

Ağırlıklı geometrik merkez metodu ile pratik PI-PD kontrolör tasarımı

M. Mine ÖZYETKİN^{1*}, Abdullah TOPRAK¹

¹ Dicle Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır

Makale Gönderme Tarihi: 15.07.2016

Makale Kabul Tarihi: 15.08.2016

Öz

Bu çalışmada zaman gecikmeli sistemler için ağırlıklı geometrik merkez metodu kullanılarak PI-PD kontrolör tasarımı yapılmıştır. Bunun için öncelikle verilen bir kontrol sistemini kararlı yapan tüm PD kontrolör parametreleri kararlılık sınır eğrisi metodu kullanılarak hesaplanmıştır. (k_d, k_f) düzleminde çizilmiş olan bu eğriden yararlanılarak belirli bir (k_d, k_f) parametre çifti elde edilmiştir.

Daha sonra yine kararlılık sınır eğrisi metodu kullanılarak sistemi kararlı yapan tüm PI kontrolör parametreleri (k_p, k_i) düzleminde çizilmiş ve bu kararlılık bölgesi içerisinde ağırlıklı geometrik merkez metodu vasıtasıyla belirli bir (k_p, k_i) parametre çifti elde edilmiştir.

(k_d, k_f) ve (k_p, k_i) düzlemlerinde çizilen kararlılık sınır eğrilerden yararlanarak, sistemi kararlı yapan tüm PI-PD kontrolör parametre değerleri hesaplanabilmektedir. Ancak bu bölgeler içerisinde sistem performansını en iyi şekilde sağlayabilecek parametrelerin seçimi önemli bir sorundur. Ağırlıklı geometrik merkez metodu bu soruna oldukça pratik ve kullanışlı bir çözüm sunmaktadır. Metotla ilgili bazı örnekler verilmiş ve birim basamak cevapları incelenerek kullanılan metodun performans analizi yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: PI-PD kontrolör; Kararlılık; Ağırlıklı geometrik merkez; Zaman gecikmesi

Giriş

Günümüzde PID kontrolörler endüstriyel uygulamalarda (%90'ından fazlasında) en yaygın kullanılan denetçi tipleridir. Aslında PID kontrolörlerin çoğunda denetim proseslerinde kaçınılmaz olarak görülen ölçüm gürültüsü yüzünden türev etkisi kullanılmamaktadır ve dolayısıyla PI kontrolörler daha fazla tercih edilmektedirler (Aström ve Hägglund, 2001). Bu popüler kontrolörler için uygun parametrelerin belirlenmesini sağlayan pek çok çalışma yapılmış ve bazı metotlar geliştirilmiştir (Ziegler ve Nichols, 1942; Åström ve Hägglund, 1993; Åström ve Hägglund, 1995; Zhuang ve Atherton, 1993; Ho vd, 1995). Bunlardan sistemin açık çevrim birim basamak cevabını kullanan Cohen-Coon metodu, Nyquist eğrisini kullanan Ziegler-Nichols metodu sistemin dinamik davranışı ile ilgili fazla bilgi içermezler ve iyi bir ayarlama sağlayamazlar (Tan, 2005; Åström ve Hägglund, 2001; Zhuang ve Atherton, 1993). Örneğin Ziegler-Nichols metodu pek çok durumda oldukça zayıf sonuçlar vermektedir (Åström ve Hägglund, 2001; Zhuang ve Atherton, 1993). Daha sonraları geliştirilmiş olan Åström-Hägglund metodu ve iyileştirilmiş Ziegler-Nichols metotları da her zaman iyi sonuç sağlayamamaktadır (Zhuang ve Atherton, 1993). Genel itibariyle optimum denetçi parametrelerini elde etmeye yönelik çalışmalar hala devam etmektedir ve bu konuda önemli çalışmalar bulunmaktadır (Datta vd., 2000; Söylemez vd., 2003; Astrom ve Hagglund, 1995). Ancak en iyi yaklaşım metodu diye bir kavram henüz mevcut değildir. Üstelik PID denetçi ailesinin gelecekte de yerini koruyup korumayacağı, daha iyi bir PID denetçi için ilave özelliklerin olup olmadığı hala bir araştırma konusudur (Aström ve Hagglund, 2001).

Zaman gecikmesi fiziksel, kimyasal, biyolojik vb. pek çok gerçek sistemde yaygın olarak görülen bir durum olduğundan zaman gecikmesine sahip transfer fonksiyonları gerçek sistemlerin modellenmesinde oldukça önemlidir (O'Dwyer, 2006; Eriksson ve Johansson, 2007).

Bu çalışma pratikte kaçınılmaz olan zaman gecikmeli sistemler için uygun PI-PD kontrolör parametre seçimini sağlayan pratik bir metot üzerine yapılmıştır.

PI-PD kontrolörler, PID kontrolör yapısına benzemekle birlikte bazı noktalarda farklılıklar göstermektedir. Örneğin PID kontrolörler kararsız, integratif ve rezonant sistemlerin kontrolünde istenilen performansı sağlamada bazı yapısal sınırlamalara sahipken PI-PD kontrolörler bu tip sistemler için oldukça iyi sonuçlar sunmaktadır (Tan, 2009). PID kontrolörler ayarlanması gereken üç parametreye sahipken PI-PD kontrolör yapısında dört parametre söz konusudur. Bu kontrolör yapısına bir örnek Şekil 1'de gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi PD geri beslemeli iç döngü sayesinde sistemin transfer fonksiyonu ve cevabı iyileştirilir. Böylece elde edilen sistemin yeni transfer fonksiyonuna göre kutuplar daha iyi konumlanmış olur. Daha sonra PI kontrolörlü ikinci döngüde sistem performansında istenilen düzeye ulaşılmaya çalışılır. PD geri beslemeli iç döngü sayesinde açık çevrim kararsız bir sistem açık çevrim kararlı bir sisteme dönüşmüş ve kararlı açık çevrim kutuplarının uygun konumu sağlanmış olur (Tan, 2009). Bu bakımdan PI-PD kontrolör yapısı klasik PID kontrolörlere göre daha avantajlıdır.

Yukarıda da bahsedildiği gibi PI-PD kontrolörler kararlı, kararsız, integratif ve rezonant proseslerin kontrolünde çok iyi sonuçlar sağlayan bir kontrol yapısıdır. Dolayısıyla bir sistemi kararlı yapan bu kontrolörler için kararlı katsayıların elde edilmesi oldukça önemlidir. Bu konuda önemli çalışmalar bulunmaktadır (Tan, 2009; Kaya, 2003). Ancak bu kararlı bölge içerisinde sistem için en uygun parametrelerin seçimi oldukça önemli bir sorundur ve hala bir araştırma konusudur. Bu çalışma bahsi geçen probleme oldukça pratik bir çözüm sunmaktadır. Yapılan çalışma kararlılık sınır eğrisinin (k_d, k_f) ve (k_p, k_i) düzlemlerinde çizimine dayalı bir metot sunmaktadır. Kararlılık sınır eğrisi kontrolör parametrelerine ve frekansa bağlıdır. Örneğin,

$l(k_f, k_d, \omega)$ gösterimi (k_d, k_f) düzleminde kararlılık sınır eğrisini ifade etmektedir. Benzer şekilde $l(k_p, k_i, \omega)$ gösterimi ise (k_p, k_i) düzleminde kararlılık sınır eğrisini ifade etmektedir. Kararlılık sınır eğrisi ω 'ya bağlı olduğu için ω , 0'dan ∞ 'a kadar değişebilir. Fakat hangi frekans aralığında kararlı kontrolör parametrelerinin bulunabileceği ve çizim için gerekli frekans aralığının tahmin edilebileceği yapılan çalışmada gösterilmiştir. Dolayısıyla özetlenen metotta bir kontrol sistemini kararlı yapabilecek tüm PI-PD parametreleri çok hızlı bir şekilde hesaplanabilir. Hesaplanan kararlı bölgede ağırlıklı geometrik merkez metodu kullanılarak seçilen kontrolörlerin sistemin performansına etkileri de kolaylıkla incelenebilir. Bu şekilde zaman gecikmeli sistemler için ağırlıklı geometrik merkez metodu kullanılarak basit bir PI-PD denetçi ayarı yapılmıştır. Verilen örneklerle metod açıklanmış, verilen sistemler için uygun k_p ve k_i katsayılarının ağırlıklı geometrik merkez değerleri elde edilmiştir.

Bu çalışma şu şekilde düzenlenmiştir: ilk olarak PI-PD kontrolörler için kararlılık sınır eğrisi metodu kullanılarak sistemi kararlı yapan tüm parametrelerin nasıl elde edileceği gösterilmiştir. Sonraki bölümde ağırlıklı geometrik merkez metodu tanımlanmıştır. Verilen örneklerle metodun birim basamak cevabı incelenerek performans analizi yapılmıştır. Son olarak ise sonuç ve ileriye yönelik yapılabilecek çalışma ve öneriler sunulmuştur.

PI-PD kontrolör için kararlılık bölgelerinin elde edilmesi

Şekil 1'de gösterilen kontrol sisteminde $G_p(s)$ aşağıdaki gibi tanımlanmış olsun.

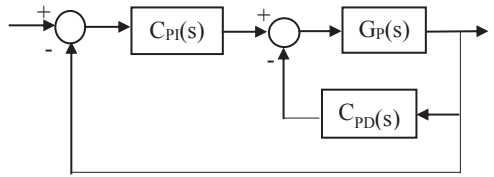
$$G_p(s) = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-\tau s} \quad (1)$$

$C_{PD}(s)$ ve $C_{PI}(s)$ ise

$$C_{PD}(s) = k_f + k_d s \quad (2)$$

$$C_{PI}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} \quad (3)$$

formunda olup sırasıyla PD ve PI kontrolörleri ifade etmektedir. Buradaki temel problem verilen sistemi kararlı yapan PI ve PD kontrolör parametrelerinin elde edilmesidir. Sistemi kararlı yapan PI-PD parametrelerin elde edilmesine yönelik bu çalışma (Tan, 2009; Onat vd., 2012; Onat, 2013) örnek alınarak yapılmıştır.



Şekil 1 PI-PD kontrolörlü bir sistem

a) PD kontrolör için kararlılık bölgesi

Şekil 1 için PD kontrolörlü birinci döngüyü ele aldığımız zaman bu döngünün karakteristik denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta_{PD}(s) = 1 + C_{PD}(s)G_p(s) \quad (4)$$

Bu ifade Denklem (1) ve (2) kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\Delta_{PD}(s) = D_p(s) + (k_f + k_d s)N_p(s)e^{-\tau s} \quad (5)$$

Parametre uzayı yaklaşımında kararlı bir polinomun kökleri için üç olasılık bulunmaktadır: Reel kök sınırı, sonsuz kök sınırı ve kompleks kök sınırı. Konu ile ilgili detaylar için (Ackerman ve Kaesbauer 2001; Tan, 2009)'a bakılabilir. Konunun ayrıntıları burada ayrıca verilmeyecektir.

Denklem (1)'de $s = j\omega$ yazılarak $G_p(s)$ 'in pay ve paydası aşağıdaki gibi yazılabilir (Tan, 2009).

$$G_p(j\omega) = \frac{N_{PE}(-\omega^2) + j\omega N_{PO}(-\omega^2)}{D_{PE}(-\omega^2) + j\omega D_{PO}(-\omega^2)} \quad (6)$$

Bu durumda Denklem (5) ile verilen karakteristik denklem ifadesi aşağıdaki gibi reel ve sanal kısımlarına ayrılarak yazılabilir.

$$\begin{aligned} \Delta_{PD}(j\omega) &= [D_{PE} + (k_f N_{PE} - \omega^2 k_d N_{PO}) \cos(\omega\tau) \\ &+ (\omega k_f N_{PO} + \omega k_d N_{PE}) \sin(\omega\tau)] \\ &+ j[\omega D_{PO} + (\omega k_f N_{PO} + \omega k_d N_{PE}) \cos(\omega\tau) \\ &+ (-k_f N_{PE} + \omega^2 k_d N_{PO}) \sin(\omega\tau)] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Delta_{PD}(j\omega) = \text{Re} + j \text{Im} = 0 \quad (8)$$

Denklem (8)'deki gibi reel ve sanal kısımlar ayrı ayrı sifıra eşitlenirse sırasıyla aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned} k_f(N_{PE} \cos(\omega\tau) + \omega N_{PO} \sin(\omega\tau)) \\ + k_d(-\omega^2 N_{PO} \cos(\omega\tau) + \omega N_{PE} \sin(\omega\tau)) \\ = -D_{PE} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} k_f(\omega N_{PO} \cos(\omega\tau) - N_{PE} \sin(\omega\tau)) \\ + k_d(\omega^2 N_{PO} \sin(\omega\tau) + \omega N_{PE} \cos(\omega\tau)) \\ = -\omega D_{PO} \end{aligned} \quad (10)$$

Denklem (9) ve (10) aşağıdaki gibi yeniden ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} k_f Q + k_d B = C \\ k_f M + k_d N = L \end{aligned} \quad (11)$$

$$k_f = \frac{CN - LB}{QN - MB} \quad (12)$$

$$k_d = \frac{QL - MC}{QN - MB} \quad (13)$$

Burada

$$\begin{aligned} Q &= N_{PE} \cos(\omega\tau) + \omega N_{PO} \sin(\omega\tau) \\ B &= -\omega^2 N_{PO} \cos(\omega\tau) + \omega N_{PE} \sin(\omega\tau) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} C &= -D_{PE} \\ M &= \omega N_{PO} \cos(\omega\tau) - N_{PE} \sin(\omega\tau) \\ N &= \omega^2 N_{PO} \sin(\omega\tau) + \omega N_{PE} \cos(\omega\tau) \\ L &= -\omega D_{PO} \end{aligned} \quad (15)$$

şeklinde. Yukarıdaki denklemler, Denklem (12) ve (13)'de yerine yazılırsa k_f ve k_d aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} -(N_{PE} D_{PE} + \omega^2 N_{PO} D_{PO}) \cos(\omega\tau) \\ k_f = \frac{+\omega(N_{PE} D_{PO} - N_{PO} D_{PE}) \sin(\omega\tau)}{(N_{PE}^2 + \omega^2 N_{PO}^2)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} (\omega N_{PO} D_{PE} - \omega N_{PE} D_{PO}) \cos(\omega\tau) \\ k_d = \frac{-(N_{PE} D_{PE} + \omega^2 N_{PO} D_{PO}) \sin(\omega\tau)}{\omega(N_{PE}^2 + \omega^2 N_{PO}^2)} \end{aligned} \quad (17)$$

Denklem (16) ve (17) kullanılarak kararlılık sınır eğrisi $l(k_d, k_f, \omega)$, (k_d, k_f) düzlemine çizilebilir. Fakat unutmamak gerekir ki denklem (16) ve (17)'nin paydasını sıfır yapan frekans değeri kararlılık sınır eğrisinin elde edilmesinde süreksizliğe neden olacaktır ancak bu durum kararlı kontrolörlerin hesaplanması için bir engel değildir (Tan, 2009). Eğer mevcut iseler reel kök sınırı ve sonsuz kök sınırı (k_d, k_f) parametre düzlemini kararlı ve kararsız bölgelere ayırabileceğinden kararlılık sınır eğrisi $l(k_d, k_f, \omega)$, elde edildikten sonra kararlı kontrolör parametrelerinin olup olmadığı test edilmelidir (Tan, 2009). Reel kök sınırı $k_f = k_f(0)$ Denklem (7)'de $\omega = 0$ yazılarak Denklem (18)'deki gibi elde edilir ve $s = 0$ 'da Denklem (5) ile verilen $\Delta_{PD}(s)$ 'in bir reel kökü sanal eksenini aşabileceğinden sifıra eşitlenir.

$$k_f = k_f(0) = -\frac{D_{PE}(0)}{N_{PE}(0)} \quad (18)$$

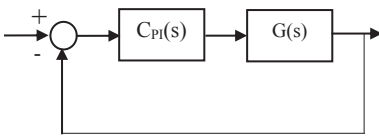
$$k_f(0) = \frac{-(N_{PE}D_{PE} + \omega^2 N_{PO}D_{PO})\cos(\omega\tau) + \omega(N_{PE}D_{PO} - N_{PO}D_{PE})\sin(\omega\tau)}{(N_{PE}^2 + \omega^2 N_{PO}^2)} \quad (19)$$

Denklem (7)'de $\omega=0$ için sanal kısım sıfırdır. Reel kısmın da $\omega=0$ 'da sıfıra eşitlenmesi için $k_f = k_f(0) = -\frac{D_{PE}(0)}{N_{PE}(0)}$ olmalıdır ve $k_f = k_f(0)$

çizgisi kararlılık sınır eğrisinin sınırlayıcısıdır (Tan, 2009). Sistemin transfer fonksiyonunda payda $D_p(s)$ 'in derecesi pay $N_p(s)$ 'in derecesinden büyük olduğu sürece ki genellikle böyledir, sonsuz kök sınırı söz konusu olmayacaktır. Kararlılık sınır eğrisi $l(k_d, k_f, \omega)$, ω 'ya bağlı olarak elde edilir (ω , sıfırla sonsuz arasında değişebilir). Yukarıda da belirtildiği gibi $k_f = k_f(0)$ çizgisi kararlılık sınır eğrisinin sınırlayıcısı olduğundan ω 'nın pozitif reel değerinin altındaki frekansın denklem (19)'u sağladığı düşünülebilir ve frekansın bu pozitif reel değeri ω_a olarak adlandırılırsa kararlılık sınır eğrisinin $\omega \in [0, \omega_a]$ aralığında çizilmesi kararlılığı sağlayan (k_f, k_d) parametrelerinin elde edilmesi için yeterli olacaktır.

b) PI kontrolör için kararlılık bölgesi

Şekil 1'de verilen sistem için PD geri beslemeli iç döngünün kapalı çevrim transfer fonksiyonu $G(s)$ olarak ifade edilirse sistemin eşdeğer blok diyagramı Şekil 2'de gösterildiği gibi olacaktır.



Şekil 2 Şekil 1'in eşdeğer blok diyagramı

$G(s)$ Denklem (20)'deki gibi elde edilir.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + C_{PD}(s)G_p(s)} = \frac{N_p(s)e^{-\tau s}}{D_p(s) + (k_f + k_d s)N_p(s)e^{-\tau s}} \quad (20)$$

Burada $s = j\omega$ olarak alındığında $G(s)$ aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$G(j\omega) = \frac{N_E(-\omega^2) + j\omega N_O(-\omega^2)}{D_E(-\omega^2) + j\omega D_O(-\omega^2)} = \frac{(N_{PE} + j\omega N_{PO})(\cos(\omega\tau) - j\sin(\omega\tau))}{\Delta_{PD}(j\omega)} \quad (21)$$

Denklem (21)'deki $\Delta_{PD}(j\omega)$ aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \Delta_{PD}(j\omega) &= (D_{PE} + j\omega D_{PO}) \\ &+ (k_f + j\omega k_d)(N_{PE} + j\omega N_{PO})e^{-j\omega\tau} \\ &= [D_{PE} + (k_f N_{PE} - \omega^2 k_d N_{PO})\cos(\omega\tau) \\ &+ (\omega k_f N_{PO} + \omega k_d N_{PE})\sin(\omega\tau)] \\ &+ j[\omega D_{PO} + (\omega k_f N_{PO} + \omega k_d N_{PE})\cos(\omega\tau) \\ &+ (-k_f N_{PE} + \omega^2 k_d N_{PO})\sin(\omega\tau)] \end{aligned} \quad (22)$$

Burada

$$N_E = N_{PE} \cos(\omega\tau) + \omega N_{PO} \sin(\omega\tau) \quad (23)$$

$$N_O = N_{PO} \cos(\omega\tau) - \frac{N_{PE}}{\omega} \sin(\omega\tau) \quad (24)$$

$$D_E = D_{PE} + (k_f N_{PE} - \omega^2 k_d N_{PO})\cos(\omega\tau) + (\omega k_f N_{PO} + \omega k_d N_{PE})\sin(\omega\tau) \quad (25)$$

$$D_O = D_{PO} + (k_f N_{PO} + k_d N_{PE})\cos(\omega\tau) + (-\frac{k_f N_{PE}}{\omega} + \omega k_d N_{PO})\sin(\omega\tau) \quad (26)$$

şeklindedir. Yukarıda PD kontrolör parametrelerini elde etmek için anlatılan prosedür PI parametrelerini elde etmek için de kullanılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\Delta_{PI}(s) = sD(s) + (k_p s + k_i)N(s) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{PI}(j\omega) &= j\omega(D_E + j\omega D_O) \\ &+ (j\omega k_p + k_i)(N_E + j\omega N_O) \\ &= (-\omega^2 D_O - \omega^2 k_p N_O + k_i N_E) \\ &+ j(\omega D_E + \omega k_p N_E + \omega k_i N_O) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\Delta_{PI}(j\omega) = \text{Re} + j \text{Im} = 0 \quad (29)$$

Reel ve sanal kısımlar sıfıra eşitlenirse aşağıdaki denklemler elde edilecektir.

$$\begin{aligned} k_p(-\omega^2 N_O) + k_i N_E &= \omega^2 D_O \\ k_p(\omega N_E) + k_i(\omega N_O) &= -\omega D_E \end{aligned} \quad (30)$$

Bu denklemler çözüldüğünde k_p ve k_i Denklem (31) ve (32)'deki gibi bulunur.

$$k_p = \frac{\omega^2 N_O D_O + N_E D_E}{-(\omega^2 N_O^2 + N_E^2)} \quad (31)$$

$$k_i = \frac{\omega^2 (N_O D_E + N_E D_O)}{-(\omega^2 N_O^2 + N_E^2)} \quad (32)$$

$$k_i(0) = \frac{\omega^2 (N_O D_E + N_E D_O)}{-(\omega^2 N_O^2 + N_E^2)} = 0 \quad (33)$$

Sabit PD kontrolör parametrelerine karşılık sistemi kararlı yapan tüm PI parametreleri k_p ve k_i elde edilebilir. Şekil 2'de verilen sistem için karakteristik denklem elde edildikten sonra kararlılık sınır eğrisi $l(k_p, k_i, \omega)$, (k_p, k_i) düzleminde çizilebilir ve bu eğri $k_i = k_i(0) = 0$ reel kök sınırı ile sınırlanmaktadır. $k_i = 0$ kararlılık sınır eğrisinin sınırlayıcısı olduğundan Denklem (33)'ü sağlayan frekansın pozitif reel değeri kararlılık sınır eğrisinin çiziminde üst sınır olarak kabul edilebilir. Bu frekans değeri ω_b olarak adlandırılırsa kararlılık sınır eğrisi $l(k_p, k_i, \omega)$ 'nın, $\omega \in [0, \omega_b]$ aralığında çizilmesi

kararlılığı sağlayan (k_p, k_i) parametrelerinin elde edilmesi için yeterli olacaktır.

Ağırlıklı geometrik merkez metodu

Bu çalışmada Şekil 1'de verilen sistem için PD geri beslemeli iç döngü için kontrolör parametre seçimi yapıldıktan sonra Şekil 2'de verilen PI kontrolörlü eşdeğer sistem için ağırlıklı geometrik merkez metodu kullanılarak sistemi kararlı yapan PI kontrolör parametreleri için pratik bir ayarlama metodu sunulmuştur. İlk aşamada PD kontrolör için sistemi kararlı yapan parametre bölgesinden herhangi bir parametre çifti seçildikten sonra PI parametreleri için ayarlama yapılmaktadır. Metodun daha iyi anlaşılabilmesi açısından bir örnek üzerinden gidilmesi daha uygun olacaktır.

Örnek 1: PD kontrolörden bağımsız olarak sadece PI kontrolörün kullanıldığı Şekil 2'deki gibi bir sistem verilmiş olsun. Burada

$$G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-s} \quad (34)$$

olmak üzere karakteristik denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta(s) = s^2 + s + (k_p s + k_i) e^{-s} \quad (35)$$

Kontrolör parametreleri k_p ve k_i ise Denklem (36) ve (37)'de verilmiştir.

$$k_p = \omega \sin(\omega) - \cos(\omega) \quad (36)$$

$$k_i = \omega \sin(\omega) - \omega^2 \cos(\omega) \quad (37)$$

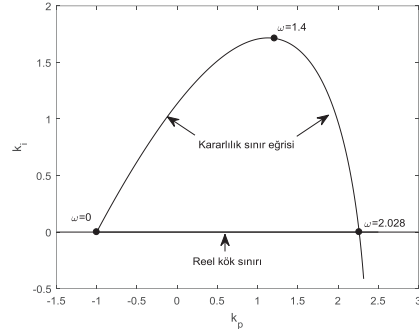
Bu sistem için kararlılık sınır eğrisi Şekil 3'de gösterilmiştir. Bu şekil bir nevi yukarıda anlatılanların özeti gibi düşünülebilir. Görüldüğü gibi kararlılık sınır eğrisi reel kök sınırı ile sınırlanmaktadır ve bu eğri parametre düzlemini kararlı ve kararsız bölgelere ayırmaktadır. Şekil 4'de ise kararlılık bölgesi ayrıca gösterilmiştir. Şekil 5'de ω 'nın adımlarının 0.03 olarak alındığı durum için

kararlılık sınır eğrisini gösteren (k_p, k_i) noktaları ve ağırlıklı geometrik merkez (AGM) noktası görülmektedir. Seçilen ω adımlarına bağlı olarak AGM noktası $k_p = 0.4441$ ve $k_i = 0.4652$ olarak elde edilmiştir. Eğer belirlenen aralıkta adımlar 0.01 olarak seçilseydi bu defa $k_p = 0.4423$ ve $k_i = 0.4698$ olarak elde edilecekti. Şekilden 5’de görüldüğü gibi her bir ω değeri aslında bir (k_p, k_i) çiftini ifade etmektedir ve bu noktalar her ω değeri için farklı uzaklıkta yerleşmiştir. Örneğin ω ’nın küçük değerlerinde yakın, artan değerlerinde uzak ve çok büyük değerlerde ise oldukça uzak yerleşmişlerdir. Bu noktalar daha önce de belirtildiği gibi reel kök sınırı $k_i = 0$ ’da sonlanır. Bu kapalı kararlılık bölgesi $(k_{p1}, k_{i1}), (k_{p2}, k_{i2}), \dots, (k_{pm}, k_{im})$ olmak üzere m tane (k_p, k_i) çiftinden oluşur. Reel kök sınırı bu eğriyi sınırladığından kararlılık bölgesi ω ’ya bağımlı değildir. Bu durumda kararlılık sınır eğrisini sınırlayan bu sınır Şekil 6’daki gibi düşünülebilir. Görüldüğü gibi bu çizgi $(k_{p1}, 0), (k_{p2}, 0), \dots, (k_{pm}, 0)$ noktalarından oluşmaktadır. Sonuç olarak kararlılık sınır eğrisini ve reel kök sınırını çizgisini kullanarak ağırlıklı geometrik merkez (k_{pgc}, k_{igc}) aşağıdaki gibi elde edilir.

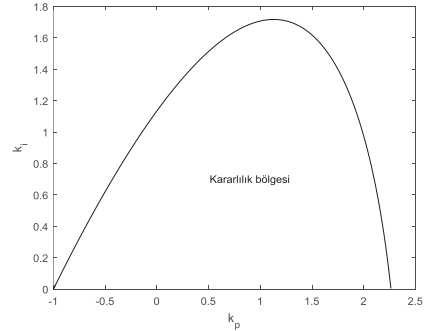
$$k_{pgc} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m k_{pj} \quad (38)$$

$$k_{igc} = \frac{1}{2m} \sum_{j=1}^m k_{ij} \quad (39)$$

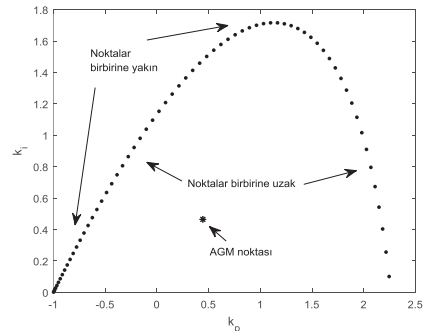
Bu denklemleri kullanarak (k_p, k_i) için AGM noktası kolaylıkla elde edilebilir ve denklemlerden de anlaşılacağı üzere ω ’nın artışı daha küçük adımlarla alındığında daha doğru sonuçlar elde edilecektir. Şekil 7’de ise verilen sistem için AGM noktasına göre birim basamak cevabı görülmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi metodun oldukça iyi sonuç verdiği söylenebilir. Bu yöntem zaman gecikmeli sistemler için kolay bir PI ayarlama metodu sağlamaktadır.



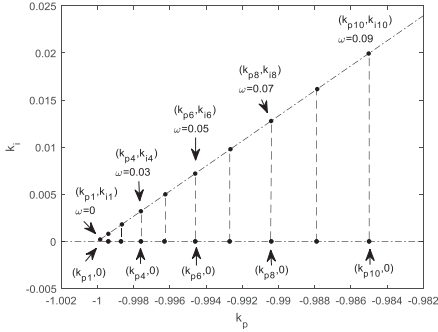
Şekil 3 Örnek 1 için kararlılık sınır eğrisi



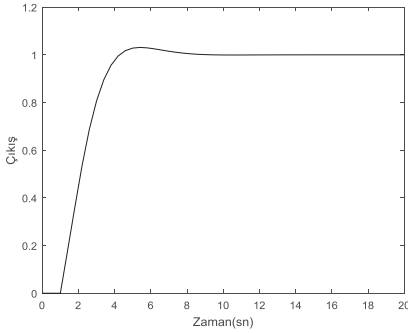
Şekil 4 $\omega \in [0, 2.028]$ için kararlılık bölgesi



Şekil 5 ω adımlarına bağlı olarak kararlılık sınır eğrisi ve AGM noktası

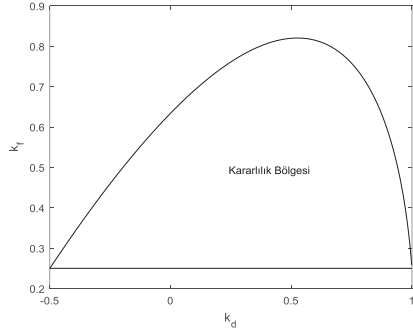


Şekil 6 $\omega \in [0, 0.9]$ 'a göre çizilen kararlılık bölgesi noktaları ve $k_i = 0$ çizgisi



Şekil 7 $k_p = 0.4441, k_i = 0.4652$ AGM noktası için sistemin birim basamak cevabı

sınır eğrisi $\omega \in [0, 1.39]$ için çizilmiştir. Bu bölge içerisinden $k_f = 0.413$ ve $k_d = 0.2$ olarak seçilmiş olsun (Tan, 2009). Bu değerlere karşılık çizilen (k_p, k_i) kararlılık bölgesi Şekil 9'da verilmiştir. AGM noktası $k_p = 0.0348$ ve $k_i = 0.0216$ olarak elde edilmiştir ve Şekil 10'da kararlılık bölgesiyle beraber gösterilmiştir. Şekil 11'de AGM noktası için sistemin birim basamak cevabı görülmektedir. Şekil 12'de ise AGM ve (Tan, 2009)'da verilen değerlere göre birim basamak cevapları birlikte gösterilmiştir. Şekil 13'de ise seçilen farklı (k_d, k_f) değerlerine göre elde edilen AGM noktaları için birim basamak cevapları birlikte verilmiştir. Görüldüğü üzere metod oldukça iyi sonuçlar sunmaktadır.



Şekil 8 $\omega \in [0, 1.39]$ için kararlılık bölgesi

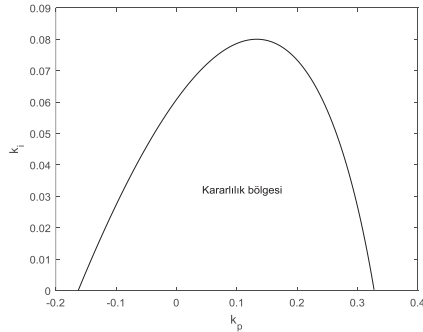
Örnek 2:

Şekil 1'de verilen sistem için $G_p(s)$ aşağıdaki gibi tanımlanmış olsun.

$$G_p(s) = \frac{4}{4s-1} e^{-2s} \quad (40)$$

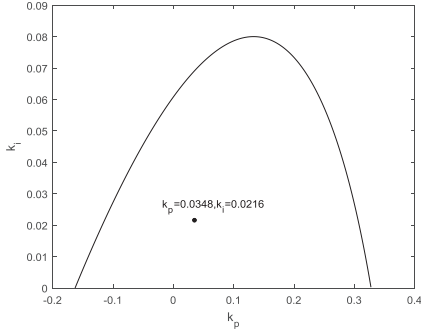
Yapılan işlemler sonucunda $\omega = 0$ için $k_f(0) = -\frac{D_{PE}}{N_{PE}} = 0.25$ olarak elde edilir.

Denklem (19)'u sağlayan pozitif frekans değeri 1.39 olarak bulunmuştur. Şekil 8'de $k_f = 0.25$ ile sınırlanmış olan $l(k_d, k_f, \omega)$ kararlılık

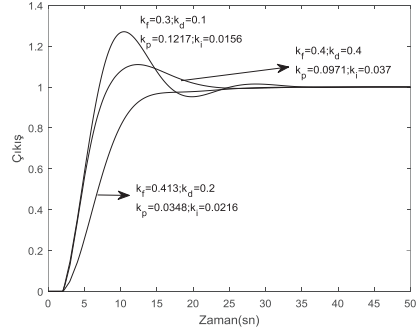


Şekil 9 $\omega \in [0, 0.711]$ ve $k_f = 0.413, k_d = 0.2$ için kararlılık bölgesi

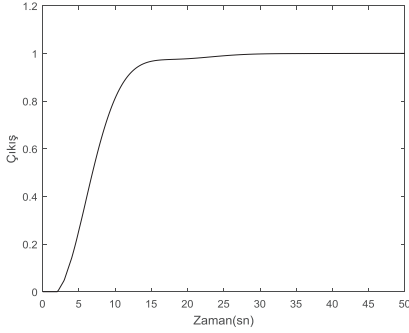
Ağırlıklı geometrik merkez metodu ile pratik PI-PD kontrolör tasarımı



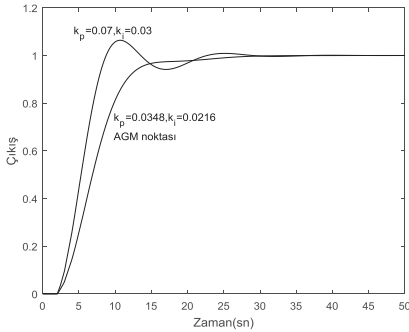
Şekil 10 $\omega \in [0, 0.711]$ ve $k_f = 0.413$, $k_d = 0.2$ için kararlılık bölgesi ve AGM noktası



Şekil 13 Farklı AGM noktaları için birim basamak cevapları



Şekil 11 AGM noktası için sistemin birim basamak cevabı



Şekil 12 AGM noktası ve farklı k_p , k_i değeri için birim basamak cevapları

Sonuçlar ve Tartışma

PI-PD kontrolörler kararlı, kararsız, integratif ve rezonant proseslerin kontrolünde çok iyi sonuçlar sağlayan bir kontrol yapısıdır. Dolayısıyla bir sistemi kararlı yapan bu kontrolörler için tüm kararlı katsayıların elde edilmesi oldukça önemlidir. Ancak bu kararlı bölge içerisinde sistem için en uygun parametrelerin seçimi oldukça önemli bir sorundur. Bu çalışma bahsi geçen probleme oldukça pratik bir çözüm sunmaktadır.

Bu çalışmada zaman gecikmeli sistemler için pratik bir PI-PD kontrolör tasarımı sunulmuştur. Bu amaçla öncelikle Şekil 1'de verilen kontrol sistemi için PD geri beslemeli iç döngüde kontrolör parametre seçimi yapıldıktan sonra Şekil 2'de verilen PI kontrolörlü eşdeğer sistem için ağırlıklı geometrik merkez metodu kullanılarak sistemi kararlı yapan PI kontrolör parametre seçimi yapılmıştır. Yani ilk aşamada PD kontrolör için sistemi kararlı yapan parametre bölgesinden herhangi bir parametre çifti seçildikten sonra PI parametreleri için ayarlama yapılmaktadır.

İleriye yönelik olarak PD kontrolör için de ağırlıklı geometrik merkez metodu kullanarak parametre seçimi yapıldıktan sonra PI kontrolör parametre seçimi için ağırlıklı geometrik merkez metodu uygulanabilir. Böylelikle ilk döngüde sistemi kararlı yapan en uygun parametre seçimi yapılmış olacağından buna uygun PI kontrolör tasarımının yapılması muhtemelen çok daha iyi sonuçlar verecektir.

Sisteme bir kazanç payı faz payı test edicisi eklenerek istenilen kazanç ve faz payını sağlayan PI-PD kontrolörlerin tasarımı incelendikten sonra yine ağırlıklı geometrik merkez metodu ile uygun parametrelerin seçimi konusu araştırılabilir. Ayrıca mevcut ya da popüler tasarım metotları ile sonuçların karşılaştırılması uygulanan metodun performans analizi açısından önemli olacaktır.

Kaynaklar

- Ackerman, J., Kaesbauer, D., (2001). Design of robust PID controllers, Proc. of European control conference, Porto, Portugal.
- Åström, K. J., Hägglund, T., (2001). The Future of PID Control, *Control Engineering Practice*, **9**, 11, 1163-1175.
- Åström, K. J., Hägglund, T., Hang, C. C., ve Ho, W. K. (1993). Automatic tuning and adaptation for PID controllers-a survey. *Control Engineering Practice*, **1**, 4, 699-714.
- Åström K. J., Hägglund, T., (1995). PID controllers: theory, design, and tuning, *Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 2nd Edition*.
- Datta, A., Ho, M. T., Bhattacharyya, S. P., (2000). Structure and synthesis of PID controllers. *Springer-Verlag*, London, UK.
- Eriksson, L. M., Johansson, M., (2007). PID controller tuning rules for varying time-delay systems, *Proceedings of American control conference*, July 11-13, New York, USA, 619-625.
- Ho, W. K., Hang, C. C. ve Cao, L. S. (1995). Tuning of PID controllers based on gain and phase margins specifications. *Automatica*, **31**, 497-502.
- Kaya, İ., (2003). A PI-PD controller design for control of unstable and integrating processes, *ISA transactions*, **42**, 111-121.
- O'Dwyer, A., (2006). PI and PID controller tuning rules: an overview and personal perspective, *Proceedings of the IET Irish signals and systems conference*, Dublin Inst. of technology, 161-166.
- Onat, C., Hamamcı, S. E., Obuz, S., (2012). A practical PI tuning approach for time delay systems, *Proceedings of the 10th IFAC workshop on time delay systems*, Boston, USA.
- Onat, C. (2013). A new concept on PI design for time delay systems: weighted geometrical center, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, **9**, 3, 1539-1556.
- Söylemez, M. T., Munro, N., Baki, H., (2003). Fast calculation of stabilizing PID controllers, *Automatica*, **39**, 121-126.
- Tan, N., (2005). Computation of stabilizing PI and PID controllers for processes with time delay, *ISA Transactions*, **44**, 213-223.
- Tan, N., (2009). Computation of stabilizing PI-PD controllers, *International journal of control, automation, and systems*, **7**, 2, 175-184.
- Zhuang, M., Atherton, D. P., (1993). Automatic Tuning of Optimum PID Controllers, *IEE Proc.-D*, **140**, 3, 216-224.
- Ziegler J. G. ve Nichols, N. B., (1942). Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, **64**, 759-768.

Practical tuning algorithm for PI-PD controllers using weighted geometrical center method

Extended abstract

PID controllers are the most common controller algorithm in industrial applications due to their simple structure and robust performance. It can be said that PID controllers are used more than 90% of practical processes. Since derivative action is not used very often, control loops are mostly PI.

Many real systems such as biological, physical, chemical, industrial systems have time delay which leads to oscillations or even instability. Thus, modelling and stability analysis of the systems with time delay are very important. In this paper, a practical tuning algorithm of PI-PD controller for the processes with time delay using the weighted geometrical center (WGC) method has been presented.

PID controllers show an acceptable control performance for many open loop stable processes. However, they have some structural limitations and cannot provide good results for controlling of unstable, integrating and resonant processes. A modified form of the PID controller is the PI-PD controller. it has four parameters for tuning and provides an excellent control of unstable, integrating and resonant processes.

Many important results for PI-PD controllers have been recently reported. However, some of these studies basically focus on calculating the stability region in the controller parameters plane, or required complex solutions methods. It can be said that many of them are far from the simplicity and could not give a practical solution in terms of selecting controller parameters. In this study, the proposed method provides a simple tuning algorithm to determine the values of controller parameters from the stability region of the system. The important advantages of the proposed method are both calculating of the controller parameters without using complex graphical methods and ensuring stability of the closed loop system. The examples given in the paper show this simple tuning method can perform quite reliable results.

In this study, a practical tuning algorithm based on the WGC method for PI-PD controller has been presented for the computation of stabilizing PI-PD controller parameters for the processes with time delay using the stability boundary locus method. The proposed method is based on calculating of all stabilizing PI-PD controller parameters region which is plotted using the stability boundary locus in the (k_d, k_f) and (k_p, k_i) plane and computing the weighted geometrical center from this stability region. After selecting PD controller parameters from the stability region plotted in the (k_d, k_f) plane, the method can be applied to obtain desired PI controller parameters (k_p, k_i) . The proposed tuning method provides quite reliable results for time delay systems as illustrated by the examples presented in the paper.

For the future works, the WGC method can be applied to internal feedback loop with PD controller to obtain optimum controller parameter for the system. And, then the proposed method can be used for PI controller. Thus, controller parameter tuning algorithm can be improved. Besides, a gain margin phase margin tester can be implemented in PI control loop to achieve user specified gain and phase margins. The proposed method can be compared with the other tuning methods in the literature to show its effectiveness.

This paper is organized as follows: Firstly, stability regions of PI-PD controller using the stability boundary locus are presented. Then, the Weighted geometrical center method is introduced. And, to illustrate the efficiency of the proposed method, some simulation examples are also given. Finally, concluding remarks and discussion for the future projects are given in the last section.

Keywords: PI-PD controller; Stability; Weighted geometrical center; Time delay