



OFDM-IM Sisteminde SLM Yöntemini Kullanarak Tepe Gücü/Ortalama Güç Oranının Düşürülmesi

Reduction of Peak-to-Average Power Ratio Using SLM Method in OFDM-IM System

¹Kemal AKÖZLÜ , ²Necmi TAŞPINAR 

¹Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kayseri, Türkiye

²Erciyes Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kayseri, Türkiye

¹kemalakoğlu@gmail.com, ²taspinar@erciyes.edu.tr

Araştırma Makalesi/Research Article

ARTICLE INFO

Article history

Received : 1 March 2023

Accepted : 25 March 2023

Keywords:

OFDM-IM, Spectral Efficiency, Power Amplifier, PAPR, SLM

ABSTRACT

Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation (OFDM-IM) system stands out with its superior features such as high spectral efficiency, flexibility and immunity to inter-carrier interference. However, OFDM-IM system has a high peak-to-average power ratio (PAPR) problem. High PAPR negatively affects system performance by distorting the transmitted signal in case of non-linear power amplifiers. In this paper, it is aimed to reduce the high PAPR in the system by using the selective mapping (SLM) method. The computer simulation results show that the SLM method used in the OFDM-IM system significantly reduces the PAPR value compared to the original system. In addition, the effects of the changes in the number of subcarriers, phase rotation factor and modulation index parameters on the PAPR performance of the OFDM-IM system were examined and evaluations were made.

© 2023 Bandırma Onyedi Eylül University, Faculty of Engineering and Natural Science. Published by Dergi Park. All rights reserved.

MAKALE BİLGİSİ

Makale Tarihleri

Gönderim : 1 Mart 2023

Kabul : 25 Mart 2023

Anahtar Kelimeler:

OFDM-IM, Spektral Verimlilik, Güç Kuvvetlendiricisi, PAPR, SLM

ÖZET

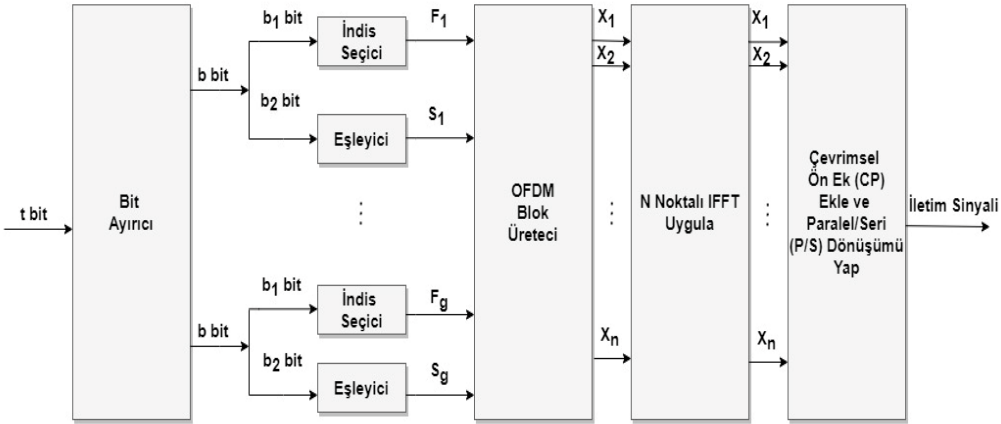
İndis modülasyonlu dikgen frekans bölmeli çoğullama (OFDM-IM) sistemi yüksek spektral verimlilik, esneklik ve taşıyıcılar arası girişime karşı bağımsızlık gibi üstün özellikleri ile öne çıkmaktadır. Fakat OFDM-IM sisteminde yüksek tepe gücü/ortalama güç oranı (PAPR) problemi bulunmaktadır. Yüksek PAPR, güç kuvvetlendiricilerinin doğrusal olmaması durumunda, iletilen sinyali bozarak sistem performansını olumsuz etkilemektedir. Bu makalede, sistemde oluşan yüksek PAPR'ı seçici eşleme (SLM) yöntemi kullanılarak düşürmek hedeflenmektedir. Bilgisayar benzetim sonuçları OFDM-IM sisteminde kullanılan SLM yönteminin, orijinal sisteme kıyasla PAPR değerini önemli ölçüde düşürdüğünü göstermektedir. Ayrıca OFDM-IM sisteminde alt taşıyıcı sayısı, faz rotasyon faktörü ve modülasyon indisi parametrelerindeki değişiminin sistemin PAPR performansına etkisi de incelenerek değerlendirilmeler yapılmıştır.

© 2023 Bandırma Onyedi Eylül Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi. Dergi Park tarafından yayınlanmaktadır. Tüm Hakları Saklıdır.

1. GİRİŞ

Mobil veri trafiğindeki benzeri görülmemiş artış, geleceğin kablosuz ağlarının hem yüksek spektral verimliliği hem de enerji verimliliğini desteklemesini gerektirmektedir. Şu anda kullanılan dikgen frekans bölme (OFDM) tekniği, bu tür gereklilikleri karşılama yeteneğine sahip değildir. OFDM sistemi, Doppler kaynaklı taşıyıcılar arası girişime duyarlıdır. Yapısı gereği yüksek tepe gücü/ortalama güç oranı (PAPR) bulunur. Bu da geniş güç spektrumuna sahip yüksek maliyetli doğrusal güç kuvvetlendiricileri gerektirir. Bu bağlamda, yeni gelişmiş modülasyon tekniklerine çok ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar arasında son zamanlarda ortaya çıkan indis modülasyonu büyük ilgi görmüştür [1]. İndis modülasyonlu dikgen frekans bölme (OFDM-IM), uzaysal modülasyon ilkesini OFDM alt taşıyıcılarına genişleten, yakın zamanda geliştirilmiş bir iletim tekniğidir. OFDM-IM'de, kısmi alt taşıyıcılar bilgi sembollerini taşımak için etkinleştirilir ve aktif olmayan alt taşıyıcıların indisleri ise indis modülasyonu yoluyla bilgi taşır [2]. Burada, gelen bit akışı iki bölüme ayrılmıştır. Biri, hangi alt taşıyıcıların aktif olacağını ve sinyalleri geçireceğini belirlemek için kullanılan indis seçim bitleridir. Diğer ise OFDM sistemine benzer şekilde aktif alt taşıyıcıları modüle etmek için kullanılan eşleyici kısmıdır. OFDM-IM sistemi, belirli bir konfigürasyonda klasik OFDM sisteminden önemli ölçüde daha iyi bit hata oranı (BER) performansı sağlar [3]. OFDM-IM'de, bitler indis modülasyonu (IM) kullanılarak iletilir; bu da daha iyi hata performansı sağlar ve yüksek işaret/gürültü oranı (SNR) bölgesinde daha etkilidir. İndis modülasyonunun öne çıkan diğer özelliği ise ek bilginin, yayılan sinyal üzerinden çok az veya sıfır güç pahasına dolaylı olarak iletilmesi ve spektral verimlilik ve enerji verimliliği açısından önemli faydalar sağlamasıdır. Ayrıca IM sayesinde, ergodik ulaşılabilirlik oranı açısından klasik OFDM'den daha iyi performans sağlamaktadır [4]. Bununla birlikte, çok taşıyıcılı bir modülasyon şeması olarak OFDM gibi, OFDM-IM de yüksek PAPR'a maruz kalmaktadır. Yüksek güçlü kuvvetlendiricilerden (HPA'lar) geçtiğinde bant dışı bozulma ile karşı karşıya kalır [5-6]. Bu sorunu çözmek için çeşitli yöntemler önerilmiştir. Geleneksel PAPR düşürme yöntemlerinden bazıları seçici eşleme (SLM) yöntemi [7-9], kısmi iletim dizisi (PTS) [10] yöntemi ve aktif takımyıldız uzantısı (ACE) [11-12] yöntemidir. Bu yöntemlerle ilgili çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu makalede, OFDM-IM sisteminde SLM yöntemi kullanılarak PAPR düşürülmesi hedeflenmektedir. Makale aşağıdaki şekilde organize edilmiştir: 2. Bölümde OFDM-IM sistemi anlatılmıştır. 3. Bölümde SLM PAPR yönteminin çalışması ile ilgili bilgi verilmiştir. 4. Bölümde benzetim sonuçları verilmiş ve değerlendirilmiştir. 5. Bölüm makalenin sonuç bölümüdür.

2. OFDM-IM SİSTEMİ



Şekil 1. OFDM-IM sistemi blok diyagramı.

Bir OFDM-IM sisteminin blok diyagramı Şekil 1'de görülmektedir. İletim için vericiye gönderilen t bit, her biri b bit ($t = b \cdot g$) içeren g adet kümeye bölünür. Her b bit dizisi, $n=N/g$ uzunluğundaki bir OFDM alt bloğuna eşlenir. Burada N , alt taşıyıcıların sayısıdır. Geleneksel OFDM'nin aksine, bu eşleme işlemi modüle edilmiş sembollerin yanında alt taşıyıcı indisleriyle de gerçekleştirilir. Uzaysal modülasyon (SM) tekniklerinden esinlenerek, her alt blokta n alt taşıyıcıdan yalnızca k alt taşıyıcı kullanılır ve bu aktif alt taşıyıcıların indisleri, b bit bilgi dizisinin ilk bitleridir. Etkin olmayan alt taşıyıcılara denk gelen semboller sıfırlanır ve bu alt taşıyıcılar üzerinde hiçbir veri iletilmez. OFDM-IM alt bloklarında hangi alt taşıyıcıların aktif olduğunu belirlemek için bir tarama tablosu veya bir algoritma kullanılarak aktif alt taşıyıcı indisi belirlenir. Küçük alt bloklar için tarama tablosu yöntemi, büyük alt bloklara sahip sistemler için ise algoritma kullanılır. Bu makalede tarama tablosu kullanılarak bir alt grupta bulunan alt taşıyıcı sayısı $n=4$ ve aktif alt taşıyıcı sayısı $k=2$ olan örnek bir OFDM-IM sisteminin tarama tablosu Tablo 1'de gösterilmektedir [3, 13].

Tablo 1. Tarama tablosu (n=4, k=2).

Bitler	Aktif alt taşıyıcı indisleri	Alt bloklar
[0 0]	[1,2]	$[S_{i1}, S_{i2}, 0, 0]^T$
[0 1]	[2,3]	$[0, S_{i1}, S_{i2}, 0]^T$
[1 0]	[3,4]	$[0, 0, S_{i1}, S_{i2}]^T$
[1 1]	[1,4]	$[S_{i1}, 0, 0, S_{i2}]^T$

b bit dizisinin geri kalan bitleri $b_2 = k \cdot \log_2 M$, aktif alt taşıyıcıları modüle etmek için veri sembollerini belirlemek için kullanılır. Bir başka ifadeyle, OFDM-IM sistemlerinde bilgi sadece M işaret uzayının sembolleri tarafından değil, aynı zamanda bu semboller tarafından modüle edilen aktif taşıyıcı indisleri tarafından da taşınır. Her β alt bloğu için, gelen b_1 bitleri indis seçiciye iletilir. Bir indis seçici, n olası indisten k tanesini seçer. Seçili dizin [3, 14]:

$$F_\beta = \{f_{\beta,1}, \dots, f_{\beta,k}\} \quad (1)$$

şeklinde olup, burada $f_{\beta, y} \in [1, \dots, n]$, $\beta=1, \dots, g$ ve $y=1, \dots, k$ 'dır [3, 14]. Bu nedenle, OFDM bloğunun aktif indisinin konumu ile aktarılan toplam bit sayısı:

$$t_1 = b_1 g = \lceil \log_2(C(n,k)) \rceil g \quad (2)$$

şeklinde olup [14]. Başka bir ifadeyle $F_{\beta,c} = 2^{b_1}$ farklı şekilde gerçekleştirilebilir. Bu sistemde N alt taşıyıcıdan K = kg tanesi etkindir. Eşleyici çıkışında ki M modülasyon indisleriyle taşınan bitlerin toplam sayısı:

$$t_2 = b_2 g = k(\log_2(M))g \quad (3)$$

şeklinde olup [14]. Bu şekilde tek OFDM bloğu ile $t = t_1 + t_2$ bit iletilmektedir. Eşleyiciden çıkan s_β sembol vektörü:

$$s_\beta = [s_\beta(1), \dots, s_\beta(k)] \quad (4)$$

olarak bulunur [14]. OFDM blok üretici vasıtasıyla, öncelikle indis seçici ve eşleyici çıkış vektörleri gözönüne alınarak tüm alt bloklar oluşturulur. Daha sonra bu alt bloklar birleştirilerek $N \times 1$ 'lik ana OFDM bloku elde edilir [14]:

$$x_F = [x(1) \ x(2) \ \dots \ x(N)]^T \quad (5)$$

Ana blok oluşturulduktan sonra bilinen OFDM işlemleri uygulanır. Önce ters hızlı Fourier dönüşümü (IFFT) uygulanıp, L uzunluğunda periyodik bir önek (CP) eklenir ve paralel seri dönüşümünden sonra kanal üzerinden iletim sağlanır [3].

3. SEÇİCİ EŞLEME (SLM) PAPR YÖNTEMİ

SLM yöntemi, PAPR'ı azaltmak için kullanılan çok yaygın bir tekniktir. Farklı sinyal adaylarının üretilmesini ve iletim için en düşük PAPR adayının seçimini içerir. Şekil 2 de bulunan OFDM-IM sisteminde uygulanan SLM yönteminde, t bilgi verisi, bit ayırıcı ile her biri b bit içeren g adet alt kümeye ayrılır. İndis seçici ve eşleyici işlemi vasıtasıyla OFDM blok üretici çıkışında QAM sembollerinden oluşan bir $X = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]$ vektörü elde edilir. Ardından belirli sayıda N uzunluklu U farklı rastgele üretilmiş olan faz rotasyon faktörü dizisi üretilir:

$$c^{(u)} = [c_0^{(u)}, c_1^{(u)}, \dots, c_{N-1}^{(u)}] \quad , \quad u=0, 1, \dots, U-1 \quad (6)$$

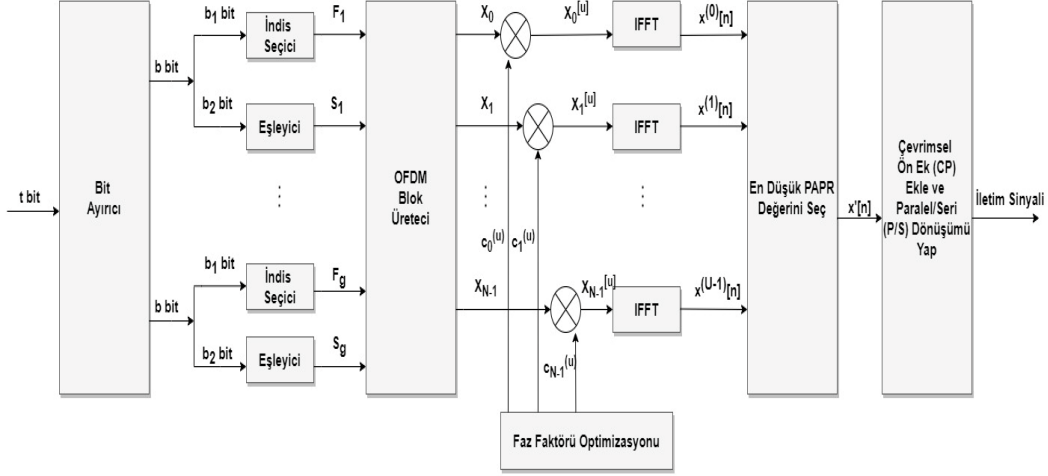
Burada $c_k^{(u)} \in \{-1, +1\}$, $k=0, 1, \dots, N-1$ değerleri bulunmaktadır. Daha sonra X vektörü ile rastgele üretilen faz rotasyon faktörü dizileri aşağıdaki gibi çarpılır:

$$X^{(u)} = [X_0 \cdot c_0^{(u)}, X_1 \cdot c_1^{(u)}, \dots, X_{N-1} \cdot c_{N-1}^{(u)}] = [X_0^{[u]}, X_1^{[u]}, \dots, X_{N-1}^{[u]}] \quad , \quad u=0, 1, \dots, U-1 \quad (7)$$

Burada $X^{(u)}$ mesaj vektörü, $c^{(u)}$ faz dizisi ile X vektörünün çarpılması sonucu bulunur [17]. Faz rotasyonu u'ncü veri dizisini temsil etmektedir [6, 17]. Bulunan $X^{(u)}$ vektörlerine (L-1)N tane sıfır ekleyerek ve IFFT işlemini uygulayarak, bu vektörlerin üst örneklenmiş zaman domaini versiyonları aşağıdaki gibi elde edilir:

$$x^{(u)}[n] = \text{IFFT}(X^{(u)}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cdot c_k^{(u)} \cdot e^{j2\pi kn} \quad , \quad 0 < n \leq LN-1 \quad , \quad u=0, 1, \dots, U-1 \quad (8)$$

Son olarak alınan aday sinyaller arasında PAPR değeri en düşük olan sinyal iletim için seçilir. Seçilen aday sinyali üretmek için kullanılan faz rotasyon dizisi, en uygun faz dizisi olarak belirlenir. SLM yönteminin amacı, $x^{(n)}$ sinyali için en düşük PAPR değerini sağlayan en uygun faz dizisini elde etmektir [15-16].



Şekil 2. SLM OFDM-IM blok diyagramı.

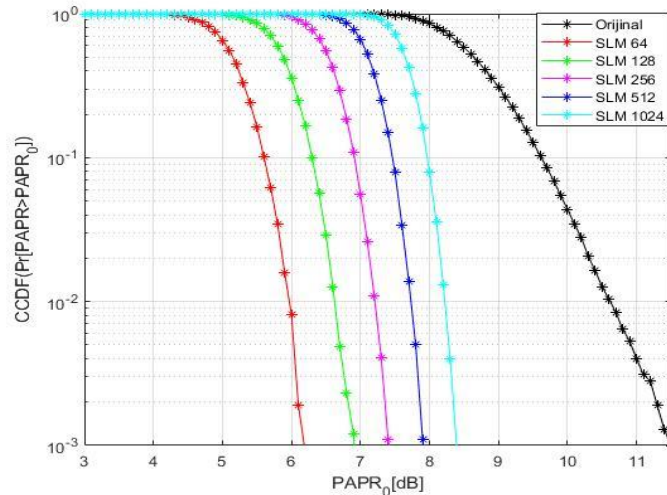
4. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde, OFDM-IM sistemine uygulanan SLM yöntemiyle tepe gücü/ortalama güç oranını düşürülmesi bilgisayar benzetimleri ile gerçekleştirilmiştir. Benzetimlerde sırasıyla alt taşıyıcı sayısı, faz rotasyon faktörü ve modülasyon indisine göre tamamlayıcı birikimli dağılım fonksiyonunun (CCDF) $PAPR_0$ 'e göre değişimi grafiklerde gösterilmiştir. OFDM-IM sisteminde SLM yönteminin farklı alt taşıyıcı sayısına göre PAPR değişimine ait benzetim parametreleri Tablo 2 de sunulmaktadır.

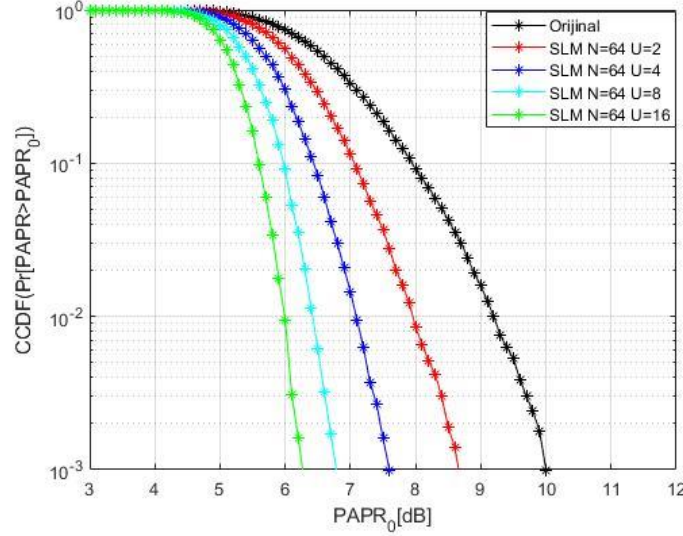
Tablo 2. Benzetim parametreleri.

Parametre	Değer
FFT alt taşıyıcı sayısı	$N = 64, 128, 256, 512, 1024$
Alt bloktaki alt taşıyıcı sayısı	$n = 4$
Alt bloktaki aktif alt taşıyıcı sayısı	$k = 2$
Alt blok sayısı	$g = 16, 32, 64, 128, 256$
Monte Carlo iterasyon sayısı	10000
M-li takımyıldız	$M = 4, 8, 16, 64$
Modülasyon tipi	M-QAM
Faz rotasyon faktörü	$U = 2, 4, 8, 16$

OFDM-IM sisteminde SLM yönteminin farklı alt taşıyıcı sayısına göre CCDF'nin $PAPR_0$ 'e göre değişimi Şekil 3'te görülmektedir. Her bir alt blokta bulunan 4 adet alt taşıyıcı içinde 2 adeti aktif alt taşıyıcı olacak şekilde belirlenmiştir. 4-QAM modülasyonu kullanılmış ve 10^5 iterasyonla sistem çalıştırılmıştır. Orijinal OFDM-IM sinyalinin PAPR değeri 11.5 dB iken SLM yöntemiyle PAPR düşümü sağlanan OFDM-IM sinyalinin PAPR değerleri CCDF= 10^{-3} değerinde $N = [64, 128, 256, 512, 1024]$ için sırasıyla 6.2 dB, 6.9 dB, 7.4 dB, 7.9 dB ve 8.4 dB'dir. Grafikten görüldüğü üzere, alt taşıyıcı sayısı azaldıkça daha fazla PAPR düşürümü elde edilmektedir. Bu sebeple diğer benzetim işlemleri alt taşıyıcı sayısı $N=64$ için gerçekleştirilmiştir.

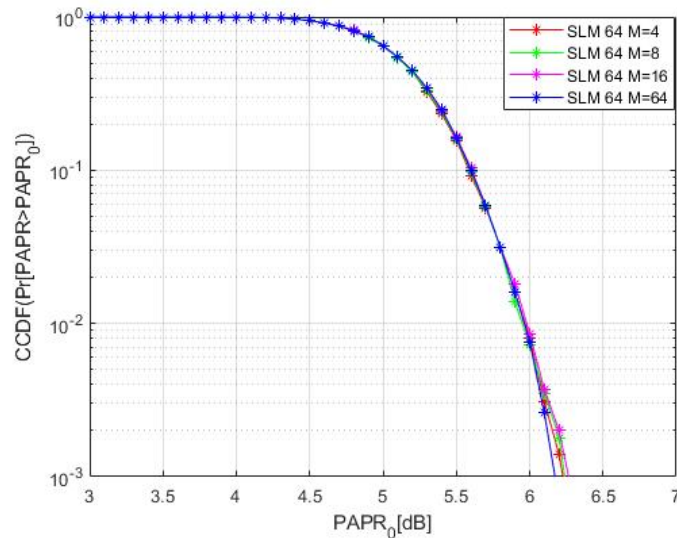
Şekil 3. Alt taşıyıcı sayısına göre CCDF'nin $PAPR_0$ 'e göre değişimi.

OFDM-IM sisteminde SLM yönteminin farklı rotasyon faktörü fazları sayısına göre CCDF'nin $PAPR_0$ 'e göre değişimi Şekil 4'te görülmektedir. 64 alt taşıyıcılı OFDM-IM sistemi, 16 alt bloğa ayrılmıştır. Her bir alt blokta bulunan 4 adet alt taşıyıcı içinde 2 adeti aktif alt taşıyıcı olacak şekilde belirlenmiştir. 4-QAM modülasyonu kullanılmış ve 10^5 iterasyonla benzetim gerçekleştirilmiştir. Sisteme SLM işlemi uygulanmadan CCDF= 10^{-3} için PAPR değeri 10 dB olarak elde edilmiştir. OFDM-IM sistemine SLM PAPR düşürme işlemi uygulandığında CCDF= 10^{-3} için $U=2,4,8,16$ değerlerine sahip faz rotasyon faktörleri için sırasıyla 8.6 dB, 7.6 dB, 6.8 dB ve 6.2 dB' değerleri elde edilmiştir.

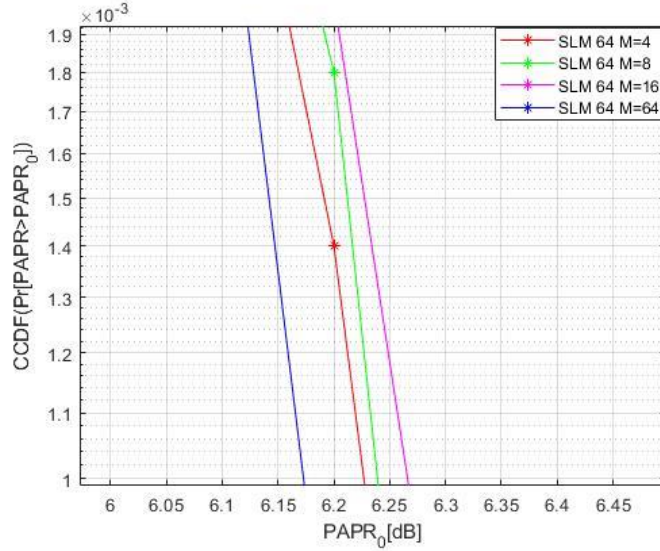


Şekil 4. Faz rotasyon faktörüne göre CCDF'nin $PAPR_0$ 'e göre değişimi.

OFDM-IM sisteminde SLM yönteminin farklı modülasyon indisi (M) değerlerine göre CCDF'nin $PAPR_0$ 'e göre değişimi Şekil 5'te görülmektedir. Benzetim sonucu, M'nin 4'ten 64'e yükseltilmesi için yaklaşık 0,05 dB'ye ulaşan çok küçük bir değişikliğe gerek olduğunu göstermektedir. M'nin değiştirilmesinin PAPR değeri üzerinde çok az bir etkisi bulunmaktadır. Şekil 6. da yakın gösterimde OFDM-IM sinyalinin PAPR değerleri $M = [4,8,16,64]$ için sırasıyla 6.23 dB, 6.24 dB, 6.27 dB ve 6.17 dB'dir. Grafikten görüldüğü üzere modülasyon indisi $M=64$ seçildiğinde PAPR düşümü daha iyi sonuç vermektedir.



Şekil 5. Modülasyon indisine göre CCDF'nin $PAPR_0$ 'e göre değişimi.



Şekil 6. Şekil 5’te bulunan grafiğin yakın gösterimi.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, OFDM-IM sisteminin olumsuz özelliği olan yüksek PAPR’ın SLM yöntemiyle düşürülmesi incelenmiştir. Bilgisayar benzetimi ile yapılan çalışmalarda SLM yönteminin orijinal OFDM-IM sisteminde çok iyi PAPR düşürme performansı sergilediği gözlemlenmiştir. Buna ek olarak alt taşıyıcı sayılarındaki azalmaya bağlı olarak PAPR düşürme performansının arttığı gözlemlenmiştir. En iyi sonuçlar, sistem $N=64$ alt taşıyıcı ile çalıştırıldığında elde edilmiştir. Ayrıca faz rotasyon faktörü parametresindeki değişimden etkilenen sistemde bu defa faz rotasyon faktörü sayısı arttıkça daha iyi PAPR düşürme performansı elde edilmiştir. En iyi sonuçlar, $U=16$ faz rotasyon faktöründe elde edilmiştir. Diğer parametre olan modülasyon indisi değişiminde sistemin PAPR düşürme performansının diğer parametrelere göre daha az değişime sebep olduğu görülmektedir. En iyi sonuçlar, $M=64$ modülasyon indisi ile sistem çalıştırıldığında gözlemlenmiştir.

Teşekkür

Bu çalışma, Erciyes Üniversitesi BAP Birimi tarafından FDK-2022-12295 proje numarası ile desteklenmiştir.

Yazar Katkıları

Kemal Aközlü: Benzetim çalışmaları, makalenin yazılması.

Necmi Taşınar: Makalenin kontrol edilmesi.

Çıkar Çatışması

Yazarlar arasında çıkar çatışması bulunmamaktadır.

KAYNAKÇA

- [1] M. Wen, Q. Li, and X. Cheng “Index Modulation for OFDM Communications Systems”, Springer, 2021.
- [2] M. Wen, X. Cheng, M. Ma, B. Jiao, and H. V. Poor “On the achievable rate of OFDM with index modulation”, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 64, no. 8, pp. 1919–1932, 2016.
- [3] E. Başar, Ü. Aygözü, E. Panayırıcı, and H.V. Poor “Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation”, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 61, no. 22, pp. 5536–5549, 2013.
- [4] E. Basar, M. Wen, R. Mesleh, M.D. Renzo, and Y. Xiao “Index modulation techniques for next-generation wireless networks”, IEEE Access, vol. 5, pp. 16693-16746, 2017.
- [5] N. Ishikawa, S. Sugiura, and L. Hanzo “Subcarrier-index modulation aided OFDM—will it work?, IEEE Access, vol. 4, pp. 2580–2593, 2016.
- [6] S.Y. Zhang, and B. Shahrava “A hybrid PAPR reduction scheme for OFDM systems using perfect sequences”, IEEE Transactions on Broadcasting, vol. 66, no. 1, pp. 177–186, 2020.
- [7] S. Gopi, and S. Kalyani “An optimized SLM for PAPR reduction in non-coherent OFDM-IM”, IEEE Wireless Communications Letters, vol. 9, no. 7, pp. 967-971, 2020.
- [8] S.Y. Zhang, and B. Shahrava “A SLM scheme for PAPR reduction in polar coded OFDM-IM systems without using side information”, IEEE Transactions on Broadcasting, vol. 67, no.2, pp. 463-472, 2021.

- [9] K.-H. Kim “On the phase sequences and permutation functions in the SLM scheme for OFDM-IM systems”, IEEE Access, vol. 8, pp. 121733-121743, 2020.
- [10] L. Dan, Q. Ma, F. Li, and Y. Xiao “Performance of subcarrier-Index-modulation OFDM with partial transmit sequences for PAPR reduction”, IEEE 87th Vehicular Technology Conference (VTC Spring), Porto Portugal, 2018.
- [11] Y. Liu, Y. Wang and B. Ai “An Efficient ACE Scheme for PAPR Reduction of OFDM Signals With High-Order Constellation”, in IEEE Access, vol. 7, pp. 118322-118332, 2019.
- [12] B.S. Krongold and D.L. Jones “PAR reduction in OFDM via active constellation extension”, in IEEE Transactions on Broadcasting, vol. 49, no. 3, pp. 258-268, Sept. 2003.
- [13] A. Kaplan, G.K. Kurt, İ. Altunbas, U. Altun, F.A. Onat, and D. Küçükyavuz “Impact of channel estimation on the performance of OFDM-IM with barrage jamming”, 28th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), 2020.
- [14] E. Başar, Ü. Aygözü, and E. Panayırıcı “A new technique for OFDM: OFDM-index modulation”, 21st Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), 2013.
- [15] Ş. Şimşir, and N. Taşpınar “A Novel Selective Mapping Method based on Cumulative Symbol optimization for PAPR minimization in low complexity GFDM transmitter”, European Journal of Science and Technology, vol. 35, pp. 168-176, 2022.
- [16] R. Bauml, W. Fischer, R.F.H, and J.B. Huber “Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping”, Electronics Letters, vol. 32, no. 22, pp. 2056-2057, 1996.
- [17] A. Jaśkiewicz, J. Matkowski ve A.S. Nowak “Persistently Optimal Policies in Stochastic Dynamic Programming with Generalized Discounting”, Mathematics of Operations Research, vol. 38, no. 1, pp. 108-121, 2013.