

## **Vibration On Gas Bearings**

**Davut Erdem Şahin<sup>a</sup>, Nizami Aktürk<sup>b</sup>**

<sup>a</sup>*Erciyes University , Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering , 38039 Kayseri, TURKEY*

<sup>b</sup>*Gazi University, Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering, 06570 Ankara, TURKEY*

---

**Abstract:** In present we know that bearings affect the dynamic response of rotors. Bearings have nonlinear damping and spring properties so they determine vibration characteristics. In addition, the forces caused by fluid film may cause bending vibrations on rotor. Moreover this increases instability. Unbalance effect may cause spoiling the machine with in the few minutes. In this study, the dynamic behaviour of shaft's geometric center was examined.

**Keywords:** Gas Bearings, Vibration, Unbalance, Whirl.

---

## **Havalı Yataklarda Titreşim**

**Özet:** Günümüzde, rotorların dinamik cevabı üzerinde yatakların oldukça önemli bir etkiye sahip oldukları bilinmektedir. Yataklar, doğrusal olmayan sönümlenme ve yay özelliklerine sahip oldukları için sistemin titreşim karakteristiklerini belirleyici konumdadırlar. Ayrıca sıvı film tarafından üretilen kuvvetler, rotorda enine titreşimlere de sebep olabilirler. Bu da mevcut herhangi bir dengesizliğin artmasına neden olur. Dengesizlik, o kadar zararlı olabilir ki; birkaç dakikada yatak dağılılabılır ve bütün makine bozulur. Bu çalışmada mil geometrik merkezinin davranışı incelenmiştir.

*Anahtar Kelimeler:* Havalı Yatak, Titreşim, Dengesizlik, Dolanım Hızı.

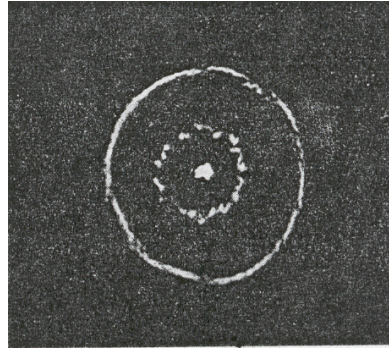
---

Reference to this paper should be made as follows (bu makaleye aşağıdaki şekilde atıfta bulunulmalı):  
D.E.Şahin, N,Aktürk, 'Vibration On Gas Bearings', Elec Lett Sci Eng , vol. 1(2) , (2005), 28-44

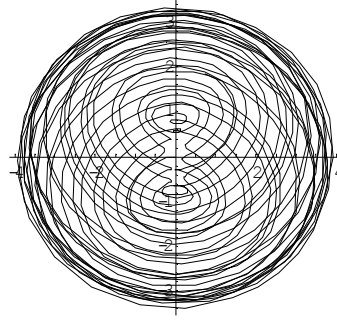
---

## 1. Giriş

Havalı yatakların bazı özellikleri, sıvı yağlamalı yataklardan üstündür. Bu özelliklerden biri; çok yüksek veya çok düşük sıcaklıklarda çalışabilmeleridir. Hava geniş bir sıcaklık aralığında özelliklerini değiştirmeden çalışabilir ve diğer yağlayıcılar gibi, ilgili işlem sınırları aralığında yanma, ısınma, donma ve buharlaşma gibi hal değişikliklerine tabi değildir. Havalı yataklar yaklaşık - 800 °C 'dan 5000 °C 'a kadar olan geniş bir sıcaklık aralığında rahatlıkla kullanılabilirler. Sıcaklık artarken havanın, viskozitesinde küçük bir artış gözlenir. Bu özellikle yüksek sıcaklıklarda istenen bir durumdur. Havalı yataklarda ayrıca sürtünme çok azdır ve aşınma yoktur. Bu özellik jiroskop ve benzeri araçlar için oldukça önemlidir. Bu avantajla çok yüksek hızlı işlemler mümkün olabilir. Düşük sürtünme, yatak içinde düşük ısı üretimi demektir. Bu nedenle diğer alışlagelmiş yataklardaki gibi yüksek hızlı işlemlerde yatağı soğutmak gerekmez. Hafif yükler ve yüksek hızlarda kullanılması önemli bir avantajdır. Sessiz çalışırlar ve atmosferde çalıştıklarından yağlayıcı kaynağı olan hava asla tükenmez. Havalı yataklarda en önemli problem, kritik dolanım hızıdır (Şekil 1 ve Şekil 2). Bu hız, yatağın çıkabileceği maksimum hızı belirler. Dolayısıyla bu hızın nelerin fonksiyonu olduğu ve dolanım hızının nasıl yukarı çekilebileceği önemli bir araştırma konusudur.



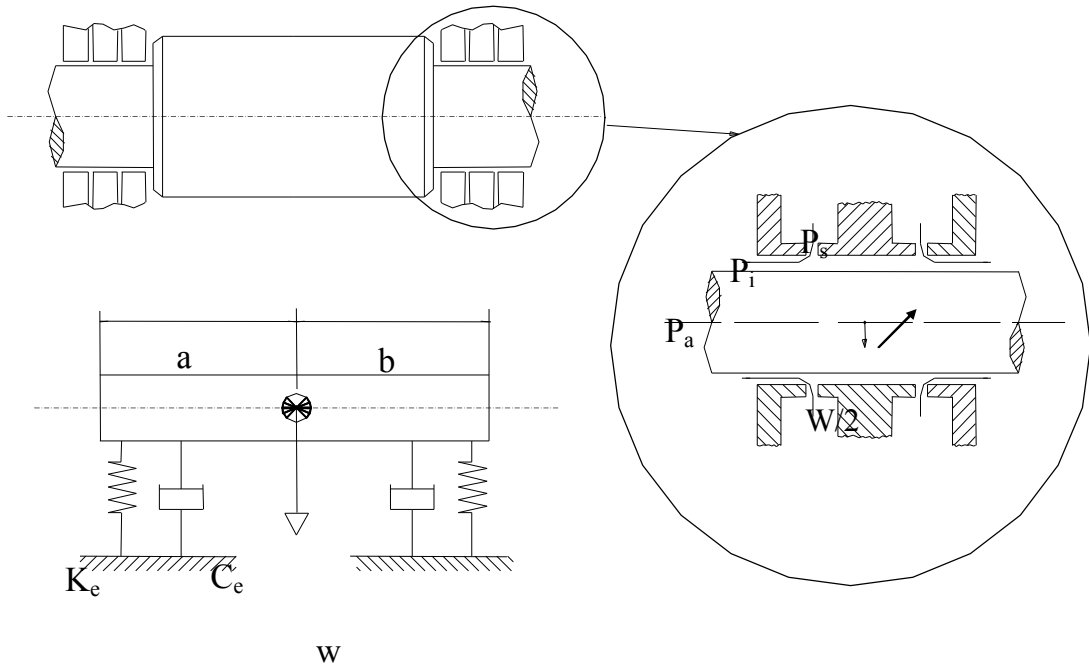
Şekil 1. Yarı hız dolanımının gelişimi. En içteki iz, senkronize hızı gösterir. (Gas Lubricated Bearings).



Şekil 2. Senkronize hız dolanımından (SHD) yapısal hız dolanımına (YHD) geçiş [3].

## 2. Dış Basıncı Havalı Yatakların Çalışma Prensibi

Dış basınçlı havalı yataklar bir muylu ve bu muyluya uygun bir yatak ikilisinin hava akışına izin verecek şekilde tasarımından ibarettir. Yatak, etrafını saran bir veya iki sıra hava besleme deliğinden oluşan silindirik kapsülden oluşmuştur. Havalı yataklarda her sırada 2-3 orifis bulunabilir. (Şekil 3). Yatağın etrafındaki haznedeki gelen basınçlı hava besleme yatak boşluğuna akar ve atmosfere kaçar. Haznedeki havanın basıncı  $P_s$  dir. Hava besleme deliklerine ve yatak boşluğuna akarken basınç  $P_i$ 'ye düşer. Sonunda  $P_a$  atmosfer basıncında dışarı kaçar. Rotor yüksüzken muylu yatak içerisinde konsantrik olarak bulunur.



Şekil 3. Havalı yatağın çalışma prensibi ve modeli [3].

Rotor üzerindeki basınç kuvvetleri, yatak boyunca basınç değişimi olmaksızın, yatağın alt ve üst taraflarındaki basınç değerlerinin eşit olmasıyla ( $P_{i1}=P_{i2}$ ) ile dengelenir. Rotor serbest bırakıldığında rotorun ağırlığından dolayı yatak boşluğu üst kısımda artacak, alt kısımda azalacak şekilde aynı yönde değişir. Dolayısıyla havanın atmosfere akışı sırasında akışa karşı direnç üstte azalır altta artar. Bunun sonucunda üst besleme kanallarında daha fazla, alttakilerde ise daha az hava akar. Üstteki  $P_{i1}$  basıncı azalırken, alttaki  $P_{i2}$  basıncı artar. Bu durumda uygulanan yükü dengelemek için rotor boyunca basınç farklılığı vardır. Sabit basınç kaynaklı bir aerostatik yatağın yay özelliğine sahip olması için, hava yatak filmine girdiği noktada, orifice (basınç sınırlayıcıya) ihtiyaç vardır. Yay özelliği bu yatağın statik kararlılığı için bir parametredir. En yaygın geometriye sahip bu orifisler en yüksek elastisiteye sahiptirler. Orifisler genellikle yatak yüzeyinde önceden delinmiş koruma yataklarının içine yerleştirilir. Bu orifislerde minimum akış sahasının orifis boğazında,  $\pi d^2/4$ , olduğu kabul edilir. Burada  $d$  yatak çapıdır ve yüklem katsayısı olarak tanımlanan,  $\phi$  kütle akış oranını tahmin için kullanılır. Normal veya dairesel orifis (cepsiz) yatak cidarında düzgün bir besleme sağlayacak niteliktedirler. Orifis, yatak cidarı boyunca uygun boyutlarda bir deliktir ve kaynak manifoldundan yatak yüzeyine doğru, delinerek elde edilir. Normal orifisler cepli orifislere göre %33 [1], daha düşük yük kapasitesine ve yay özelliğine sahiptir. Bunun nedeni yerel aşağı basıncın havanın film oluşumuna başladığı noktadan etkilenmesidir. Bu ise doğrudan orifisin geometrisiyle ilgilidir. Bu alan  $\pi d h$ 'dir ve yatak boyunca değişir, Powell [7]. Verilen bir yatak boşluğu için dairesel orifis çapı kolay üretilen sabit orifisten daha büyüktür ve yüksek yay özelliğinin ikincil öneme sahip olduğu yataklarda sıklıkla tercih edilir.

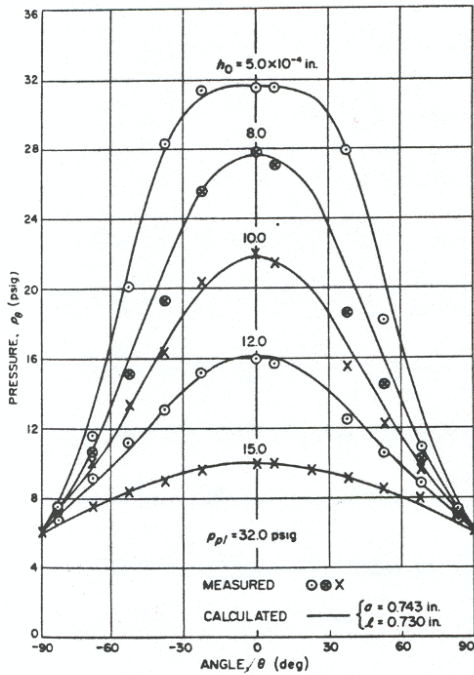
Havalı yataklarda çok ince kanallı orifislerin kullanımı, daha yüksek yay özelliği kazandırmasına rağmen istenmeyen parçacıklarla oluşacak tıkanıklıklar gibi problemleri de beraberinde getirecektir. Dolayısıyla orifislerin çok ince kanallı olmasında kaçınmakta fayda vardır. Dış basınçlı yataklarla ilgili yapılan ilk çalışmalarda yatak olarak gözenekli malzemeler kullanılmıştır. Gözenekli malzeme olarak genellikle seramik kullanılmış hem de orifis seramik kaplamayla elde edilmiştir. Bu tip yataklarda hava, hava yatak boşluğunun etrafını saran ceplere gönderilir ve gözenekli malzemenin dış yüzeyini doldurur. Dolayısıyla malzemenin dışından içine doğru kılcal orifisler kanalıyla hava akıtılmış olur. Bu besleme yüzeyinin geniş olması nedeniyle çok yüksek yük kapasitesi elde edilir. Fakat ne yazık ki bu tür malzemelerin sürekli aynı özellikte üretilmemesi nedeniyle tasarım parametreleri tam olarak belirlenememektedir. Dolayısıyla kullanımda büyük problemler oluşmaktadır. Bunun bir alternatifi de delikten hava

beslemektir. Delikten besleme havanın yatak içerisindeki yayılımını ve dairesel akışını iyi bir şekilde kontrollü olarak sağlar. Bu iki faktör, basit veya normal jet beslemeli yatakların yük kapasitesini ve/veya özelliğini düşürür. Çevresel olarak delikten havanın yatak içindeki besleme etkisini yok edebilir ancak hâlâ aksenel olmayan akıştan etkilenmektedir. Aksenel iç delik, aksenel olmayan alışın etkisini azaltabilir, fakat hâlâ yayılım problemi ortadan kalkmayacaktır. Bu nedenle çevresel ve aksenel delikler yayılım etkisinin ve aksenel olmayan etkilerin minimize edilmesi gerektiği uygulamalarda kullanılır Powell [7]. Basit ve normal orifisli yataklarda dağılım ve çevresel akış etkilerinin büyük olmasına karşın Powell [7], daha iyi mukavemet özelliği göstermesi nedeniyle diğer konfigürasyonlara göre normal olarak tercih edilmesi bu yatakların avantajlı bir yönüdür.

Basit orifisli yataklar *hava çekici* olarak bilinen statik denesizlik probleminin oluşmasına neden olabilirler. Orifis, cep hacminin çok büyük olması, cep hacminin hava ile dolması veya boşalmasını belirli bir zaman aralığında gerçekleşmesini garantiler, bunun sonucu olarak da cep basınç değişimi titreşen rotor hareketinin arkasında kalma gibi bir eğilim gösterir. Bu hareket film sönüm özelliğine karşıdır ve negatif sönümlenme gösterir. Problem daha evvelki yapılan teorik çalışmalarla da araştırılmıştır, Lund [11] . Daha yakın zamanda yapılan deneysel bir çalışma hava çekicini yenmek için basınçlı oda kullanarak bir düzenleme sunmuştur.

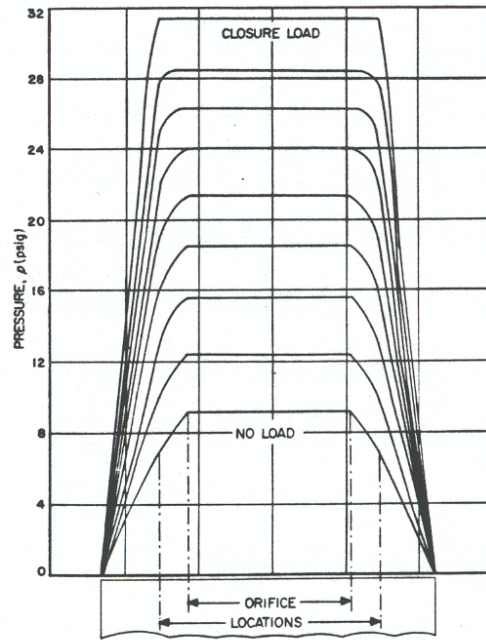
Dış basınçlı havalı yataklarda dolanım kararsızlıklarının anlaşılması bu yatak sistemlerinin kullanıldığı özel tasarımlar için en önemli maddedir. Bu yataklar için ya dolanım kararsızlıklarını çalışma hız aralığının çok ötesinde tutmalı ya da sistem bu kararsızlık hızından yataklara zarar vermeden geçebilmelidir. İlk yaklaşım, katı bir şekilde yataklanmış sistemler için geçerlidir. Çünkü bu tür yataklarda kararsız titreşimlerin başlaması azami çalışma hızını vermektedir [3].

Laub [6] tarafından elde edilen basınç profilleri Şekil 4'te gösterilmiştir.



(a)

Çevresel basınç profili



(b)

Eksenel basınç profili

Şekil 4. Deneysel ve teorik çevresel ve eksenel basınç profili, Laub [6].

### 3. Komple Analiz

Birinci mertebeden basınç dağılımı, kaçıklık oranıyla güç serilerine açılarak ifade edilirken, küçük titreşim büyüklükleri ile sağlanan Reynolds denklemi sonlu durağan kaçıklıklar olarak düşünülür Lund [8]. Bu analizde sonlu fakat küçük kaçıklıklar veya titreşimin sıfır ya da durağan kaçıklık durumunda ihmal edilebilir olduğu değişen dinamik performanslarda düşünülecektir Fleming, [9].  $P$  basıncı  $\varepsilon$  cinsinden güç serileriyle ifade edilirse:

$$P(\theta_r, \zeta) \cong P_o + \varepsilon P_1(\theta_r, \zeta) + \varepsilon^2 P_2(\theta_r, \zeta) + \dots \quad (1)$$

İkinci mertebeden çözüm  $P_2$ 'nin yatak yüküne bir desteği olmayacağı düşünülerek sadece  $P_1$  e bağlı çözüm çıkarılmıştır, Ausman [10].

Mil ve yatak eksenlerinin paralel oldukları kabul edilerek, boyutsuz film kalınlığı :

$$H(\theta_r, \tau) = 1 + \varepsilon \cos \theta_r \quad (2)$$

olur.

Akış denklemi [13] şu şekilde de yazılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_r} \left[ H^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta_r} \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ H^3 \frac{\partial P^2}{\partial \zeta} \right] = 2(\lambda - \sigma) \left( H \frac{\partial P}{\partial \theta_r} - P \varepsilon \sin \theta_r \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_r} \left[ H^3 \frac{\partial P^2}{\partial \theta_r} \right] = 2\varepsilon \frac{\partial^2 P_0 P_1}{\partial \theta_r^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[ H^3 \frac{\partial P^2}{\partial \zeta} \right] = \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta^2} + 3\varepsilon \cos \theta_r \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2 P_0 P_1}{\partial \zeta^2} \quad (5)$$

$$H \frac{\partial P}{\partial \theta_r} = \varepsilon \frac{\partial P_1}{\partial \theta_r} \quad (6)$$

$$P \varepsilon \sin \theta_r = \varepsilon P_0 \sin \theta_r \quad (7)$$

Denklemler 3-6 , Denklem 7’de yerine konulduğunda ve  $\varepsilon$  un katsayıları eşleştirildiğinde;

$$\frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (8)$$

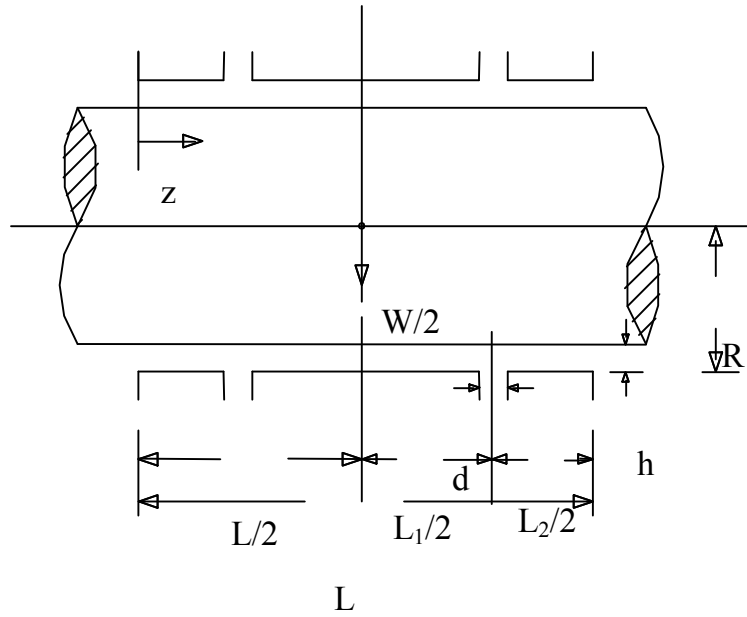
elde edilir. Denklem 8’in çözümü, uygun sınır şartlarıyla yatağın basınç dağılımını verir. Konsantrik problem  $\theta_r$  dan bağımsız olur. Sonuçta,  $P_0$  sadece  $\zeta$ ’nin bir fonksiyonu olur. Gerçekte dönme yoktur ki çözüm dış basınçlı yüksüz yatağına aynı olsun.

Besleme kanallarının içinde ve dışında Denklem 8’çözülerek :

$$P_0^2 = 1 + q\zeta \quad \text{for } \zeta < \xi$$

$$P_0^2 = 1 + q\zeta \quad \text{for } \xi < \zeta < \xi + \xi_1 \quad (9)$$

burada  $\xi = \frac{L-L_1}{D}$  ve  $\xi_1 = \frac{L_1}{D}$  dir. Ayrıca  $q$  ise sınır şartı sabitidir ve Denklem 9'un çözümü için gereklidir.



Şekil 5. Dış basınçlı yatak

#### 4. Sınır Şartları

Yatağın kenarlarında  $P$  film basıncı,  $P_a$  atmosfer basıncına eşit olur ve yatağın orta düzleminde basınç simetriktir. Orta düzlemin simetrik olduğu düşünülerek çözüm yalnızca yatağın yarısı için yapılır.

$$P_0 = 1 \text{ ve } P_1 = 0 \quad \zeta = 0 \text{ da (yatak uç noktalarında)} \quad (10)$$

$$\frac{\partial P_0}{\partial \zeta} = \frac{\partial P_1}{\partial \zeta} = 0 \quad \zeta = \xi + \xi_1 \text{ de (yatak orta düzleminde)} \quad (11)$$



Diğer şart, orifisten geçen kütle akışının, yatak dışına çıkan kütle akışına eşit olmasıdır. Besleme kanallarındaki boyutsuz kütle akışı boğumlu ve boğumsuz durumlara göre daha önce yapılan analizlerde verilmiştir, Lund [8].

Her birim yatak boşluğundaki kütle akışı şu şekilde verilebilir.

$$\dot{M}_b = \frac{P_i H^3 c^3 P_a}{12 \mu R \mathfrak{R} T} \left( \left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^+} - \left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^-} \right) \quad (12)$$

Her bir sırada,  $N/2$  adet orifis vardır. Sonuçta orifis boyunca olan akışı, yatak boşluğunda olan akışa birim çeper boyunca eşitleyerek:

$$\frac{N}{4\pi R} (\dot{M}_f) = \psi \cdot \dot{M}_b \quad (13)$$

burada  $\psi$ , kütle akışı için doğrultman faktörüdür ve kesintili delik sayısı yerine sürekli bir beslemenin olduğunu saymak için gereklidir. Bu faktör, 3 boyutta sıkıştırılmaz kesikli besleme çözümü ile tek boyutta akış analiziyle karşılaştırılarak bulunur ve aşağıda ayrı ayrı verilmiştir:

Denklem 10 ve 11, Denklem 13'de yerine konulursa:

$$\frac{N}{4\pi R} \frac{\pi d h P_s P_a \dot{m}}{\pi d h P_s P_a \sqrt{\mathfrak{R} T}} = \psi \cdot \frac{P_i H^3 c^3 P_a}{12 \mu R \mathfrak{R} T} \left( \left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^+} - \left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^-} \right) \quad (14)$$

elde edilir. Denklem 14'ün sağ tarafından da görüleceği üzere  $\zeta=\xi$  olduğu havanın yatağa giriş anında, eksen boyunca bir süreksizlik vardır.

$$A_i P_s \dot{m} (1 + \varepsilon \cos \theta_r) = H^3 \left( \left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^+} - \left. \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta^-} \right) \quad (15)$$

burada  $A_i = \frac{1}{\psi} \frac{6 \mu N d \sqrt{\mathfrak{R} T}}{P_a c^3}$ , besleme parametresi olarak bilinir ve önemli bir parametredir.

$\dot{m}$  Taylor serisine açıldığında, Lund [8]:

$$m = m_0 + \frac{\partial m_0}{\partial P_i}(P - P_0)_i \quad (16)$$

Ayrıca;

$$\dot{m} = \dot{m}_0 + \dot{m}'_0 \frac{\varepsilon}{P_s}(P_1)_i \quad (17)$$

yazılabilir.

Denklem 14'ün sol tarafı:

$$\Lambda_t P_s \dot{m}_0 + \varepsilon \Lambda_t P_s \dot{m}_0 \cos \theta_r + \varepsilon \Lambda_t \dot{m}'_0 (P_1)_i = q + \varepsilon q \cos \theta_r - 2\varepsilon \psi_0 (P_0 P_1)_i \quad (18)$$

$$q = \Lambda_t P_s \dot{m}_0 \quad (19)$$

Denklem 13'ün sağ tarafı;

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^-} + 2\varepsilon \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^-} - \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^+} + 2\varepsilon \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^+} \\ + 3\varepsilon \cos \theta_r \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^-} - 3\varepsilon \cos \theta_r \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^+} \end{aligned} \quad (20)$$

Denklem 18 ve 20'de  $\varepsilon$  in katsayıları eşitlendiğinde:

$$\frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^-} - \frac{\partial P_0^2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^+} = q \quad (21)$$

$$\frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^-} - \frac{\partial (P_0 P_1)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta^+} + \psi_0 (P_0 P_1) = -q \cos \theta_r \text{ olur.} \quad (22)$$

Pertürbasyon basıncı  $P_1$ 'i bulabilmek için diferansiyel denklem 22'yi çözerek sınır şartlarından biri haline getirilir.

## 5. Çözüm

Denklem 8'de konsantrik bir yatağın çözümü verilmiştir ve ilgili sınır şartları aşağıda sunulur. Şu kabuller yapılarak Denklem 8'in çözümü küçük kaçıklıklar için elde edilir.

$$P_0 P_1 = \text{Re}[G(\zeta)e^{-i\theta_r}] \quad (23)$$

$$\frac{\partial(P_0 P_1)}{\partial\theta_r} = -iG(\zeta)e^{-i\theta_r} \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2(P_0 P_1)}{\partial\theta_r^2} = -G(\zeta)e^{-i\theta_r} \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2(P_0 P_1)}{\partial\zeta^2} = G''(\zeta)e^{-i\theta_r} \quad (26)$$

Yukarıdaki eşitliklerde (denklem 23-26),  $G$ ,  $\zeta$ ' ya bağlı karmaşık bir fonksiyondur ve eksenel basınç dağılımını belirler. Bu ilişkileri kullanarak Denklem 8 şu hali alır.

$$G'' - G + i(\lambda - \sigma)\left(\frac{G}{P_0} + P_0\right) = 0 \quad (27)$$

Gerekli sınır şartları kullanılarak yataktaki hava filminin yaya katsayısı aşağıdaki şekilde bulunur [13];

$$\tilde{K} = \frac{kc}{p_a LD} = -\frac{\varphi \pi D}{2L} \int_0^{\zeta+\zeta_1} G_{\text{Re}} \frac{d\zeta}{P_0} \quad (28)$$

## **6. Salınım Yapan Bir Yatağın DSA ile Denge Analizi**

Dinamik analizlerde doğrusal süperpozisyon teorisi sıklık filmi ve aerodinamik film ve iç basınçtan hasıl olan sönüm kuvvetlerinin sönümü etkilemeyeceğini kabul eder. Benzer şekilde, dış basınç ve aerodinamik etkilerle belirlenen yay özelliği daha fazlasına destek olmaz. Harici uygulamalarda genellikle dönen mil dengesizdir. Bu tip problemlerde aerodinamik basınç alanı, zamana bağlı Reynold denklemleriyle elde edilir. Eğer bir aerodinamik yatak için bu çözüm uygunsa, Capriz [4]; Ausman [12], rotor merkezinin hareket denklemlerinden durağan durumlu yatak Tully [2] durumunda elde edilir. Capriz [4]'in sıkıştırılmaz çözümü verilir ayrıca Ausmanın [12] sıkıştırılabilir çözümünü verir. Sabit koordinatlara göre rotor merkezinin hareket denklemleri:

$$M\ddot{x} = \sum F_x \quad (29)$$

$$M\ddot{y} = \sum F_y \quad (30)$$

Denklemler 29 ve 30'da  $F_x$  ve  $F_y$  sırasıyla aerodinamik, aerostatik dengesiz kuvveti ve rotor ağırlığını içerir. Yani:

$$F_x = -W_{dx} - kx + X \cos \omega t \quad (31)$$

$$F_y = -W_{dy} - ky - Mg + X \sin \omega t \quad (32)$$

Burada

$$X = Mb\omega^2 \text{ dir.}$$

Boyutsuz gruplar Tablo 1.'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Boyutsuz parametreler.

$\bar{x} = \frac{x}{c}$	$\bar{M} = \frac{Mc\omega^2}{\pi DL\rho_m}$	$\bar{K} = \frac{kc}{\pi DL\rho_m}$
$\bar{y} = \frac{y}{c}$	$\bar{W}_{dx} = \frac{W_{dx}}{\pi DL\rho_m}$	$\bar{X} = \frac{mb\omega^2}{\pi DL\rho_m}$
$\bar{t} = \omega t$	$\bar{W}_{dy} = \frac{W_{dy}}{\pi DL\rho_m}$	$\bar{F} = \frac{Mg}{\pi DL\rho_m}$

$$\bar{M}\bar{x}'' = -\bar{W}_{dx} - \bar{K}\bar{x} + \bar{X} \cos \bar{t} \quad (33)$$

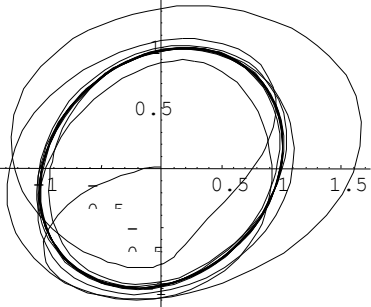
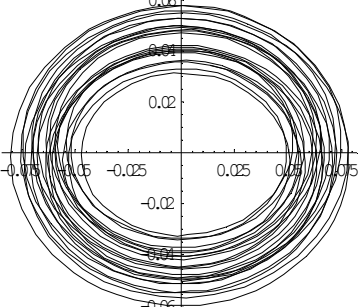
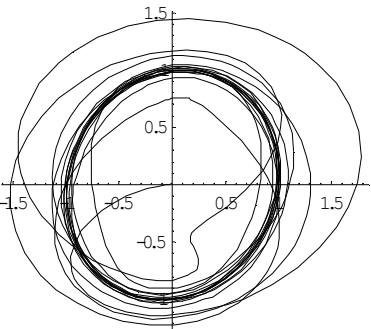
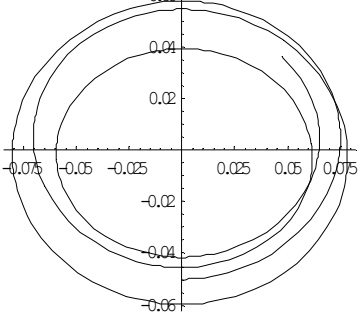
$$\bar{M}\bar{y}'' = -\bar{W}_{dy} - \bar{K}\bar{y} - \bar{F} + \bar{X} \sin \bar{t} \quad (34)$$

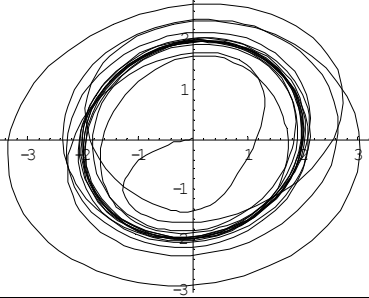
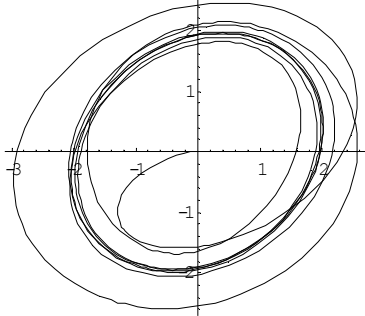
Denklemler 33 ve 34, Mathematica kullanılarak değişik sınır şartlarıyla çözülebilir.

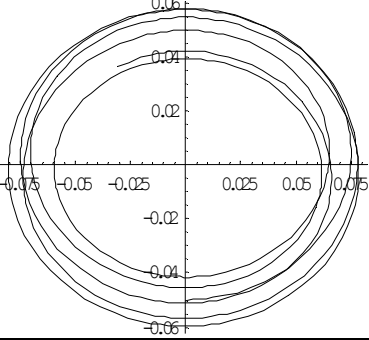
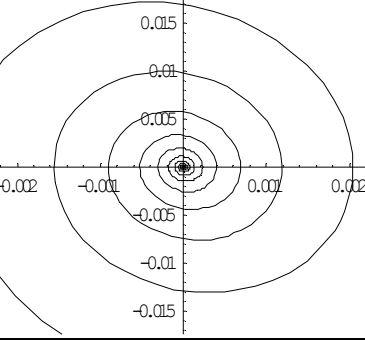
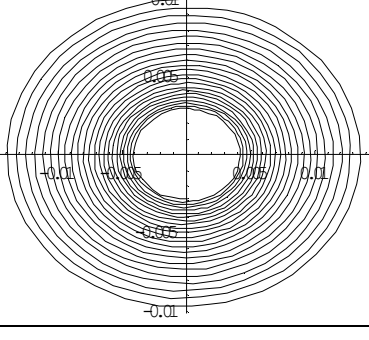
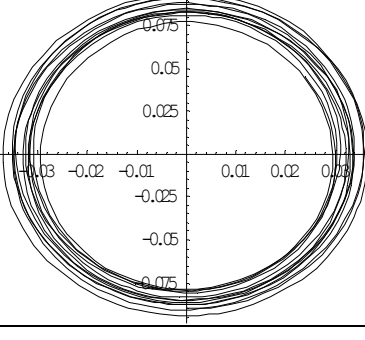
## 7. Sonuç

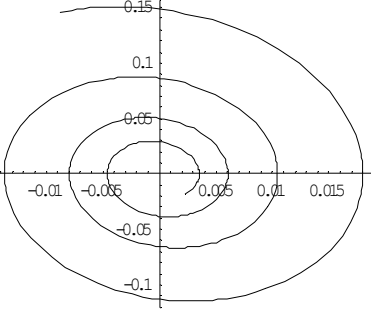
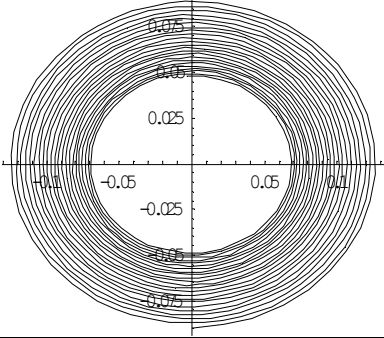
Şekiller 6-17'de sıkıştırılamaz akış için x ve y düzleminde rotorun geometrik merkezinin yörüngesi çizilmiştir. Bu yörüngeler değişim açısal hızlardadır. Hafif yükteki rotorların yörüngeleri yaklaşık olarak çember şeklindedir. Yörüngeler Şekil 6 ve Şekil 7de giderek büyürken Şekil 8 ve Şekil 9'da giderek küçülür. Rotor merkezini hareketi Şekil 6-7'de Rotorun dengesiz yükleri tarafından belirlenir. Bu dolanım *senkronize dolanım* adı verilir. Şekil 9'da yörüngede artık büyüme olmaz. Bu durumda ise çizgilerin giderek yoğunlaştığı bir bölge oluşur. Bu bölge *yapısal hız dolanım* bölgesidir. Bu bölgenin dışında yatak artık dengesini kaybeder ve dengesizlik başlar [3]. Şekil 10-13'e kadar, rotor merkezinin sıkıştırılamaz ve sıkıştırılabilir akışlardaki yörüngeleri gösterilmiştir. Şekil 14-17'de ise yapısal hız dolanımının dışarıdan bir zorlamayla değil kendiliğinden olduğunu göstermek için denklemler 31 ve 32'deki ilgili terimler

sıfıra eşitlenir.  $\bar{X} \cos \bar{t} = \bar{X} \sin \bar{t} = 0$  Şekil 14 ve 15’de gerek sıkıştırılabilir gerekse sıkıştırılamaz durumlarda dolanım hızının altında bir hızda yörüngeler arası mesafenin, yani eksantrikliğin eşit olduğu görülür. Dolayısıyla yörüngeler de birbirine benzer. Buna karşın dolanım hızında ise yine her iki durumda yörüngeler büyüme eğilimi gösterirler. İlerde bu konuyla ilgili yapılacak çalışmalarda Navier-Stokes denklemleri ve yataktaki akışkan hareketi paket programlar kullanılarak incelenebilir. Bu, basınç kuvvetlerinin daha doğru olarak bulunmasına yardımcı olacaktır.

	
<p>Şekil 6. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılamaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=1.3E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 m, <math>\omega=2000</math> rad/s</p>	<p>Şekil 9. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılamaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=1.3E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 m, <math>\omega=3500</math> rad/s</p>
	
<p>Şekil 7. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılamaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=1.3E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 E-5 m, <math>\omega=2500</math> rad/s</p>	<p>Şekil 10. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılamaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=8E6 N/m, M=2 kg c=3.3, E-5 m, <math>\omega=2000</math> rad/s</p>

	
<p>Şekil 8. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılmaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=1.3E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 m, <math>\omega=3000</math> rad/s</p>	<p>Şekil 11. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılmaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=8E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 m, <math>\omega=2000</math> rad/s</p>

	
<p>Şekil 12. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılabilir akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=8E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 m, <math>\omega=3500</math> rad/s</p>	<p>Şekil 15. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılabilir akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=2E6, <math>\omega=3000</math> rad/s</p>
	
<p>Şekil 13. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılabilir akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=8E6 N/m, M=2 kg c=3.3E-5 m, <math>\omega=3500</math> rad/s</p>	<p>Şekil 16. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılmaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=8E6, <math>\omega=4000</math> rad/s</p>

	
<p>Şekil 14. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılamaz akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=2E6 N/m, <math>\omega=3000</math> rad/s</p>	<p>Şekil 17. xy Düzleminde rotor merkezinin sıkıştırılabilir akışta titreşimi, Statik dengesizlik=1.5E-6 N, k=8E6, <math>\omega=4000</math> rad/s</p>

## 8. Tartışma ve Öneriler

Dışarıdan hava destekli yatakla çalışan bir rotorun, geometrik merkezinin dinamik davranışını akış denklemleri yardımıyla bulduğumuz bu çalışmada amaç, sistemin çalışma sınırlarını belirlemektir. Böylelikle tasarım aşaması daha kolay yapılacaktır. Deneysel çalışma yapılarak sonuçlar birbirleriyle mukayese edilebilir.

## Referanslar

1. Uneeb, M., Aktürk, N. ve Gohar, R.,1994, Steady state performance of externally pressurised air journal bearings using superposition analysis; Part 1, **ASME Paper presented at ESDA joint conference on engineering systems design analysis**, PD-Vol. 64-8.3, Vol. 8: Part C, London 637-642.
2. Tully, N. 1966, The vibration characteristics of hybrid journal gas bearing systems, **PhD thesis**, University of Southampton.
3. Şahin D. E. 2001, Oscillations Of Shaft Supported By Externally Pressurized Journal Bearings. **M.Sc. Thesis**, Gazi University.
4. Capriz, G. 1960, On some dynamic problems arising in the theory of lubrication, **Rivista de Matematica** delta Universita di parma, vol. 2, p. 1-20.
5. MTI. 1966, design of Gas Bearings, Vol. 1. **MTI**, Latham, N. Y. Pink, E. G. 1976, an experimental investigation of externally pressurised gas journal bearings and comparison



with design method prediction, **7 th Gas Bearing Symposium**, pap. G3.

6. Laub, J. H. 1961, Externally pressurised gas bearings, **ASLE Trans.**, Vol. 5, p. 261.
7. Powell, J. W. 1970, The design of aerostatic bearings, **Machinery Publishing Co. Limited**, U. K.
8. Lund, J. W. 1964, The hydrostatic gas journal bearing with journal rotation and vibration, **J. Basic Eng.**, Vol. 84, p. 328.
9. Fleming, D. P., Cunningham, R., E. and Anderson, W. J., 1970, Zero-load stability of rotating externally pressurized gas-lubricated journal bearings **J.Lubr. Technol.**, Vol 92 p 325
10. Ausman, J. S., 1957 a, The fluid dynamic theory of gas lubricated bearings ”**Trans. ASME Vol 79**
11. Lund, J. W. 1964, The hydrostatic gas journal bearing with journal rotation and vibration, **J. Basic Eng.**, Vol. 84, p. 328.
12. Ausman, J. S., 1963, Linearized stability theory for translatory half- speed whirl of long self acting gas lubricated journal bearings , **J.Basic Eng.Trans ASME** vol 85 p 611-619
13. Şahin, D.E., Aktürk N, “Stability Analysis Of A Shaft Supported By Externally Pressurized Gas Bearings”, e-LSE (Electronic Letters On Science & Engineering), 1 / 13 / 2, 2005