

FIRÇASIZ DA MOTORLARI İLE SÜRÜLEN VE HEM DİNAMİK HEM DE KİNEMATİK MODEL BELİRSİZLİKLERİ İÇEREN ROBOT KOLLARININ UYARLAMALI DENETİMİ

Şükrü ÜNVER¹, Erman SELİM^{2*}, Enver TATLICIOĞLU³, Erkan ZERGEROĞLU⁴, Musa ALCI⁵

- ¹ Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümü, İzmir, ORCID No: <http://orcid.org/0000-0002-0836-9799>
- ² Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümü, İzmir, ORCID No: <https://orcid.org/0000-0003-4479-0406>
- ³ Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümü, İzmir, ORCID No: <https://orcid.org/0000-0001-5623-9975>
- ⁴ Gebze Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Kocaeli, ORCID No: <https://orcid.org/0000-0002-1211-0448>
- ⁵ Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümü, İzmir, ORCID No: <https://orcid.org/0000-0002-5382-3460>

Anahtar Kelimeler	Öz
Uyarlamalı denetim Robot kolları Görev uzayı Doğrusal olmayan kontrol Fırçasız DA motorları	<i>Çalışmamız kapsamında, eklemleri fırçasız doğru akım (DA) motorları kullanılarak sürülen ve hem dinamik hem de kinematik modelinde parametrik belirsizlikler içeren robot kolları için, eyleyici dinamikleri denetleyici tasarımına dahil edilerek uyarlamalı görev uzayı takip denetleyicisi tasarımı gerçekleştirilmiştir. Denetleyici tasarımının doğrudan görev uzayında gerçekleştirilmesi sayesinde pozisyon seviyesinde ters kinematiğin hesaplanmasına ihtiyaç duyulmamaktadır. Geliştirilen tam durum geri beslemeli ve ivme ölçümlerine ihtiyaç duymayan denetleyici yapısı için Lyapunov tabanlı kararlılık analizi gerçekleştirilmiştir. Kararlılık analizinin sonucuna göre robot kolunun hem dinamik hem de kinematik modelindeki parametrik belirsizliklere rağmen görev uzayı takip hatasının asimptotik kararlılığı ve denetleyici girişleri de dahil olmak üzere sistemde kullanılan tüm işaretlerin sınırlılığı garanti edilmiştir. Gerçekleştirilen çalışma ile robot kollarının görev uzayı denetiminde motor dinamikleri göz önünde bulundurulmuş ve bu konudaki öncü sonuçlardan birisi elde edilmiştir. Özellikle robot kolunun dinamik ve kinematik modellerindeki belirsizliklerle tasarlanan özgün uyarlama kuralları ile mücadele edilirken geliştirilen yenilikçi uyarlamalı denetleyicinin görev uzayı takip hatasının asimptotik kararlılığının matematiksel olarak ispatlanması çalışmanın en önemli katkısıdır.</i>

ADAPTIVE CONTROL OF ROBOT MANIPULATORS DRIVEN BY BRUSHLESS DC MOTORS WITH PARAMETRIC UNCERTAINTIES IN BOTH KINEMATIC AND DYNAMIC MODEL

Keywords	Abstract
Adaptive control Robotic manipulators Task space Nonlinear control BLDC motors	<i>In this study, an adaptive task-space tracking controller design was proposed for robot arms driven by BLDC motors with parametric uncertainties in their dynamic and kinematic models. The proposed controller design incorporates actuator dynamics for the robot arm and does not require inverse kinematics calculations at the position level due to its direct implementation in task space. Lyapunov-based stability analysis was conducted for the developed full-state feedback controller structure, which does not require acceleration measurements. The stability analysis results demonstrate that, despite the parametric uncertainties in both the dynamic and kinematic models of the robot arm, the proposed controller guarantees the asymptotic stability of the task-space tracking error, as well as the boundedness of all signals used in the system, including the controller inputs. The conducted study considers the motor dynamics in the task space control of robot manipulators, leading to one of the pioneering findings in this area. The obtained result is particularly significant as it demonstrates the achievement of addressing the uncertainties present in the dynamic and kinematic models of the robot manipulator through novel adaptation laws. The most crucial contribution of this research lies in the mathematical proof of the asymptotic stability of the task space tracking error ensured by the developed novel adaptive controller.</i>



Araştırma Makalesi

Başvuru Tarihi : 15.03.2023

Kabul Tarihi : 14.09.2023

Research Article

Submission Date : 15.03.2023

Accepted Date : 14.09.2023

* Sorumlu yazar: erman.selim@ege.edu.tr
<https://doi.org/10.31796/ogummf.1264457>

1. Giriş

Robot kollarının gerçekleştirilmesi beklenen görev yoğunlukla robot kolunun uç noktasının konumlandırılmasını gerektirmektedir (Yılmaz, Tatlıcıoğlu, Savran ve Alcı, 2022). Dolayısıyla robot kolunun takip etmesi istenilen yörüngesi, robot kolunun uç noktasına ait koordinat çerçevesinin, robot kolunun tabanına ait koordinat çerçevesine göre istenilen konumu ve yönü kullanılarak tanımlanır (Tatlıcıoğlu, McIntyre, Dawson ve Walker, 2005). Bilimsel yazında robot kollarının denetimi konusunda yapılan geliştirmeler yoğunlukla robot kolunun eklem uzayında denetleyici tasarımına yönelik geliştirmelerdir. Bu geliştirmelerden faydalanabilmek amacıyla istenilen görev uzayı yörüngesi eklem pozisyonları cinsinden ifade edilebilir ancak bu yöntemin en önemli zayıflığı pozisyon seviyesinde ters kinematiğin gerçek zamanlı olarak hesaplanmasını gerektirmesidir (Çetin, 2016). Çalışmamız kapsamında denetleyici tasarımı doğrudan görev uzayında gerçekleştirilerek pozisyon seviyesinde ters kinematik hesaplanmasına ihtiyaç duyulmaksızın denetim hedefine ulaşılmıştır. Görev uzayı konusunda detaylı bilgiye Nakanishi, Cory, Mistry, Peters ve Schaal (2008) ve Siciliano, Khatip ve Kröger (2008) kaynaklarından ulaşılabilir.

Robot kollarında kullanılan eyleyicilerin dinamikleri de eksiksiz bir robot dinamiğinin önemli bir parçasıdır. Eyleyici dinamiklerinin etkisi, çalışma hızı arttıkça ve yük değişimleri altında dramatik olarak artmaktadır (Tarn, Bejczy, Yun ve Li, 1991). Eyleyici dinamikleri robot kolunun dinamik karakteristiğini ve kararlılığını da etkileyebilmektedir (Wai ve Muthusamy, 2014). Yüksek hız ve doğruluk gereksinimlerine ihtiyaç duyulan robot kollarından yüksek bir performans elde edilmesi istendiğinde eyleyici dinamikleri, denetleyici tasarımında dikkate alınmalıdır (Good, Sweet ve Strobel, 1985). Robot kollarının denetimi konusunda bilimsel yazında son zamanlarda yapılan geliştirmelerde eyleyici dinamiklerinin de ele alındığı görülmektedir (Deng, Zhou, Zhou ve Yao, 2023; Keighobadi, Xu, Alfi, Arabkoohsa ve Nazmara, 2022; Saleki ve Fateh, 2020; Shojaei, Kazemy ve Chatraei, 2021; Chwa ve Kwon, 2022). Çalışmamız kapsamında eklemli fırçasız doğru akım (DA) motorları (Albostan ve Gökbulut, 1998) kullanılarak sürülen robot kolları için denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Fırçasız DA motorlarının tercih edilmesinin temel motivasyonu, fırçalı DA motorlarına göre düşük bakım gereksinimi ve

yüksek tork üretimi avantajları nedeniyle endüstride sıklıkla tercih edilmesidir. Ancak fırçasız DA motorları faz akımları ve rotor hızları arasındaki çapraz terimler nedeniyle oldukça yüksek dereceden doğrusalsızlıklar içermektedir. Fırçasız DA motorlarının çok girişli yapısı nedeniyle koordinat dönüşümleri yapılsa dahi en az iki denetleyici tasarlanması gerekmektedir (Bridges ve Dawson, 1994).

Robot kollarının denetimi konusunda önemli araştırma konularından bir diğeri de robot kolunun dinamik ve kinematik modelinde belirsizliklerin varlığıdır (Dixon, 2007; Xiao, Yin ve Okyay, 2016; Yazıcı ve Karamancıoğlu, 2008). Model belirsizliklerinin varlığı denetleyici tasarımında belirsizlik içeren ifadelerin kullanılamaz hale gelmesine neden olmaktadır. Çalışmamız kapsamında robot kollarının hem dinamik hem de kinematik modelindeki parametrik belirsizliklerle mücadele eden denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Fırçasız DA motorlarının çok girişli ve yüksek dereceden doğrusalsızlıklar içeren yapıları ele alınan kontrol problemini zorlaştırmaktadır buna ek olarak robot kolunun hem dinamik hem de kinematik modelindeki belirsizliklerin de ele alınması sonucunda ortaya oldukça zor bir kontrol problemi çıkmaktadır.

Bilimsel yazında robot kollarının görev uzayında denetimini hedeflerken eyleyici modelini de göz önünde bulunduran oldukça az sayıdaki çalışmalar arasında (Liu ve Cheah, 2005; Soltanpour, Khalilpour ve Soltani, 2012; Cheah 2003; Liu, Cheah ve Slotine, 2006) bulunmaktadır. Bu çalışmalarda robot kollarındaki çeşitli model belirsizlikleri de göz önünde bulundurularak kontrol problemlerine çözümler önerilmiştir. Ancak bu çalışmalarda elektriksel dinamikler ihmal edilerek oldukça basit bir eyleyici modeli tercih edilmiştir (Zhou, Yang, Wang, Chen ve Chen 2020; Chen, Yang ve Liu 2019). Görev uzayında ve elektriksel dinamikler ihmal edilmeksizin eyleyici dinamiklerinin dikkate alındığı çalışmalar arasında (Si, Zhao, Wei ve Guan, 2021) ve (Carrillo-Serrano, Hernandez ve Santibanez, 2011) bulunmaktadır. Si ve diğ. (2021) çalışmasında gürbüzleştirici terim olarak kayan kipli denetim yapısında kullanılan işaret işlevinin kullanıldığı görülmektedir. İşaret işlevinin denetleyici tasarımında kullanılması çatırdama problemi nedeniyle tasarlanan denetleyicilerin gerçek zamanlı uygulamalarda kullanımını kısıtlamaktadır. Carrillo-Serrano ve diğ. (2011) çalışmasında ise denetleyici tasarımında dinamik model bilgisine ihtiyaç

duyulmaktadır. Bilimsel yazında, eyleyicinin elektriksel dinamiklerini ihmal eden, dinamik ve kinematik model belirsizliklerinin ele alınmadığı ve kayan kipli denetim yapısını kullanan uygulanabilirliği görece düşük çalışmalar da dışarıda bırakıldığında eyleyici dinamiklerini göz önünde bulunduran, görev uzayında istenilen uç nokta konfigürasyonun takibini amaçlayan denetleyici tasarımı konusunda tam durum geri beslemeli denetleyici tasarımı çalışması yazarların en iyi bilgisi dahilinde tespit edilememiştir.

Bu çalışma kapsamında eklemli fırcasız DA motorları ile sürülen robot kolunun hem dinamik modelindeki hem de kinematik modelindeki belirsizlikler ile mücadele eden ve eklem ivmelerinin ölçüm bilgisine ihtiyaç duymayan, tam durum geri beslemeli uyarlamalı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan denetleyicinin robot dinamik ve kinematik modelindeki parametrik belirsizliklere rağmen asimptotik kararlılığı Lyapunov tarzı sentez ve kararlılık analizi yöntemi kullanılarak garanti edilmiştir. Bölüm 2’de makale genelinde kullanılan bazı simge ve kısaltmalar anlamları ile sunulmuştur. Bölüm 3’te kinematik model, Bölüm 4’te kullanılan fırcasız DA motorlarının elektriksel modeli ile birlikte robot kolunun dinamik modeli, Bölüm 5’te hata sistemi geliştirilmesi ve denetleyici tasarımı, Bölüm 6’da Lyapunov tabanlı kararlılık analizi ve sonucu, Bölüm 7’de iki serbestlik dereceli, eklemli fırcasız DA motorları ile sürülen robot kolunun geliştirilen denetleyici kullanılarak elde edilen benzetim çalışmasına ait sonuçlar sunulmuştur ve son olarak Bölüm 8’de elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

2. Simgeler ve Kısaltmalar

Bu kısımda çalışmanın okunabilirliğini geliştirmek amacıyla, kullanılan bazı matematiksel simgeler ve kısaltmalar Tablo 1’de sunulmuştur.

Bu çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

Tablo 1. Simgeler ve Kısaltmalar

$q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t) \in \mathbb{R}^n$	Eklem pozisyon, hız ve ivme vektörleri
$f(q): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$	İleri kinematik işlevi
$x(t), \dot{x}(t) \in \mathbb{R}^n$	Görev uzayı pozisyon ve hız vektörleri
$J(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Jakobiyen matrisi
$I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Birim matris
$M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Eylemsizlik/atalet matrisi
$V_m(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Merkezcil ve Koriyolis etkilerini içeren matris
$G(q) \in \mathbb{R}^n$	Yerçekimine bağlı etkileri içeren vektör
$F_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Sabit, köşegensel ve artı tanımlı viskoz sürtünme matrisi

$I_a(t) = [I_{a1} \ \dots \ I_{an}]^T,$ $I_b(t) = [I_{b1} \ \dots \ I_{bn}]^T \in \mathbb{R}^n$	Faz akım vektörleri
$L_a, L_b \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Köşegensel, endüktans matrisleri
$R \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Köşegensel, sargı direnç matrisi
$N_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Köşegensel, kutup sayılarını içeren matrisi
$K_B \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Köşegensel, elektromotor kuvvet katsayılarını içeren matrisi
$V_a(t) = [V_{a1} \ \dots \ V_{an}]^T,$ $V_b(t) = [V_{b1} \ \dots \ V_{bn}]^T \in \mathbb{R}^n$	Denetleyici girişi olan faz gerilimleri
$\ \cdot\ , \ \cdot\ _{\infty}$	İlgili vektörün Öklid normu ve ilgili matrisin indirgenmiş sonsuz normu
$\text{proj}\{\cdot\}$	İlgili işlev için projeksiyon/izdüşüm operatörü
$\text{diag}\{\cdot\}$	İlgili vektör elemanlarından köşegensel, kare matris oluşturan operatör
$\det(\cdot), \text{adj}(\cdot)$	İlgili matrisin determinantı ve eki/adjointi
$\lambda_{\max}(\cdot), \lambda_{\min}(\cdot)$	İlgili matrisin en büyük ve en küçük özdeğeri
$K_e, K_r \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Artı tanımlı, köşegensel ve sabit denetleyici kazanç matrisleri
$k_{a1}, k_{a2}, \kappa \in \mathbb{R}$	Artı denetleyici kazançları
\mathcal{L}_{∞}	Sınırlı fonksiyonlardan oluşan vektör uzayı
\mathcal{L}_2	Karesi integrallenebilir fonksiyonlardan oluşan vektör uzayı

3. Kinematik Model

n boyutlu uzayda çalışan ve n serbestlik dereceli robot kolunun kinematik modeli (Dawson, Bridges ve Qu, 1995)

$$\dot{x} = f(q) \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eşitlik (1) ifadesinin zamana göre türevi alındığında hız seviyesinde kinematik modeli

$$\dot{x} = J(q)\dot{q} \quad (2)$$

yapısında elde edilmiştir. Jakobiyen matrisi

$$J(q) \triangleq \frac{\partial f(q)}{\partial q} \quad (3)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

4. Dinamik ve Elektriksel Sistem Modeli

Eklemleri fırçasız DA motorları kullanılarak tahrik edilen, rijit eklemler ve n serbestlik dereceli robot kolunun dinamik modeli (Bridges ve diğ. 1994)

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} = (K_{T1}I_B + K_{T2})I_a \quad (4)$$

$$L_a \frac{dI_a}{dt} + RI_a + N_p L_b I_B \dot{q} + K_{T2}\dot{q} = V_a \quad (5)$$

$$L_b \frac{dI_b}{dt} + RI_b - N_p L_a I_a \dot{q} = V_b \quad (6)$$

yapısındadır.

Özellik 1: Eşitlik (4) ifadesinin sol tarafındaki dinamik terimler doğrusal olarak parametrelerine ayrıştırılabilir yapıda olup (Patil, Sun, Bhasin ve Dixon, 2022)

$$Y\theta = M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} \quad (7)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Üstte $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times p_d}$ regresör matrisini ve $\theta \in \mathbb{R}^{p_d}$ ise robotun fiziksel özelliklerine bağlı sabit parametre vektörünü göstermektedir.

Tork sabitleri olan K_{T1} ve K_{T2} alttaki yapıda tanımlanmaktadır

$$K_{T1} = N_p(L_b - L_a) \quad (8)$$

$$K_{T2} = \sqrt{\frac{3}{2}} N_p K_B \quad (9)$$

Faz akım vektörlerinin köşegenel matris gösterimleri olan $I_A(t)$ ve $I_B(t)$ alttaki yapıda tanımlanmıştır

$$I_A = \text{diag}\{I_a\} \quad (10)$$

$$I_B = \text{diag}\{I_b\} \quad (11)$$

5. Denetleyici Tasarımı

Çalışmamız kapsamında robot kolunun hem dinamik modelindeki hem de kinematik modelindeki parametrik belirsizliklere rağmen uç noktasının istenilen görev uzayı yörüngesini takip etmesini sağlayacak denetleyici tasarımı gerçekleştirilecektir. Denetleyici, elektriksel motor dinamiklerinde Eşitlikler (5), (6)'da $V_a(t)$ ve $V_b(t)$ ile gösterilen faz gerilimleri olup izleyen adımlarda tasarlanacaklardır. Robot kolunun eklemlerinin sürülmesi amacıyla kullanılan fırçasız DA motorlarına ait elektriksel model parametrelerinin bilindiği varsayılmaktadır. Eklem pozisyonları, eklem hızları, uç nokta pozisyonu ve uç nokta hızı ile faz akımlarının ölçülebildiği kabul edilmektedir (Parlaktuna ve Eroğlu, 2007).

Görev uzayı takip hatası $e(t) \in \mathbb{R}^n$ aşağıdaki gibi tanımlanmış olup

$$e \triangleq x_d - x \quad (12)$$

burada $x_d(t) \in \mathbb{R}^n$ istenilen görev uzayı pozisyon vektörünü ifade etmektedir. $x_d(t)$ üçüncü dereceye kadar türevlenebilir ve kendisi dahil üçüncü dereceye kadar türevleri sınırlıdır.

Özellik 2: Eşitlik (2) ifadesinde sunulan hız seviyesinde kinematik model

$$J(q)a = Y_j(q, a)\theta_k, \forall a \in \mathbb{R}^n \quad (13)$$

şeklinde doğrusal parametrelerine ayrıştırılabilir (Braganza, Dixon, Dawson ve Xian, 2005) olup burada $Y_j(q, a) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ bilinen regresör matrisini, $\theta_k \in \mathbb{R}^n$ bilinmeyen parametre vektörünü göstermektedir.

$J(q)$ ve $f(q)$ belirsiz olduğu için denetleyici tasarımında kullanılamamaktadır. Bu doğrultuda Özellik 2 ifadesinden de faydalanılarak tanımlanan $\hat{J}(q, \hat{\theta}_k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Jakobiyen matrisinin kestirimini göstermekte olup belirsiz olan θ_k parametre vektörünün yerine $\hat{\theta}_k \in \mathbb{R}^n$ ile ifade edilen parametre kestirim vektörünün yazılması sonucu elde edilmiştir.

Özellik 3: Robot kolunun tüm kinematik tekilliklerinden önsel olarak kaçınıldığı kabul edilmekte olup olası her eklem pozisyonu $q(t)$ için Jakobiyen matrisinin tersinin var olduğu kabul edilmektedir (Dawson ve diğ. 1995). Bu varsayıma uymayan durumlarda tekil değer ayrıştırması (Karamancioğlu ve Özdemir, 1996) gibi yöntemler kullanılabilir.

Jakobiyen matrisinin kestiriminin tersinin zamana göre türevi $\hat{W}_j(q, \dot{q}, \hat{\theta}_k, \dot{\hat{\theta}}_k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrisi ile gösterilmekte olup

$$\hat{W}_j(q, \dot{q}, \hat{\theta}_k, \dot{\hat{\theta}}_k) \triangleq \frac{d}{dt}(\hat{J}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)) \quad (14)$$

yapısında tanımlanmıştır.

Süzgeçlenmiş hata işareti $r(t) \in \mathbb{R}^n$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır

$$r \triangleq \hat{J}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)(\dot{x}_d + K_e e) - \dot{q} \quad (15)$$

Eşitlik (15) ifadesi $J(q)$ ile çarpılıp Eşitlik (12) ifadesinin türevi kullanılarak düzenlendiğinde,

$$\dot{e} = -K_e e - \hat{J}(q, \hat{\theta}_k)\dot{q} + \hat{J}(q, \hat{\theta}_k)r \quad (16)$$

ifadesi elde edilmiştir. Burada $\hat{J}(q, \hat{\theta}_k) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Jakobiyen matrisinin kestirim hatasını, $\hat{\theta}_k(t) \in \mathbb{R}^n$ parametre kestirim hata vektörünü göstermekte olup

$$\hat{J}(q, \hat{\theta}_k) \triangleq J(q, \theta_k) - \hat{J}(q, \hat{\theta}_k) \quad (17)$$

$$\tilde{\theta}_k \triangleq \theta_k - \hat{\theta}_k \quad (18)$$

şeklinde tanımlanmışlardır. Eşitlik (15) ifadesinin türevi alınıp elde edilen ifade $M(q)$ ile çarpılıp ardından Eşitlik (4) kullanıldığında alttaki ifadeye ulaşılabilir

$$\begin{aligned} M\dot{r} &= M(q)\widehat{W}_j(q, \dot{q}, \hat{\theta}_k, \dot{\hat{\theta}}_k)(\dot{x}_d + K_e e) + \\ &M(q)\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)(\dot{x}_d + K_e \dot{e}) - V_m(q, \dot{q})r + \\ &V_m(q, \dot{q})\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)(\dot{x}_d + K_e e) + G(q) + F_d \dot{q} - K_{T1}I_A I_b - \\ &K_{T2}I_a. \end{aligned} \quad (19)$$

Üstteki ifadenin elde edilmesi esnasında Eşitlik (14) ifadesi ve $I_B I_a = I_A I_b$ kullanılmıştır.

Özellik 4: $V_m(q, \dot{q})$ matrisi altta sunulan yer değiştirme özelliğini sağlar (Lewis ve diğ. 2003)

$$V_m(q, a)b = V_m(q, b)a, \forall a, b \in \mathbb{R}^n. \quad (20)$$

Özellik 5: Eşitlik (14) ile tanımlanan \widehat{W}_j matrisi alttaki yer değiştirme ifadesini sağlar (Dawson ve diğ. 1995)

$$\widehat{W}_j(q, a)b = \widehat{W}_j(q, b)a, \forall a, b \in \mathbb{R}^n. \quad (21)$$

Eşitlik (15) ifadesinden elde edilen \dot{q} ifadesi Eşitlik (19) ifadesinde yerine yazılıp Özellik 1, Özellik 4, Özellik 5 ve Eşitlik (2) kullanılarak Eşitlik (19) ile verilen ifadede sırasıyla yalnızca dinamik model parametrelerine ve hem dinamik hem kinematik model parametrelerine bağlı terimler birlikte yazılmak amacıyla yeniden gruplandırıldığında alttaki terimlere ulaşılır

$$\begin{aligned} Y_d \theta_d &= M(q)\widehat{W}_j(q, \hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)\dot{x}_d, \dot{\hat{\theta}}_k)\dot{x}_d + \\ &M(q)\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)\dot{x}_d + M(q)\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)K_e \dot{x}_d + \\ &V_m(q, \hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)\dot{x}_d)\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)\dot{x}_d + G(q) + \\ &F_d \hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)\dot{x}_d \end{aligned} \quad (22)$$

$$Y_{dk} \theta_{dk} = -M(q, \hat{\theta}_k)\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)K_e J(q, \theta_k)\hat{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)\dot{x}_d \quad (23)$$

burada $Y_d(q, \dot{x}_d, \dot{x}_d, \hat{\theta}_k, \dot{\hat{\theta}}_k) \in \mathbb{R}^{n \times p_d}$ ve $Y_{dk}(q, \dot{x}_d, \hat{\theta}_k) \in \mathbb{R}^{n \times p_{dk}}$ bilinen regresör matrislerini, $\theta_d \in \mathbb{R}^{p_d}$ ve $\theta_{dk} \in \mathbb{R}^{p_{dk}}$ ise bilinmeyen parametre vektörlerini göstermektedir.

Eşitlik (22) ve Eşitlik (23) ile sunulan tanımlar Eşitlik (19) ile elde edilen hata dinamiklerinde yerine yazıldığında

$$M\dot{r} = -V_m r + Y_d \theta_d + Y_{dk} \theta_{dk} + \tilde{Y} - K_{T1}I_A I_b - K_{T2}I_a \quad (24)$$

açık çevrim hata sistemi elde edilmiştir. Burada \tilde{Y} ifadesi Eşitlik (19) ifadesinde $\|e\|$ ve $\|r\|$ ifadeleri ile sınırlandırılabilen terimler gruplandırılarak

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &\triangleq M(q)\widehat{W}_j(q, \hat{f}^{-1}(q)\dot{x}_d)K_e e + \\ &M(q)\widehat{W}_j(q, \hat{f}^{-1}(q)K_e e)\dot{x}_d + \\ &M(q)\widehat{W}_j(q, \hat{f}^{-1}(q)K_e e)K_e e - M(q)\widehat{W}_j(q, r)\dot{x}_d - \\ &M(q)\widehat{W}_j(q, r)K_e e - M(q)\hat{f}^{-1}(q)K_e J(q)\hat{f}^{-1}(q)K_e e + \\ &M(q)\hat{f}^{-1}(q)K_e J(q)r + V_m(q, \hat{f}^{-1}(q)\dot{x}_d)\hat{f}^{-1}(q)K_e e + \\ &V_m(q, \hat{f}^{-1}(q)K_e e)\hat{f}^{-1}(q)\dot{x}_d + \\ &V_m(q, \hat{f}^{-1}(q)K_e e)\hat{f}^{-1}(q)K_e e - V_m(q, r)\hat{f}^{-1}(q)\dot{x}_d - \\ &V_m(q, r)\hat{f}^{-1}(q)K_e e + F_d \hat{f}^{-1}(q)K_e e - F_d r. \end{aligned} \quad (25)$$

şeklinde tanımlanmıştır. \tilde{Y} ifadesi için takip eden kararlılık analizinde kullanmak amacıyla aşağıda sunulan üst sınır Doğan (2016) çalışmasındakine benzer adımlar takip edilecek

$$\|\tilde{Y}\| \leq (c_1 + c_2 \|e\|)\|e\| + (c_3 + c_4 \|e\|)\|r\| \quad (26)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada, $c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{R}$ robot kolunun fiziksel parametrelerine ve takip edilmesi istenen yörüngeye bağlı bilinen sabitleri göstermektedir.

Fırçasız DA motorların çok girişli yapısından dolayı denetleyici girişleri olan faz gerilimleri $V_a(t)$ ve $V_b(t)$ tasarlanarak faz akımları $I_a(t)$ ve $I_b(t)$ kontrol edilerek istenilen tork τ değerlerinin robot eklemlerine uygulanması gerekmektedir. Bu hedef doğrultusunda $\eta_a(t) \in \mathbb{R}^n$ ile gösterilen hata işareti

$$\eta_a \triangleq I_{ac} - I_a \quad (27)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada $I_{ac}(t) \in \mathbb{R}^n$ ara denetleyiciyi ifade etmekte olup

$$I_{ac} = K_{T2}^{-1}(K_r r + \hat{f}^T e + (k_{a1} + k_{a2})\|e\|^2 r + Y_d \hat{\theta}_d + Y_{dk} \hat{\theta}_{dk}) \quad (28)$$

yapısında tasarlanmıştır. Burada, $\hat{\theta}_d(t) \in \mathbb{R}^{p_d}$ ve $\hat{\theta}_{dk}(t) \in \mathbb{R}^{p_{dk}}$ parametre kestirim vektörlerini ifade etmekte olup güncelleme kuralları alttaki yapıda tasarlanmıştır

$$\dot{\hat{\theta}}_d = Y_d^T r \quad (29)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{dk} = Y_{dk}^T r. \quad (30)$$

$\hat{\theta}_k$ parametre kestirim vektörü için ise güncelleme kuralı

$$\dot{\hat{\theta}}_k = \text{proj}\{-Y_j^T(q, \dot{q})e\} \quad (31)$$

yapısında tasarlanmış olup burada sunulan tasarımda $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ projeksiyon/izdüşüm operatörü $\hat{\theta}_k$ vektörünün elemanlarının değerlerini $\hat{f}(q, \hat{\theta}_k)$ matrisinin tersinin alınabilir olduğu bir aralıkta

sınırlandırmak amacıyla kullanılmaktadır (Braganza ve diğ. 2005; Bridges, Dawson ve Gao, 1993).

Eşitlik (27) ile tanımlanan hatanın ve Eşitlik (28) ile tasarlanan denetleyicinin Eşitlik (24) ile elde edilen açık çevrim hata sisteminde yerine yazılması sonucunda

$$M\dot{r} = -V_m r + \tilde{Y} + Y_d \tilde{\theta}_d + Y_{dk} \tilde{\theta}_{dk} - K_{T1} I_A I_b - K_r r - \tilde{f}^T e - (k_{a1} + k_{a2}) \|e\|^2 r + K_{T2} \eta_a \quad (10)$$

üstteki kapalı çevrim hata sistemine ulaşılmıştır. Burada $\tilde{\theta}_d(t) \in \mathbb{R}^{p_d}$ ve $\tilde{\theta}_{dk}(t) \in \mathbb{R}^{p_{dk}}$ parametre kestirim hata vektörlerini göstermekte olup

$$\tilde{\theta}_d \triangleq \theta_d - \hat{\theta}_d \quad (11)$$

$$\tilde{\theta}_{dk} \triangleq \theta_{dk} - \hat{\theta}_{dk} \quad (12)$$

şeklinde tanımlanmışlardır.

Eşitlik (27) ile tanımlanan hatanın önce türevinin alınıp ardından L_a ile çarpılıp sonrasında Eşitlik (5) ifadesindeki dinamiklerin yerine yazılması sonucu

$$L_a \dot{\eta}_a = L_a \frac{dI_{ac}}{dt} + R I_a + N_p L_b I_B \dot{q} + K_{T2} \dot{q} - V_a \quad (13)$$

ifadesine ulaşılmıştır. Eşitlik (13) ifadesinde açıkça görüldüğü üzere Eşitlik (28) ile sunulan $I_{ac}(t)$ tasarımının zamana göre türevinin kullanılması gerekmekte olup bu ifade ise $\dot{r}(t)$ terimine bağlıdır. Eşitlik (15) ile sunulan tanımın zamana göre türevi alınıp ulaşılan ifadede Eşitlik (4) ile verilen dinamik modelin $M^{-1}(q)$ ile çarpılmasının ardından yalnız bırakılan eklem ivme vektörü $\dot{q}(t)$ yerine yazılınca

$$\dot{r} = \frac{d}{dt} [\tilde{f}^{-1}(q, \hat{\theta}_k)(\dot{x}_d + K_e e)] - \frac{\text{adj}(M(q))}{\det(M(q))} [(K_{T1} I_B + K_{T2}) I_a - V_m(q, \dot{q}) \dot{q} - G(q) - F_d \dot{q}] \quad (14)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Buradan görülebileceği üzere Eşitlik (14) ifadesi paydadaki $\det(M(q))$ teriminin bilinmeyen dinamik model parametrelerine dayanmasından dolayı doğrusal olarak parametrelerine ayrıştırılabilir yapıda değildir. Eylemsizlik matrisinin determinanı doğrusal olarak parametrelerine ayrıştırılabilir bir işlev olup sunum kolaylığı açısından $h(q) \in \mathbb{R}$ olarak yeniden tanımlandığında

$$h(q) \triangleq \det(M(q)) = m^T \theta_m \quad (15)$$

yapısında yazılabilir. Üstte $m(q) \in \mathbb{R}^{p_m}$ bilinen regresör vektörünü, $\theta_m \in \mathbb{R}^{p_m}$ ise bilinmeyen parametre vektörünü göstermektedir. Eşitlik (13) ile sunulan ifadenin $h(q)$ ile çarpıldıktan sonra elde edilen

ifadeye $\frac{1}{2} \dot{h} L_a \eta_a$ teriminin eklenip çıkartılması sonucunda

$$h L_a \dot{\eta}_a = h L_a \frac{dI_{ac}}{dt} + h(R I_a + N_p L_b I_B \dot{q} + K_{T2} \dot{q}) + \frac{1}{2} \dot{h} L_a \eta_a - \frac{1}{2} \dot{h} L_a \eta_a - h V_a \quad (16)$$

ifadesine ulaşılmıştır. Burada $\frac{dI_{ac}}{dt}$ ifadesi $h(q)$ ya da diğer bir deyişle $\det(M(q))$ ile çarpıldığından dolayı $h L_a \dot{\eta}_a$ ifadesi doğrusal parametrelerine ayrıştırılabilir bir işlev olup diğer doğrusal parametrelerine ayrılabilen terimlerle birlikte yazılıp yeniden gruplandırılmıştır.

$$Y_a \theta_a = h L_a \frac{dI_{ac}}{dt} + h(R I_a + N_p L_b I_B \dot{q} + K_{T2} \dot{q}) + \frac{1}{2} \dot{h} L_a \eta_a \quad (17)$$

ifadesine ulaşılabilir. Üstte $Y_a(I_a, I_b, q, \dot{q}, \eta_a, x, \dot{x}, x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d) \in \mathbb{R}^{n \times p_a}$ bilinen regresör matrisini, $\theta_a \in \mathbb{R}^{p_a}$ ise bilinmeyen parametre vektörünü göstermektedir. Eşitlik (17) tanımının Eşitlik (16) ifadesinde yerine yazılması sonucu

$$h L_a \dot{\eta}_a = Y_a \theta_a - \frac{1}{2} \dot{h} L_a \eta_a - h V_a \quad (18)$$

açık çevrim hata sistemine ulaşılmıştır. Denetleyici girişi olan faz gerilimi $V_a(t)$

$$V_a = (m^T \hat{\theta}_m)^{-1} (Y_a \hat{\theta}_a + K_{T2} r) \quad (19)$$

yapısında tasarlanmış olup $\hat{\theta}_m(t) \in \mathbb{R}^{p_m}$ ve $\hat{\theta}_a(t) \in \mathbb{R}^{p_a}$ parametre kestirim vektörleri olup güncelleme kuralları alttaki yapıda tasarlanmıştır

$$\dot{\hat{\theta}}_m = \text{proj}\{-m V_a^T \eta_a\} \quad (20)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_a = Y_a^T \eta_a \quad (21)$$

Eşitlik (20) ile sunulan tasarımda $\mathbb{R}^{p_m} \rightarrow \mathbb{R}^{p_m}$ projeksiyon/izdüşüm operatörü $\hat{\theta}_m$ vektörünün elemanlarının değerlerini paydadaki $m^T \hat{\theta}_m$ ifadesinin sıfıra eşit olmayacağı bir aralıkta sınırlandırmak amacıyla kullanılmaktadır (Bridges ve diğ. (1993); Braganza, Dixon, Dawson ve Xian, 2008). Eşitlik (19) ile tasarlanmış olan denetleyici kuralının Eşitlik (18) ifadesinde yerine yazılması sonucunda

$$h L_a \dot{\eta}_a = Y_a \theta_a - \frac{1}{2} \dot{h} L_a \eta_a - h (m^T \hat{\theta}_m)^{-1} (Y_a \hat{\theta}_a + K_{T2} r) \quad (22)$$

kapalı çevrim hata sistemine ulaşılmıştır.

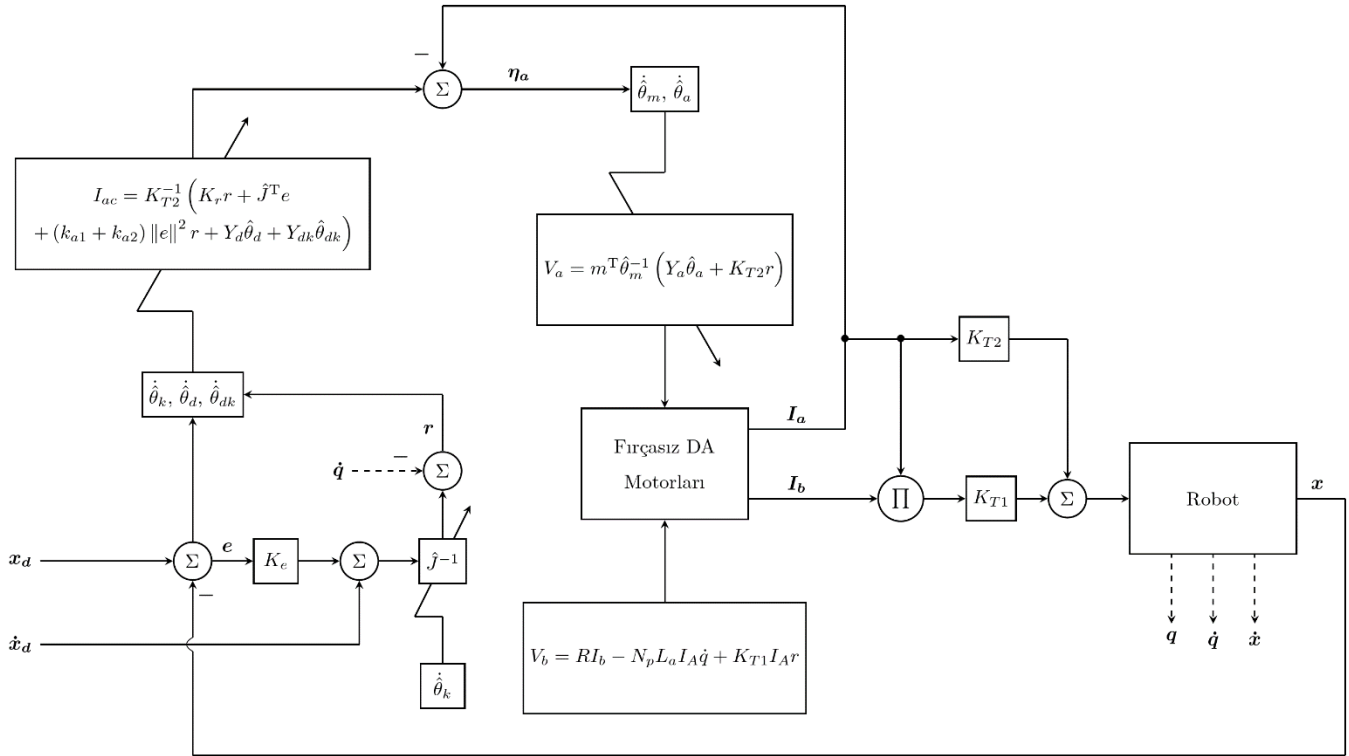
Denetleyici girişi olan faz gerilimi $V_b(t)$

$$V_b = R I_b - N_p L_a I_A \dot{q} + K_{T1} I_A r \quad (23)$$

yapısında tasarlanmış olup Eşitlik (6) ile sunulan dinamiklerde yerine yazılması ve sadeleştirmelerin yapılması sonucunda

$$L_b \frac{dI_b}{dt} = K_{T1} I_A r \tag{24}$$

kapalı çevrim hata sistemine ulaşılmıştır. Kontrol sisteminin blok diyagramı Şekil 1’de sunulmuştur.



Şekil 1. Kapalı çevrim sistemin blok diyagramı

Buna göre, faz gerilimleri $V_a(t)$ ve $V_b(t)$ tasarımlarıyla faz akımları $I_a(t)$ ve $I_b(t)$ kontrol edilmektedir. Faz akımı $I_a(t)$, istenilen faz akımı olan $I_{ac}(t)$ tasarımına ve $I_b(t)$ ise orijine sürülmektedir. Bu sayede robot kolunun istenilen görev uzayı yörüngesini takip edebilmesi için gerekli olan tork robot kolunun eklemlerine fırçasız DA motorları ile uygulanabilmektedir. Dinamik ve kinematik model parametreleri güncelleme kuralları yardımıyla kestirilerek denetleyici tasarımlarında kullanılmaktadır.

6. Kararlılık Analizi

Çalışmanın bu aşamasında, kapalı çevrim sistemin kararlılığı Lyapunov tabanlı kararlılık analiz yöntemi (Zergeroğlu, Kandemir, Seker ve Eroğlu, 2006) kullanılarak irdelenecektir.

Teori: Eşitlik (28), Eşitlik (19) ve Eşitlik (23) ifadelerinde tasarlanan denetleyiciler, Eşitlik (29), Eşitlik **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**, Eşitlik **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**, Eşitlik (20) ve Eşitlik (21) ifadelerinde tasarlanan güncelleme kuralları ve denetleyici kazançları için

$$\lambda_{\min}(K_e) = \frac{1}{4\delta} + \frac{c_2^2}{4k_{a1}} + \kappa \tag{25}$$

$$\lambda_{\min}(K_r) = c_3 + \delta c_1^2 + \frac{c_4^2}{4k_{a2}} + \kappa \tag{26}$$

yukarıda sunulan koşulları sağlayacak yapıda tasarlandıklarında kapalı çevrim sistemin sınırlılığını ve robot kolunun uç noktasının verilen görev uzayı yörüngesini takip etmesini garanti etmektedir. Diğer bir ifadeyle görev uzayı takip hatasının zaman ilerledikçe $t \rightarrow +\infty$ orijine yakınsaması $e(t) \rightarrow 0$ dolayısıyla asimptotik kararlılığı (Khalil, 1996) garanti edilmektedir.

İspat: Yukarıda sunulan teoriyi ispatlamak amacıyla $V(t) \in \mathbb{R}$ ile gösterilen ve alttaki yapıda tasarlanan Lyapunov işlevi önerilmiştir

$$V \triangleq \frac{1}{2} r^T M r + \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} h \eta_a^T L_a \eta_a + \frac{1}{2} I_b^T L_b I_b + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_d^T \tilde{\theta}_d + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_m^T \tilde{\theta}_m + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_a^T \tilde{\theta}_a + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{dk}^T \tilde{\theta}_{dk} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_k^T \tilde{\theta}_k \tag{27}$$

burada $\tilde{\theta}_m(t) \in \mathbb{R}^{p_m}$ ve $\tilde{\theta}_a(t) \in \mathbb{R}^{p_a}$ parametre kestirim hata vektörlerini göstermekte olup

$$\tilde{\theta}_m \triangleq \theta_m - \hat{\theta}_m \tag{28}$$

$$\tilde{\theta}_a \triangleq \theta_a - \hat{\theta}_a \tag{29}$$

şeklinde tanımlanmışlardır. Eşitlik (27) ile sunulan Lyapunov işlevi içerisindeki terimlere karesel olarak bağlı olup artı tanımlıdır.

$V(t)$ ifadesinin zamana göre türevi alındığında

$$\dot{V} = \frac{1}{2}r^T \dot{M}r + r^T M \dot{r} + e^T \dot{e} + \frac{1}{2}h\eta_a^T L_a \eta_a + h\eta_a^T L_a \dot{\eta}_a + I_b^T L_b \frac{dI_b}{dt} + \tilde{\theta}_a^T \dot{\tilde{\theta}}_a + \tilde{\theta}_m^T \dot{\tilde{\theta}}_m + \tilde{\theta}_{ak}^T \dot{\tilde{\theta}}_{ak} + \tilde{\theta}_k^T \dot{\tilde{\theta}}_k \quad (52)$$

elde edilmiştir.

Özellik 6: Eylemsizlik matrisinin zamana göre türevi olan $\dot{M}(q)$ ile merkezci ve koryolis terimlerini modelleyen matris $V_m(q, \dot{q})$ birlikte aşağıdaki ters simetri özelliğini sağlarlar (Lewis, Dawson ve Abdallah, 2003)

$$a^T(\dot{M} - 2V_m)a = 0, \forall a \in \mathbb{R}^n. \quad (53)$$

Eşitlik (16), Eşitlik (10), Eşitlik (22), Eşitlik (24) ifadelerindeki hata dinamikleri ve Eşitlik (18), Eşitlik (33), Eşitlik (34), Eşitlik (50), Eşitlik (51) ile tanımlanan parametre kestirim hata vektörlerinin zamana göre türevlerinde θ_a , θ_m , θ_{ak} ve θ_k vektörlerinin sabit olmaları Eşitlik (29), Eşitlik (30), Eşitlik (31), Eşitlik (42) ve Eşitlik (43) ile tasarlanan güncelleme kuralları ile birlikte Eşitlik (52) ifadesinde yerine yazılıp Özellik 6 ifadesi de kullanılarak sadeleştirmeler yapıldığında

$$\dot{V} \leq r^T \dot{Y} - r^T K_r r - k_{a1} \|e\|^2 \|r\|^2 - k_{a2} \|e\|^2 \|r\|^2 + r^T K_{T2} \eta_a - e^T K_e e + \eta_a^T Y_a \theta_a + \eta_a^T h(m^T \hat{\theta}_m)^{-1} (Y_a \hat{\theta}_a + K_{T2} r) - \tilde{\theta}_m^T \text{Proj}\{-mV_a^T \eta_a\} - \tilde{\theta}_a^T Y_a^T \eta_a \quad (54)$$

elde edilmiştir.

Projeksiyon operatörünün sağladığı $-\tilde{\theta}_m^T \text{Proj}\{-mV_a^T \eta_a\} \leq \tilde{\theta}_m^T mV_a^T \eta_a$ eşitsizliği (Bridges ve diğ. 1993; Braganza ve diğ. 2008) ve Eşitlik (26) ifadesinde sunulan üst sınır kullanılarak Eşitlik (54) ifadesinin sağ tarafı için aşağıda sunulan üst sınır

$$\dot{V} \leq c_1 \|e\| \|r\| + c_2 \|e\|^2 \|r\| + c_3 \|r\|^2 + c_4 \|e\| \|r\|^2 - \lambda_{\min}(K_r) \|r\|^2 - k_{a1} \|e\|^2 \|r\|^2 - k_{a2} \|e\|^2 \|r\|^2 - \lambda_{\min}(K_e) \|e\|^2 \quad (55)$$

elde edilmiştir. Analizin devamında Eşitlik (55) ifadesinde sunulan eşitsizliğin sağ tarafındaki bazı terimler için üst sınırlar elde edilecek ve ardından Eşitlik (55) içerisinde yerine yazılacaktır. Young eşitsizliğinden faydalanılarak (Marquez, 2003)

$$c_1 \|e\| \|r\| \leq \frac{1}{4\delta} \|e\|^2 + c_1^2 \|r\|^2 \quad (56)$$

üst sınırı elde edilmiş olup burada $\delta \in \mathbb{R}$ artı sabiti göstermektedir. Öte yandan $\frac{c_2^2}{4k_{a1}} \|e\|^2$ teriminin eklenip çıkartılması sonucu alttaki üst sınır (Kokotovic, 1992; Şahan, 2021)

$$c_2 \|e\|^2 \|r\| - k_{a1} \|e\|^2 \|r\|^2 = -\|e\|^2 \left(\sqrt{k_{a1}} \|r\| - \frac{c_2}{2k_{a1}} \right)^2 + \frac{c_2^2}{4k_{a1}} \|e\|^2 \leq \frac{c_2^2}{4k_{a1}} \|e\|^2 \quad (57)$$

elde edilmiş ve benzer adımlar takip edilerek

$$c_2 \|e\|^2 \|r\| - k_{a2} \|e\|^2 \|r\|^2 \leq \frac{c_2^2}{4k_{a2}} \|e\|^2 \quad (58)$$

sonucuna ulaşılmıştır. Eşitlik (56), Eşitlik (57) ve Eşitlik (58) ile elde edilen üst sınırların Eşitlik (55) ifadesinde yerine yazılması ve elde edilen terimlerin yeniden gruplanması sonucunda

$$\dot{V} \leq -\left(\lambda_{\min}(K_e) - \frac{1}{4\delta} - \frac{c_2^2}{4k_{a1}} \right) \|e\|^2 - \left(\lambda_{\min}(K_r) - c_3 - c_1^2 - \frac{c_4^2}{4k_{a2}} \right) \|r\|^2 \quad (59)$$

ifadesine ulaşılmıştır. Denetleyici kazançları için Eşitlik (25) ve Eşitlik (26) ile sunulan tasarımların kullanılmasıyla

$$\dot{V} \leq -\kappa \|z\|^2 \quad (60)$$

sonucuna ulaşılmış olup üstte $z(t) \in \mathbb{R}^{2n}$ birleştirilmiş hata vektörü olup $z \triangleq [e^T \quad r^T]^T$ olarak tanımlanmıştır.

Özellik 7: Eylemsizlik matrisi $M(q)$ artı tanımlı ve simetrik olup alttaki eşitsizlikleri sağlar (Lewis ve diğ. 2003)

$$m_1 I_n \leq M(q) \leq m_2 I_n. \quad (61)$$

Özellik 8: $J(q)$ matrisinin elemanları eklem pozisyonlarına yalnızca trigonometrik işlevler ile bağlıdır ve dolayısıyla da tüm olası eklem pozisyonları için sınırlıdır.

Eşitlik (27) ve Eşitlik (60) göz önünde bulundurulduğunda $V(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre $e(t)$, $r(t)$, $\eta_a(t)$, $I_b(t)$, $\tilde{\theta}_a(t)$, $\tilde{\theta}_m(t)$, $\tilde{\theta}_{ak}(t)$, $\tilde{\theta}_k(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu açıkça görülmektedir. $\tilde{\theta}_a(t)$, $\tilde{\theta}_m(t)$, $\tilde{\theta}_{ak}(t)$ ve $\tilde{\theta}_k(t)$ işaretlerinin sınırlılığı ve θ_a , θ_m , θ_{ak} , θ_k vektörlerinin sabit olmaları sırasıyla Eşitlik (18), Eşitlik (33), Eşitlik (34), Eşitlik (50) ve Eşitlik (51) ile birlikte kullanılarak $\hat{\theta}_a(t)$, $\hat{\theta}_m(t)$, $\hat{\theta}_{ak}(t)$, $\hat{\theta}_k(t) \in \mathcal{L}_\infty$ gösterilebilir. Hata işaretleri $e(t)$ ve $r(t)$ sınırlı oldukları için Özellik 8 ve Eşitlik (16) parametre kestirim vektörlerinin sınırlılığı ile beraber kullanılarak $\dot{e}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu gösterilebilir. Eşitlik (12) ve zamana

göre türevi $e(t)$, $\dot{e}(t)$, $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ işaretlerinin sınırlılıkları ile birlikte göz önünde bulundurulduğunda $x(t)$, $\dot{x}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ispatlanır. $\dot{x}(t)$ işaretinin sınırlılığı, Eşitlik (2) ile kullanıldığında $\dot{q}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ gösterilir. $q(t)$ ve $\dot{q}(t)$ sınırlı oldukları için $M(q)$, $V_m(q, \dot{q})$, $G(q) \in \mathcal{L}_\infty$ olduğu ispatlanır. Üstteki sınırlılık sonuçları kullanılarak Eşitlik (22) ile elde edilen $Y_d(t)$ ve Eşitlik (23) ile elde edilen $Y_{dk}(t)$ matrislerinin sınırlılıkları ispatlanabilir. Üstteki sınırlılık çıkarımları Eşitlik (28) ile birlikte kullanılarak $I_{ac}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ve bu sonuç $\eta_a(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ile beraber $I_a(t)$ ve $Y_a(t)$ ifadelerinin sınırlılığını ispatlamak için kullanılabilir. Bu sınırlılık çıkarımları Eşitlik (19) ve Eşitlik (23) ile sunulan tasarımlar kullanılarak denetleyici girişleri olan $V_a(t)$, $V_b(t) \in \mathcal{L}_\infty$ gösterilebilir. Üstteki sınırlılık sonuçları ve Özellik 7, Eşitlik (24) ile birlikte kullanıldığında $\dot{r}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ispatlanır. Yukarıdakine benzer adımların takip edilmesiyle tüm işaretlerin kapalı çevrim altında sınırlılığı gösterilebilir.

Eşitlik (60) ile elde edilen ifadenin her iki tarafının $t = 0$ anından $t \rightarrow +\infty$ için integrali alındığında

$$\int_0^{+\infty} \|z(\sigma)\|^2 d\sigma \leq \frac{1}{\kappa} (V(0) - V(+\infty)) \leq \frac{V(0)}{\kappa} \quad (62)$$

sonucuna ulaşılabilir ki bu ifadede $z(t) \in \mathcal{L}_2$ olduğu görülmektedir. Üstteki sınırlılık takip analizinden $e(t)$, $r(t)$, $\dot{e}(t)$, $\dot{r}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ve dolayısıyla da $z(t)$, $\dot{z}(t) \in \mathcal{L}_\infty$ ispatlanmıştır. Bu çıkarımların ışığında Barbalat'ın önermesi (Khalil, 1996) kullanılarak $t \rightarrow +\infty$ için $z(t)$ vektörünün yakınsaklığı ve $e(t)$ ile $r(t)$ vektörlerinin yakınsaklığı, dolayısıyla da Teori 1 kapsamında sunulan önerme ispatlanmış olur.

7. Benzetim Çalışması ve Sonuçları

Tasarlanan uyarlamalı denetleyicinin performansını göstermek amacıyla düzlemde çalışan, iki serbestlik dereceli, dönel eklemli robot kolu modeli kullanılarak sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Eşitlik (1)'de sunulan ileri kinematik

$$x = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \end{bmatrix} \quad (63)$$

yapısında olup Jakobiyen matrisi

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix} \quad (64)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada $s_1 = \sin(q_1)$, $s_2 = \sin(q_2)$, $c_1 = \cos(q_1)$, $c_2 = \cos(q_2)$, $s_{12} = \sin(q_1 + q_2)$, $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$ şeklinde tanımlanmıştır. Eklem uzunlukları $l_1 = l_2 = 0.127\text{m}$ olarak alınmıştır. Sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilirken l_1 ve l_2 parametreleri sadece robot kolunun hareketlerinin benzetimi amacıyla kullanılmış olup denetleyici tasarımlarının bir parçası değildir. Eşitlik (4)'te

sunulan robot kolunun dinamik modeli aşağıdaki terimler ile kullanılmış olup

$$M = \begin{bmatrix} p_1 + 2p_3 c_2 & p_2 + p_3 c_2 \\ p_2 + p_3 c_2 & p_2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$V_m = \begin{bmatrix} -p_3 s_2 \dot{q}_2 & -p_3 s_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ -p_3 s_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} p_4 & 0 \\ 0 & p_5 \end{bmatrix} \quad (67)$$

burada $p_1 = 3.473$, $p_2 = 0.193$, $p_3 = 0.242$, $p_4 = 5.3$, $p_5 = 1.1$ olarak ele alınmıştır. Sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilirken p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5 parametreleri sadece robot kolunun hareketlerinin benzetimi amacıyla kullanılmış olup denetleyici tasarımlarının bir parçası değildir. Eşitlik (5) ve Eşitlik (6)'da sunulan ve robot kolunun eklemelerini sürmekte kullanılan fırçasız DA motorlarının dinamik modeli aşağıdaki terimler ile kullanılmış olup

$$L_a = \begin{bmatrix} L_{a1} & 0 \\ 0 & L_{a2} \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$L_b = \begin{bmatrix} L_{b1} & 0 \\ 0 & L_{b2} \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$N_p = \begin{bmatrix} N_{p1} & 0 \\ 0 & N_{p2} \end{bmatrix} \quad (71)$$

bu ifadelerdeki elektriksel model parametreleri birinci eklem için; $L_{a1} = L_{a2} = 3.6\text{mH}$, $L_{b1} = L_{b2} = 27.9\text{mH}$, $R_1 = R_2 = 1.5587\Omega$ ve $N_{p1} = N_{p2} = 2$ olarak, ikinci eklem için ise $L_{a1} = L_{a2} = 0.36\text{mH}$, $L_{b1} = L_{b2} = 2.79\text{mH}$, $R_1 = R_2 = 0.5587\Omega$ ve $N_{p1} = N_{p2} = 2$ olarak alınmıştır.

Takip edilmesi istenilen görev uzayı yörüngesi

$$x_d = \begin{bmatrix} 0.13 + (1 - \exp\{-0.01t^3\})0.02 \sin(0.05t) \\ 0.13 - (1 - \exp\{-0.01t^3\})0.02 \cos(0.05t) \end{bmatrix} \text{m} \quad (72)$$

yapısında tasarlanmış olup bu ifadedeki üstel terim sisteme yumuşak bir başlangıç vermek amacıyla kullanılmıştır.

Robot kolunun başlangıçta hareketsiz durumdaki eklem pozisyonları $q(t=0) = [0 \ \frac{\pi}{2}]^T$, eklem hızları $\dot{q}(t=0) = [0 \ 0]^T$ olarak alınmıştır. Parametre kestirim vektörlerinin başlangıç değerleri $\hat{\theta}_k(t)$ için gerçek değerinin 0,9 katı olarak, $\hat{\theta}_m(t=0) =$

$[0.5 \ 0.5]^T$ şeklinde ve diğer tüm parametreler için sıfır olacak şekilde seçilmiştir.

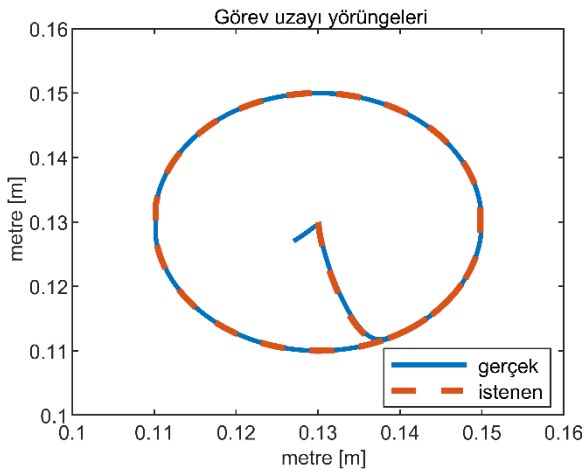
Denetleyici kazançları görece büyük bir değerden başlayıp iyi bir denetim performansı elde edilene kadar azaltılmak suretiyle deneme yanılma yoluyla ayarlanmış olup altta sunulan kazanç değerleri için elde edilen sonuçlar paylaşılmıştır

$$K_r = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (73)$$

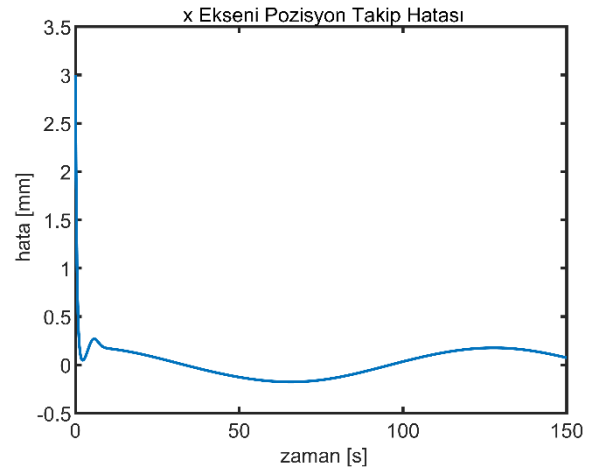
$$K_e = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$k_{a1} + k_{a2} = 1. \quad (75)$$

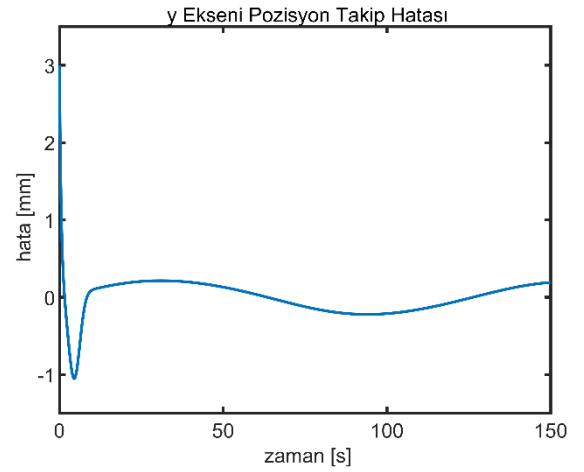
Görev uzayı takip yörüngeleri Şekil 2'de, x eksenli pozisyon takip hatası Şekil 3'te, y eksenli pozisyon takip hatası Şekil 4'te, birinci eklem için faz gerilimleri olan denetleyici girişleri V_a ve V_b Şekil 5'te ve ikinci eklem için faz gerilimleri olan denetleyici girişleri V_a ve V_b Şekil 6'da sunulmuştur. Gerek Şekil 2 gerekse de Şekil 3 ve Şekil 4'ten uç nokta takip hedefine ulaşıldığı gözlemlenmektedir.



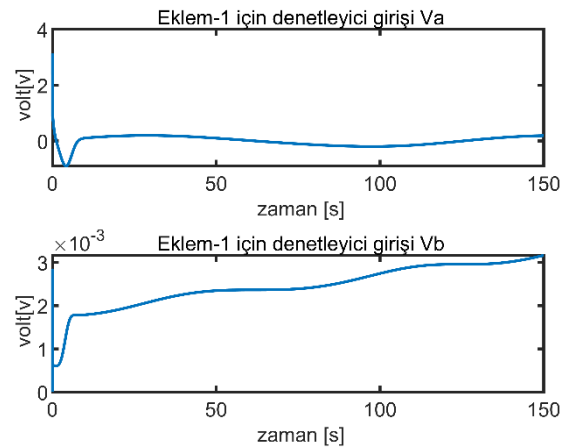
Şekil 2. İstenen $x_d(t)$ ve gerçek $x(t)$ görev uzayı yörüngeleri



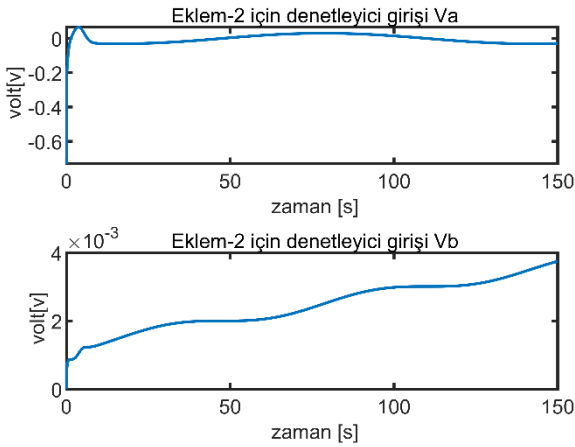
Şekil 3. x eksenli pozisyon takip hatası



Şekil 4. y eksenli pozisyon takip hatası



Şekil 5. Birinci eklem için $V_a(t)$ ve $V_b(t)$

Şekil 6. İkinci eklem için $V_a(t)$ ve $V_b(t)$

8. Sonuçlar

Çalışmamız kapsamında tasarlanan yenilikçi denetleyici yapısı ile robot kolunun hem dinamik hem de kinematik modelindeki belirsizliklere rağmen görev uzayı takip hatasının küresel asimptotik kararlılığı Lyapunov tabanlı olarak garanti edilmiştir. Tüm güncelleme kurallarının ve kapalı çevrim sistem içerisindeki tüm sinyallerin sınırlı kalacağı dolayısıyla tasarlanan denetleyici girişleri olan ve fırçasız DA motorlarına uygulanan faz gerilimlerinin de sınırlı kalacağı garanti edilmektedir. Benzetim sonuçları yeterince iyi bir takip performansının elde edildiğini ve denetleyici girişi olan faz gerilimlerinin uygulanabilir sınırlar içerisinde kaldığını göstermektedir. Tasarlanan tam durum geri beslemeli denetleyici yapısı eklem ve uç nokta pozisyonlarının, hızlarının ve motor akımlarının ölçümüne ihtiyaç duymaktadır. Görev uzayında ve fırçalı DA motor eyleyici dinamiklerinin ele alındığı (Peng, Ding ve Dubai, 2020; Jhan ve Lee 2017) çalışmalarına kıyasla çalışmamız kapsamında kinematik model belirsizlikleri de ele alınmıştır. Ek olarak bu çalışmalarda, takip hatasının ancak küçük bir bandın içerisinde kalacağı garanti edilebilirken çalışmamız kapsamında asimptotik sonucu kararlılık elde edilmiştir. (Si ve diğ. 2021) çalışmasına kıyasla denetleyici tasarımında çatırdama problemine neden olan işaret işlevi kullanılmamıştır. (Xu, Hu ve Zhang, 2017) çalışmasına kıyasla ise geliştirilen denetleyici yapısı eklem ivmelerinin ölçüm bilgisine ihtiyaç duymamaktadır. (Izadbakhsh ve Khorashadizadeh, 2017) çalışmasında ise eyleyicilerin endüktans etkileri ihmal edilerek ($L=0$) eyleyici modeli doğrusallaştırılmıştır ve uç nokta ivmelerinin ölçüm bilgisine de ihtiyaç duyulmaktadır.

Gelecek çalışmalarda filtre veya gözetleyici tasarımına yönelik çalışmalar yapılarak bu gereksinimler azaltılabilir ve görüntü tabanlı algılayıcıların etkileri ele alınabilir (Yayan ve Erdoğan, 2022). Kendinden uyarlamalı gürbüz denetleyici tasarımları yapılabilir (Yılmaz ve diğ. 2022; Bayrak, 2017). Tasarlanan

denetleyici yapılarının gerçek zamanlı uygulamalarının da yapılması planlanmaktadır. Ek olarak sistem kısıtlarıyla ve doğrusalsızlıklarla mücadele etmek amacıyla doğrusal olmayan programlama (Yazıcı ve Karamancıoğlu, 2008) yöntemleri kullanılabilir.

Teşekkür

Bu çalışmada sunulan araştırmaya verdiği destekten ötürü Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkür ederiz (proje numarası: 121E383). Ayrıca Şükrü Ünver, 2211-C programı (1649B032207716) kapsamında desteklendiği için TÜBİTAK'a ve YÖK 100/2000 projesi kapsamında desteklendiği için Yükseköğretim Kurulu'na teşekkür eder.

Araştırmacıların Katkısı

Gerçekleştirilen çalışmada Yazar 1 yazılım, bilimsel yazın taraması, metodoloji, orijinal taslağın yazımı ve düzeltmeleri başlıklarında; Yazar 2 sonuçların ve metodolojinin değerlendirilmesi, konseptin detaylandırılması, biçimsel analiz ve inceleme başlıklarında; Yazar 3 fikrin oluşturulması, konseptin detaylandırılması, metodoloji, yazım denetimi ve makale içeriğinin incelemesi ve düzenlemesi başlıklarında; Yazar 4 konseptin detaylandırılması, metodoloji, biçimsel analiz ve inceleme başlıklarında; Yazar 5 metodoloji, biçimsel analiz, inceleme değerlendirme ve danışmanlık başlıklarında katkı sunmuşlardır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

- Albostan, A ve Gökbulut, M. (1998). Fırçasız Doğru Akım Motorlarının Yapay Sinir Ağları ile Öz-Uyarlamalı Denetimi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 11(1). Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/pub/ogummf/issue/30463/329417>
- Bayrak, A. (2017). Sliding Mode Based Self-Tuning PID Controller for Second Order Systems. *Süleyman Demirel University Journal of Natural and Applied Sciences*, 21(3), 876-872. doi: <https://doi.org/10.19113/sdufbed.07565>
- Braganza, D., Dixon, W, E., Dawson, D.M. ve Xian, B. (2008). Tracking Control for Robot Manipulators with Kinematic and Dynamic Uncertainty. *International Journal of Robotics and Automation*, 23(2). doi: [10.2316/Journal.206.2008.2.206-3102](https://doi.org/10.2316/Journal.206.2008.2.206-3102)

- Braganza, D., Dixon, W. E., Dawson, D.M. ve Xian, B. (2005). Tracking Control for Robot Manipulators with Kinematic and Dynamic Uncertainty. *IEEE Conference on Decision and Control*, 5293-5297. doi: [10.1109/CDC.2005.1583003](https://doi.org/10.1109/CDC.2005.1583003)
- Bridges, M.M., Dawson, D.M. ve Gao, X. (1993). Adaptive control of rigid-link electrically-driven robots. *IEEE Conference on Decision and Control*, 159-165. doi: [10.1109/CDC.1993.325171](https://doi.org/10.1109/CDC.1993.325171)
- Bridges, M.M. ve Dawson, D.M. (1994). Adaptive control of rigid-link electrically-driven robots actuated with brushless DC motors. *IEEE Conference on Decision and Control*, 1284-1289. doi: [10.1109/CDC.1994.411145](https://doi.org/10.1109/CDC.1994.411145)
- Carrillo-Serrano, R.V., Hernández-Guzmán, V.M. ve Santibáñez, V. (2011). PD control with feedforward compensation for rigid robots actuated by brushless DC motors. *Robotica*, 29(4), 507-514. doi: <https://doi.org/10.1017/S0263574710000329>
- Cheah, C.C. (2003). Task-space regulation of robots with approximate actuator model. *Robotica*, 21(1), 95-104. doi: <https://doi.org/10.1017/S026357470200440X>
- Chen, Z., Yang, X. ve Liu, X. (2019). RBFNN-based nonsingular fast terminal sliding mode control for robotic manipulator including actuator dynamics. *Neurocomputing*, 362, 72-82. doi: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.06.083>
- Chwa, D. ve Kwon, H. (2022). Nonlinear Robust Control of Unknown Robot Manipulator Systems with Actuators and Disturbances Using System Identification and Integral Sliding Mode Disturbance Observer. *IEEE Access*, 10, 35410-35421. doi: [10.1109/ACCESS.2022.3163306](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3163306)
- Çetin, K. (2016). *Artık eklemlili robot kollarının kontrolü ve telerobotik uygulamaları*. (Doktora tezi), İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, İzmir, Türkiye.
- Dawson, D.M., Bridges, M.M. ve Qu, Z. (1995). *Nonlinear control of robotic systems for environmental waste and restoration*. Prentice-Hall Inc.
- Deng, W., Zhou, H., Zhou, J ve Yao, J. (2023). Neural network-based adaptive asymptotic prescribed performance tracking control of hydraulic manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 53(1), 285-295. doi: [10.1109/TSMC.2022.3178626](https://doi.org/10.1109/TSMC.2022.3178626)
- Dixon, W. E. (2007). Adaptive Regulation of Amplitude Limited Robot Manipulators with Uncertain Kinematics and Dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(3), 488-493. doi: [10.1109/TAC.2006.890321](https://doi.org/10.1109/TAC.2006.890321)
- Doğan, K.M. (2016). *Telerobotik uygulamalarda robot kollarının öğrenmeli denetimi*. (Yüksek lisans tezi), İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, İzmir, Türkiye.
- Good, M.C., Sweet, L.M. ve Strobel, K.L. (1985). Dynamic Models for Control System Design of Integrated Robot and Drive Systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107(1), 53-59. doi: <https://doi.org/10.1115/1.3140707>
- Izadbakhsh, A. ve Khorashadizadeh, S. (2017). Robust Task-Space Control of Robot Manipulator Using Differential Equations for Uncertainty Estimation. *Robotica*, 35(1), 1923-1938. doi: <https://doi.org/10.1017/S0263574716000588>
- Jhan, Z.Y. ve Lee, C.H. (2017). Adaptive Impedance Force Controller Design for Robot Manipulator including Actuator Dynamics. *International Journal of Fuzzy Systems*, 19(1), 1739-1749. doi: <https://doi.org/10.1007/s40815-017-0358-2>
- Karamancıoğlu, A. ve Özdemir, C. (1996). A Tutorial On The Singular Value Decomposition. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 9(1). Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ogummf/issue/30406/328445>
- Keighobadi, J., Xu, B., Alfi A., Arabkoohsar A. ve Nazmara, G. (2022). Compound FAT-based prespecified performance learning control of robotic manipulators with actuator dynamics. *ISA Transactions*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2022.04.027> Get rights and content
- Khalil, H.K. (1996). *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall Inc.
- Kokotovic, P.V. (1992). The joy of feedback: nonlinear and adaptive. *IEEE Control Systems Magazine*, 12(3), 7-17. doi: [10.1109/37.165507](https://doi.org/10.1109/37.165507)
- Lewis, F.L., Dawson, D.M. ve Abdallah, C.T. (2003). *Robot manipulator control: theory and practice*. CRC Press.
- Liu, C. ve Cheah, C.C. (2005). Task-space adaptive setpoint control for robots with uncertain kinematics and actuator model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(11), 1854-1860. doi: [10.1109/TAC.2005.858664](https://doi.org/10.1109/TAC.2005.858664)
- Liu, C., Cheah, C.C. ve Slotine, J.J. (2006). Adaptive Jacobian PID Regulation for Robots with Uncertain Kinematics and Actuator Model. *IEEE/RSJ*

- International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 3044-3049. doi: [10.1109/IROS.2006.282242](https://doi.org/10.1109/IROS.2006.282242)
- Marquez, H.J. (2003). *Nonlinear control systems: analysis and design*. John Wiley & Sons Inc.
- Nakanishi, J., Cory, R., Mistry, M., Peters, J. ve Schaal, S. (2008). Operational space control: A theoretical and empirical comparison. *The International Journal of Robotics Research*, 27(6), 737-757. doi: <https://doi.org/10.1177/0278364908091>
- Parlaktuna, O. ve Eroğlu, E. (2007). Gezgin Robotlarda Ultrasonik Mesafe Algılayıcılarla Robot Davranışlarının Kontrolü ve Çevre Haritalama. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 20(2). Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ogummf/issue/30184/325706>
- Patil, O.S., Sun, R., Bhasin, S. ve Dixon, W.E. (2022). Adaptive Control of Time-Varying Parameter Systems with Asymptotic Tracking. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 67(9), 4809-4815. doi: <https://doi.org/10.1109/TAC.2022.3161388>
- Peng, J., Ding, S ve Dubai, R. (2020). Adaptive Impedance Control Based on Neural Network for Electrically-Driven Robotic Systems. *IEEE International Systems Conference*, 1-6, doi: <https://doi.org/10.1109/SysCon47679.2020.9275847>
- Saleki, A. ve Fateh, M.M. (2020). Model-free control of electrically driven robot manipulators using an extended state observer. *Computers and Electrical Engineering*, 87. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2020.106768> [Get rights and content](#)
- Shojaei, K., Kazemy, A. ve Chatraei, A. (2021). An Observer-Based Neural Adaptive PID^2 Controller for Robot Manipulators Including Motor Dynamics with a Prescribed Performance. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 26(3), 1689-1699. doi: [10.1109/TMECH.2020.3028968](https://doi.org/10.1109/TMECH.2020.3028968)
- Si, W., Zhao, L., Wei, J. ve Guan, Z. (2021). Task-space regulation of rigid-link electrically-driven robots with uncertain kinematics using neural networks. *Measurement and Control*, 54(1-2), 102-115. doi: <https://doi.org/10.1177/0020294020983383>
- Siciliano, B., Khatib, O. ve Kröger, T. (2008). *Springer handbook of robotics*, Springer.
- Soltanpour, M.R., Khalilpour, J. ve Soltani, M. (2012). Robust nonlinear control of robot manipulator with uncertainties in kinematics, dynamics and actuator models. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 8(8), 5487-5498. Erişim adresi: <http://www.ijicic.org/ijicic-11-04101.pdf>
- Şahan, G. (2021). Relaxations of Conditions of Lyapunov Functions. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 25(2), 238 - 244. doi: <https://doi.org/10.19113/sdufenbed.808371>
- Tarn, T.J., Bejczy, A.K., Yun, X. ve Li, Z. (1991). Effect of motor dynamics on nonlinear feedback robot arm control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 7(1), 114-122. doi: [10.1109/70.68075](https://doi.org/10.1109/70.68075)
- Tatlıcıoğlu, E., McIntyre, M., Dawson, D.M. ve Walker, I. (2005). Adaptive Nonlinear Tracking Control of Kinematically Redundant Robot Manipulators with Sub-Task Extensions. *IEEE Conference on Decision and Control*, 4373-4378. doi: [10.1109/CDC.2005.1582850](https://doi.org/10.1109/CDC.2005.1582850)
- Wai, R.J. ve Muthusamy, R. (2014). Design of Fuzzy-Neural-Network-Inherited Backstepping Control for Robot Manipulator Including Actuator Dynamics. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 22(4), 709-722. doi: [10.1109/TFUZZ.2013.2270010](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2013.2270010)
- Xiao, B., Yin, S. ve Kaynak, O. (2016). Tracking Control of Robotic Manipulators with Uncertain Kinematics and Dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(10), 6439-6449. doi: [10.1109/TIE.2016.2569068](https://doi.org/10.1109/TIE.2016.2569068)
- Yayan, U. ve Erdoğan, A.K. (2022). Development of a fault injection tool & dataset for verification of camera based perception in robotic systems. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 30(3), 328-339. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ogummf/issue/74024/1054761>
- Yazıcı, A. Ve Karamancıoğlu, A. (2008). A Nonlinear Programming Approach For The Swing-Up Control Problem. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 21(2), 109 - 124. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/pub/ogummf/issue/30163/325536>
- Yılmaz, B.M., Tatlıcıoğlu, E., Savran, A. ve Alcı, M. (2022). Self-Adjusting Fuzzy Logic Based Control of Robot Manipulators in Task Space. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 69(2), 1620-1629. doi: [10.1109/TIE.2021.3063970](https://doi.org/10.1109/TIE.2021.3063970)

- Zergeroğlu, E., Kandemir, I., Seker, M. Ve Eroğlu, E. (2006). Dealing with uncertainty in dynamical systems: Lyapunov-based approaches. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 21(3), 587-602. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/en/pub/gazimmfd/issue/6669/88847>
- Zhou, B., Yang, L., Wang, C., Chen, Y. ve Chen, K. (2020). Inverse Jacobian adaptive tracking control of robot manipulators with kinematik, dynamic and actuator uncertainties. *Complexity*. doi: <https://doi.org/10.1155/2020/5070354>
- Xu, L., Hu, Q. ve Zhang, Y. (2017). \mathcal{L}_2 performance control of robot manipulators with kinematics, dynamics and actuator uncertainties. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 27(2), 875–893. doi: <https://doi.org/10.1002/rnc.3604>