenme ortamında öğrencilerden belli bir sistemi takip etmeleri beklenen, genelleme ve soyutlama becerisi gerektiren uygulamalarda verimli ve etkileşimli bir öğrenme sürecinin gerçekleŐebilmesi için öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerinin etkinlik için uygun olması gerekmektedir. Bu sebeple sosyokültürel öğrenme ortamında gerçekleştirilecek öğrenme etkinliklerinde hazırbulunuŐluđun tespit edilerek eksik kalan noktaların kazandırılması, bir ön değerlendirme ve uygulamayla sürecin baŐlaması önerilmektedir.

Öğrencilerin cebir kavramını anlamlandırma sürecini desteklemek için alan ve cebir kavramlarının iliŐkilendirildiđi etkinliklerinin uygulanması ve sürece dair notların alınarak etkinliklerin geliŐtirilmesi önerilmektedir. Uygulama sürecinde öğretmenler tarafından, öğrencilere kendilerini rahatça ifade edebilecekleri bir öğrenme ortamı oluŐturulmalı ve problemlerin çözümlerinde zorlukların üstesinde gelebilmeleri için öğrencilere fırsat vermelilerdir. Öğretmen uygulama sürecinde öğrencilerin ön öğrenmeleri ve matematiksel becerilerinin farkında olarak ve fazla bilgiden kaçınarak gerekli ipuçlarını vermelidir. Verilecek ipuçlarında öğrenci farklılıkları gözletmeli ve öğrenciye göre ipuçları verilmelidir. Ayrıca jest ve mimiklere dikkat edilmesi önemli noktalarda vurgulamalar yapılması önerilmektedir. Etkinlikler sırasında sosyal süreçlerden kaynaklı oluŐabilecek sorunların önlenmesi adına öğrenciler sorumluluk, saygı ve işbirliği konusunda bilgilendirilmelidir. Yapılacak araştırmalarda etkinliklerin saklı kalmıŐ noktalarının aydınlatılması için öğrencilerle görüŐmeler yapılabilir.

Yapılan araştırmada bir gruba ait kısa bir zaman diliminde gerçekleşen öğrenme ortamına ilişkin süreç ele alınmıştır. Yapılacak olan çalışmalarda farklı sosyokültürel ortamlarda ve matematiğin alt öğrenme alanlarına ilişkin öğrenme sürecine ait dinamikler sosyal, kültürel, ekonomik ve tarihsel açılardan incelenebilir. Laird (1995)'e göre kültürel ve sosyal yapıda gerçekleşen farklılıklar kişinin geliŐiminde ve öğrenmesinde farklılıklara neden

olmaktadır. Her sınıf ortamının da kendine has bir kültür oluşturduğu göz önüne alınırsa araştırmanın farklı bağlamlarda gerçekleştirilmesi önerilmektedir. Örneğin iki ayrı bağlamda eş zamanlı olarak gerçekleştirilecek bir etkinlikle öğrenmenin sosyal sürecine ilişkin dinamikler ortaya konulabilir. Yapılacak olan uygulamalarda öğrenme ortamında gerçekleşen iletişim süreçlerinin sözel olarak incelenmesinin yanı sıra göstergebilimsel anlamda da incelemesi öğrenme sürecine ışık tutacaktır.

KAYNAKÇA

- Adıyaman, D. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel akıl yürütme becerilerini destekleyen öğrenme ortamından yansımalar*[Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Trabzon Üniversitesi.
- Alakoç, Z. (2003). Matematik eğitiminde teknolojik modern öğretim yaklaşımları. *TOJET: The Turkish Online Journal of Education of Technology*, 2(1): 43-49.
- Altun, M. (2010). *İlköğretim ikinci kademe matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayıncılık.
- Baki, A., & Bütüner, S. Ö. (2013). 6, 7 ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında matematik tarihinin kullanım şekilleri. *İlköğretim Online*, 12(3), 849-872.
- Baki, A. & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu, *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 2(1): 27-46.
- Baki A (2008). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. 1. Baskı, Harf Eğitim Yayıncılığı, Ankara.
- Cardozo Limas, J. C. & Bautista Albornoz, S. Y. (2016). *La evaluación desde la teoría cultural de la objetivación: Una experiencia con de grado octavo*[Tesis de maestría inédita] Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogota.
- Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while engaged in mathematical problem solving. *Affect and Mathematical Problem Solving: A New perspective*, McLeod B and Adams V M (Ed.), Springer, New York.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, In Kelly A E and Lesh R A (Ed.), 1th edition, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, London.
- Danişman, Ş. (2020). *Ortaokul Düzeyinde Cebir Öğrenme Öğretme Süreçlerinin Göstergebilimsel Bağlamında İncelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi] Eskişehir Anadolu Üniversitesi.
- Evirgen, O. (2014). *İlköğretim 7. sınıf öğretim programında zor olarak algılanan konular ve öğretmen, öğrenci görüşleri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi.
- Genç, M., & Karataş, İ. (2018). Matematik tarihinin matematik öğretimine entegrasyonu: Hârezmî'nin tam kareye tamamlama yöntemi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(1), 219-230.
- Horzum, M. B., & Bektaş, M. (2012). Otantik öğrenmenin topluma hizmet uygulamaları dersini alan öğretmen adaylarının derse yönelik tutum ve memnuniyetine etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(1): 341-360.
- Jankvist, T. U. (2009). A categorization of the whys and hows of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics Education*, 71, 235-261.

- Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. in mathematics classrooms that promote understanding. *National Center For Improving Student Learning and Achievement In Mathematics and Science*, 1th edition.
- Kaya, D. & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports and Science Education (IJTASE)*, 3(2): 38-48.
- Kocakaya Baysal, F. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8.sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları* [Yayımlanmış yüksek lisans tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Koylahisar, T. (2012). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Özdeşlikleri Modelleme Becerilerinin İncelenmesi: Origami İle Modellenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi.
- Laird, S. (1995). Spiritual Education in Public Schools? *Religious Education*, 90(1): 118-132.
- Merriam, S. W. (2015). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber*. Üçüncü Baskı, Nobel, Ankara.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14-23.
- Radford, L. (2006). Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9, 103-129.
- Radford L (2012) On the Cognitive, Epistemic, and Ontological Roles of Artifacts. *From Text to 'Lived' Resources*, Pepin, B. and Trouche L. (Ed.), Springer, New York, 283-288.
- Radford L (2015) Methodological Aspects of the Theory of Objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18): 547-567.
- Radford, L. (2016). The theory of objectification and its place among sociocultural research in mathematics education. *Revista Internacional de Pesquisa Em Educação Matemática*, 6(2), 187-206.
- Radford, L. (2020). Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation. In M. Flores González, A. Kuzniak, A. Nechache, & L. Vivier (Eds.), *Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz n°21* (pp. 19-41). Paris: IREM de Paris.
- Radford, L., Miranda, I., & Demers, S. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques*. Ottawa: Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.
- Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, Lesh R. and Kelly A E (Ed.), 1th edition, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, London.
- Senemoğlu, N. (2001). *Gelişim öğrenme ve öğretim*. Ankara: Gazi Kitapevi.
- Şahin, S. (2006). Computer simulations in science education: Implications for distance education. *Online Submission*, 7(4), 1-13.
- Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araőtirmada öğretim deneyi yöntemi: kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Eğitimde Nitel Araőtirmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 7(2), 792-825.

- Ünlü, M. (2019). Cebirsel Düşünme ve Cebirsel Düşünmenin Matematik Eğitimindeki Yeri. *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi*, Aktaş, S. G. (Ed.), (3. Baskı), Pegem Akademi, Ankara.
- Ünlüler, İ. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlikler ve çarpanlara ayırma konusuna yönelik kavramsal ve işlemsel anlama süreçlerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. *Reading on the Development of Children*, 23: 34-41.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008) *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (7. Baskı). Şeçkin Yayınevi, İstanbul.
- Yıldırım A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, 23(112): 7-17.