



The Evaluation of the Relationship Between Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Mathematical Modeling and Reading Comprehension Skills *

Alattin URAL **

Hakan ÜLPER ***

Received: 16 December 2012

Accepted: 05 March 2013

ABSTRACT: The purpose of this study was to investigate whether there is a relationship between pre-service teachers' reading comprehension and mathematical modeling skills. 38 students who were seniors majoring in the Department of Elementary Mathematics Education participated in this study. Students were asked to solve the problem given, and then they took a multiple-choice test that measures their comprehension skills. After examining students' problem solving strategies, those who used similar strategies were grouped together. It was determined that there were four groups formed based on understanding the problem. Reading comprehension test scores were used to check whether four groups of students significantly differed from each other, and Kruskal-Wallis and Mann-Whitney U tests were employed. It was found that there was a positive correlation between reading comprehension skills and understanding the problem. This finding is important in terms of presenting non-mathematical factors affecting modeling skills.

Key words: mathematical modeling, understanding the problem, reading comprehension

Extended Abstract

Purpose and Significance: Mathematical modeling is a process in which a complex daily situation / problem is mathematically described, formulated and interpreted (Berry & Houston, 1995). Mathematical modeling has started to take place in school mathematics at the beginning of the 1970s. Christopher Ormell started a course named "The Applicability of Mathematics" in 1974, and his ideas have been effective in England and Europe. As the applications of mathematics were used in different scientific disciplines, the mathematical modeling began to take place in education process (McLone, 1976).

Tanner and Jones (1995) asserted that the information itself is not enough for a successful modeling; students should also know where and how to use this information, and they have a difficulty with that. Niss (2004), mentioned that the skill of modeling is associated with the skill of mathematical reading and understanding.

Generally in the process of reading and understanding, an individual should have enough information about the text's linguistic features and subject. With using this information, s/he should have ability to build linguistic and semantic relationships between the phrase meanings and parts of the text. S/he should have the ability to make

* This manuscript is an extended version of the paper presented at the First Cyprus Congress of Educational Research.

** Corresponding author: Assist. Prof. Dr., Mehmet Akif Ersoy University, Burdur, Turkey, altnurl@gmail.com

*** Assist. Prof. Dr., Mehmet Akif Ersoy University, Burdur, Turkey, hakanulper@gmail.com

inferences and comments / interpretations and to differentiate important information in the text. S/he should have the ability to find the subject and main idea of the text. And lastly, s/he should have the ability to benefit from the strategies to overcome a problem with using self-monitoring.

The purpose of this study is to investigate whether there is a relationship between pre-service teachers' reading comprehension and mathematical modeling skills. It was concluded that there is a positive correlation between reading comprehension skills and skills of mathematical reading and understanding. This finding is important in terms of presenting non-mathematical factors and difficulties affecting modeling skills, and planning of educational environment essential to develop modeling skills.

Methods: In order to investigate the research question, students were asked to solve a problem that requires mathematical modeling, and to take a multiple-choice test that measures their comprehension skills. Descriptive analysis was done to analyze students' solutions to the modeling problem. The criteria of understanding the modeling problem can be stated like, "What is the mixed use of a diesel car in urban and extra-urban in terms of km so that its purchase is more economic?" or "What is the mixed use of a diesel car in urban and extra-urban in terms of km so that average price differences between the same models of diesel and gasoline cars can be made up?" in detail. When students' solutions examined, it was seen that they considered either a specific car model or km / average values or a generating a algebraic formula. Based on these criteria, students fell into four different categories of understanding the problem. By Kruskal-Wallis and Mann-Whitney U tests using the SPSS, it was investigated whether there was a significant difference between comprehension test scores of students in these four groups. Therefore, both qualitative and quantitative methods were used in this research.

Results: There was a statistically significant difference between average comprehension scores of the groups 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4 according to the results of the Kruskal-Wallis and Mann-Whitney U tests. However, there was not a significant difference between Category 1 and 2. According to these results, it can be said that as students' levels of reading comprehension get higher, their levels of understanding of the mathematical modeling problem also get higher.

Discussion and Conclusions: At the end of this research, it can be said that having a better skill of reading comprehension means better understanding of mathematical modeling problems. This conclusion is parallel with the results obtained from the studies done by Light and DeFries (1995), Niss (2004), Tuohima, Aunola, and Nurmi (2008). However, there was not a significant difference between Category 1 and 2. When students' solutions in these two groups examined, it was seen that these students did not understand the problem clearly. In other words, it can be said that there is not a significant difference between levels of understanding of the problem in these two

groups. Therefore, it can be understood why there was not a significant difference between average comprehension scores of the group 1 and 2.

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme ile Okuduğunu Anlama Becerileri Arasındaki İlişkinin Değerlendirilmesi*

Alattin URAL**

Hakan ÜLPER***

Makale Gönderme Tarihi: 16 Aralık 2012

Makale Kabul Tarihi: 05 Mart 2013

ÖZET: Problemin ne sorduğunu anlamada yaşanacak sorun, matematiksel modelleme sürecini doğrudan etkileyecektir. Bu bağlamda araştırmanın amacı; ilköğretim matematik öğretmen adaylarının okuduğunu anlama becerisi ile matematiksel modellemeyi gerektiren gerçek bir yaşam problemini anlama becerisi arasında bir ilişki olup olmadığını araştırmaktır. Elde edilecek bulguların, matematiksel modelleme yeterliğini etkileyen matematik dışı faktörlerin ortaya konması ayrıca, modelleme yeterliğinin geliştirilmesi için düzenlenecek eğitim ortamlarının planlanması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Araştırmaya, 4. sınıfta öğrenim gören 38 ilköğretim matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Araştırmanın amacı doğrultusunda, öğrenci grubuna önce matematiksel modelleme ile ilgili bir problem sorulmuş, sonra ise okuduğunu anlama becerilerini ölçen çoktan seçmeli bir test uygulanmıştır. Matematiksel modelleme problemine dayanarak öğrenciler dört kategoriye ayrılmış ve bu kategorilerde yer alan öğrencilerin kavrama testinden aldıkları puanlar arasında bir fark olup olmadığına Kruskal-Wallis ve Mann-Whitney U testleriyle bakılmıştır. Sonuç olarak, matematiksel modelleme problemini iyi kavrayanlar kategorisinde yer alan öğrencilerin okuduklarını diğer kategoridekilere göre daha iyi anladıkları ortaya çıkmıştır.

Anahtar Sözcükler: matematiksel modelleme, problemi anlama, okuduğunu kavrama.

Giriş

Matematiksel Modelleme

“Model” kelimesi basit anlamıyla hem basitleştirilmiş tahminler hem de değişkenler arasında olduğu varsayılan ilişkiler için kullanılır. Model kelimesi ayrıca, varsayılan ya da edinilen deneyimler sonucu ulaşılmış empirik bilgiler arasındaki ilişkilerden bahsetmek için de kullanılır. Bu bağlamda ‘model’ bir formül, bir değerler tablosu ya da bir grafik olabilir (Stacey, 1991).

Matematiksel modelleme yetmişli yılların başlarında okul matematiğine girmeye başlamıştır. 1974 yılında, üst sınıflardaki öğrenciler için “Uygulanabilir Matematik” adlı alternatif bir ders açan Christopher Ormell’ in düşünceleri özellikle İngiltere’de ve Avustralya’da etkili olmuştur. Matematik uygulamalarının farklı bilim dallarında kullanımıyla matematiksel modelleme, matematik eğitimi sürecinde yer almaya başlamıştır (McLone, 1976).

Matematiksel modelleme, kompleks bir gerçek yaşam durumunun / probleminin matematiksel olarak tanımlanıp formüle edildiği ve yorumlandığı bir süreçtir (Lesh & Zawojewski, 2007; Mousoulides & English, 2008). Berry ve Houston (1995)’in belirttiği gibi matematiksel modelleme; deneysel modelleme, teorik modelleme, simülasyon modelleme ve boyutsal-analiz modelleme olmak üzere dört çeşittir. Modellemeye, amaçlar ve ilgiler açısından da bakılabilir: gerçek yaşamdaki problemleri çözmek ve öğrenme / öğretme için bir strateji olarak kullanmak (Kaiser, 1991). Matematiksel modelleme öğretimine yönelik belli başlı perspektifler; “realistik

* I. Uluslararası Kıbrıs Eğitim Araştırmaları Kongresinde sunulan bildirinin geliştirilmiş biçimidir.

** Sorumlu Yazar: Yrd. Doç. Dr., Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, altnurl@gmail.com

*** Yrd. Doç. Dr., Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, hakanulper@gmail.com

modelleme”, “bağlamsal modelleme”, “eğitimsel modelleme”, “sosyo-kritik modelleme”, “epistemolojik veya teorik modelleme” ve “bilişsel modelleme” olarak sınıflandırılmıştır (Kaiser & Sriraman, 2006). Benzer bir sınıflamada bulunan Blum (1991), modellemenin genel amaçlarını vererek, matematik öğretiminin amaçlarının bunları ne ölçüde karşılayabileceğini şu şekilde ifade etmiştir:

Yararcılık: Matematik öğretiminin öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını ve problemlerini ele alabilmelerinde onlara yardımcı olma amacı vardır. Bu amaç için matematiksel modelleme zorunludur.

Eğitimsel Argümanlar: Öğrenciler matematikle uğraşarak problemlerle baş etme gibi genel nitelikler ve açık fikirli olma gibi tutumlar kazanmalıdır. Matematiksel modelleme bunları geliştirmek için önemli bir yoldur.

Kültürel Argümanlar: Öğrencilere matematik konuları, bilim ve insanlık tarihinin ve kültürünün bir parçası olarak da sunulmalıdır. Modelleme, insanlık tarihinin ve gerçek uygulamalarının yanı sıra entellektüalizmin de gerekli bir özelliğidir ve bu yüzden bu unsurların gelişimine katkı sunabilir.

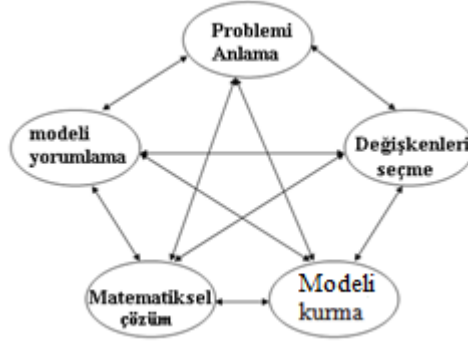
Psikolojik Argümanlar: Matematiksel içerikler uygun modelleme örnekleriyle motive edilebilir ve sağlamlştırılabilir, bütünleştirilebilir; bunlar matematik konularının daha derin anlaşılmasına ve kalıcı olmasına katkı sağlayabilir ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumunu geliştirebilir.

Matematiksel Modelleme Süreci

Polya (1945) tarafından yapılan çalışmalar, matematik problemlerinin çözümünde bazı adımların olduğunu ortaya koymuştur. Bu adımlar şunlardır: Problemin anlaşılması, problemin çözülmesi için bir plan yapılması, çözüm planının uygulanması, sonucun doğru olup olmadığının kontrol edilmesi. Bu adımlar aynı zamanda öğrencilerin, problemleri başarı ile çözebilmeleri için onlarda geliştirilmesi gereken becerileri gösterir. Matematiksel modelleme süreci de bu adımlara paralellik göstermektedir. Matematiksel modelleme sürecine ilişkin aralarında kısmen farklılık olan çeşitli diyagramlar ve aşamalar listeleri yer almaktadır. Bunlardan en yaygın olanları aşağıda verilmiştir.

Berry ve Houston (1995) ve Doerr (1997) tarafından verilen matematiksel modelleme süreci şöyledir: İlk aşama, gerçek hayat problemini anlamadır. Burada kişi, problemi tanımlar, uygun verileri toplar ve analiz eder. Daha sonraki aşama, bu problemi çözebilmek için gerekli olan değişkenleri seçme aşamasıdır. Bu aşamadan sonra matematiksel model oluşturulur, çözülür, doğruluğu ve uygunluğu araştırılır. Elde edilen çözüm, gerçek hayata yorumlanır. Bundan sonraki aşamada model başka problemler için de geliştirilir ve genelleştirilir. Son aşamada ise, problem ve çözümünü gösteren bir poster, yazılı veya sözlü bir rapor hazırlanır.

Şekil 1. Matematiksel Modelleme Süreci



Uyarlandığı yayın. (Berry & Houston, 1995).

Blomhoj (1993), Blomhoj ve Jensen (2003), Gregersen ve Jensen (1998) ve Niss (1989)'a göre matematiksel modelleme süreci şu aşamaları içerir:

(a) Formülleştirme (az çok belirgin şekilde): Modellenecek olan ve algılanan gerçeğin özelliklerinin belirlenmesini sağlar. Bunu yapmak için kişi, kendini durumun içinde görebilmelidir; başka bir deyişle, durumun zihinsel bir modelini kurabilmelidir.

(b) Problem alanındaki ilgili nesnelere, ilişkileri, vb. seçme ve olası bir matematiksel temsili ortaya koyabilmek için idealleştirme.

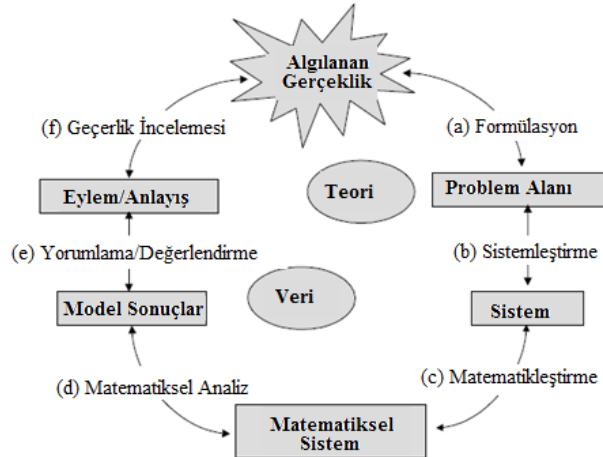
(c) Nesne ve ilişkileri tutarlı bir şekilde temsil etme.

(d) Matematiksel sonuç ve görüşleri elde etmek için matematiksel yöntemler kullanma.

(e) Sonuçların ve görüşlerin başlangıçtaki problem alanıyla bağlantılı olarak yorumlanması.

(f) Tecrübelerle, gözlenen verilerle veya teorik bilgilerle kıyaslayarak modelin geçerliğini değerlendirme.

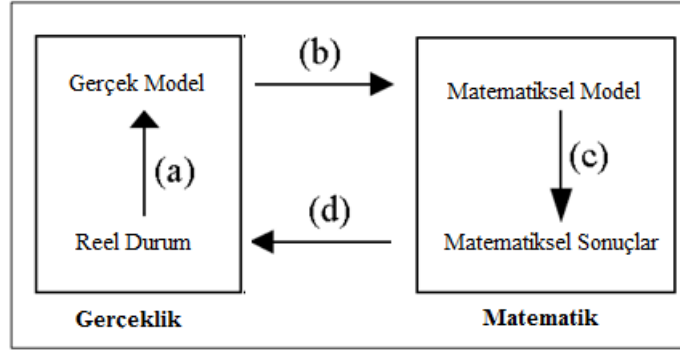
Şekil 2. Matematiksel Modelleme Süreci



Uyarlandığı yayın. (Blomhoj & Jensen, 2003).

Blum (1996) ve Kaiser (1995)'e göre modelleme süreci gerçek yaşam durumuyla başlar. Öncelikle durum idealleştirilir yani, gerçek model elde etmek için sadeleştirilir, yapılandırılır (a). Sonra bu reel model matematikleştirilir (b), matematiksel düşünceler matematiksel sonuçlar çıkarır (c), bu sonuçlar reel durum açısından yorumlanmalıdır (d). Sonuçların yeterliği, geçerliği kontrol edilmelidir. Memnuniyet vermeyen bir durum karşısında modelleme süreci tekrarlanmalıdır.

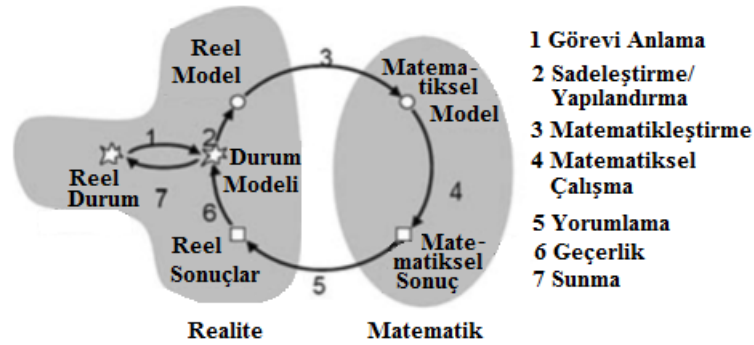
Şekil 3. Modelleme Süreci



Uyarlandığı yayın. (Blum, 1996).

Ferri (2006) modelleme sürecini; gerçek durum, durumun zihinsel temsili, gerçek model, matematiksel model, matematiksel sonuçlar, gerçek sonuçlar şeklinde ve bu aşamalar arasındaki geçişi ise; görevi anlama, görevi sadeleştirme/yapılandırma, matematikleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve geçerliğini kontrol etme olarak tanımlamıştır.

Şekil 4. Bilişsel Perspektiften Modelleme Çemberi



Uyarlandığı yayın. (Ferri, 2006).

Modelleme süreci diyagramları, sadece idealleştirilmiş bir teorik çözüm süreci şeması olarak görülmekte ve sürecin her zaman böyle doğrusal bir şekilde ilerlemeyebileceği ve daha kompleks bir yapıda olabileceği çalışmalarda ortaya konmuştur (Örn. Ärlebäck & Bergsten, 2010; Ferri, 2006; Ferri, 2007; Ferri, 2010; Galbraith & Stillman, 2006; Leiss, 2007; Lingefjard, 2002; Matos & Carreira, 1995),

ancak bu gösterim, süreci tanımlamadaki kullanışlılığı ve gerekli alt yeterlikleri göstermesi bakımından değerlidir (Maaß, 2006). Kaiser, Blomhøj ve Sriraman (2006)'ya göre analitik bir araç olarak modelleme çemberi; sürecin kritik elemanlarını belirlemede, modelleme derslerini planlama ve öğrencileri değerlendirmede öğretimsel bir araç olarak faydalıdır.

Matematikselsel Modelleme Yeterlikleri

Niss (2004)'e göre matematikselsel yeterlik; matematiği, hem matematikselsel içeriklerde hem de matematiğin rolünün olduğu / olabileceği matematikselsel olmayan içerik ve durumlarda anlama, muhakeme etme ve kullanma yeteneğidir. Niss (2004)'e göre, yeterlikler, sadece yeteneği ve becerileri içermez. Aynı zamanda onların yaşamdaki kullanımlarını, bu beceri ve yeteneklerini eyleme dönüştürme isteğini de içerir. Birçok çalışmada, matematikselsel modelleme yeterliği, verilen bir gerçek yaşam durumundaki ilgili soruları, değişkenleri, ilişkileri veya varsayımları belirleme, bunları matematiğe aktarma, yorumlama ve sonuçların geçerliğini kontrol etme becerisi olarak belirlenmiştir (Ludwig & Xu, 2010). Blomhøj ve Jensen (2003)'e göre matematikselsel modelleme yeterliği, belli bir içerikte verilen matematikselsel modellemenin tüm yönlerini kişinin kendine özgü bir anlayışıyla gerçekleştirebilmesi demektir.

Maaß (2004)'e göre modelleme yeterlikleri şunlardır:

- Bireysel olarak geliştirilen bir matematikselsel tanımlama / model yoluyla matematik içeren, en azından kısmen gerçek yaşam temelli problemleri çözebilme,
- Modelleme süreci hakkında bilişüstü bilgiyi kullanarak modelleme sürecine yansıtabilme,
- Matematik ve gerçeklik arasındaki bağlantıları görebilme,
- Matematiği sadece bir ürün olarak değil, bir süreç olarak algılayabilme,
- Matematikselsel modellemenin subjektifliğini görebilme (modelleme sürecinin amaçlar üzerindeki bağımlılığı, erişilebilir matematikselsel araçlar, öğrencilerin yeterlikleri gibi),
- Matematik hakkında ve matematik yoluyla iletişim kurabilme, grupla çalışabilme gibi sosyal yeterlikler,
- Modelleme sürecin her bir aşamasını başarmak için alt yeterlikler,
- Argüman yeterliği

Modelleme yeterliklerini ve becerilerini tam anlama, modelleme sürecinin aşamalarıyla yakından ilgilidir. Bu teorik temelde Blum ve Kaiser (1997), Lesh ve Doerr (2003) ve Kaiser (2007) tarafından verilen modelleme yeterlikleri ve alt yeterlikleri listeleri uygun şekilde bütünleştirilerek aşağıda verilmiştir.

1. Problemi anlama ve gerçek bir modeli oluşturabilme yeterliği

Verilen yazıyı, şemaları, formülleri veya tabloları anlama ve sonuç çıkarabilme yeterliği

- Probleme dönük varsayımlar yapma ve durumu sadeleştirme yeterliği
- Durumu etkileyen nicelikleri belirleme, adlandırma ve kritik değişkenleri belirleme yeterliği
- Değişkenler arasındaki ilişkileri oluşturma yeterliği
- Ulaşılabilir bilgileri araştırmak ve aralarındaki ilgili ve ilgisiz bilgileri ayırma yeterliği
2. Gerçek modelden matematiksel model oluşturma yeterliği
- İlgili nicelikleri ve aralarındaki ilişkileri matematikleştirme yeterliği
- Bağlamsal bilgiyi organize etme ve eleştirel şekilde değerlendirme yeterliği
- İlgili nicelikleri ve aralarındaki ilişkileri sadeleştirme yeterliği ve gerekliyse sayılarını ve karmaşıklığını azaltma yeterliği
- Uygun matematiksel notasyonları seçme yeterliği ve durumları grafik olarak sunma yeterliği
3. Matematiksel modeldeki matematiksel soruları çözebilme yeterliği
- Problemi parçalara bölmek gibi keşifsel stratejileri kullanma yeterliği, benzer veya analog problemlere ilişkilerini kurma, problemi yeniden ifade etme, problemi farklı bir formda görme, nicelikleri veya erişilebilir verileri vb. çeşitlendirme yeterliği
- Problem çözmek için matematiksel bilgiyi kullanabilme yeterliği
4. Matematiksel sonuçları gerçek duruma dönük yorumlayabilme yeterliği
- Matematiksel sonuçları, matematiksel olmayan içeriğe dönük olarak yorumlayabilme yeterliği
- Özel bir durum için geliştirilen çözümleri genelleştirme yeterliği
- Uygun matematiksel dil kullanarak çözümü inceleyebilme veya çözüm hakkında konuşabilme yeterliği
5. Çözümün doğruluğunu ve geçerliğini inceleyebilme yeterliği
- Problemin çözümüne yönelik farklı temsil biçimlerini geliştirme ve uygulama yeterliği
- Modelin bazı kısımlarını yeniden gözden geçirme veya eğer çözüm duruma uymuyorsa modelleme süreci yoluyla tekrarlama yeterliği
- Farklı perspektiflerden çözümleri değerlendirme ve bunu yansıtma yeterliği
- Çözümü eleştirme ve modeli sorgulama yeterliği
- Yapılan deneysel çalışmalarda, modelleme yeterliklerinin kazanılmasında ve geliştirilmesinde; matematiksel becerilerin, modelleme süreci hakkında bilgilendirmenin, takım çalışmaları ve tartışmalarının, sürece holistik veya atomistik yaklaşımların, motivasyon açısından modelleme aktivitelerinin içeriğinin etkili olduğu görülmüştür (Maaß, 2006).
- Diğer taraftan Niss (2004), modelleme yeterliğinin üç farklı boyutu olduğunu belirtmiştir. Bunlar;

(a) Kapsama derecesi (Degree of coverage): Yeterliğin hangi yönlerinde faaliyet gösterilebildiğini ve bu faaliyet alanındaki gücün derecesini gösterir. Örneğin, kişinin modelleme basamaklarından hangisine kadar performans gösterebildiği, kişinin modelleme yeterliğinin kapsama derecesini belirtir.

(b) Faaliyet Alanı (Radius of action): Yeterliğin kullanılabilindiği içerik ve durumların çeşitliliğini gösterir. Mesela bir kişi, olasılık ve istatistik türü modellemelerde iyi olabilir, fakat geometrik tasarım türlerinde yeterince iyi performans gösteremeyebilir.

(c) Teknik Seviye (Technical level): Duruma ilişkin kişinin kullanabildiği kavramsal ve teknik matematiksel bilgisinin gelişmişlik seviyesidir.

Matematiksel Modelleme Sürecinde Ortaya Çıkan Bazı Zorluklar

Çeşitli çalışmalar gerçeklik ve matematik arasında bir bağlantı kurmada, gerçekliği sadeleştirme ve yapılandırmada (Christiansen, 2001; Crouch & Haines, 2004; Haines, Crouch, & Davies, 2001; Hodgson, 1997; Ikeda & Stephens, 2001; Kaiser, 1986; Klymchuk & Zverkova, 2001) ve matematiksel çözümü ele alan problemlerde (Haines, Crouch, & Davies, 2001; Hodgson, 1997) öğrencilerin zorlukları olduğunu göstermiştir.

Tanner ve Jones (1995) yaptıkları araştırmada, tek başına bilginin başarılı bir modelleme için yeterli olmadığını, öğrencilerin hangi bilgiyi nerede kullanacaklarını da bilmeleri gerektiğini ve bu noktada öğrencilerin zorluk yaşadığını gözlemlemiştir. Modelleme yapmanın gerektirdiği bilişsel talepler kuşkusuz önemli bir nedendir; ancak modelleme, matematiksel okuma-anlama, problem çözme stratejilerini düşünme ve uygulama, muhakeme, hesap vb. matematiksel işler yapma gibi diğer matematiksel yeterliklerle bağlantılıdır (Niss, 2004).

PISA-2006 bulguları tüm dünyadaki (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2007) öğrencilerin modelleme görevlerinde problem yaşadıklarını tekrar açıklamıştır. PISA Matematik Uzmanları Grubu tarafından yapılan analizler, modelleme görevlerindeki zorluğun esasen bu görevlerin özünde bulunan bilişsel karmaşıklıktan ve öğrencilerden beklenen yeterliklerden olabileceğini göstermiştir.

Blum ve Ferri (2009) yaptıkları araştırmada, öğrencilerin modelleme çemberini oluşturma (1. aşama), sadeleştirme (2. aşama) ve geçerliğini kontrol etme (6. aşama) aşamalarında zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Erdoğan (2010) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken, fonksiyon kavramını kullanmada önemli derecede zorluklarının olduğu ortaya çıkmıştır. Erdoğan (2010)'a göre öğrenciler fonksiyon kavramını sadece iki küme arasındaki ilişki bağlamında sadece teorik olarak algılamakta, verilen durumun bir fonksiyonla temsil edilip edilemeyeceğine karar verememekte ve değişimlerin arasındaki ilişkinin ortaya konması perspektifinden yaklaşmamaktadır.

Niss (2001), öğrencilerin modelleme sürecindeki performansının, öğretim yaklaşımından, durumdan, öğretmen ve kendilerinin motivasyonundan, gösterilen çabadan ve önceki deneyimlerinden etkilenebileceğini ifade etmiştir. Galbraith ve

Stillman (2001), öğrencilerin bağlamda geçen durum hakkındaki genel bilgilerinin de modelleme yeteneklerini etkilediğini belirtmiştir. Klymchuk ve Zverkova (2001), dokuz ülkede yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin daha önceden böyle uygulamaları yeterince tecrübe etmediklerinden, reel dünya ile matematiksel dünya arasında geçiş yapmayı zor bulduklarını ifade ettiklerini ortaya koymuştur.

Niss (2004)'e göre matematiksel yeterlik; “matematiği, hem matematiksel içeriklerde hem de matematiğin rolünün olduğu / olabileceği matematiksel olmayan içerik ve durumlarda anlama, muhakeme etme ve kullanma yeteneğidir”. Modelleme yapmanın gerektirdiği; matematiksel okuma-anlama, problem çözme stratejilerini düşünme ve uygulama, muhakeme, hesap gibi bilişsel talepler modelleme yeterliğini etkileyen önemli faktörlerdir, ancak matematiksel modelleme yeterlikleri tamamen ortaya konmuş olarak görülmemekte ve deneysel çalışmalar ışığında geliştirilmeye devam edilmektedir. Bu yeterliklerin sadece modelleme çemberinde verilen süreç becerileriyle açıklanamayacağı düşünülmektedir. Tanner ve Jones (1995) yaptıkları araştırmada, tek başına bilginin başarılı bir modelleme için yeterli olmadığını, öğrencilerin hangi bilgiyi, nerede ve nasıl kullanacaklarını da bilmeleri gerektiğini ve bu noktada öğrencilerin zorluk yaşadığını gözlemlemiştir. Diğer taraftan, Niss (2004) modelleme yeterliğinin, matematiksel okuma-anlama yeterliğiyle de bağlantılı olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada, okuma-anlamanın matematiksel modelleme sürecini etkileyip etkilemediğini belirlemek amaçlanmıştır. Dolayısıyla bu çalışmadan elde edilecek bulgular, matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlenmesi sürecine bir katkı sağlayacaktır.

Okuma-Anlama Süreci

Genel anlamda okuma-anlama sürecinde bir birey, metnin dilsel özelliklerine ve konusuna ilişkin yeterli düzeyde bilgi sahibi olmalı ve bu bilgileri kullanarak metindeki anlam öbekleri ve bölümleri arasında dilbilgisel ve anlamsal ilişkileri kurmalı; çıkarımlar ve yorumlar / değerlendirmeler yapabilmeli, metindeki önemli bilgilerle önemsiz bilgileri ayırt edebilmeli, metnin konusunu ve ana düşüncesini bulabilmeli ve okuma sürecinde kendisini gözlemleyerek bir problemle karşılaşınca bu problemi aşmak için stratejilerden yararlanabilmelidir (Caldwell, 2008; Randi, Grigorenko, & Sternberg, 2008; Van Dijk & Kintsch, 1983).

Okuduğunu anlama ve yazılı matematiksel bir problemi çözme arasındaki ilişki, öğrencilerin matematiksel becerilerini değerlendirme açısından önemli ve aynı zamanda da karmaşıktır. Yapılan literatür taraması okuma ve matematiksel görevi çözme arasındaki ilişkiye doğrudan odaklanan çok sayıda araştırmanın olmadığını göstermektedir. Okuma ve matematiksel görevleri çözme üzerine literatür incelendiğinde, makalelerin metnin özelliklerine (dilsel perspektif), okuma sürecine (psikolojik perspektif) veya bir görevi çözerkenki davranış ve muhakemelere (matematik eğitimi perspektifi) odaklandığı görülmektedir. Okuma ve matematiksel görevleri çözme üzerine yapılan çoğu matematik eğitimi araştırmaları kelime problemlerini (word problems) baz alır. Bunun dışında, modelleme ve gerçek yaşam

yeterliğinin geliştirilmesi için düzenlenecek eğitim ortamlarının planlanmasına bir katkı sunacağı düşünülmektedir.

Yöntem

Bu araştırmanın amacı; matematik öğretmen adaylarının okuduğunu anlama (kavrama) becerisi ile matematiksel modelleme problemini anlama becerisi arasında bir ilişki olup olmadığını araştırmaktır. Araştırmaya, bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği anabilim dalı 4. sınıfında öğrenim gören toplam 38 öğretmen adayı katılmıştır. Bu öğrenciler daha önce matematiksel modelleme üzerine bir ders almamışlardır. Araştırmanın amacı doğrultusunda, öğrenci grubuna önce matematiksel modelleme ile ilgili bir problem sorulmuş, sonra ise okuduğunu anlama becerisini ölçen çoktan seçmeli bir test uygulanmıştır. Modelleme probleminin analizinde betimsel analiz yapılmıştır. Öğrencilerin problemi çözüm süreçleri incelendikten sonra, benzer stratejiyi kullananlar bir araya getirilmiştir. Daha sonra her bir grubun problemi temel olarak ele alış biçimi ifade edilmiştir. Sonuçta dört kategorinin olduğu belirlenmiş ve bu kategoriler, problemi anlama derecesi açısından sıralanmıştır. Oluşan bu kategorilerde yer alan öğrencilerin kavrama testinden aldıkları puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığına SPSS istatistik programında yer alan Kruskal-Wallis ve Mann-Whitney U testleriyle bakılmıştır. Dolayısıyla araştırmada hem nitel hem de nicel araştırma yöntemleri kullanılmıştır.

Verilerin Toplanması

Matematiksel modelleme becerilerinin test edilmesi için, çeşitli türden matematiksel bilgi ve becerilerin kullanımını gerektiren ve matematiksel modellemeyle ele alınabilecek tarzda ve yapılandırılmamış çeşitli gerçek yaşam durumlarının öğrencilere verilmesi gerekmektedir. Bu süreç öğrencilerin veri toplamasını da içermelidir. Bu açıdan bakıldığında, tüm bunların sınıf ortamında ve bireysel olarak yaptırılması zaman, mekan, ilgi ve motivasyon açısından pek olanaklı görünmemektedir. Matematiksel modellemeye yönelik yapılan çalışmaların büyük bir çoğunluğu incelendikten sonra, yeterlik sınavı perspektifinden yapılan çalışmalarda, genellikle bir ya da iki soru üzerinden araştırma yapıldığı görülmüştür. Soruların ise ham şekilde bir gerçek yaşam durumu olmayıp kısmen matematiksel bir bakışla yapılandırıldığı görülmüştür. Bu durumun, çoğu zaman öğrencilerin bilişsel seviyelerine uygun hareket etme eğiliminden, gerçek yaşam durumu problemlerini bulmadaki zorluktan, öğrencilerin çözüm süreçleri için hazırlanacak mekanın ve zamanın sınırlılığında kaynaklanmış olabileceği düşünülebilir.

Berry ve Houston (1995)'in belirttiği gibi matematiksel modelleme; deneysel modelleme, teorik modelleme, simülasyon modelleme ve boyutsal-analiz modelleme olmak üzere dört çeşittir. Bu çalışma için ancak deneysel ve teorik modellemeye yönelik soruların uygun olabileceği düşünülmüştür. Problem hazırlanmadan önce, öncelikle matematiksel modellemeye yönelik yapılmış çalışmalarda kullanılan ölçme araçları gözden geçirilerek türlerine göre sınıflandırılmış ve bu yolla bir öngörü kazanılmıştır. Problemin seçiminde öncelikle matematik eğitiminde çalışan iki

akademisyenin görüşleri de alınarak çeşitli problemler üzerinde durulmuştur. Diğer taraftan, öğrencilerin daha önce matematiksel modellemeye yönelik bir ders almamış olmaları, problemin uzun bir çözüm süreci gerektirmemesi ve ayrıca, grubun ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı öğrencilerinden oluşması düşünüldükçe bu problemlerin yüksek matematik bilgisi gerektirmemesine ve çok kompleks bir yapıda olmamasına dikkat edilmiştir.

Bilindiği gibi modelleme gerektiren problemlerin gerçek yaşam durumlarından alınması önemlidir. Dolayısıyla ekte verilen probleme bakıldığında problemin gerçek bir problem durumu olduğu, matematiksel modelleme yapmayı gerektirdiği görülmektedir. Diğer taraftan, verilen problemin çözümüne bakıldığında, problemin aritmetik, değişken ve fonksiyon kavramı, oran-orantı, doğru denklemi, temel düzeyde grafik bilgisi içerdiği görülmektedir. Diğer taraftan, uygun verileri toplama, kuşkusuz modelleme becerisinin bir parçası olmalıdır, ancak, mekan ve zaman sınırlılığı nedeniyle öğrencilerden gerekli verileri toplamaları istenmemiş, bu veriler hazır olarak verilmiştir.

Problemin taslak hâli araştırma grubuna uygulanmadan önce başka bir matematik sınıfındaki gönüllü 15 öğrenciye uygulanarak öğrencilerin problemin anlaşılması ve çözülmesi noktasında karşılaştıkları zorluklar dikkate alınarak probleme son şekli verilmiştir. Öğrencilerin matematiksel modelleme becerileri üzerine bir değerlendirme yapma amacıyla hazırlanan problem Ek 1'de sunulmuştur.

Çoktan seçmeli testi hazırlamak için ilgili literatürden kavramayı açıklayan kuramlara bakılmış ve bu kuramlar çerçevesinde ana düşünceyi / konuyu bulma, önemli bilgileri ayırt etme, metindeki bilgileri yeniden yapılandırma / çıkarım yapma, tümcede ve sözcükte anlam ve tümceler arası ilişkiler kurmayla ilgili metinsel işlemleri yerine getirmenin kavramaya işaret ettiği görülmüştür (Caldwell, 2008; Randi, Grigorenko, & Sternberg, 2008; Van Dijk & Kintsch, 1983). Yine Lindeman (2000) tarafından okuma testleri üzerine yapılan çalışmada neden-sonuç / yapı, sözcük / sözcük öbeği, sonuç / yorum, anadüşünce / amaç ve ayrıntı / olgu olmak üzere beş ayrı kategoride sorular sorulduğu belirlenmiştir. Bu kategorilerin kavrama ile ilgili yukarıda belirttiğimiz metinsel işlemlerle örtüşür nitelikte olmasından dolayı bu beş kategoriye ilişkin çıkmış üniversite sınav sorularından altışar soru seçilmiştir. Soruların üniversite sınav soruları arasından seçilmesinin iki temel nedeni vardır. Birincisi, soru kalitesi açısından bu soruların nitelikli olması ve ikincisi ise yukarıda belirtilen kavrama alanlarının her birine ilişkin soru bulunabilmesidir. Toplam otuz sorudan oluşan test, iki uzmanın görüşüne sunulmuş ve her bir ulam için dörder soru seçilerek toplam yirmi sorudan oluşan bir test elde edilmiştir. Bu yirmi soru, yukarıda belirtilen kavrama alanlarından her birine yönelik dörder sorunun toplamından oluşmaktadır. Böylelikle testin kapsam geçerliği sağlanmıştır. Güvenirlik için ise benzer bir gruba bir ay ara ile aynı test iki kez uygulanmıştır. Uygulama sonuçları arasındaki ilişkiye Pearson Korelasyon testi ile bakılmış ve aralarında yüksek bir ilişkinin (korelasyon katsayısı; .902) olduğu görülmüştür. Bu sonuç, testin güvenilir sonuçlar verdiği işaret etmektedir. Böylelikle hazır duruma getirilen test deney grubuna veri toplama aracı olarak uygulanmıştır. Bu

testte yer alan her bir soru için biri doğru yanıt olmak üzere beş seçenek sunulmuştur ve öğrencilerden doğru yanıt işaretlemeleri istenmiştir. Her bir doğru yanıt bir puan olarak puanlanmıştır. Buna göre testten bir öğrencinin alabileceği en yüksek puan 20'dir.

Verilerin Analizi

Öncelikle öğrencilerin yanıtları araştırmacı tarafından incelenmiş ve bu esnada her bir öğrencinin ne yaptığı kısaca kenara çıkartılmıştır. Söz konusu süreç matematiksel modelleme süreci olduğundan öğrencinin ne yaptığı doğal olarak modelleme sürecinde (çemberinde) geçen aşamalarla ilişkili olarak belirlenmiştir. Dolayısıyla genel kategoriler teorik olarak önceden oluşturulmuştur. Bu aşamalar şunlardır: “kullanılan değişkenler”, “genel olarak ne yapacağını belirttiği bir kelime modeli (belirtmişse)”, “oluşturulan matematiksel model (oluşturulmuşsa)”, “yapılan matematiksel çözüm süreci”, “elde edilen sonuçların nasıl yorumlandığı (yorumlanmışsa)”.

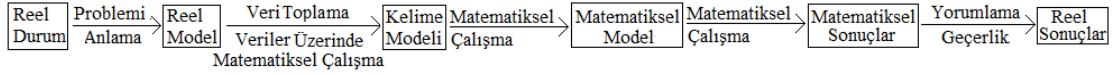
Daha sonra bu kategorilere ait içerikler kategorik olarak bir araya getirilmiştir. Bu noktada kategorilerdeki içeriklerden benzer olanlar (kendi içinde anlamlı bir bütünlük oluşturanlar) bir araya getirilmiş ve bu alt grubun ortak özelliği uygun bir genel ifade ile temsil edilmiş ve ortaya çıkma derecesi sayısallaştırılarak yüzde olarak verilmiş. Ayrıca, bazı tipik yanıtlar da doğrudan sunulmuştur. Araştırmacı tarafından oluşturulan alt gruplar ve temsil eden genel ifadenin matematik eğitimindeki bir öğretim üyesi tarafından da teyit edilmesi istenmiştir. Bu esnada ortaya çıkan az sayıdaki farklılıklar tartışılarak ortak paydada buluşulmuştur. Yapılanların matematiksel işler olması ve modelleme sürecinin aşamalarının çok açık olması, önemli sayılabilecek nicelik ve nitelikte farklı bakış açılarının oluşmamasında şüphesiz etkili olmuştur.

Bu araştırmada verilen matematiksel modelleme probleminin ölçütü şu şekilde ifade edilebilir: “Dizel ve benzinli araçların fiyatları arasındaki ortalama farkın kurtarılması için sürülmesi gereken ortalama şehir içi ve şehir dışı mesafelerin beraber olarak ortaya konulması”. Bu ölçüt temelinde ve yukarıda bahsedilen analizin sonucunda öğrenciler dört seviye grubuna ayrılmıştır. Dolayısıyla kategori adları problemi anlama derecesinin ölçütü olarak ortaya çıkmıştır. Oluşan bu kategorilerde yer alan öğrencilerin kavrama testinden aldıkları toplam puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığına SPSS programı kullanılarak Kruskal-Wallis ve Mann-Whitney U testleriyle bakılmıştır.

Bulgular

Sonuçlara geçmeden önce, bu soruya ilişkin ortaya konulabilecek bir matematiksel modelleme sürecini vermek, sonuçların daha iyi anlaşılmasına katkı sunacaktır. Genel itibarıyla, bu probleme ilişkin matematiksel modelleme süreci aşağıdaki şemada olduğu gibi verilebilir:

Şekil 6. Matematiksel Modelleme Süreci



Reel Durum: Toplumda ve internet forumlarında kişilerin dizel araba mı yoksa benzinli araba mı alma noktasında ekonomiklik perspektifinden nasıl karar vereceklerini birbirlerine danıştıkları görülmektedir. Bu durumda bu probleme yönelik nasıl bir genel bilgi verilebilir?

Problemi anlama ve Reel model: Problemi anlamanın ölçütü ortaya konacak şu reel modelden ya da bu reel modeli düşünerek ortaya konacak çözümden anlaşılabilir: “Dizel bir arabayı almanın ekonomik olması için şehir içinde ve dışında karma bir şekilde kullanımı km açısından ne olmalıdır?” ya da daha detaylı olarak “Aynı tür ve özellikte dizel ve benzinli araçların ortalama fiyat farkının kurtarılması için karma şekilde şehir içinde ve dışında sürecekleri km değerleri ne olmalıdır”.

Bu noktadan sonra aynı markanın aynı model ve aynı özellikteki arabalarının dizel ve benzinli versiyonlarının fiyatlarının, yakıt tüketimlerinin ve 1 lt dizel ve 1 lt benzin fiyatlarının bulunması gerekir (Ek 1). Bu veriler üzerinden ortalama bir benzinli araba ve dizel araba fiyatı bulunur (4500), ortalama şehir içi ve dışı yakıt tüketimleri hesaplanır ve kelime modeliyle problem yapılandırılır, yeniden ifade edilir.

Kelime Modeli: Benzinli ile dizel arabaların ortalama yakıt masrafı farkı 4500 TL’ den fazla olmalı ki dizel araba almak aynı modelin benzinlisini almaya nazaran daha kârlı olsun.

Çözüm (Matematiksel Çalışma):

	Ort Ş. içi (lt/100km)	Ort Ş. dışı (lt/100km.)
Dizel	5,32	3,62
Benzin	7,97	4,8

1 lt benzin: 4,25 TL, 1 lt dizel: 3,55 TL

Değişkenler: Dizel bir arabayı almanın daha ekonomik olması için x, şehir içinde ve y, şehir dışında kullanılması gereken minimum km miktarı olsun.

	Ş. İçi	Ş. Dışı	Toplam yakıt masrafı
Dizel	5,32 . 3,55 . (x:100)	3,62 . 3,55 . (y:100)	0,1889x + 0,1285y
Benzin	7,97 . 4,25 . (x:100)	4,8 . 4,25 . (y:100)	0,3387x + 0,204y

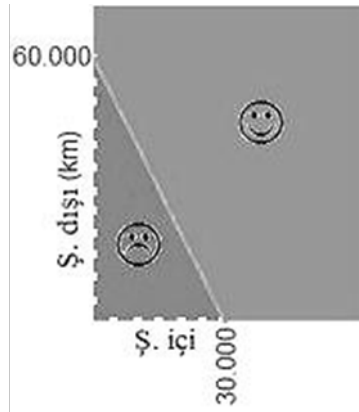
Yakıt masrafları farkı: $(0,3387x + 0,204y) - (0,1889x + 0,1285y) = 0,1498x + 0,0755y$

Matematiksel Model: Dizel bir arabayı almanın daha ekonomik olması için,
 $0,1498x + 0,0755y > 4500$

Matematiksel Çalışma: Modelin gerçek yaşama yorumlanabilmesini kolaylaştırmak için bir grafik çizilebilir.

Matematiksel Sonuç: Modelin iki değişkenli olarak bir eşitsizlikte yer alması, net sayısal sonuçların ortaya konmasını mümkün kılmamaktadır. Bu durumda matematiksel sonuçlar ve beraberinde reel sonuçlar bir grafik üzerinden verilebilir. Ortaya konacak bir grafik şu şekilde olabilir:

Şekil 7. Matematiksel ve Reel Sonuçlar



Yorum: Şehir içinde sürülecek toplam km miktarı ile şehir dışında sürülecek toplam km miktarının kesiştiği nokta, koyu bölgede kalırsa; aynı modelin benzinlisi yerine dizelini almak daha ekonomik olacaktır. Örneğin şekle göre; bir kişi toplamda 25.000 km şehir içi ve 35.000 km şehir dışı kullanımını öngörüyorsa dizel versiyonunu alması daha ekonomik olacaktır.

Öğrencilerin yaptıklarından hareketle, matematiksel modelleme probleminin anlaşılmasında oluşan gruplar aşağıda verilmiştir.

Kategori 1: Dizel ve benzinli arabalarda şehir içi ve şehir dışı 100 km'de ortalama yakıt tüketimi farkının bulunarak buna göre yorum yapılması (a) ya da belli bir km baz alınarak belli bir veya her bir araç türü üzerinden toplam maliyetin (yakıt masrafı+araba fiyatı) bulunarak buna göre yorum yapılması (b).

(a) Yanıtlar incelendiğinde, öğrencilerin 100 km'de oluşan yakıt masrafı farkı ya da yakıt miktarını bularak dizelin daha kârlı olduğunu belirttikleri görülmüştür. Verilen soru ile bu öğrencilerin çözümleri ve yorumları karşılaştırıldığında bu kategoride yer alan öğrencilerin problemi zayıf düzeyde anladıkları ve ortaya koydukları düşünme biçiminin matematiksel bir model ortaya koymaktan oldukça uzak, basit bir seviyede olduğu görülmüştür. Bazı öğrenci yanıtları aşağıda verilmiştir.

6 araca için, Ortalama şehir içi yakıt tüketimi 7.57 lt ← Benzin → $4,8 \text{ lt}$.
 6 araca için, Ortalama şehir dışı yakıt tüketimi 5.32 lt ← Dizel → $3,6 \text{ lt}$.
 Dizel bir araca benzine göre daha uygundur. Ben şehir içi ve şehir dışı yakıt tüketimlerinden anlayabiliriz. Özellikle şehirler arası yarı uzun yol giden bireyler için dizel daha avantajlıdır.

Diğer bir öğrenciye ait yanıt şöyledir:

Dizel alalım; Şehir içi

Table 1. Benzinli Model (1 lt benzin: 4,25)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tüketimi (l/100 km)	
		Ş. içi	Ş. dışı
Citroen C3	29000	8,3	5
Ford My Fiesta	32000	7,4	4,5
Opel Corsa	36000	7,3	4,8
Wolswagen Polo	31000	8	4,7
Peugeot 206	26000	9,1	4,8
Renault Clio Symbol	27000	7,7	5

Table 2. Dizel Model (1 lt dizel: 3,55)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tüketimi (l/100 km)	
		Ş. içi	Ş. dışı
Citroen C3	33000	5,3	3,8
Ford My Fiesta	37000	5,3	3,5
Opel Corsa	40000	5,4	3,7
Wolswagen Polo	37500	5,1	3,6
Peugeot 206	29500	5,4	3,5
Renault Clio Symbol	31000	5,4	3,6

Peugeot 206 şehir içinde en kullanışlısı

gurelr@gmail.com
rgurel@mehmetakif.edu.tr

① - 4000 zarar → $8,3 \times 4,25 - 5,3 \times 3,55 = +18,815$ dizel kar
 ② - 5000 zarar → $7,4 \times 4,25 - 5,3 \times 3,55 = +12,635$ dizel kar
 ③ - 4000 zarar → $7,3 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 = +11,855$ dizel kar
 ④ - 6500 zarar → $8 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 = +15,895$ dizel kar
 ⑤ - 3500 zarar → $9,1 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 = +19,505$ dizel kar
 ⑥ - 4000 zarar → $7,7 \times 4,25 - 5,4 \times 3,55 = +13,555$ dizel kar

(b) Bu öğrenciler, örneğin, 5 yıl boyunca günde 20 km; 10 yıl boyunca günde 50 km; 1000 gün boyunca günde 100 km; 10000 km şehir içi ve 1000 km şehir dışı; 30000 km şehir içi ve 30000 km şehir dışı gibi kullanımları varsayarak / öngörerek toplam maliyeti belirlemişler ve düşük olan araba türünün tavsiye etmişlerdir.

Yapılan çözümlere bakıldığında, rastgele mesafelerin baz alındığı görülmektedir. Oysaki asıl önemli olan otomobiller arasında alıştıki fiyat farkının kurtarılması için gereken şehir içi ve dışı kilometre miktarlarının bulunarak bunlara dayalı karma bir model oluşturulmasıdır. Bu durumda bu çözümlerin matematiksel bir model olarak değil, sadece varsayılan kilometreler bazında bir çözüm şeklinde değerlendirilmesi gerekir. Bu durumda öğrencilerin verilen problemi anlamadıkları söylenebilir. Tipik bir yanıt aşağıda verilmiştir:

Tablo 1. Benzinli Model (1 lt = 4,25)

Araba Modelleri	1 Yıllık Maliyetleri	
	Şehir İçi	Şehir Dışı
Citroen C3	558425 TL	31822,25 TL
Ford My Fiesta	503175 TL	35023,5 TL
Opel Corsa	501375 TL	40653,75 TL
Wolswagen Polo	36100 TL	33996,25 TL
Peugeot 206	606125 TL	29060 TL
Renault Clio Symbol	517875 TL	58875 TL

Biz 1 yılda 15.000 km yıllık
dijini düşünürsek;
Denklemimiz;

$$\begin{array}{r} 100 \text{ km'de } 8,3 \text{ lt} \\ 15000 \text{ km} \quad x \\ \hline x = 1245 \text{ lt} \text{ çıkar Citroen C3 için.} \end{array}$$

Bu tablolara göre dizeller yıllık kullanım için daha karlı oluyor.
Dizelli araba modellerinden, şehir içi ve şehir dışı için en uygun
model Peugeot 206'dır.

Benzinli modellerde ise, şehir içi wolswagen Polo, şehir dışı
Peugeot 206'dır.

Uzun yıllar kullanılacak bir araba alınması gerekiyorsa en uygunu
dizeldir ve Peugeot 206 modelidir.

Tablo 2. Dizelli Model (1 lt = 3,55)

Araba Modelleri	1 Yıllık Maliyetleri	
	Şehir İçi	Şehir Dışı
Citroen C3	35822,25 TL	35023,5 TL
Ford My Fiesta	31922,5 TL	38863,75 TL
Opel Corsa	68755 TL	41970,25 TL
Wolswagen Polo	30907,5 TL	39417 TL
Peugeot 206	21587,5 TL	31363,75 TL
Renault Clio Symbol	59755 TL	32917 TL

Aynı şekilde diğer modeller
içinde yaparız.

Daha sonra bulduğumuz
sonuçlarla arabaların fiyatla-
rını toplarız. Bu şekilde 1 yılda
hangi araba ne kadar masrafçı-
kayıyor görürüz.

Kategori 2: Bu grupta yer alan öğrenciler belli bir modelin dizel ve benzinli versiyonları arasındaki fiyat farkının kurtarılması için gereken şehir içi ve/veya şehir dışı mesafeleri bulmuş ve bazıları elde ettiği sonuç için bir yorum yapmıştır. Bu kategorideki öğrencilerin problemi daha önceki kategorilerde yer alan öğrencilere göre daha iyi anladıkları söylenebilir, ancak problemin amacı göz önüne alındığında yeterli olmaktan uzaktır çünkü belli bir aracın sadece şehir içi ya da dışında kaç km sürdükten sonra benzinli versiyonu ile alıştıraki fiyat farkını kurtarabileceği hesaplanmaya çalışılmıştır. Diğer taraftan bir sürücü sadece şehir içinde ya da sadece şehir dışında arabasını kullanmaz. Dolayısıyla bu çözümler gerçekçi değildir ve soruna çözüm üretecek durumda değerlendirilemezler. Dolayısıyla bu kategoride yer alan öğrencilerin problemi kısmen anladıkları söylenebilir. Bu kategoride yer alan tipik bir örnek aşağıda verilmiştir:

$$\text{Wolswagen Polo için } 39.500 - 31000 = 6500 \text{ (fiyat farkı)}$$

$$\text{Şehir içi} \rightarrow 8 \times 4,25 = 34 \text{ lt}$$

$$\begin{array}{r} 100 \text{ km} \quad 34 \text{ lt} \quad x = \frac{650000}{34} = 19117,6471 \text{ km gıtmeli} \\ x \times 6500 \end{array}$$

Şehir içinde benzinli bu kadar gıtmeli ki dizelle arasındaki fiyat farkını kapatılsın.

$$\text{Şehir dışı} \rightarrow 4,7 \times 4,25 = 19,975$$

$$\begin{array}{r} 100 \text{ km} \quad 19,975 \\ x \times 6500 \end{array}$$

$$x = \frac{650000}{19,975} = 32540,6758 \text{ km gıtmeli şehir dışında benzinli bu kadar km gıtmeli ki}$$

arabalı farkı kapatılsın. Şehir içinde arabayı çok kullanıyorsa dizeli seçmesi daha ekonomik olur.

Kategori 3: Dizel ve benzinli araçların fiyatları arasındaki ortalama farkın kurtarılması için gereken şehir içi ve dışı mesafelerin ayrı ayrı bulunarak yorum yapılması. Bunlardan beş tanesi dizel araba alırken ödenen ortalama 4500 TL fazla paranın kurtarılabilmesi için şehir içinde 30000 km ve şehir dışında 60000 km yol sürülmesi gerektiğini doğru şekilde bulabilmiş ve yorumlayabilmiştir. Bu yorumlar kısaca, bulunan km değerlerinin üstünde bir kullanım öngörülüyorsa dizel araba almanın daha ekonomik olacağı yönünde olmuştur. Bu kategorideki öğrencilerin önceki kategorilerde yer alanlara kıyasla problemi daha iyi anladıkları söylenebilir çünkü belli bir araba modeline göre değil, tüm modellerin ortalama değerlerine göre çözüm üretmişler ve böylece sonuçları daha genel bir anlam kazanmıştır, ancak yeterli olmadığı açıktır çünkü bir sürücü sadece şehir içinde ya da sadece şehir dışında arabasını kullanmaz. Dolayısıyla bu çözümler yine gerçekçi değildir ve soruna çözüm üretecek durumda değerlendirilemezler. Dolayısıyla, bu kategoride yer alan öğrencilerin problemi orta düzeyde anladıkları söylenebilir. Bu kategoride yer alan tipik bir örnek aşağıda verilmiştir:

② 6 araba için ortalama yakıt tüketimi

	Şehir İçi	Şehir Dışı
Benzin	7.97 lt	4.8 lt
Dizel	5.72 lt	2.61 lt

Benzin — Dizel → Fiyatları

Şehir İçi: $5.72 \times 3.55 = 18.886$ TL
 Şehir Dışı: $2.61 \times 3.55 = 9.2655$ TL

Şehir İçi: $7.97 \times 4.25 = 33.8725$ TL
 Şehir Dışı: $4.8 \times 4.25 = 20.4$ TL

Şehir İçi = $33.8725 - 18.886 = 14.9865$ ⇒ 100km de benzin ile dizelin farkı
 Şehir Dışı = $20.4 - 9.2655 = 11.1345$ ⇒ 100km de benzin ile dizelin farkı

Burada bulunan 6 arabanın dizel ile benzinli araçların ortalama farkı ⇒ 4.500 lira civarındadır.
 Şehir içinde ve dışında ortalama farkı kapatmak için gidilmesi gereken km yi bulalım.

Şehir İçi ⇒ 100 14.986
 ? 4500

Şehir Dışı ⇒ 100 11.1345
 ? 4500

$? = 30.023$

Bu farkları kapatmak için şehir içinde yaklaşık 30.000km şehir dışında yaklaşık olarak 60.000 km gidelidir. Bu verilere dayanarak günlük şehir içi kullanımında dizel araçlar seçilmelidir. Aynı yolda benzinli araç seçilirse daha ekonomiktir.

Kategori 4: Dizel ve benzinli arabalar arasındaki ortalama fiyat farkının kurtarılabilmesi için gereken şehir içi ve dışı km miktarlarını değişken olarak içeren karma bir formülün ortaya konulması. Bu öğrencilerin problemi anladıkları söylenebilir.

Bu öğrenciler şehir içi (x) ve dışı (y) gidilecek km miktarlarını değişken olarak belirleyerek belli bir modelin ya da ortalama bir aracın dizel ve benzin yakıt masrafı üzerinden probleme 2-değişkenli bir çözüm üretmeye çalışmıştır. Bu formüller şöyledir:

- $33000 + 5,3x + 3,8y < 29000 + 8,3x + 5y$
- $30166 + 7,96x + 4,8y = 34666 + 5,31x + 3,61y$

Yanıtlar incelendiğinde; tüketilen yakıt miktarının 1 lt yakıt fiyatlarıyla çarpılmaması, x'in gidilen km miktarı değil, 100 km miktarının sayısı olduğunun hesaba katılmaması gibi düşünsel hatalar, sonuçların yanlış olmasına neden olmuştur. Diğer taraftan birinci formül belli bir araba modeli (C3) için olup problemin çözümüne tam hizmet etmemektedir, ancak diğer kategorilerde yer alan öğrencilerle kıyaslandığında bu öğrencilerin en azından çözümün iki değişkenli olarak formüle edilmesi açısından bakıldığında probleme uygun çözüm üretme yolunda daha başarılı oldukları ve problemin ne istediğini anladıkları söylenebilir.

Oluşan bu kategorilerdeki öğrencilerin genel kavrama testinden aldıkları puanlara ilişkin sonuçlar Tablo 1' de verilmiştir.

Tablo 1

Genel Kavrama Testi Sonuçları

Kategori	Öğrenci Sayısı	Toplam	Ortalama	Standart Sapma
1	12	184	15.3	1.15
2	14	223	15.92	1.14
3	10	178	17.8	.918
4	2	40	20	0

Öğrencilerin ortalama puanlarına bakıldığında matematiksel modelleme problemini az kavrayan Kategori 1 öğrencilerinden tam kavrayan Kategori 4 öğrencilerine doğru gelindikçe ortalama puanların yükseldiği görülmektedir. Bu puanların istatistiksel olarak anlamlı derecede bir fark gösterip göstermediğini belirlemek için yapılan Kruskal-Wallis Testi sonuçları Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2

Kavrama Puanlarının Kategorilere Göre Karşılaştırılması Kruskal-Wallis Testi Sonuçları

Kategoriler	N	Sıra ortalaması	sd	χ^2	p	Anlamlı fark
1	12	11.92	3	21.25	.000	1-2; 1-3; 1-4
2	14	16.18				2-3; 2-4; 3-4
3	10	29.65				
4	2	37.50				

Analiz sonuçları, farklı kategorilerde yer alan öğrencilerin kavrama testinden aldıkları puanların anlamlı derecede farklılaştığını göstermektedir [$X^2(3)=21.25$, $p<.001$]. Bu bulgu matematiksel modelleme problemini kavrama ile genel kavrama arasında bir ilişki olduğuna işaret etmektedir. Kategorilerin sıra ortalaması dikkate alındığında 4. kategorideki öğrencilerin en yüksek sıra ortalamasına sahip olduğu görülmektedir ve sıra ortalamaları 1. kategoriye doğru gittikçe aşamalı olarak azalmaktadır. Kategoriler arasında gözükten anlamlı farkın hangi kategoriler arasındaki farktan kaynaklandığını belirlemek için Mann-Whitney U testi uygulanmıştır. Bu teste ilişkin veriler Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3

Mann Whitney U Testi Sonuçları

Kategoriler	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
1	12	11.5	138	60.0	.201
2	14	15.21	213		
1	12	6.92	83	5	.000
3	10	17.00	170		
1	12	6.5	78	.000	.024
4	2	13.5	27		
2	14	8.46	118.5	13.5	.001
3	10	18.15	181.5		
2	14	7.5	105	.000	.022
4	2	15.5	31		
3	10	5.5	55	.000	.024
4	2	11.5	23		

Bu sonuçlara göre 1. ve 2. grup arasında anlamlı bir fark yokken diğer gruplar arasında anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. 1. ve 2. grup dışında kalan gruplar arasında anlamlı bir farkın olması, okuduğunu anlama yani genel kavrama düzeyi bakımından bir farkın olduğuna işaret etmektedir. Bu durum da araştırmaya katılmış olan öğrencilerin genel kavrama düzeylerinin matematiksel modelleme problemini kavrama düzeyleriyle ilişkili olduğu anlamına gelmektedir. Bununla birlikte matematiksel modelleme problemini zayıf düzeyde ve kısmen kavrayan öğrencilerin genel kavrama düzeylerinin birbirine yakın olması da dikkat çekmektedir.

Sonuç ve Tartışma

Bu araştırmada yer alan öğrencilerin matematiksel modelleme gerektiren probleme verdikleri yanıtlara göre dört ayrı kategoriye ayrıldıkları görülmüştür. Bu dört kategoride yer alan öğrencilerin kavrama puanları karşılaştırılınca görülmektedir ki

sadece 1. ve 2. kategorideki yani matematiksel modelleme problemini çözme başarısı düşük düzeyde olan öğrencilerin okuduğunu kavrama becerileri bakımından birbirinden farklı olmadıkları görülmüştür. Kategori 1 ve 2' de yer alan öğrencilerin çözümlerine bakıldığında problemin özünü anlamadıkları görülmektedir. Diğer taraftan bu öğrencilerin okuduğunu kavrama puanlarına bakıldığında da diğer öğrenci gruplarıyla aralarında açık bir fark olduğu, dolayısıyla bu öğrencilerin aynı zamanda kavrama becerilerinin de düşük düzeyde olduğu söylenebilir. Verilen modelleme problemi incelendiğinde önemli noktaların sırasıyla ortalama araba fiyatlarını göz önüne alma ve genel bir formül ortaya koyma olduğu görülmektedir. Bu iki nokta arasında kavrama açısından önemli bir farklılık varken bunun kavranılmaması sonucunda belli araba modelleri ya da belli km değerleri üzerinden düşünmek, problemin önemli ölçüde anlaşılmağını göstermektedir. Dolayısıyla modelleme problemini anlama ile okuduğunu kavrama becerileri açısından her iki grubun da düşük düzeyde olduğu ve bu açıdan paralellik gösterdiği söylenebilir. Düşük düzeydeki bu iki grubun puanları arasında anlamlı bir fark çıkmaması, hem kavrama hem de problemi anlama düzeyleri açısından birbirlerine yakın olmaları ile açıklanabilir. Buna karşın diğer grupların ise anlamlı derecede birbirlerinden farklı oldukları gözükmektedir. Genel olarak söylemek gerekirse, bu araştırmayla, okuduğunu kavrama becerisiyle matematiksel modelleme problemini anlama becerisi arasında pozitif bir ilişkinin olduğu gözlemlenmiştir. Bu bulgu, Light ve DeFries (1995), Niss (2004), Tuohima, Aunola ve Nurmi (2008) tarafından yapılan çalışmalardan elde edilen bulgularla tutarlılık göstermektedir.

Genel kavrama becerisinin matematiksel modelleme problemini anlamayı olumlu yönde etkilediği sonucu göz önüne alındığında; matematik öğretmenleri ile Türkçe öğretmenlerinin işbirliği içinde çalışmaları, bu bağlamda öğrencilerin genel kavrama düzeylerine ilişkin saptamalar yapmaları ve sorunlu olan öğrencilerin kavrama becerilerini geliştirici önlemler almaları önerilebilir. Bununla birlikte araştırmacılar açısından ise; daha farklı eğitim kademesinden öğrencilerin katılımıyla benzer araştırmalar yapılabilir. Ayrıca, metindeki anlam öbekleri ve bölümleri arasında dilbilgisel ve anlamsal ilişkileri kurabilme; çıkarımlar ve yorumlar / değerlendirmeler yapabilme, metindeki önemli bilgilerle önemsiz bilgileri ayırt edebilme, metnin konusunu ve ana düşüncesini bulabilme gibi yazılı bir bilgiyi işleme için gerekli olan beceriler ile matematiksel modelleme problemini anlama arasında nasıl bir ilişki olduğu nitel bir çalışmayla araştırılabilir.

Kaynakça

- Ärlebäck, J. B., & Bergsten, C. (2010). On the use of realistic Fermi problems in introducing mathematical modelling in upper secondary mathematics. In R. A. Lesh, P. L. Galbraith, W. Blum & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. ICTMA 13 (pp. 597-609). NY: Springer
- Bergqvist, E. & Österholm, M. (2010). A theoretical model of the connection between the process of reading and the process of solving mathematical tasks. In C. Bergsten, E. Jablonka & T. Wedege (Eds.) *Mathematics and mathematics education: Cultural and social dimensions. Proceedings of MADIF 7, The Seventh*

- Mathematics Education Research Seminar, Stockholm, January 26-27, 2010* (pp. 47-57). Linköping, Sweden: SMDF.
- Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.
- Blomhøj, M. (1993). Modellerings betydning for tilegnelsen af matematikse bergerber [The significance of modelling for the acquisition of mathematical concepts]. *Nordisk Matematikdidaktik*, 1, 18-39.
- Blomhøj, M., & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching - A review of arguments and instructional aspects. In M. Niss, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Teaching of mathematical modelling and applications* (pp 10-29). Chichester: Ellis Horwood.
- Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht - Trends und Perspektiven. *Schriftenreihe Didaktik der Mathematik*, 23, 15-38.
- Blum, W., & Ferri, B. R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.
- Caldwell, J. S. (2008). *Comprehension assessment, a classroom guide*. New York: The Guilford Pub.
- Christiansen, I. (2001). The effect of task organisation on classroom modelling activities. In J. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education, ICTMA 9: Applications in science and technology* (pp. 311-320). Chichester: Horwood Publishing.
- Crouch, R., & Haines, C. (2004). Mathematical modelling: Transitions between the real world and the mathematical model. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(2), 197-206.
- Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19, 265-282.
- Erdoğan, A. (2010). Primary teacher education students' ability to use functions as modeling tools. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4518-4522.
- Ewa, B., & Österholm, M. (2010, January). *A theoretical model of the connection between the process of reading and the process of solving mathematical tasks*. Paper presented at the 7th Swedish Mathematics Education Research Seminar, Stockholm, Sweden.

- Ferri, B. R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95.
- Ferri, B. R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling, ICTMA 12: Education, Engineering and Economics* (pp. 260-270). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Ferri, B. R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behaviour. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 99-118.
- Galbraith, P., & Stillman, G (2001). Assumptions and Context: pursuing their role in modelling activity. In J. Matos, S. Houston, W. Blum & S. Carreira (Eds.), *Modelling and Mathematics Education: Applications in Science and Technology* (pp. 317-327), Chichester: Horwood.
- Galbraith, P., & Stillman, G (2001). Assumptions and Context: pursuing their role in modelling activity. In J. Matos, S. Houston, W. Blum & S. Carreira (Eds.), *Modelling and Mathematics Education: Applications in Science and Technology* (pp. 317-327), Chichester: Horwood.
- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 143-162.
- Gregersen, P., & Jensen, T. H. (1998). *Problemløsning og modellering i en almindelig matematikundervisning [Problem solving and modelling in general mathematics teaching]* (Tech. Rep. No. 353). Roskilde University, Denmark: IMFUFA.
- Haines, C., Crouch, R., & Davies, J (2001). Understanding students' modelling skills. In J. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education, ICTMA 9: Applications in science and technology* (pp. 366-380). Chichester: Horwood Publishing.
- Hodgson, T. (1997). On the use of open-ended, real-world problems. In K. Houston, W. Blum, I. Huntley, & N. T. Neill (Eds.), *Teaching and learning mathematical modelling* (pp. 211-218). Chichester: Albion Publishing Ltd.
- Ikeda, T., & Stephens, M. (2001). The effects of students' discussion in mathematical modelling. In J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, & S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education* (pp. 381-400). Chichester: Horwood Publishing.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G. (1986). *Anwendungen im Mathematik-unterricht*. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- Kaiser, G. (1991). Application-orientated mathematics teaching: A survey of the theoretical debate. In M. Niss, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*. Chichester: Ellis Horwood.

- Kaiser, G. (1995). Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In G. Graumann, T. Jahnke, G. Kaiser, & J. Meyer (Eds.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, (Vol. 2, pp. 66-84). Hildesheim: Franzbecker.
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling, ICTMA 12: Education, engineering and economics: Proceedings from the twelfth international conference on the teaching of mathematical modelling and applications* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., Blomhoj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM*, 38(2), 82-85.
- Klymchuk, S. S. & Zverkova T. S. (2001). Role of mathematical modelling and applications in university service courses: An across countries study. In J. F. Matos, W. Blum, S. K. Houston, & S. P. Carreira (Eds.) *Modelling, applications and Mathematics Education – Trends and Issues* (pp. 227-235). Chichester, UK: Ellis Horwood.
- Leiss, D. (2007). *Lehrerinterventionen im selbständigkeitsorientierten Prozess der Lösung einer mathematischen Modellierungsaufgabe*. Hildesheim: Franzbecker.
- Lesh, R. A., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763-804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Lesh, R., & Doerr, H. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism – models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*. Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Light, G.J., & DeFries, J.C. (1995). Comorbidity of reading and mathematics disabilities: Genetic and environmental etiologies. *Journal of Learning Disabilities*, 28, 96–106.
- Lindeman, J. (2000). *ALLU, Ala-Asteen Lukutesti: Tekniset tiedot [ALLU Reading Test For Primary School: Technical information]*. Turku, Finland: University of Turku Centre for Research on Learning.
- Lingefjärd, T. (2002). Mathematical modeling for preservice teachers: A problem from anesthesiology. *The International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7(2), pp. 117–143.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal for Didactics of Mathematics*, 31(1), 77-97.
- Maaß, K. (2004): *Mathematisches modellieren im unterricht – ergebnisse einer empirischen studie*. Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Matos, J., & Carreira, S. (1995). Cognitive processes and representations involved in applied problem solving. In C. Sloyer, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Advances and*

- perspectives in the teaching of mathematical modeling and applications, ICTMA 6* (pp. 71-80). Yorklyn: Water Street Mathematics.
- McLone, R. R. (1976). Mathematical modelling-the art of applying mathematics. In R. McLone & J. G. Andrews (Eds.), *Mathematical modelling*. London: Butterworth and Co Press.
- Mousoulides, N., & English, L. D. (2008). Modeling with data in Cypriot and Australian classrooms. *Proceedings of the 32nd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 423-430.
- Niss, M. (1989). Aims and scope of applications and modelling in mathematics curricula. In W. Blum, et al. (Eds.), *Application and modelling in learning and teaching mathematics* (pp. 22-31). Chichester: Ellis Horwood.
- Niss, M. (2001). University mathematics based on problem-oriented student projects: 25 years of experiences with the Roskilde model. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study* (pp. 405-422). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. (2004). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project*. In A. Gagatsis, & S. Papastavridis (Eds.), *Proceedings of the 3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124). Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2007). PISA 2006 - *Science competencies for tomorrow's world* (Vol. 1 & 2). Paris: OECD. of modelling for the acquisition of mathematical concepts). *Nordisk Matematikdidaktik*, 1, 18.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Randi, J., Grigorenko, E., L., & Sternberg, R. J. (2005). Revisiting definition of reading comprehension: Just what is reading comprehension anyway. In S. E. Israel, C. C. Block, K. L. Bauserman, & K. Kinnucan-Welsch (Eds.), *Metacognition in literacy learning* (pp. 19-40). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stacey, K. (1991). Teaching mathematical modelling. In J. O'Reilly, & S. Wettenhall (Eds.), *Mathematics: IDEAS* (pp. 221-227). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- Tanner, H., & Jones, S. (1995). Developing metacognitive skills in mathematical modelling – a socio-constructivist interpretation. In C. Sloyer, W. Blum, & I. Huntley (Eds.), *Advances and perspectives in the teaching of mathematical modelling and applications* (pp. 61-70). Yorklyn: Water Street Mathematics.
- Tuohimaa P. M., Aunola, K., ve Nurmi, J. E. (2008). The Association Between Mathematical Word Problems and Reading Comprehension. *Educational Psychology*, 28(4), 409-426.
- Van Dijk, T. A., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

Ek 1

Matematiksel Modelleme Problemi

Dizel mi Benzinli mi?

Araba almak isteyen çoğu insan için, ne tür bir arabanın daha ekonomik olacağına karar vermesi zordur. Temel olarak şu üç nokta temelinde düşünülür: Dizel bir araba benzinliye göre daha az yakıt tüketir; 1 lt dizel 1 lt benzine göre daha ucuzdur; dizel araç aynı marka ve aynı özellikteki benzinli versiyonuna göre daha pahalıdır.

Tablo 1 ve 2’de aynı tür arabaların dizel ve benzinli versiyonlarının fiyatları ve yakıt tüketimleri verilmiştir. Bu problem için matematiksel bir model (formül, grafik, gibi) üretin; kimler için (hangi şartlar altında) dizel araba almak daha ekonomik olur? Çözüm belirli bir modele göre olmamalı genel bir çözümleme olmalıdır. Çözümünüzde kullandığınız varsayımları (eğer varsa) belirtiniz.

Tablo 1. Benzinli Model (1 lt benzin: 4,25)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tük. (lt/100 km)	
		Ş. İçi	Ş. Dışı
Ctroen C3	29000	8,3	5
Ford My Fiesta	32000	7,4	4,5
Opel Corsa	36000	7,3	4,8
Wolswagen Polo	31000	8	4,7
Peugeot 206	26000	9,1	4,8
R. Clio Symbol	27000	7,7	5

Tablo 2. Dizel Model (1 lt dizel: 3,55)

Araba Modeli	Fiyat	Yakıt Tük. (lt/100 km)	
		Ş. İçi	Ş. Dışı
Ctroen C3	33000	5,3	3,8
Ford My Fiesta	37000	5,3	3,5
Opel Corsa	40000	5,4	3,7
Wolswagen Polo	37500	5,1	3,6
Peugeot 206	29500	5,4	3,5
R. Clio Symbol	31000	5,4	3,6