

## YÜKSEKLİK KAVRAMINDA ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN YAŞADIKLARI ZORLUKLAR VE MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN BU KONUDAKİ GÖRÜŞLERİ

### THE CHALLENGES FACED BY SECONDARY SCHOOL STUDENTS IN THE CONCEPT OF HEIGHT AND THE OPINIONS OF MATHEMATICS TEACHERS ON THIS TOPIC

Mücahit ŞAHİN  
Sivas Cumhuriyet Üniversitesi  
Matematik Eğitimi Doktora Öğrencisi  
[mucahit0580581@gmail.com](mailto:mucahit0580581@gmail.com)  
ORCID: 0000-0003-2062-3048

Murat Bayram GÜVEN  
Erciyes Üniversitesi  
Matematik Eğitimi Doktora Öğrencisi  
[mrtbyrmgvn@gmail.com](mailto:mrtbyrmgvn@gmail.com)  
ORCID: 0000-0003-3007-4652

Cemalettin IŞIK  
Erciyes Üniversitesi  
Eğitim Fakültesi  
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi  
[cisik@erciyes.edu.tr](mailto:cisik@erciyes.edu.tr)  
ORCID: 0000-0001-6326-0043

#### ÖZ

**Geliş Tarihi:**  
28.03.2023

**Kabul Tarihi:**  
11.08.2023

**Yayın Tarihi:**  
25.09.2023

**Anahtar Kelimeler**  
Yükseklik,  
Öğrenme  
Zorlukları,  
Çözüm Önerileri,

**Keywords**  
Height,  
Learning  
Challenges,  
Solution Proposals,

Bu çalışmada öğrencilerin yükseklik kavramında sıklıkla yaşadıkları zorlukların nedenlerini belirleyerek bu zorlukların nedenlerinin neler olabileceği hakkında matematik öğretmenlerinin görüşlerini ortaya koymak ve yaşanan zorluklar hakkında ne tür öneriler sunacaklarını tespit etmek amaçlanmıştır. Araştırmanın çalışma grubu 92 ortaokul öğrencisi ve 9 ortaokul matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Çalışmanın ilk aşamasında 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilere yükseklik kavramıyla ilgili 4 açık uçlu sorudan oluşan başarı testi uygulanmıştır. Daha sonra öğretmenlere uygulanmak amacıyla araştırmacılar tarafından geliştirilen açık uçlu sorularla ilgili senaryo tipi mülakat soruları hazırlanmıştır. Veriler içerik analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda ise öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili birçok zorluğun olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğretmenler, öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili farklı öğrenme zorlukları olduğunu ifade ederken öğrencilerdeki bu hataları gidermek için çözüm önerilerinin sınırlı sayıda olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin çözüm önerilerinin, farklı hata türleri ve zorluklarda da birbirine benzer olduğu görülmüştür. Özellikle her zorlukla ilgili olarak "anlatırım, söylerim ve çizdiririm" vb. ifadeleri kullanmalarını "öğretmen merkezli" eğitim anlayışını benimsediklerini göstermektedir.

#### ABSTRACT

In this study, it is aimed to determine the reasons for the difficulties that students often experience in the concept of heights, to reveal the opinions of mathematics teachers about the reasons for these difficulties and to determine what kind of suggestions they would offer about the difficulties experienced. It consists of 92 secondary school students and 9 secondary school mathematics teachers. In the study, the data were collected in two stages. In the first stage of the study, students studying in 8th grades was applied a test consisting of 4 open-ended questions about height. Afterwards, a scenario related to each open-ended question was prepared by the researchers in order to be applied to the teachers. The data were analyzed using the content analysis method. As a result of the research, while the teachers stated that there are different student difficulties, it has been determined that there are limited number of suggestions as a solution to eliminate different errors in students. In addition, it was seen that suggestions made as a solution by the teachers were similar to each other in different error types and difficulties. In particular, the use of expressions such as "I teach, I tell and I draw" in every scenario shows that they have adopted the "teacher-centered" education approach.

**DOI:** <https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.1272317>

**Atıf/Cite as:** Şahin, M., Güven, M. B., & Işık, C. (2023). Yükseklik kavramında ortaokul öğrencilerinin yaşadıkları zorluklar ve matematik öğretmenlerinin bu konudaki görüşleri. *Neşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, 13(3), 1479-1502.

## Giriş

Öğretmenler, matematik eğitiminde bir kavramı öğretirken farklı öğrenci düşünceleriyle karşılaşmaktadır. Bu düşünceler, bazen öğrencilerin kavramları hiç zorlanmadan ve anlamlı bir şekilde öğrendiklerini gösterirken bazen de yanlış ve eksik öğrenmelerinin yansımalarını gösterirler. Dolayısıyla öğrencilerin sahip oldukları kavramsal hatalar, onların düşünme süreçleri hakkında birtakım bilgiler sunabilir. Bu sebeple öğretmenler, öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmesine yardımcı olmak amacıyla hataların altında yatan nedenler üzerine yoğunlaşmalıdır (Brodie, 2014). Ayrıca öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin yaşadıkları zorlukların nedenlerinin tespit edilmesi ve bu zorlukların giderilmesi için çözüm önerilerinin sunulmasındaki vazife ve sorumluluk da öğretmenlerindir (Bütün & Erdoğan, 2020). Bundan dolayı öğretmenler, sınıf ortamında öğrencilere sorular sorarak ve tartışma ortamı oluşturarak öğrencilerde var olan hata ve kavram yanlışlarını tespit edebilirler. Ayrıca öğrencileri düşünmeye sevk etmek için öğrenme ortamında farklı tür örnekler kullanarak ve soyut kavramları materyaller yardımıyla somutlaştırarak, öğrencilerde var olan yanlışların giderilmesine ve öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine yardımcı olabilirler (Levin & Richards, 2010; Jacobs vd., 2010). Özellikle matematik eğitiminin her kademesinde öğrencilerin karşılaştığı alan ve hacim hesaplamalarının, doğru şekilde yapılmasında yükseklik kavramı önemli bir yere sahiptir. Tüm bu sebeplerden dolayı öğretmenlerin, öğrencilerin yükseklik kavramında hangi hatalarının olduğunu ve temelinde yatan algıların ne olduğunun bilmesi; bu kavramın kullanıldığı durumlarda ortaya çıkacak olası hataların giderilmesi açısından önemli bir rol oynadığı söylenebilir. Çünkü öğrenme sürecine uygun örnek ve açıklamaların seçilmediği ders ortamları, etkili matematiksel anlamalar kazandırılması konusunda öğrencilerin sorun yaşamasına neden olabilmektedir (Şahin & Karakuş, 2021). Yani öğretmenlerin kullandıkları örnek ve açıklamalar, öğrenmeyi kolaylaştırdığı gibi öğrenme ortamına uygun seçilmediğinde ise kavramların etkili bir şekilde anlaşılmasına veya yanlış anlaşılmasına sebep olmaktadır (Zaslavsky, 2010). Bunun yanı sıra öğretmenlerin, öğrencilerin ne tür kavram yanlışlığına sahip olduklarını bilmesi; bu yanlışların oluşmamasına ve oluşmuşsa giderilmesi noktasında son derece önemlidir (Özdeş & Kesici, 2014). Ayrıca öğrencilerin yaşadıkları zorlukların neler olduğunun belirlenmesi ve bu zorlukların giderilmesinde; öğretmenlerin sundukları önerilerin incelenmesinin kayda değer olduğu söylenebilir. Bu çalışmayla da öğrencilerde var olan hata ve yanlışlara ilişkin öğretmenlerin görüşlerinin tespit edilmesi amaçlanmıştır.

Geometri; uzay, sembol ve kavram bilgilerini içinde barındıran matematiğin önemli alt dallarından biridir (Fidan & Tümnüklü, 2010). Geometri çalışmalarının temelini; geometrik kavram ve şekillerin görselleştirilmesi, çizimi ve bunlara dayalı genellemeler oluşturmaktadır (Köse, 2008). Geometri öğrenme alanında, ortaokuldan başlayarak matematik eğitiminin her kademesinde öğretilen kavramlardan biri de yüksekliktir. Özellikle alan ve hacim hesaplamaları gibi geometri konularının doğru bir şekilde kavranmasında; yükseklik kavramının doğru şekilde anlaşılıp anlaşılmadığı durumu gelmektedir (Van De Walle, 2014). Yani yükseklik kavramını kavrayamayan bir öğrenci, yükseklik kavramıyla ilişkili daha sonraki öğrenilecek konularda da sorun yaşayabilmektedir (Gürefe & Gültekin, 2016). Yükseklik kavramıyla ilgili bilgi eksikliğine sahip olan öğrenciler; bir üçgende sadece bir yükseklik çizdikleri ve prototip modellerden farklı olan üçgen modellerinde yükseklik çizimini yanlış çizdikleri, vurgulanmıştır (Yıldız vd., 2014). Bununla birlikte öğrencilerin, yükseklik kavramını bilmedikleri için üçgenin alanını bulamadıkları ve öğrencilerin dikdörtgenin alan formülünü diğer dörtgenlere genellemesinin nedenlerinden biri olarak verilen şekle ait yükseklik ve tabanın belirlenmemesi olduğu belirtilmiştir (Kospentaris vd., 2011). Otten ve Herbel (2009) ise ortaokul öğrencilerinin yükseklik kavramını anlamamasından dolayı paralelkenar ve dikdörtgenin alanının hesaplanmasında güçlük çektiklerini ifade etmişlerdir. Bunun yanı sıra öğrencilerin yükseklik kavramını, açıortay ve kenarortay kavramlarıyla karıştırdıkları ve yüksekliği belirlemede zorlandıkları belirtilmiştir (Şengün & Yılmaz, 2021). Öğrencilerde karşılaşılan bu zorluklara ilişkin; öğretmenlerin yaklaşımları ve verdikleri dönütlerin, bu zorlukların giderilmesinde etkili olabileceği düşünülebilir. Yükseklik kavramıyla ilgili öğrenciler, zorluklar yaşadıkları gibi öğretmenler de sıkıntılar yaşamaktadırlar. Özellikle ortaokul matematik öğretmenlerinin geniş açılı üçgenin diklik merkezini belirlerken hata yaptıkları, geniş açılı üçgende yükseklikleri çizemedikleri ve dik üçgende dik kenarların birer yükseklik olduğunu gösteremedikleri belirtilmiştir (Yurtyapan & Karataş, 2020). Bu bağlamda yükseklik kavramı hem öğrencilerin öğrenme sürecinde hem de öğretmenlerin öğretme sürecinde zorlandıkları konulardan birisidir. Matematik eğitiminin her kademesinde öğretilen yükseklik kavramıyla ilgili ise alanyazında sınırlı sayıda çalışma olduğu tespit edilmiştir (Kospentaris vd., 2011; Yıldız, 2014; Gürefe vd., 2016; Gürefe & Gültekin, 2016; Altıntaş & İlgin, 2017; Yurtyapan & Karataş, 2020; Şengün & Yılmaz, 2021). Bu çalışmalarda genel olarak alan ve hacim hesaplanmasında, öğrencilerin ve

öğretmen adaylarının yükseklik kavramıyla ilgili eksik bilgilerinin ve yanlış çizimlerin olduğu ifade edilmiştir. Buna karşılık öğrencilerin, yükseklik kavramıyla ilgili sıklıkla yaptıkları hatalara yönelik matematik öğretmenlerinin görüşlerinin incelendiği çalışmaların olmadığı tespit edilmiştir. Bununla beraber sadece yükseklik kavramının ve yükseklik çiziminin incelendiği bir çalışmaya da rastlanmamıştır. Dolayısıyla çalışmada öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili bilgileri ve yükseklik çizimleri detaylı bir şekilde incelenerek hatalı yükseklik çizimlerinin sebeplerinin ne olabileceği ve bu hatalı çizimlerin giderilmesi amacıyla öğretmenlerin verecekleri dönütlerin kuramsal ve özellikle uygulama boyutunda alanyazına katkı sağlaması beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerin yükseklik kavramı hakkında sahip oldukları hata ve yanlışların nedenlerinin belirlenmesinde, bu kavram ve kavramla ilişkili diğer geometrik kavramların öğretim sürecinde yaşanabilecek muhtemel problemlerin tespitinde ve giderilmesinde de yol gösterici olması beklenmektedir. Bu bağlamda çalışmanın amacı, öğrencilerin yükseklik çiziminde sıklıkla yaşadıkları zorlukları belirleyerek bu zorlukların nedenlerinin neler olabileceği hakkında matematik öğretmenlerinin görüşlerini ortaya koymak ve bu yaşanan zorluklar hakkında ne tür öneriler sunacaklarını tespit etmektir.

Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki problemlere cevap aranmıştır.

1. 8.sınıf öğrencilerinin yükseklik kavramıyla ilgili sıklıkla yaşadıkları zorluklar nelerdir?
2. Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerde sıklıkla karşılaşılan hatalı yükseklik çizimlerinin olası sebeplerine ilişkin görüşleri nelerdir?
3. Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerde sıklıkla karşılaşılan hatalı yükseklik çizimlerinin giderilmesine ilişkin önerileri nelerdir?

## Yöntem

### Araştırma Deseni

Bu çalışmanın ilk aşamasında betimsel araştırma türlerinden tarama araştırması kullanılmıştır. Bu aşamada öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili hatalı çizimleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Tarama araştırmalarında belirli bir konuda olay veya durumun var olduğu gibi betimlenerek çalışma örneklemini oluşturan katılımcıların; ilgili konudaki bilgileri, algıları ve tutumları belirlenmeye çalışılır (Oral & Çoban, 2020). Çalışmanın ikinci aşamasında ise öğrencilerin bu hataları yaparken ne düşündükleri ve bu hataları düzeltmek için öğretmenlerin ne tür önerilerde bulduklarını tespit etmek amacıyla ise durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, sınırlı bir sistemin nasıl işlediği ve çalıştığıyla ilgili olarak sistematik bilgiye ulaşmak amacıyla çoklu veri toplama kullanılarak o sistem hakkında derinlemesine araştırma yapılmasına imkân tanıyan bir metodolojik yaklaşımdır (Chmiliar, 2010).

### Çalışma Grubu

Araştırmada iki farklı çalışma grubu vardır. Çalışmanın ilk aşamasını, 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Sivas il merkezinde bulunan bir ortaokulda 8. sınıfta öğrenim gören 92 ortaokul öğrencisi oluştururken; ikinci aşamasını farklı mesleki deneyime sahip 5 farklı ilde görev yapan 9 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmuştur. Öğrencilerin yükseklik kavramını, sıklıkla kenarortay ve açortay kavramları yerine kullanmaları ve bu üç kavrama detaylı bir şekilde sadece 8.sınıf müfredatında yer verilmesi sebebiyle çalışmaya 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin dahil edilmesi uygun görülmüştür. Çalışma grubunda yer alan öğrencilerin ve öğretmenlerin belirlenmesinde seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Uygun örnekleme yöntemi; zaman, işgücü ve para açısından uygulanması kolay olduğundan (Yıldırım & Şimşek, 2013) dolayı bu yöntem seçilmiştir. Araştırmanın odak noktasını öğretmenlerin görüş ve önerileri oluşturduğu için öğretmenlere Ö1, Ö2, ..., Ö9 şeklinde kodlar atanmış, demografik özellikleri Tablo 1'de sunulmuştur.

**Tablo 1.** Öğretmenlerin Demografik Özellikleri

Öğretmen kodları	Cinsiyet	Kıdem	Eğitim düzeyi
Ö1	Kadın	8 yıl	Lisans
Ö2	Kadın	8 yıl	Lisans
Ö3	Kadın	6 yıl	Lisans
Ö4	Kadın	10 yıl	Lisans
Ö5	Kadın	10 yıl	Lisans
Ö6	Erkek	12 yıl	Lisans
Ö7	Erkek	8 yıl	Yüksek lisans
Ö8	Kadın	12 yıl	Lisans
Ö9	Erkek	16 yıl	Lisans

### Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veriler iki aşamada toplanmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında öğrencilere yükseklik kavramıyla ilgili sorular sorularak sıklıkla yapılan hatalar tespit edilmiştir. Çalışmanın ikinci aşamasında ise öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hatalı yanıtlarına göre mülakat soruları hazırlanarak öğretmenlerin ne tür görüşleri olduğu tespit edilmiştir.

### Öğrencilerle Yapılan Çalışmaya İlişkin Uygulama Süreci

Çalışmanın ilk aşamasında 6, 7 ve 8. sınıflarda öğrenim gören öğrencilere uygulanmak amacıyla; araştırmacılar tarafından geliştirilen yükseklik kavramıyla ilgili farklı durumları içeren 8 sorudan oluşan bir başarı testi hazırlanmıştır. Testte yer alan soruların anlaşılabilirliği ve çalışmanın amacına uygunluğunu sağlamak için matematik eğitimi alanında doktorasını yapmış iki alan uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Gelen görüşler neticesinde benzer becerileri ölçtüğü düşünülen dört sorunun çıkarılmasına karar verilerek ölçme aracına son hâli verilmiştir. Bunun yanı sıra açıortay, kenarortay ve yükseklik kavramını detaylı bir şekilde sadece 8. sınıf müfredatında yer verilmesinden dolayı başarı testinde yer alan soruların 6 ve 7. sınıflarda öğrenim gören öğrencilerin seviyelerine uygun olmadığına; bundan dolayı testin sadece 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilere uygulanmasına karar verilmiştir. Daha sonra son hâli verilen 4 açık uçlu sorudan oluşan başarı testi, 8. sınıfta öğrenim gören 92 ortaokul öğrencisine uygulanmıştır. Başarı testinden elde edilen verilerin analizleri, araştırmacılar tarafından yapılarak öğrencilerin sıklıkla yaptıkları hatalı yükseklik çizimleri tespit edilmiştir.

### Öğretmenlerle Yapılan Çalışmaya İlişkin Uygulama Süreci

Çalışmanın ikinci aşamasında ise yükseklik kavramını ve yüksekliği belirlemeye yönelik olarak ilk aşamada elde edilen öğrenci yanıtlarında görülen hataların olası sebepleri ile bu hataları gidermek için öğretmenlerin ne gibi dönütler verdiklerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda 9 öğretmenle mülakat yapılmıştır. Mülakatlarda öğretmenlere, öğrencinin yaptığı yükseklik tanımı ve geniş açılı üçgende hatalı yükseklik çizimi; geniş açılı üçgenin döndürülmesi neticesinde yüksekliğin çizilememesi; kare ve dikdörtgende yüksekliğin olmadığı ifade edilmesi ve son olarak eşkenar dörtgende hatalı yükseklik çizimiyle ilgili hatalar içeren dört mülakat sorusu yöneltilmiştir. Araştırmacılar tarafından hazırlanan sorular için matematik eğitimi alanında uzman iki akademisyenin görüşü alınmıştır. Bu akademisyenlerden gelen görüşler neticesinde soruların anlaşılabilirliğini artırmak için bazı kelimelerin değiştirilmesi önerilmiştir. Bununla birlikte 0-5 yıl, 6-10 yıl, 11-15 yıl ile 16 yıl ve üzeri mesleki kıdeme sahip 4 ortaokul matematik öğretmenine mülakat soruları yöneltilerek bir pilot uygulama yapılmıştır. Bu uygulamada; soruların açık ve anlaşılabilirliği, birbirinden bağımsız olması ve soruların ne kadar sürede tamamlanmasıyla ilgili bilgilerin toplanması amaçlanmıştır. Pilot çalışma neticesinde elde edilen bulgularda soruların açık ve anlaşılır olduğuna, zengin veriler sunduğuna ve anketin ortalama 20 dakikada tamamlanabileceğine yönelik dönütler alınmıştır.

## Verilerin Analizi

Analiz süreci de iki aşamada gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada açık kodlama süreci kullanılmıştır. Açık kodlama sürecinde katılımcı öğrencilerin hatalı çizimlerine odaklanılmış ve sıklıkla yapılan hatalar içerik analiziyle tespit edilmiştir. Daha sonra elde edilen verilere göre çerçeveler oluşturulmuştur. Örneğin en sık karşılaşılan üçgende hatalı yükseklik çizimi; üçgenin en üst köşesinden karşısındaki kenarı ortadan ayıran bir çizgi çizilmesi olarak belirlenmiştir. En sık yapılan diğer bir hata ise aynı üçgenin döndürülmesi neticesinde yüksekliğin hatalı çizilmesi olarak tespit edilmiştir. Dörtgenlerde karşılaşılan en çok hatalar ise kare veya dörtgende yüksekliğin olmadığı ifade edilmesi iken eşkenar dörtgende sıklıkla yapılan hata, en üstteki köşeden en aşağıdaki köşeye doğru parçası çizilmesi şeklinde olduğu görülmüştür. İkinci aşamada ise öğrencilerin sıklıkla yaptığı hataları içeren dört mülakat sorusu öğretmenlere uygulanmıştır. Öğretmenlerle yapılan mülakatlardan elde edilen verilerin çözümlenmesinde de açık kodlama süreci kullanılmıştır. Bu süreçte öğretmenlerin görüşlerine yer vermeye çalışılmış ve elde edilen bu veriler öğrencilerin hatalı çizimlerinin olası nedenleri ile öğretmenlerin bu düşünceyi değiştirmek için dönütlerinin neler olabileceği bağlamında incelenerek yorumlanmış, sınıflandırılmış ve sonucunda her mülakat sorusu için farklı kodlar oluşturulmuştur. Kodlar oluşturulurken araştırmacılar, birbirinden bağımsız şekilde veri setini incelemişler, daha sonra bir araya gelerek kodlardaki farklılıkları değerlendirerek benzer amaca hizmet eden kodların birleştirilmesi ve amaca hizmet etmeyen kodların çıkarılması gibi bazı düzenlemeler yapmak suretiyle fikir birliğine varmışlardır. Oluşturulan kodlar, matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış olan bir alan uzmanının da görüşüne sunulmuş ve kodlar üzerinde yüksek oranda uzlaşa sağlanmıştır.

## Geçerlilik ve Güvenirlik

Bilimsel araştırmada en önemli iki ölçüt; geçerlilik ve güvenirlilik çalışmalarıdır. Geçerlilik, araştırma sonuçlarının amaca hizmet etmesi ve istenen şeyin gerçekte ne kadar doğru sonuç verdiği; güvenirlilik ise araştırmada kullanılan ölçme aracının tekrar kullanıldığında benzer sonuçlar vermesiyle ilgilidir (Aydın & Bayazıt, 2021). Dış geçerlilik ile araştırma sonuçlarının benzer grup ve ortamlara genellenebilirliği amaçlanır (Yıldırım & Şimşek, 2013). Bu araştırmada dış geçerliliğinin sağlanmasında; veri toplama araçlarının geliştirilmesi, verilerin toplanması, toplanan verilerin analiz edilmesi, çalışma grubunun seçimi ve araştırma süreci hakkındaki bilgiler detaylı şekilde açıklanmıştır. İç geçerlilik, araştırma bulgularının gerçekleri ne derece ortaya koyduğunu alakalıdır (Merriam, 2015). Araştırmanın iç geçerliliğinin sağlanmasında testte yer alan soruların, araştırmanın amacına hizmet etmesi için matematik eğitimi alanında uzmandan görüş alınarak testte yer alan sorulara son hali verilmiştir.

Nitel araştırmalarda güvenirlilik, elde edilen sonuçlar ile toplanan verilerin tutarlılığı olarak açıklanmaktadır (Merriam, 2015). Dış güvenirlilik, araştırma bulgularının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceğiyle alakalıdır (Yıldırım & Şimşek, 2013). Araştırmanın dış güvenirliliğinin sağlanması için mülakattan elde edilen veriler; katılımcılara teyit ettirilmiş ve katılımcıların ifadeleri bulgular kısmında doğrudan sunulmuştur. İç güvenirlilik ise araştırma verileri kullanılarak farklı araştırmacıların da aynı sonuçlara ulaşip ulaşmayacağı ile ilgilidir (Yıldırım & Şimşek, 2013). Araştırmanın iç güvenirliliğinin sağlanması amacıyla her bir senaryoya ilgili elde edilen veriler Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen tutarlılık katsayısı hesaplama yöntemine göre güvenirlilik formülü ( $\text{Güvenirlilik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}}$ ) ile hesaplanmıştır. Bu hesaplama neticesinde araştırmacılar ve matematik eğitimi alanındaki uzman arasında öğrenci hata ve zorlukların olası nedenleri ve öğretmenlerin çözüm önerileriyle ilgili kodlamada belirlenen tutarlılık katsayısı başta %77 olarak belirlenmiş, uzman ve araştırmacıların uzlaşamadıkları kodlar üzerinde tekrar tartışması ve ortak sonuçlara ulaşmaları neticesinde yeni tutarlılık katsayısı %92 olarak elde edilmiştir. Bu çalışmada elde edilen tutarlılık katsayıları %70'ten büyük olduğundan analizlerin güvenilir olduğu söylenebilir (Miles & Huberman, 1994).



## Bulgular

Bu bölümde öğrencilerden ve öğretmenlerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

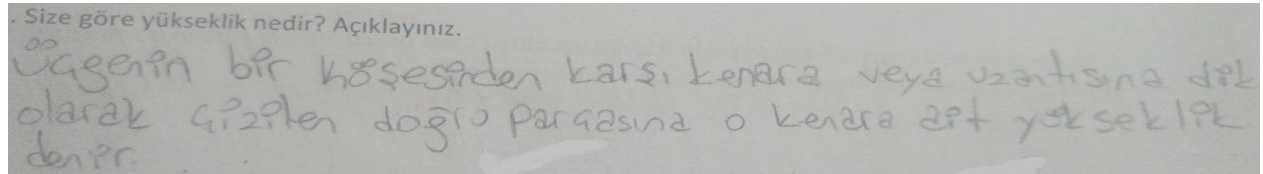
### Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular

Çalışmanın ilk aşamasında öğrencilerin yükseklik kavramını nasıl tanımladıkları, üçgenlerde ve dörtgenlerde yüksekliği nasıl çizdiklerine ilişkin veriler sunulmuştur. İlk olarak öğrencilerin doğru ve yanlış yükseklik tanımlarına ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

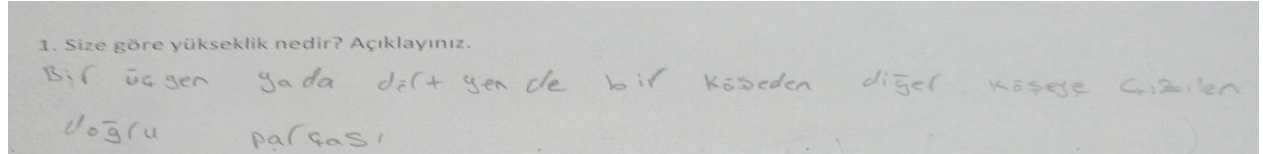
**Tablo 2.** Öğrencilerin Doğru ve Yanlış Yükseklik Tanımlarına İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

	f	%
Doğru tanım	11	12
Yanlış tanım	81	88

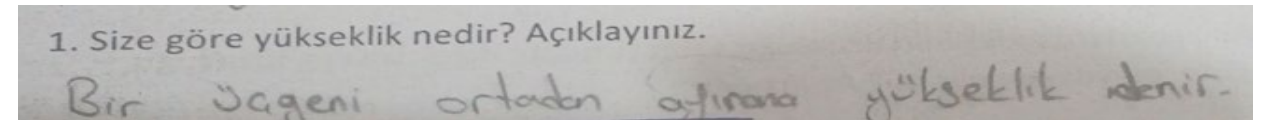
Tablo 2’de öğrencilerin %12’si yükseklik kavramına ilişkin doğru tanımı yaparken %88’inin ise yanlış tanım yaptıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yaptıkları bazı tanımlar aşağıda sunulmuştur.



**Şekil 1.** Doğru Yükseklik Tanımı



**Şekil 2.** Genelleştirilmiş Yükseklik Tanımı



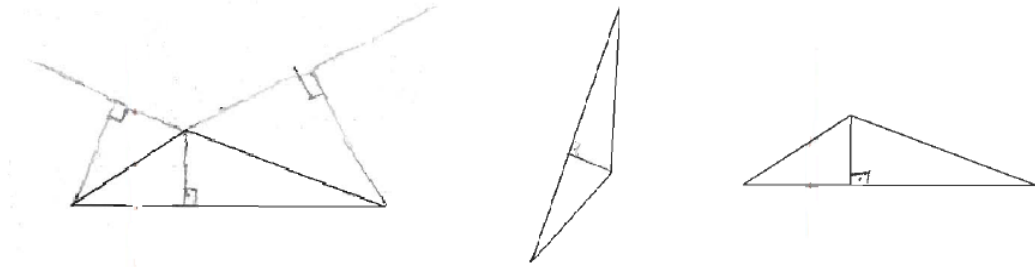
**Şekil 3.** Yanlış Yükseklik Tanımı

Şekil 1’de öğrencinin, üçgende doğru yükseklik tanımı yaptığını tespit edilirken, Şekil 2’de öğrencinin sadece üçgen ve dörtgenlerle ilgili yükseklik tanımını yaptığı görülmektedir. Öğrencinin, kare ve dikdörtgen örnekleri için doğru tanım yapmasına rağmen bu tanımı üçgen ve diğer dörtgen çeşitlerine genellediği sonucuna varılmıştır. Şekil 3’te ise öğrencinin yanlış yükseklik tanımı yaptığını tespit edilirken yüksekliği sadece üçgenin iç bölgesinde çizdiği görülmüştür.

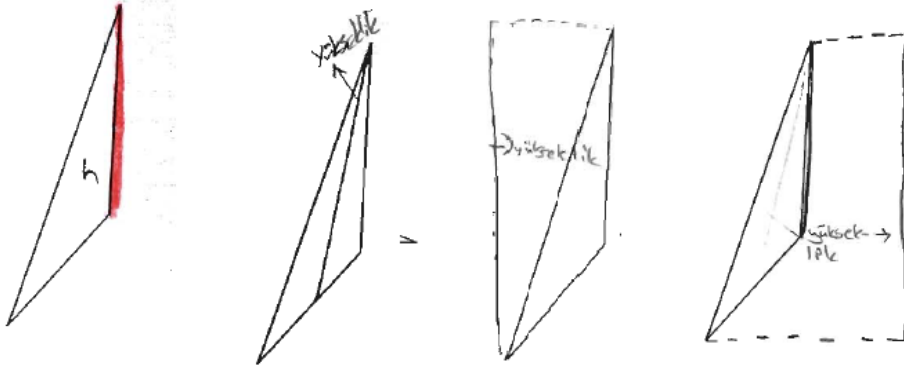
**Tablo 3.** Öğrencilerin Geniş Açılı Üçgende Yükseklik Çizimlerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

Kodlar	f	%
Farklı köşelerden karşı kenara ve uzantısına çizilen dik doğru parçası	2	2
Geniş açıdan karşı kenara çizilen dik doğru parçası	54	59
Yanlış çizimler	36	39

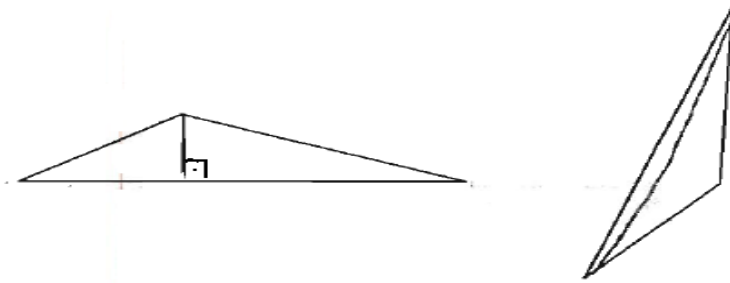
Tablo 3'te geniş açılı üçgende yükseklik çiziminde; öğrencilerin %59'u geniş açıdan karşı kenara dik doğru parçası çizerken, %2'si farklı köşelerden karşı kenara ve uzantısına dik doğru parçası çizdiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin %39'u ise yanlış yükseklik çizimleri yaptığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin doğru ve yanlış yükseklik çizimleri aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4. Geniş Açılı Üçgende Farklı Köşelerden Karşı Kenara ve Uzantısına Çizilen Dik Doğru Parçası



Şekil 5. Geniş Açılı Üçgende Yanlış Yükseklik Çizimleri



Şekil 6. Aynı Öğrencinin Geniş Açılı Üçgende Yanlış Yükseklik Çizimleri

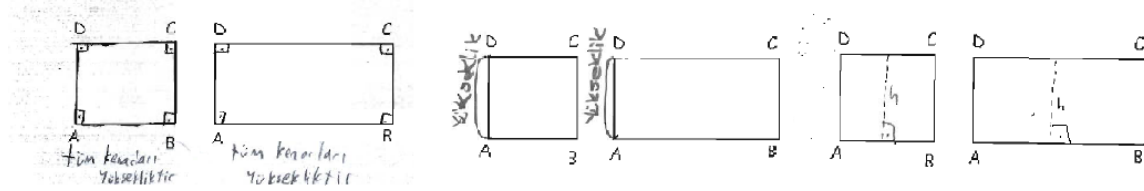
Şekil 4'te sadece 2 öğrenci, geniş açılı üçgende farklı köşelerden karşı kenara ve uzantısına yükseklik çizimi yaptığı tespit edilirken şekil 5'te öğrencilerin bazıları, üçgenin kenarını ve üçgeni iki eş parçaya bölen doğru parçasını yükseklik olarak gösterdikleri belirlenmiştir. Yanlış yükseklik çizimlerinde karşılaşılan hatalardan bir diğeri ise üçgenin en üst ve en alt köşesine yatay düz çizgi çizerek arasındaki mesafenin yükseklik olarak ifade edilmesidir.

Şekil 6'da ise aynı öğrencinin, üçgenin döndürülmesi neticesinde üçgenin en üst köşesinden en alt köşesine çizgi çizerek yüksekliği yanlış gösterdiği tespit edilmiştir.

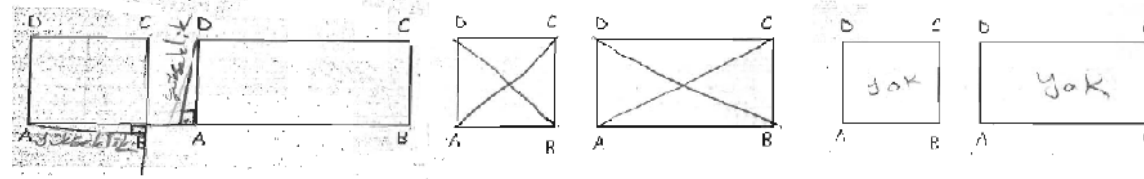
**Tablo 4.** Öğrencilerin Kare ve Dikdörtgende Yükseklik Çizimlerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

Kodlar	f	%
Dikey kenar	26	28
Dikey ve yataydaki kenarlar	4	4
Karşılıklı kenarlar arasındaki dik doğru parçası	24	26
Yanlış çizimler	25	27
Boş	13	14

Tablo 4'te kare ve dikdörtgende yükseklik çiziminde; öğrencilerin %28'i dikey kenarı, %4'ü dikey ve yatay kenarı yükseklik olarak gösterirken sadece %4'ü dikey ve yataydaki kenarları yükseklik olarak gösterdikleri tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin %27'si yanlış yükseklik çizimleri yaparken %14'ü ise soruyu boş bırakmışlardır. Öğrencilerin doğru ve yanlış yükseklik çizimleri aşağıda sunulmuştur.



**Şekil 7.** Kare ve Dikdörtgende Doğru Yükseklik Çizimleri



**Şekil 8.** Kare ve Dikdörtgende Yanlış Yükseklik Çizimleri

Şekil 7'de öğrencilerin, kare ve dikdörtgende doğru yükseklik çizimlerine yer verilmiştir. Bu çizimlerde bazı öğrencilerin sadece dikeydeki kenarın yükseklik olduğunu gösterirken, yataydaki kenarı yükseklik olarak gösteremedikleri tespit edilmiştir. Karşılıklı kenarlar arasında dik doğru parçası çizen öğrenciler ise yatay ve dikey kenarı yükseklik olarak gösteremediklerine ulaşılmıştır. Öğrencilerin %4'ü ise tüm kenarları yükseklik olarak göstermişlerdir. Şekil 8'de öğrencilerin, kare ve dikdörtgende yanlış yükseklik çizimlerine yer verilmiştir. Öğrenciler, bu çizimlerde; bir köşeden karşı kenarın uzantısına doğru parçası çizdiği ve köşegenleri birer yükseklik olarak gösterdiği tespit edilmiştir. Karşılaşılan en sık hata ise kare ve dikdörtgende yüksekliğin olmadığını ifade edilmesidir.

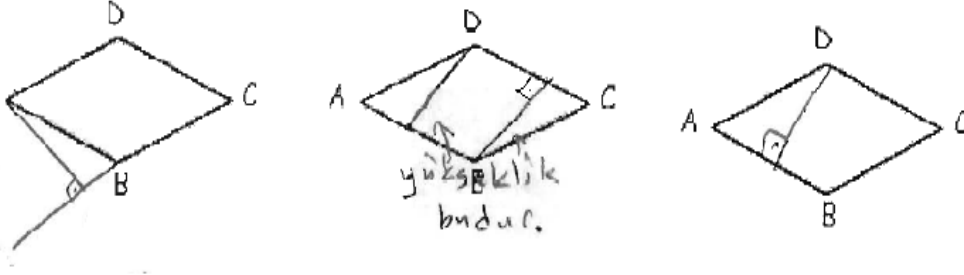
**Tablo 5.** Öğrencilerin Eşkenar Dörtgende Yükseklik Çizimlerine İlişkin Frekans ve Yüzde Değerleri

Kodlar	f	%
Doğru çizimler	7	8
Dikeydeki köşegen	33	36
Dikey ve yataydaki köşegen	12	13
Diğer yanlış çizimler	31	34
Boş	9	10

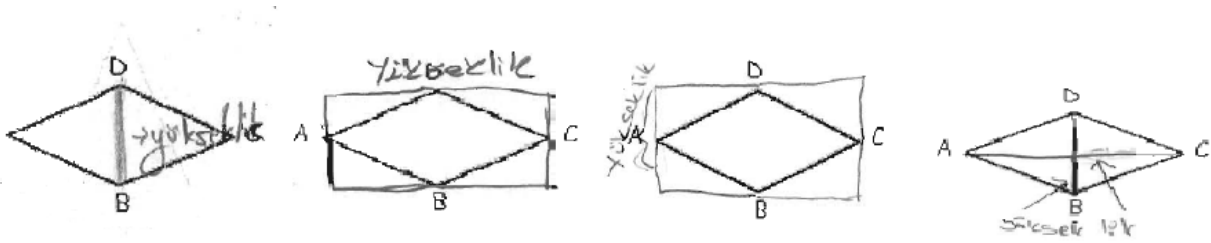


Tablo 5'te eşkenar dörtgende yükseklik çiziminde; öğrencilerin %8'i doğru çizim yaparken, %36'sı dikeydeki köşegeni, %13'ü ise dikey ve yataydaki köşegeni yükseklik olarak gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin %34'ü ise yüksekliği yanlış çizdikleri belirlenirken %10'u ise soruyu boş bırakmıştır.

Öğrencilerin doğru ve yanlış yükseklik çizimleri aşağıda sunulmuştur.



Şekil 9. Eşkenar Dörtgende Doğru Yükseklik Çizimleri



Şekil 10. Eşkenar Dörtgende Yanlış Yükseklik Çizimleri

Şekil 9'da öğrencilerin, eşkenar dörtgende doğru yükseklik çizimlerine yer verilmiştir. Bu çizimlerde öğrencilerin sadece bir kenara ait yükseklik çizdiği görülürken diğer kenara ait yüksekliği gösteremediklerine ulaşılmıştır. Şekil 10'da ise öğrencilerin, eşkenar dörtgende yanlış yükseklik çizimlerine yer verilmiştir. Bu çizimlerde öğrenciler, köşeler arasındaki en uzak mesafeyi gösterdikleri ve en üst ile en alt köşe arasındaki mesafeyi çizerek hatalı yükseklik çizimleri yaptıkları tespit edilmiştir.

### Öğretmenlerden Elde Edilen Bulgular

Çalışmada 8.sınıfta öğrenim gören toplam 92 ortaokul öğrencisine uygulanan sorularda; en çok görülen hatalı yükseklik çizimleri, öğretmenlere senaryo tipi mülakat soruları verilerek öğrencilerin yükseklik çizimleriyle ilgili yaşadıkları zorlukların olası nedenleri ve bu zorluklara ilişkin öğretmenlerin dönütleri doğrudan alıntılarla sunulmuştur.

#### Senaryo 1

1. Size göre yükseklik nedir? Açıklayınız.

Bir üçgeni ortadan ayırana yükseklik denir.



**Şekil 11.** Yükseklik Tanımı ve Geniş Açılı Üçgende Hatalı Yükseklik Çizimleriyle İlgili Öğrencinin Cevabı

Şekil 11’de yüksekliğin ortadan ayrıldığını ifade eden ve geniş açılı üçgende hatalı yükseklik çizimi yapan öğrencinin cevabına yer verilmiştir.

Bu senaryo tipi mülakat sorusunda öğretmenlere ilk olarak Şekil 11’de verilen yükseklik tanımı ve geniş açılı üçgende yanlış yükseklik çizimleriyle ilgili öğrencinin ne düşündüğü; ardından bu düşünceye sahip öğrenciye nasıl dönüt vereceklerini ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre öğrenme zorluklarının olası nedenleri ve çözüm önerileriyle ilgili bulgular Tablo 6’da özetlenmiştir. Bunun yanı sıra aynı öğretmenin öğrenme zorluğu ile ilgili belirttiği farklı nedenler ve farklı çözüm önerileri farklı satırlarda verilmiştir.

**Tablo 6.** Senaryo 1’deki Öğrenme Zorluklarının Olası Nedenleri ve Çözüm Önerilerine Yönelik Oluşturulan Kodlar

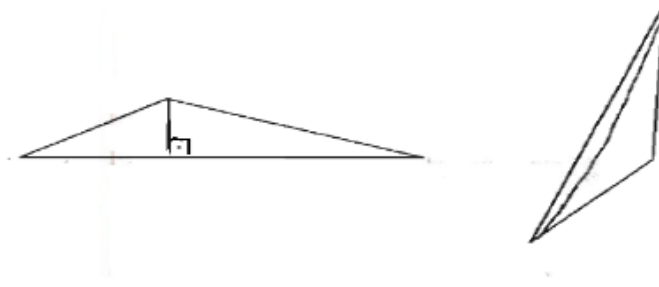
Öğretmen	Öğrenme zorluğunun olası nedenlerine ait kodlar	Öğretmen	Çözüm önerisine ait kodlar
Ö1, Ö2, Ö5, Ö9 ve Ö6	Kenarortay ve açıortay ile karıştırma	Ö1, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9	Tekrar anlatma ve tanıma yaptırma
Ö3, Ö4 ve Ö5	Yükseklik kavramındaki bilgi eksikliği	Ö2 ve Ö5	Kâğıt katlama ve somutlaştırma
Ö6, Ö7 ve Ö8	Üçgenin iç bölgesine ve tabanına kendisine yükseklik çizme	Ö4, Ö5 ve Ö9	Ölçme yaptırma

Tablo 6’da görüldüğü gibi öğretmenlerin öğrenme zorluğunun olası nedenleri ve çözüm önerilerine yönelik bazı kodları daha çok tercih ettikleri görülmüştür. Öğretmenler, “kenarortay ve açıortay ile karıştırma” ile “yükseklik kavramındaki bilgi eksikliği” kodlarını öğrenme zorluklarının olası nedenleri olarak daha fazla ifade ederken, “tekrar anlatma ve tanıma yaptırma” ile “ölçme yaptırma” kodlarını en çok rastlanan çözüm önerisi olarak belirtmişlerdir. Bununla birlikte aynı zorluk koduna vurgu yapan öğretmenlerin farklı çözüm önerisinde buldukları da görülmüştür. Özellikle “anlatırım, söylerim, tanıma tekrar yaptırırım, tanıma tekrar yaptırım, yüksekliği tekrar çizdiririm” gibi ifadelerin sıklıkla kullanıldığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerle yapılan mülakat örneklerinden bazı kesitlere aşağıda yer verilmiştir.

Ö6, öğrencilerin yüksekliğin mutlaka tabanın kendisine çizilmesi gerektiğini düşündüğünü belirtmiştir. Bu algılarını değiştirmek için “*Yüksekliğin tabanın kendisiyle çizilebileceği gibi tabanın uzantısıyla da çizilebileceği, önemli olanın referans alınan taban ve uzantısından en uzak noktasına olan dik mesafeyi belirlemek olduğunu anlatırım.*” şeklinde ifade etmiştir. Ö7 ve Ö8 ise öğrencilerin yükseklik kavramının sadece üçgenin iç bölgesinde oluştuğu yanlışlığı ifade etmişlerdir. Bu algıyı değiştirmek için Ö7, “*Bu şekilde öğrencilere yükseklik çizilecek tabanda “L” veya “T” oluşması gerektiğini söyledim.*” yanıtını vermiştir. Ö8 ise mülakat sırasında soruyu anlamadığını ve soruda ne anlatılmak istendiğini araştırmacıya sormuş, araştırmacı açıklama yaparak öğretmeni bilgilendirmiştir. Bu açıklamadan sonra Ö8, “*Bu yanlışlığı yapan öğrenciye yüksekliğin keşiştiği kenar ile 90° açı yapması gerektiğini dolayısıyla oluşan üçgenlerin iç açıları toplamının 180°’den fazla olduğunu ifade ederim. Bundan dolayı yüksekliğin dış bölgede olması gerektiği anlatılır.*” açıklamasını yapmıştır. Ö1, öğrencinin yüksekliği kenarortay ile karıştırdığını ve yükseklik konusunda kavram yanlışlığına sahip olduğunu ifade etmiştir. Bu düşünceyi değiştirmek için “*Öğrenci, yüksekliği üçgeni ikiye bölen doğru parçası olarak kafasında kodlamış ve kendi kafasında kodladığı kavrama göre çizimi doğru yapmıştır. Yani öğrenci*

konuyu baştan yanlış öğrenmiş ve yanlış öğrendiği gibi kendisine göre yorum yapmıştır. Yükseklik kavramının öğrenciye tekrardan anlatılması gerekmektedir.” şeklinde ifade etmiştir. Ö9 ise öğrencinin yüksekliği üçgeni iki eş parçaya bölen doğru parçası olarak düşündüğünü belirtmiştir. Bu düşüncüyü değiştirmek için “Önce çizdiğim doğru parçasının açısını ölçmesini ve dik olup olmadığını kontrol etmesini isterim. Daha sonra yükseklik çizilecek kenara köşeden dik bir doğru parçası çizdirir ve yüksekliğin tanımını yeniden yaptırırım.” yanıtını vermiştir. Ö5, öğrencinin yükseklik kavramının ne demek olduğunu anlayamadığını, açıortay ve kenarortay gibi ortadan indirdiğini belirtmiştir. Bu düşüncüyü değiştirmek için “Geniş açılı bir üçgen çizdim ya da tahtaya daha somut olması için bir kartonla ya da bir kağıda çizip yere paralel olacak şekilde koyup yüksekliği oluşturmasını sağladım. Sonra cetvelle çizmesini ya da cetvelle ölçmesini vurguladım sanırım daha mantıklı olur diye düşünüyorum.” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Öğretmenler, öğrenme zorluklarına ilişkin birçok neden sunarken çözüm önerilerinde benzer cevaplara yer verdikleri görülmüştür. Öğretmenlerin büyük bir kısmının (8 öğretmen) öğrencilerin hatalı çizimine ilişkin öğretmen merkezli önerilerde bulunduğu görülmektedir.

## Senaryo 2



Şekil 12. Geniş Açılı Üçgenin Döndürülmesi Neticesinde Yüksekliği Çizemeyen Öğrencinin Cevabı

Bu senaryo tipi mülakat sorusunda öğretmenlere, aynı öğrencinin Şekil 12’de yer alan geniş açılı üçgenin döndürülmesi neticesinde yüksekliği çizememesinin nedeni sorulmuş, devamında da bu düşünceye sahip öğrencilere nasıl dönüt vereceklerini ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmenlerin verdikleri cevaplara göre öğrenme zorluklarının olası nedenleri ve çözüm önerileriyle ilgili bulgular, Tablo 7’de özetlenmiştir

Tablo 7. Senaryo 2’deki Öğrenme Zorluklarının Olası Nedenleri ve Çözüm Önerilerine Yönelik Oluşturulan Kodlar

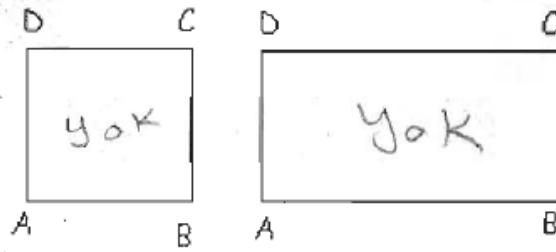
Öğretmen	Öğrenme zorluğunun olası nedenlerine ait kodlar	Öğretmen	Çözüm önerisine ait kodlar
Ö4, Ö6 ve Ö7	Yükseklik kavramındaki eksiklik	Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö7	Farklı şekillerde yükseklik çizimi yaptırma ve “⊥” çizdirme
Ö1, Ö5 ve Ö8	Aşırı genelleme ve yükseklik çiziminin ezberlenmesi	Ö3, Ö7, Ö9	Şekli döndürme
Ö2, Ö8, Ö9	Üçgenin iç bölgesine yükseklik çizilebileceği düşüncesi	Ö5 ve Ö6	Tanımı doğru yapma ve dikme ile doğru arasındaki açının dik olduğunun ifade edilmesi

Tablo 7’de görüldüğü gibi, “farklı şekillerde yükseklik çizimi yaptırma”, “⊥ çizdirme” ve “şekli döndürme”, öğretmenlerin en çok tercih ettiği çözüm önerisi iken “üçgenin sadece iç bölgesine yükseklik çizilebileceği düşüncesi” de öğrenme zorluklarında öğretmenler tarafından en çok vurgulanan neden olduğuna ulaşılmıştır. Bununla beraber “yükseklik kavramındaki bilgi eksikliği”, “aşırı genelleme” ve “yükseklik çiziminin ezberlenmesi” ise vurgulanan diğer sık nedenlerden biridir. Öğretmenlerle yapılan mülakat örneklerinden bazı kesitlere aşağıda yer verilmiştir.

Ö6, öğrencinin yüksekliğin referans alınan tabana veya uzantısına dik olması gerektiğini bilmediğini ifade etmiştir. Bu algıyı değiştirmek için “Bir doğruya dikme inerken önemli olanın dikme ile doğru arasındaki açı olduğunu söyledim.” şeklinde bir dönütte bulunacağını ifade etmiştir. Ö1 ise öğrencinin yükseklik çizimini ezberlediğini

belirtmiştir. Bu algıyı değiştirmek için “İlk başta yüksekliği doğru çizdiği görülen bir öğrenci, şekil döndüğü zaman yükseklikten bihaber olduğu görülmektedir. Sadece ilk şekle baktığımızda öğrencinin konuyu anladığını düşünebiliriz. Onun için derslerde çeşit çeşit üçgen ya da şekillerin yüksekliğini çizdirme çalışmaları yapılmalı, öğrencilerin konuyu tam olarak gerçek mantığı ile anlamaları sağlanmalıdır.” şeklinde bir çözüm önerisi getirmiştir. Bununla birlikte mevcut program ve ders saatinin, öğretmenlerin bolca soru çözümü ve pratik yapmasına imkân vermediğini de belirtmiştir. Ö5 ve Ö8 ise öğrenme zorluğunun nedeninin aşırı genelleme olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca Ö5, kitapta yer alan hatalı tanımların da öğrencilerin bu zorluğu yaşamasına neden olduğunu belirterek bu düşüncüyü değiştirmek için “Tanım yaparken genelde kitaplarda şu yazıyor: Üçgenin tepe noktasından tabanına indirilen dik uzunluğa yükseklik denir. Oysa o tanıma şunu ekleyebiliriz: ‘Üçgenin tepe noktasından içte seçtiğimiz köşesinden tabanını veya taban uzantısına...’ tanımda bunu yaparsak belki çocuk için çağrışım yapıp ipucu verebilir.” açıklamasında bulunmuştur. Ö2, Ö8 ve Ö9, öğrencilerin üçgenin dış bölgesine yükseklik çizmede sorun yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu düşüncüyü değiştirmek için Ö2, “Geniş açılı üçgende iki yüksekliğin üçgenin dışında olduğunu gösteririm. Farklı şekillerde geniş açılı üçgenler üzerinde çizimler yaptırırım.” önerisinde bulunmuştur. Ö4 ve Ö7 ise öğrencilerin yüksekliğin tanımı hakkında bilgi eksikliği olduğunu belirtmişlerdir. Bu düşüncüyü değiştirmek için Ö7, “Bu yanlış çizimi gidermek için “ $\perp$ ” çizdirerek gideririm. Ö4 ise üçgenleri farklı pozisyonlarda göstererek öğrencideki bu kavram yanlışını kaldırmamız gerekir. Bunun giderilmesi adına çocuğa bunu sezdirmemiz lazım. Farklı çizimler yaparak, üçgenin pozisyonlarını değiştirerek dikme indirmesini sağlamamız lazım.” şeklinde ifadesini kullanmıştır. Öğretmenlerin açıklamalarından da görüldüğü üzere, hatalı çizim yapılmasıyla ilgili farklı nedenler belirtmelerine rağmen bu düşüncüyü değiştirmek için farklı şekillerde yükseklik çizdirme ve şekli döndürme gibi benzer çözüm önerilerinde buldukları tespit edilmiştir.

### Senaryo 3



Şekil 13. Kare ve Dikdörtgende Yüksekliğin Olmadığını İfade Eden Öğrencinin Cevabı

Bu senaryo tipi mülakat sorusunda öğretmenlere, Şekil 13’te verilen kare ve dikdörtgende; yüksekliğin olmadığını ifade eden öğrencinin ne düşünmüş olabileceğini, sonrasında da bu düşünceye sahip öğrenciye nasıl dönüt vereceklerini ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmenlerin, öğrenme zorluklarının olası nedenleri ve çözüm önerileriyle ilgili bulgular Tablo 8’de özetlenmiştir.

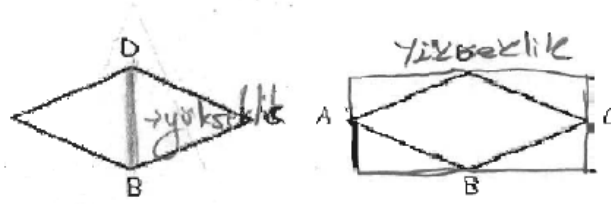
Tablo 8. Senaryo 3’teki Öğrenme Zorluklarının Olası Nedenleri ve Çözüm Önerilerine Yönelik Oluşturulan Kodlar

Öğretmen	Öğrenme zorluğunun olası nedenlerine ait kodlar	Öğretmen	Çözüm önerisine ait kodlar
Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9	Aşırı genelleme	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9	Tekrar anlatma
Ö2, Ö7	Yükseklik kavramındaki bilgi eksikliği	Ö3, Ö4	Tanımı ifade etme
		Ö4 ve Ö9	Farklı şekillerde yükseklik çizimi yaptırma ve öğrenciye cevabı sorgulama

Tablo 8’deki verilere göre öğretmenlerin geneli öğrenme zorluklarıyla ilgili benzer nedenler ifade ettikleri ve benzer çözüm önerilerinde buldukları görülmektedir. Bununla birlikte kare ve dikdörtgende, yüksekliğin çizilememesi nedenini “aşırı genelleme” düşüncesine sahip olunmasından kaynaklandığı belirtilmiştir. Öğretmenler, çözüm önerisinde ise “anlatırım, söylerim, gösteririm” gibi ifadeleri kullanırken; bu düşüncüyü yükseklik kavramının tekrar anlatılması ve tanımı ifade etmekle değiştirebileceklerini vurgulamışlardır. Öğretmenlerle yapılan mülakat örneklerinden bazı kesitlere aşağıda yer verilmiştir.

Çalışmaya katılan tüm öğretmenler, öğrenme zorluğunun olası nedeni olarak öğrencinin aşırı genelleme yaptığını vurgulamışlardır. Bu düşüncüyü değiştirmek için Ö4, “Çocuk burada köşeden karşıdaki kenara dikme indiremediği için burada olmayacağı düşünmüştü; yani üçgende öğrendiği bilgiyi burada yansıtmaya çalışmış ve bata yapmış. Bu da üçgen ve dörtgenlerde farklı yükseklik tanımı yaptığımız için öğrencide kavram yanlışlığı oluşturabilir. Dönütüm: İkisinin farklı tanımlar olduğunu söyleyerek, üçgenlerdeki yükseklik ile dörtgenlerdeki yükseklik tanımı farklıdır diyerek.” şeklinde açıklama yapmıştır. Ö2 ise “Öğrenci bir çizim olması gerektiğini düşünmüştü ve yükseklik tanımını bilmediği için yoktur demiştir. Karşılıklı tabanlar arasındaki dik doğru parçasının yükseklik olduğunu gösteririm.” şeklinde ifade etmiştir. Ö9, “Öğrencilerin yükseklik algısının sadece üçgenlerde geçerli olduğunu ve bu algıyı değiştirmek için dikdörtgen biçiminde iki farklı duvarın önüne götürüp bangisinin daha yüksek olduğunu sordum. Buradan yüksekliği algular, dikdörtgende yükseklik kavramını gösterdim.” şeklinde bir ifade kullanarak diğer öğretmenlere göre farklı çözüm önerisinde bulunmuştur.

#### Senaryo 4



Şekil 14. Eşkenar Dörtgenle İlgili İki Farklı Hatalı Yükseklik Çizimi Veren Öğrencinin Cevabı

Bu senaryo tipi mülakat sorusunda ise öğretmenlere aynı öğrenciye ait Şekil 14’te verilen eşkenar dörtgenle ilgili iki farklı yükseklik çizimi gösterilmiş ve öğrencinin bu çizimlerinin altında yatan düşüncesinin ne olabileceğini ve öğrenciye nasıl dönüt vereceklerini ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmenlerin, öğrenme zorluklarının olası nedenleri ve çözüm önerileriyle ilgili bulgular Tablo 9’da özetlenmiştir.

Tablo 9. Senaryo 4’teki Öğrenme Zorluklarının Olası Nedenleri ve Çözüm Önerilerine Yönelik Oluşturulan Kodlar

Öğretmen	Öğrenme zorluğunun olası nedenlerine ait kodlar	Öğretmen	Çözüm önerisine ait kodlar
Ö1 ve Ö5	Köşegenlerin yükseklik olarak ifade edilmesi	Ö1, Ö6, Ö7 ve Ö8	Tekrar anlatma
Ö2 ve Ö4	Tabanı belirleyememe ve aşırı genelleme	Ö5 ve Ö9	Gönye kullanarak ölçüm yaptırmak ve Somutlaştırma
Ö3, Ö6 ve Ö8	Yüksekliğin köşeden köşeye çizilmesi	Ö2, Ö3 ve Ö4	Yüksekliğin tanımı ifade etme
Ö9 ve Ö7	Yüksekliğin tepeden aşağı ve kâğıdın kenarına göre çizilmesi		

Tablo 9’da görüldüğü gibi öğretmenlerin öğrenme zorluklarıyla ilgili olarak farklı nedenler ifade ederken çözüm önerisinde “tekrar anlatma” ve “yükseklik tanımı açıklamak” gibi çözüm önerilerini daha çok tercih ettikleri görülmüştür. Bununla birlikte Ö5, diğer öğretmenlerden farklı olarak öğrenciye gönye yardımıyla yükseklik

çizimi yaptıracağını ifade etmiştir. Öğretmenlerle yapılan mülakat örneklerinden bazı kesitlere aşağıda yer verilmiştir.

Ö1 ve Ö5, öğrencinin köşegenleri yükseklik olarak düşündüğünü belirtmişlerdir. Bu düşünceyi değiştirmek için tekrar anlatmak gerektiğini ifade eden Ö1, “*Öğrenci köşegenleri yükseklik olarak almıştır. Yükseklik konusunda kavram yanlış olduğu aşikârdır. En baştan yükseklik çizimi konusunun tekrardan anlatılması gerekmektedir.*” şeklinde çözüm önerisinde bulunurken Ö5 ise “*En güzeli yaparak yaşayarak öğrenmesi, çokgenlerde yükseklik çiziminde belki üçgenlerde bir tük daha iyi anlıyor olabilirler ama özellikle çokgenlerde mutlaka gönye yardımıyla yükseklikleri oluşturmaları gerekir.*” şeklinde bir çözüm önerisi sunmuştur. Ö3, öğrencinin yüksekliğin köşeden köşeye çizilen bir çizgi olarak düşündüğünü ifade ederken; bu düşünceyi değiştirmek için “*İki noktayı birleştiren doğruya, karşısındaki noktadan indirilen en kısa uzaklığın yükseklik olduğunu anlatırım.*” şeklinde öneride bulunmuştur. Ö9, öğrencinin yüksekliği tepeden aşağı çizdiğini ifade ederken bu düşünceyi değiştirmek için “*Eşkenar dörtgen biçiminde bir karton kestirir ve bir kenarını yatay konumlandırır, daha sonra üst köşeden yere dikey doğruları yani yükseklikleri nasıl çizileceklerini sorar ve yüksekliği çizdiririm.*” şeklinde bir açıklama yaparak öğrencinin yaparak-yaşayarak öğrenmesini sağlamayı amaçladığı görülmektedir. Ö4 ise öğrencilerin aşırı genellemede bulduklarını ifade ederken bu zorlukları gidermek için birkaç farklı çözüm önerisinde bulunduğu tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin soyut düşünemedikleri için şekilleri tek bir pozisyonda hayal ettiklerini ve dikdörtgenden hareketle bir yükseklik tanımı yapmaya çalıştıklarını ifade etmiştir. Bu düşünceyi değiştirmek için ise “*Aslında tüm şekillerde yükseklik çizerken biraz daha farklılıkları anlattıysak öğrencilere tanımları ve her şeklin üzerinde farklı bir şekilde gösterirsek sanırım zamanla öğrencilerde bu yanlışları düzeltebiliriz diye düşünüyorum. Tanıma göre çizim yapmasını isteriz. Paralel kenardaki tanım paralelkenarlar arasındaki en kısa uzaklık ya da dikme diyebiliriz. Bunu tanıma uygun şekilde çizmesini isteyebiliriz.*” şeklinde dönüt vereceğini vurgulamıştır.

### Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmanın ilk aşamasında, 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili yaşadıkları zorluklar tespit edilmiştir. Araştırma kapsamında öğrencilere yükseklik kavramıyla ilgili bilgileri, üçgen ve dörtgenlerde yükseklikleri nasıl çizdikleri sorulmuştur. Yükseklik kavramının tanımlanması istenilen ilk soruda öğrencilerin %88’inin yanlış tanım yaptığı belirlenmiştir. Öğrencilerin birçoğunun yanlış tanım yapmasında yeterince kavramsal bilgiye sahip olmamalarından kaynaklanabilir. Çünkü geometrik şekilleri kavramsal olarak öğrenememiş öğrenciler, yanlış tanımlar yapmalarına neden olabilir (Linchevsky, 1992). Bununla birlikte her alanın, kendisine özgü kavramların kazandırılmasında kavramlarla ilgili şemaların zihinde oluşturulması gerekir. Bu sebeple geometri eğitimindeki kavramların yeterince anlaşılması taktirde eğitimde beklenen hedeflere ulaşılması zorlaşacaktır (Dağlı, 2010). Özellikle alan ve hacim gibi geometri konularında yükseklik kavramının doğru şekilde anlaşılması gerekmektedir (Van De Walle, 2014). Yükseklik kavramı yeterince anlaşılmadığında ise öğrenciler, kavramların anlamlarını bilmeden ve sadece işlemsel bilgiye sahip olarak sonuca ulaşmaya çalışacaktır (Grant & Kline, 2003; Stephan & Clements, 2003). Bu nedenle yükseklik kavramıyla ilgili sıkıntı yaşamayan öğrenci, bu kavram ve bu kavramla ilişkili geometrik kavramlarda sıkıntı yaşamayabilir. Çünkü geometri eğitiminde yeni durumların öğrenilmesi yeni durumların inşasıyla gerçekleşmektedir (Taylor & Mıttas, 2001). Öğrencilerin, üçgen ve dörtgenlerde yüksekliği çizerken de zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Örneğin geniş açılı üçgende, farklı köşelerden karşı kenara ve uzantısına dik doğru parçasını sadece iki öğrenci çizmiştir. Bununla beraber üçgenin döndürülmesi neticesinde öğrencilerin yüksekliği yanlış çizdiklerine ulaşılmıştır. Benzer durum Yıldız vd., (2014) çalışmasında da görülmüştür. Bu çalışmada öğrencilerin, üçgenlerde sadece bir yükseklik çizdikleri ve farklı prototip üçgen modelleriyle karşılaştıklarında yüksekliği yanlış çizdikleri belirtilmiştir. Bu durum öğretmenlerin benzer prototip örnekleri tercih etmelerinin sebebi olabilir. Karakuş ve Erşen (2013), öğretmen adaylarının sınıf içi uygulamalarda sıklıkla benzer prototip örneklerden yararlandıklarını ifade etmişlerdir. İnan vd., (2015) ise öğrencilerin görsel olarak üçgen kavramının ve üçgen çeşitlerinin farkında olmalarına rağmen yükseklik kavramını tanımlarken ya da çizerken zorlandıkları ve hata yaptıklarını ifade etmişlerdir. Özellikle öğrencilerin, prototip şekillerin etkisinde gelişen sınırlı kavram imajlarının etkisinde kaldıklarını ve yükseklik kavramı yerine orta dikme ya da kenarortay inşa ettiklerini de vurgulamışlardır. Benzer şekilde bu çalışmada da öğrencilerin yükseklik kavramını, açıortay ve kenarortay kavramları yerine kullandığı ve geniş açılı üçgende yüksekliği, üçgenin iç bölgesinde gösterdikleri ve farklı kenarı referans olarak yüksekliği çizemedikleri görülmüştür. Bu durumun nedeni öğrencilerin sınırlı kavram imajları olabilir. Yani öğrenciler, yeni



problem durumlarıyla karşılaştıklarında önceden sahip oldukları kavramla o duruma cevap verdikleri ve mevcut kavram imajlarıyla hareket ettikleri söylenebilir (Tall & Vinner, 1981). Bu çalışmada ise öğrencilerin dar açılı üçgende yüksekliği üçgenin iç bölgesinde çizdiklerinden dolayı bu kavram imajlarını geniş açılı üçgende yükseklik oluşturmada kullandıkları söylenebilir. Öğrenciler, dörtgenlerde yüksekliği çizerken de birçok zorlukla karşılaşmışlardır. Özellikle kare ve dikdörtgenin yüksekliğini çizen öğrencilerin; %27'si yüksekliği yanlış göstermiş, %14'ü soruyu cevapsız bırakmış ve öğrencilerin sadece %4'ü tüm kenarları yükseklik olarak göstermişlerdir. Bununla birlikte dikeydeki kenarı yükseklik olarak gösteren öğrencilerin yataydaki kenarı yükseklik olarak gösteremedikleri tespit edilmiştir. Etkili ve verimli bir öğretimin sağlanmasında öğretmen, öğrenci, program, sınıfın fiziki koşulları gibi birçok bileşenin bir araya gelmesi gerekir (Yurtyapan & Karataş, 2020). Fakat bu bileşenler arasında en önemlisi diğer bileşenlerin uygulayıcı öğretmenlerdir (Baki, 2018). Bundan dolayı öğrencilerin yaşadıkları zorlukların en önemli sebebi, öğretmenlerin alan bilgisi olabilir. Çünkü alanyazında öğretmenlerin konu alan bilgisindeki eksikliklerin, öğrencilerin kavram yanlışlığıyla ilişkili olduğunu gösteren birçok çalışmaya rastlanmıştır (Evren & Tirosh, 1995; Tirosh, 2000). Yurtyapan ve Karataş (2020), çalışmalarında öğretmenlerin diklik merkezini bulmakta zorlandıklarını, dik üçgende dik kenarların birer yükseklik olduğunu gösteremedikleri ve geniş açılı üçgende kenarların uzantısına yüksekliği çizemediklerini belirtmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin sahip oldukları prototip şekiller nedeniyle öğrencilerin aşırı genelleme yaptıklarını ifade etmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerde karşılaşılan bu zorluklar ve kavram yanlışlarının öğretmenlerden kaynaklandığı söylenebilir. Eşkenar dörtgende yüksekliği doğru çizen öğrenciler ise sadece %8'dir. Özellikle öğrenciler, köşegenleri yükseklik olarak gösterdikleri, yüksekliğin çizileceği tabanı belirleyemedikleri ve köşegenleri yükseklik olarak gösterdikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerde karşılaşılan bu zorluklara karşın öğretmenlerin yükseklik kavramını tekrar anlatacaklarını ifade etmeleri, bu hata ve yanlışların giderilememesine neden olabilir. Günümüzde insanın sahip olması gereken bilgi ve becerilerin sürekli değişmesiyle birlikte öğretmenlerin de 21. yüzyılın bilgi teknolojilerine uyum sağlaması beklenmektedir. Çünkü teknolojinin sınıflarda uygulanmasında etkili faktörlerden biri hiç şüphesiz öğretmenlerdir. Özellikle geometri eğitimde GeoGebra, Cabri ve diğer matematik yazılımları ile web 2 araçlarının sınıf ortamlarında kullanılması son derece önemlidir. Çünkü GeoGebra ve diğer matematik yazılımları, müfredatımızdaki birçok konuda faydalanılma potansiyeli olan yazılımlardır (Kabaca vd., 2010). Bu çalışmada da görüldüğü üzere öğretmenlerin matematik yazılımlarını kullanamamaları, bu konuda yetersiz olduklarını göstermektedir. Bilgisayar destekli eğitimlerle bu zorluklar kolaylıkla giderilebilmesine rağmen öğretmenlerin geleneksel öğretim yöntemini tercih etmeleri bu zorlukların giderilmesini güçleştirmektedir.

Bu çalışmanın ikinci aşmasında ise ortaokul matematik öğretmenlerinin, öğrencilerde sıklıkla karşılaşılan hatalı yükseklik çizimlerinin olası sebeplerine ilişkin görüşleri ve karşılaşılan hatalı yükseklik çizimlerinin giderilmesine ilişkin önerileri tespit edilmiştir. Araştırmada öğretmenlerin; üçgen, kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgende yüksekliği çizme ya da belirlemeyi içeren hatalı öğrenci cevaplarından oluşan değişik senaryolara yönelik farklı öğrenme zorlukları olabileceğini düşündükleri ve farklı çözüm önerilerinde buldukları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili yaptıkları tanımlar ve geniş açılı üçgende yanlış yükseklik çizimiyle ilgili olarak öğretmenler, öğrencilerin bilgi eksikliğinin olduğunu bununla birlikte yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarını birbirleriyle karıştırdıklarıyla ilgili öğrenme zorluklarından bahsetmişlerdir. Bu zorlukları gidermeye yönelik çözüm önerilerinde ise sıklıkla yükseklik kavramının tekrar anlatılması gerektiğini vurgulamışlardır. Yani öğretmenlerin doğru cevabı ifade ederken kurallara veya tanıma vurgu yaparak doğrudan tekrar açıklama girişiminde oldukları görülmüştür. Öğretmenler, bir konuyu veya kavramı açıklarken ancak kendi alan bilgilerinin derinliğine göre farklı yöntemleri kullanabilir (Bütün, 2005). Bundan dolayı öğretmenlerin benzer önerilerde bulunmaları, tanımları ve kuralı tekrar açıklamaları alan bilgileri yanında öğretim yaklaşımlarındaki sınırlılığa işaret edebilir. Bununla birlikte çalışma grubunda yer alan dokuz öğretmenden sekizi tek bir çözüm önerisinde bulunurken sadece 10 yıllık mesleki deneyime sahip Ö5 numaralı öğretmen birkaç farklı çözüm önerisinde bulunmuştur. Ayrıca öğrenme zorluklarını gidermek amacıyla öğretmenlerin ifade ettikleri çözüm önerilerinin ise genellikle “öğretmen merkezli” eğitim anlayışına uygun “anlatırım, söylerim, tanımları tekrar yaptırırım” gibi ifadeleri içerdiği görülmüştür. Benzer durum Chick ve Baker (2005), Son (2013), Bütün ve Erdoğan'ın (2020) çalışmalarında da tespit edilmiştir. Bu çalışmalarda öğretmenlerin öğrencilerin kavram yanlışlarını gidermek yerine, konuyu en baştan tekrar anlatmaya yöneldikleri vurgulanmıştır. Bu çalışmada da öğretmenlerin yükseklik kavramı ve yanlış yükseklik çizimiyle ilgili öğrenci yanlışlarını ve bu yanlışların altında yatan nedeni sorgulamak yerine aynı konuyu anlatmaya, aynı tanımları tekrar yapmaya yöneldikleri görülmüştür. Bazı öğretmenler ise

çizilecek tabana “⊥” veya “⊥” gibi işaretlerin oluşması gerektiğini söyleyerek kurala dayalı bir çözüm önerisinde bulunmuşlardır. Ancak bu durum, öğrencilerin matematik yaparken ve öğrenirken sorgulamak yerine ezberlemeye yöneltebilecektir. Çünkü kurala dayalı bir öğretimde işlemin sonucu bulunurken uygulanan geleneksel algoritma; kavramsal arka planı genellikle gölgede bırakacak ve öğrencilerin konuyu detaylı bir şekilde anlamasında sıkıntı yaşamalarına neden olacaktır (Bütün & Baki, 2019). Buna karşın sadece Ö5 numaralı öğretmenin öğrenciye önce yükseklik çizimini yaptırmak gerektiğini belirtmesi daha sonra ise açının 90° olup olmadığına ilişkin ölçme yaptıracağını ifade etmesi “öğrenci merkezli” çözüm önerisi çerçevesinde bir yaklaşım sergilediği biçiminde yorumlanabilir. Öğretmenin sınıf içi uygulamalardaki amacı öğretimi daha verimli hale getirmektir. Bu doğrultuda sınıf içi uygulamalarda ilk olarak öğrencinin düşünmesine önem verilmelidir (Sowder, 2007). Bu nedenle Ö5 numaralı öğretmen, öğrenciyi düşünmeye yöneltmek amacıyla öğrenciye gönye yardımıyla yükseklik çizdirmesi ve daha sonra açının kaç derece olduğunu ölçtürmesi diğer öğretmenlerden farklı bir çözüm önerisinde bulunduğunu göstermektedir.

Aynı öğrencinin geniş açılı üçgenin döndürülmesi neticesinde yüksekliği çizememe nedenine ilişkin öğretmenler, öğrencinin bilgi eksikliği ve kavram yanlışlığı olduğuna dair zorluklara vurgu yapmışlardır. Bu zorlukların giderilmesinde ise farklı şekillerde yükseklik çizimi yaptırmak ve şekli döndürme öğretmenlerin en çok tercih ettikleri çözüm önerileridir. Öğrenciler, bir konuyu görerek veya işiterek öğrenmekten ziyade derslere aktif katılım sağlayarak daha iyi öğrenirler (Pesen vd., 2000). Bundan dolayı matematiksel kavram ve becerilerin tam olarak öğrenilmesi ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin keşfedilebilmesi için öğrencilerin derse aktif bir şekilde katılımı sağlanmalıdır. Aksi takdirde öğrencilerin bu becerileri kazanmaları, kavramlarla ilgili hata ve yanlışlarının giderilmesi güçleşecektir.

Kare ve dikdörtgende yüksekliğin olmadığına ifade edilmesiyle ilgili öğrenme zorluğunun nedenine yönelik dokuz öğretimde öğrencilerdeki kavram yanlışlığı türlerinden aşırı genellemeye vurgu yapmışlardır. Öğretmenler, öğrencilerin aşırı genelleme yapmalarının sebebini; yüksekliği gösterebilmek için bir çizim yapmak gerektiği anlayışı ve yükseklik algısının sadece üçgende geçerli olduğu düşüncesinden kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin bu dörtgenlerde yüksekliği çizememelerinde, öğretmenlerin kullandıkları standart örneklerin ve ders kitaplarındaki prototip örneklerin etkisinin olduğu düşünülebilir. Çünkü Erşen ve Karakuş (2013), öğretmen adaylarının sıklıkla sezgileriyle dörtgen çizimleri yaptıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum sebebi olarak ise ders kitaplarında ve diğer yardımcı kaynaklarda sıklıkla karşılaşılan standart örneklerden yararlanılmasını göstermişlerdir. Bu çalışmada ise benzer şekilde düşünülen sekiz öğretmen, çözüm önerisi olarak tekrar anlatmanın sorunu gidermek için yeterli olacağını vurgulamışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin aşırı genelleme yaparak yüksekliği gösteremediği ifade edilmesine rağmen bu yanlışlıkla ilgili öğretmen-öğrenci etkileşimine başvurulmadığına ulaşılmıştır. Piaget'e göre bilgi, bireyin çevresiyle aktif etkileşimi neticesinde elde edilir (Baki, 2002). Bu süreçte öğretmenin rolü, öğrencilere konuları doğrudan anlatmaktan ziyade öğrencilerin fiziksel ve sosyal çevresiyle etkileşim içine girebileceği bir sınıf ortamı tasarlamasıdır (Güven & Karataş, 2004). Öğrencinin merkezinde öğretmen olduğunda, dışarıdan bir kişinin anlatması ile bireylere yeni bilgilerin kazandırılmasının çok zor olduğu bilinmektedir. Yani öğrencilerin yaşadığı bu zorluklar, öğretmenlerin sınıf içinde uygun yöntem ve tekniği kullanmasıyla giderilebilir. Bununla birlikte öğretmenler, öğrencilerin aşırı genelleme yapmasında birçok sebebin olduğunu ifade etmelerine rağmen bu sebeplerin neler olabileceğini ortaya çıkaracak sorular sormadıkları Tablo 8'de görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin, öğrencilerin yaptığı yanlışları kendilerinin anlamasına olanak sağlamadıkları ve bu algıyı değiştirmek için öğrenciye fırsat vermedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Sadece Ö9 kodlu öğretmen, öğrenciye cevabını sorgulamış ve gündelik hayatla ilişkilendirme yapmıştır. Woolfolk (2013), öğretim süreçlerinde son derece önemli bir yere sahip olan dönütlerin sınıf ortamında etkili kullanılmasının; öğrencilerdeki hata ve yanlışlarının giderilmesini sağlayabileceğini ifade etmiştir. Bundan dolayı öğretmenlerin öğrencilerle sınırlı iletişim kurmaları, öğrencilerdeki hata ve yanlışlarının giderilememesine sebep olabilir.

Öğretmenler, öğrencilerin eşkenar dörtgende iki farklı hatalı yükseklik çizimleriyle ilgili olarak birbirlerinden farklı nedenler olduğunu ifade etmişlerdir. Buna karşın çözüm önerisinde ise yine öğretmen merkezli bir yaklaşımla “tekrar anlatma” ve “yükseklik tanımını ifade etme” gibi ortak bir görüş belirttikleri görülmüştür (6 öğretmen). Şensoy ve Kılıç (2021), öğretmenlerin öğrenme ve öğretme sürecinde; çoğunlukla sunuş yoluyla öğretimi tercih ettikleri, sıklıkla düz anlatım tekniklerini kullandıkları ve soru çözme aşamasında genellikle problemleri öğretmenlerin kendilerinin çözdüklerine ulaşılmıştır. Bu çalışmada da öğretmenlerin,

öğrencilerdeki zorlukları; tekrar anlatarak ve sunuş yoluyla öğretimi tercih ederek giderebilecekleri sonucu elde edilmiştir. Sadece bir öğretmen, öğrencinin yaparak-yaşarak öğrenmesini sağlamak için gönye kullanarak ölçüm yaptıracağını ifade etmiştir.

Sonuç olarak, senaryolar farklı olsa da benzer sonuçlara ulaşıldığı tespit edilmiştir. Bununla beraber öğretmenlerin mesleki kıdemine ve cinsiyetine göre öğrenci zorluklarının sebepleri ve çözüm önerilerinde herhangi bir farklılık tespit edilmemiştir. Öğretmenler, farklı öğrenme zorluklarının olduğunu ifade etmelerine rağmen bu zorlukları gidermek için çözüm önerilerinin sınırlı sayıda olduğu belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenlerin çözüm önerilerinin de farklı hata türlerinde ve zorluklarda birbirine benzer olduğu görülmüştür. Özellikle her senaryoda “anlatırım, söylerim ve çizdiririm” gibi ifadeleri kullanmaları “öğretmen merkezli” eğitim anlayışını benimsediklerine işaret etmektedir. Bruner, öğrencilerin içinde öğrenme arzusunun olduğunu ancak bu arzusunun ortaya çıkarılabilmesi için öğretmenin rolünün var olan bilgiyi sunmaktan ziyade öğrencideki ilgi ve başarı arzusu uyandırarak, bilginin keşfini sağlayacak etkinliklere yer verilmesi gerektiğini belirtmiştir (Akt. Senemoğlu, 2004). Bundan dolayı öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların giderilmesinde öğretmenlerin rolü yadsınamaz bir gerçektir. Bu çalışmada ise öğretmenlerin büyük bir kısmı, öğrencilerin yaşadıkları zorlukların altında yatan nedeni sorgulamak yerine konuyu tekrar anlatarak, benzer örnekleri çözdürerek ve kavramı tekrar ifade ederek bu öğrenme zorluklarının üstesinden geleceklerini ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin bu zorlukları giderirken benzer yöntem ile teknikleri kullanarak ve tanımı tekrar hatırlatarak dersi işlemeleri, öğrencilerdeki matematik dersine yönelik tutumlarını ve başarı hislerini olumsuz yönde etkileyebilir. Kösterelioğlu vd. (2014), çeşitli etkinliklerle desteklenmiş öğrenme ortamının öğrenciyi pasiflikten kurtardığını ve öğrenmeye olumlu yansıdığını belirtmişlerdir. Bu çalışmada ise farklı konularda ve her sınıf düzeyindeki öğrencilerin karşılaştıkları bir kavram olan yüksekliğin, her sınıf seviyesinde öğrencinin düzeyine göre öğretilmesi ve farklı materyallerin kullanılarak konunun somutlaştırılması gerekirken; öğretmenlerin sadece birkaçının farklı etkinlikler yaparak çözüm önerisinde bulunmalarının öğrencilerin öğrenmesini olumsuz etkileyeceği söylenebilir.

### Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin yükseklik kavramıyla ilgili birçok zorluğunun olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin kavramları öğrenmesinde öğretmenlerin kullandıkları yöntem ve teknikler son derece önemlidir. Dolayısıyla öğretmenler, öğrencilerde tespit edilen bu zorlukların önlenmesi ve giderilmesi için kullanacakları yöntemi ve tekniği dikkatlice seçmelidirler. Öğretmenler, öğrencilerin birçok farklı öğrenme zorluğunun olduğunu ifade etmelerine rağmen benzer çözüm önerilerinde buldukları görülmektedir. Özellikle farklı senaryolarda bile aynı önerilerde bulunan öğretmen sayısı oldukça fazladır. Bundan dolayı öğretmenlerin, öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar hakkında çözüm önerilerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Öğretmenlerin karşılaştıkları bu zorlukların giderilmesinde yetersiz olmaları pedagojik alan bilgilerinde eksiklik olmasından kaynaklanabilir. Bu sebeple hizmet içi ve matematik seferberliği kapsamında yapılan çalışmalarda öğretmenlerin pedagojik alan bilgilerini geliştirici eğitimlere yer verilebilir. Bu çalışmada elde edilen önemli sonuçlardan biri de öğretmenlerin birçoğunun çeşitli materyaller kullanarak çözüm önerisinde bulunmadıkları bunun yerine geleneksel eğitim anlayışını benimsedikleri görülmüştür. Bu sebeple etkili bir matematik öğretim ortamı sağlamak amacıyla öğretmenlere materyal kullanımına yönelik hizmet içi eğitim etkinlikleri oluşturulabilir.

Günümüzde derslerde teknoloji kullanımının etkisi yadsınamaz bir gerçektir. Bu çalışmada hiçbir öğretmen, teknolojiden yararlanarak öğrencilerin yaşadığı zorlukları gidermeye çalışmamıştır. Bu sebeple öğretmenlerin bu alanda da eksiklikleri olduğu söylenebilir. Bu eksikliği gidermek amacıyla GeoGebra, Cabri, Web2 araçları vb. yazılımlarda öğretmenlerin eğitim alması sağlanabilir.

Çalışma ortaokulda öğrenim gören öğrenciler ve ortaokulda görev yapan matematik öğretmenleriyle yürütülmüştür. Buradan hareketle lisede öğrenim gören öğrenciler ve lisede görev yapan öğretmenlere yönelik araştırma da yapılabilir.

Öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ile öğrenme zorluklarına ilişkin çözüm önerileri arasında nasıl bir ilişki olduğuna dair de araştırmalar yapılabilir.

## Kaynakça

- Aydın, S., & Bayazıt, I. (2021). Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenilirlik. M. Çelebi (Ed.), *Nitel araştırma yöntemleri içinde* (ss. 182-209). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretim bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Baki, A. (2002). *Öğrenen ve öğretmenler için bilgisayar destekli matematik* (1.baskı). Ceren Yayınevi.
- Brodie, K. (2014). Learning about learner errors in professional learning communities. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 221-239. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9507-1>
- Bütün, M. (2005). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin nitelikleri üzerine bir çalışma*. [Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Bütün, M., & Baki, A. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiği öğretim bilgilerinin gelişimi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 8(1), 300-322. <https://doi.org/10.30703/cije.493676>
- Bütün, M., & Erdoğan, N. (2020). Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sıfır kavramıyla ilgili anlayışlarına ilişkin bilgilerinin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(3), 961-982. <https://doi.org/10.30703/cije.730314>
- Chick, H. L. & Baker, M. K. (2005). Investigating teachers' responses to student misconceptions. In *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, 249-256.
- Chmiliar, I. (2010). *Multiple-case designs*. In A. J. Mills, G. Eurepas & E. Wiebe (Eds.), *Encyclopedia of case study research* (pp 582-583). New York: Sage.
- Cunningham, R. F., & Roberts, A. (2010). Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1,1-17.
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları*. [Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Erşen, B.Z., & Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(2), 124-146. Doi: 10.16949/turcomat.21946
- Even, R., & Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 1-20. <https://doi.org/10.1007/BF01273897>
- Fidan, Y., & Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(27), 185-197.
- Grant, T., J. & Kline, K. (2003). Developing the building blocks of measurement with young children. Douglas, H. Clements ve George, W. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (s.46-57). Reston,VA: NCTM.
- Gürefe, N., & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Abi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(2), 429-450.
- Gürefe, N., Gültekin, S. H., & ES, H., (2016). Bazı geometrik şekillerdeki yüksekliğin belirlenmesinde yedinci sınıf öğrencilerinin bilgileri. ř. Çankır (Ed.). *3. Uluslararası Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi* (s. 357-363). Ejercongress.
- Güven, B., & Karataş, İ. (2004). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sınıf ortamı tasarımları. *İlköğretim Online*, 3(1), 25-35.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L.C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202. Doi: 10.5951/jresmetheduc.41.2.0169

- Kabaca, T., Aktümen, M., Aksoy, Y., & Bulut, M. (2010). Matematik öğretmenlerinin Avrasya GeoGebra toplantısı kapsamında dinamik matematik yazılımı GeoGebra ile tanıştırılması ve GeoGebra hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 1(2), 148-165. Doi: 10.16949/turcomat.95477
- Kospentaris, G., Spyrou, P., & Lappas, D. (2011). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 77(1), 105-127. Doi: 10.1007/s10649-011-9303-8
- Köse, N. Y. (2008). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: bir eylem araştırması*. [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Köstereliöglü, I., Bayar, A., & Köstereliöglü, M. (2014). Öğretmen eğitiminde etkinlik temelli öğrenme süreci: Bir durum araştırması. *Electronic Turkish Studies*, 9(2), 1035-1047. Doi: 10.7827/TurkishStudies.6406
- Levin, D. M., & Richards, J. (2010). Exploring how novice teachers learn to attend to students' thinking in analyzing case studies of classroom teaching and learning. In *Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences*, 1, 41-48.
- Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers views about definitions in geometry. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th international conference for the psychology of mathematics education* (pp. 48-55). Durham USA.
- Merriam, S. B. (2015). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber*. (S. Turan, Çev.). Nobel Yayıncılık.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Thousand Oaks, California: SAGE.
- Mukaddes, İ., Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E., (2015, Mayıs 16-18). *Ortaokul öğrencilerinin üçgende yükseklik ile ilgili sahip oldukları kavram imajları* [Bildiri özeti]. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman, Türkiye.
- Oral, B., & Çoban, A. (2020). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Otten, S., & Herbel-Eisenmann, B. A. (2009). Multiple meanings in mathematics: Beneath the surface of area.. In Swars, S. L., Stinson, D. W., & Lemons-Smith, S. (Eds.), *Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 296-303). GA: Georgia State University.
- Özdeş, H., & Kesici, A. E. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanlışları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1277-1292.
- Pesen, C., Odabaş, A., & Bindak, R. (2000). İlköğretim okullarında kullanılan matematik öğretim yöntemleri üzerine. *Eğitim ve Bilim*, 25(118), 32-34.
- Senemoğlu, N. (2004). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: Kuramdan uygulamaya* (9. Baskı). Gazi Kitabevi.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. In Lester F. K. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 157- 224). CT: Information Age.
- Stephen , M. & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. Douglas. H. Clements & George. W. Bright (Eds.), *Learning and Teaching Measurement 2003 Yearbook* (s. 3-16). Reston,VA: NCTM.
- Şengün, K. Ç., & Yılmaz, S. (2021). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende açıortay ve kenarortay belirleme durumlarının incelenmesi. *International Journal of Active Learning (IJAL)*, 6(1), 81-97. Doi: 10.48067/ijal.909110
- Şahin, M., & Karakuş, F. (2021). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunun öğretiminde kullandıkları örneklerin incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 10(4), 1605-1624. <https://doi.org/10.30703/cije.887089>

- Şensoy, Ç. P., & Kılıç, A. (2021). Ortaokul matematik öğretmenlerinin ders işleyiş süreçlerinin incelenmesi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 434-452. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2021.21.62826-874046>
- Son, J. W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: Ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, 84(1), 49-70. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9475-5>
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Taylor, S., E. & Mittag, K., C. (2001). Sharing teaching ideas: Seven wonders of the ancient and modern quadratic world. *The Mathematics Teacher*, 94(5), 349-361. <https://doi.org/10.5951/MT.94.5.0349>
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25. <https://doi.org/10.2307/749817>
- Van de Walle, J. A. (1998). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. New York: Longman.
- Van De Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams, J.M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. baskı). (S. Durmuş, Çev.). Nobel Yayınları.
- Woolfolk, A. (2013). *Educational psychology* (13th edition). Boston, MA: Allyn & Bacon
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, E., Olkun, S., & Akbaba-Altun, S. (2014, Eylül 11-14). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik konusunda geliştirmekte olan kavramsallaştırmaları. 11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Adana, Türkiye. [https://www.researchgate.net/publication/265641114\\_Deveci\\_I\\_Cepni\\_S\\_2014\\_Fen\\_bilimleri\\_ogretmen\\_adaylarinin\\_girisimci\\_proje\\_gelistirme\\_sureci\\_sorunlar\\_ve\\_oneriler\\_XI\\_Ulusal\\_Fen\\_Bilimleri\\_ve\\_Matematik\\_Egitimi\\_Kongresi\\_11-14\\_Eylul\\_Adana\\_OZET](https://www.researchgate.net/publication/265641114_Deveci_I_Cepni_S_2014_Fen_bilimleri_ogretmen_adaylarinin_girisimci_proje_gelistirme_sureci_sorunlar_ve_oneriler_XI_Ulusal_Fen_Bilimleri_ve_Matematik_Egitimi_Kongresi_11-14_Eylul_Adana_OZET)
- Yurtyapan, M. İ., & Karataş, İ. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(1), 53-90. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.443825>
- Zaslavsky, O. (2010). The explanatory power of examples in mathematics: Challenges for teaching. In M. K. Stein & L. Kucan (Eds.), *Instructional explanations in the disciplines* (pp. 107–128). Boston, MA: Springer US.



## EXTENDED SUMMARY

Teachers encounter different student thoughts in mathematical learning processes. While these thoughts sometimes show that students learn the concepts in a meaningful way, they also show the reflections of their wrong and incomplete learning. Therefore, students' conceptual errors provide us with information about their thinking processes and needs. It is important to know what errors students have in their height drawings and what their underlying perceptions are, in order to eliminate possible errors that may arise when this concept is used. In these studies, it was seen that students' knowledge and concept images about the concept of height were frequently tried to be determined. On the other hand, it was found that there were few studies that examined the opinions of mathematics teachers about the mistakes that students frequently made about the concept of height. On the other hand, no studies were encountered in which the students' mistakes in the concept of height were evaluated by taking the opinions of mathematics teachers. Understanding the reason for students' mistakes and misconceptions about the concept of height will be a guide in identifying and eliminating possible problems that may be experienced in the teaching process of this concept and other geometric concepts related to the concept. In this context, the aim of the study is to determine the reasons for the difficulties that students often experience in drawing heights, to reveal the opinions of mathematics teachers about the reasons for these difficulties and to determine what kind of suggestions they will offer about the difficulties experienced.

In this study, case study, one of the qualitative research types, was used. A case study is a methodological approach that involves in-depth examination of a limited system using multiple data collection in order to reach systematic information about how it works (Chmiliar, 2010). There are two different study groups in the study. The first consists of 92 secondary school students studying in 6th, 7th, and 8th grades, and the second consists of 9 secondary school mathematics teachers working in five different cities with different professional experiences. The convenient sampling method, one of the non-random sampling methods, was used to determine the students and teachers in the study group. The data were collected in two stages in the study. In the first stage of the study, students studying in 6th, 7th and 8th grades was applied a test consisting of 4 open-ended questions about height. A test consisting of 8 questions including different situations related to height was prepared by the researchers. Two field experts were consulted to ensure the clarity of the questions in the test and their suitability for the purpose of the study. As a result of the comments, it was decided to remove four questions that were thought to measure similar skills, and the measurement tool was given its final form. The finalized test was administered to 92 secondary school students studying at different grade levels. The analyzes of the data obtained from the test were made by the researchers and the incorrect height drawings that the students frequently made were determined. The second stage of the study consisted of interviews with 9 teachers in order to determine whether the students were aware of what misconceptions they had about height and what kind of feedback they gave to eliminate these misconceptions. In the analysis process of the data, the answers given by the students to the open-ended questions were examined by the researchers and frequently made mistakes were identified. Then, the data obtained from the interviews with the teachers through the scenarios were transcribed.

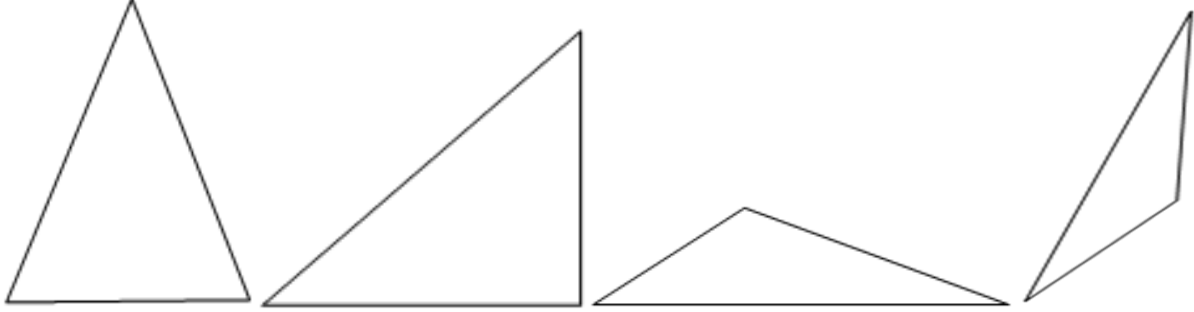
As a result of the test applied to a total of 92 middle school students at different grade levels, the most common erroneous height drawings were given to the teachers as scenarios, and the possible reasons for the difficulties students had with height drawings and the teachers' feedback on these difficulties were presented in the findings section with direct quotations. The obtained data were analyzed in the context of possible reasons for students' incorrect drawings and what the teachers' feedback might be to change this thought, interpreted, classified, and as a result, different codes were created for each scenario.

In the results obtained in the research, it was determined that although the scenarios were different, similar results were achieved. In particular, while teachers stated that there are different student difficulties, it has been determined that there are limited number of suggestions as a solution to eliminate different errors in students. In addition, it was seen that suggestions made as a solution by the teachers were similar to each other in different error types and difficulties. In particular, the use of expressions such as "I teach, I tell and I draw" in every scenario shows that they have adopted the "teacher-centered" education approach. The study was conducted with middle school students and middle school mathematics teachers. Based on this, research can be conducted with high school students and high school teachers. Research can also be conducted on the relationship between teachers' pedagogical content knowledge and their suggestions for solutions to learning difficulties.

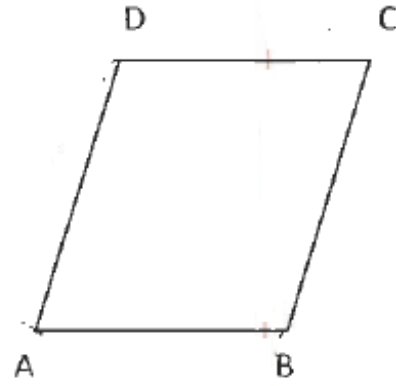
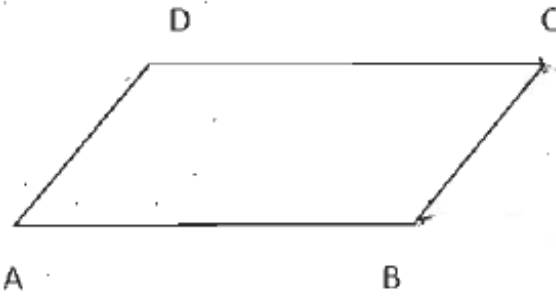
EK 1

1. Size göre yükseklik nedir?

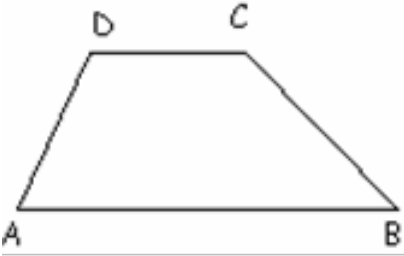
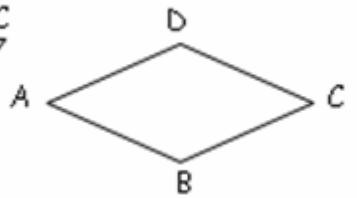
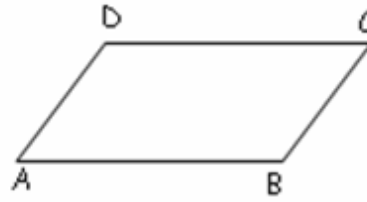
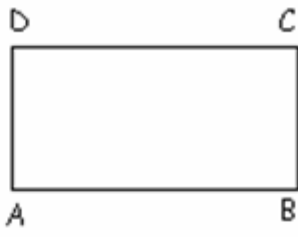
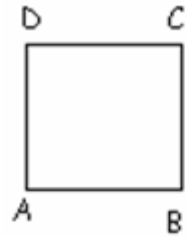
2. Aşağıda verilen üçgenlerin kenarlarına göre yükseklikleri çiziniz.



3. Aşağıda verilen paralelkenarlara ait AB ve AD kenarlarına ait yükseklik çiziniz.



5. Aşağıda verilen dörtgenlerdeki yükseklikleri çiziniz.



## EK2

1.

1. Size göre yükseklik nedir? Açıklayınız.

Bir üçgeni ortadan ayırana yükseklik denir.

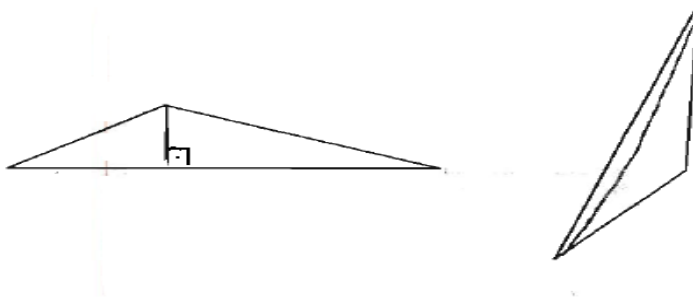


Kabul edelim ki üçgen de yükseklik konusunu işliyorsunuz. Öğrenciniz yukarıdaki tanımı yaparak geniş açılı üçgen de yükseklik çizimini yapıyor.

Sizce öğrenci ne düşünmüş olabilir?

Bu düşünceye sahip öğrencinize dönütünüz ne olur?

2.

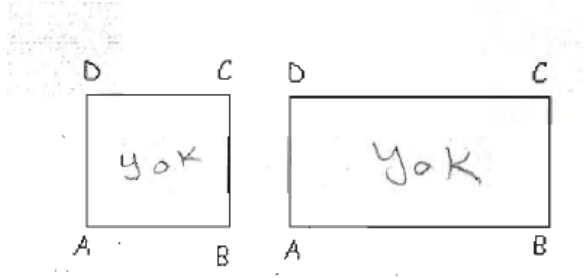


Kabul edelim ki üçgen de yükseklik konusunu işliyorsunuz. Aynı öğrenciniz üçgenin döndürülmesiyle yukarıdaki çizimleri yapıyor.

Sizce öğrencinin üçgenin döndürülmesiyle yüksekliği çizememesinin nedeni ne olabilir?

Bu düşünceye sahip öğrencinize dönütünüz ne olur?

3.

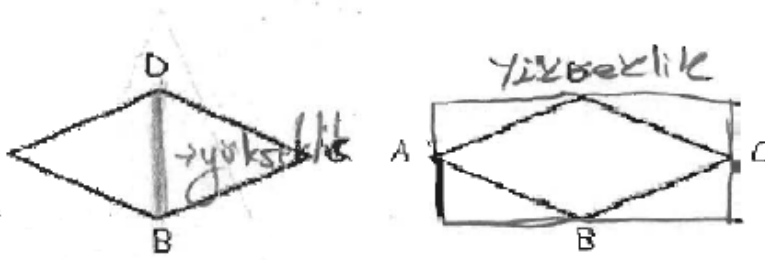


Kabul edelim ki dörtgenler de yükseklik konusunu işliyorsunuz. Öğrenciniz kare ve dikdörtgen de yüksekliği yukarıdaki gibi gösteriyor.

Sizce öğrenci ne düşünmüş olabilir?

Bu düşünceye sahip öğrencinize dönütünüz ne olur?

4.



Kabul edelim ki dörtgen de yükseklik konusunu işliyorsunuz. Öğrencileriniz eşkenar dörtgen de yükseklik çizimini yukarıdaki gibi gösteriyor.

Sizce öğrenciler ne düşünmüş olabilir?

Bu düşünceye sahip öğrencinize dönütünüz ne olur?