REGÜLER EKONOMİLERİN HOMOTOPİ GRUPLARI

Homotopy Groups of Regular Economies

Murat BEŞER[*]

Özet

Bu çalışmada, regüler ekonomiler homeomorf olduğu delinmiş $\left(S^{CH}-Q\right)$ küreye taşınmış ve burada regüler ekonomiler alt manifoldunun homotopi grubu hesaplanmıştır. Böylelikle cebirsel topoloji metotlarının genel denge analizine bir uygulaması gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Denge Manifoldu, Regüler Ekonomiler, Homotopi Grubu

Abstract

In this work, regular economies are transferred to a punctured $\left(S^{CH}-Q\right)$ sphere which is its homeomorf. Then on this punctured $\left(S^{CH}-Q\right)$ sphere, Homotopy group of the regular economies' submanifold is calculated. In this case an applications of algebraic topology methods to the general equilibrium analysis was showed.

Keywords : Equilibrium Manifold, Regular Economies, Homotopy Groups

Giriş

Regüler ekonomiler kavramı İktisat literatüründe ilk olarak G. Debrue tarafından Economies *with a finite Set of Equilibria (1970)* makalesinde sınırlı sayıda hane halkının bulunduğu bir değiş-tokuş ekonomisinde denge noktasının yerel olarak sabit ve sınırlı olduğu ekonomileri tanımlamak için kullanmıştır. Sard teoremi yardımı ile regüler ekonomilerin, genel ekonomiler kümesi içinde yoğun bir şekilde bulunduğu gösterilmiştir. Y. Balasko'nun The *Graph of The Walras Correspondence (1975)* makalesi regüler ekonomiler teorisine cebirsel topolojik olarak incelemiş ve lif demetleri teorisi yardımı ile değiş-tokuş ekonomilerinin manifold yapısını ortaya koymuştur. A. Villanacci, L. Carosi, P. Benevieri,ve A. Battinelli'nin *Differential Topology and General Equilibrium with Complete and Incomplete Markets (2002)* ve R. Nagata'nın *Theory of Regular Economies (2004)* eserleri değiş-tokuş ekonomileri analizinde diferansiyel topolojik metotların kullanılması örneklerini içermesi açısından oldukça büyük öneme sahiptir. A. Matta *A Riemannian Metric on the Equilibrium Manifold (2005)* çalışmasında değiş-

[*] Yrd. Doç. Dr., Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi, İktisat Bölümü, muratbeser@yahoo.com

tokuş ekonomilerinin oluşturmuş olduğu denge manifoldu üzerinde jeodezik eğrileri incelemiştir.

Bu çalışmada ise cebirsel topoloji metotları yardımı ile tüm ekonomilerin yoğun bir alt kümesi olan regüler ekonomilerin oluşturduğu alt manifoldun topolojik değişmezleri incelenmiş, bu ekonomilerin oluşturduğu geometrinin homotopi sınıfı hesaplanmıştır. Bu işlemleri gerçekleştirirken basitlik amacı ile regüler ekonomiler alt kümesi, kutup noktasından delinmiş kürenin özel bir alt kümesine taşınmış, buradan da homotopik olduğu sınırlı sayıda çemberin kama çarpımına transfer edilmiştir. Bu noktada regüler ekonomilerin homotopi grubu, sınırlı sayıda çemberin kama çarpımının hesaplanmasına denk hale gelmiştir.

$|\mathrm{H}|$ sayıda bireyin yaşadığı ekonomide, $h \in \mathrm{H}$, ekonomideki h. bireyi; $\mathbb{C}$, ekonomide birbirinden farklı ve sonsuz bölünebilen $|C|$ adet malın kümesini göstersin. h. bireye ait mal vektörünü $\left(x_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}} \in R_+^{C}$ şeklinde ifade edelim. Her birey ticarete başlamadan önce elinde belli bir mal vektörü bulundurmaktadır. h. bireye ait başlangıç mal vektörünü $\left(e_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}} \in R_+^C$ şeklinde gösterelim. p^c, $c \in C$ malının piyasa fiyatını göstermektedir. Tüm mallara ait piyasa fiyat vektörünü $p = \left(p^1, \cdots, p^C\right)$ gösterelim. Bu vektör $\mathbb{C}$ üzerinde iç çarpım fonksiyonu altında lineer fonksiyonel tanımlar ve $\langle p,.\rangle : \mathbb{C} \xrightarrow{\left\langle p,\left(x_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}}\right\rangle \mapsto p\cdot\left(x_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}}} R_{++}$ ifadesi h. bireyin elindeki $\left(x_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}}$ mal vektörünün piyasa değerini verir. Aynı şekilde bireyin ticarete başlamadan önce elinde bulundurduğu mal vektörünün piyasa değerini $\left\langle p,\left(e_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}}\right\rangle \mapsto p\cdot\left(e_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}} \in R_{++}$ şeklinde gösteririz. h. bireyin tüketim kümesini $\mathbb{C}_h^* = \left\{\left(x_h^c\right)_{c\in\mathbb{C}} \in R_+^C : \sum_{j=1}^{C} p^j x_h^j \le \sum_{j=1}^{C} p^j e_h^j\right\}$ şeklinde gösterebiliriz. h. bireyin amacı, $\mathbb{C}_h^*$ tüketim kümesi üzerinde tanımladığı tercih bağıntısını gösteren fayda fonksiyonu $u_h : R_+^C \to R_{++}$[151] aracılığı ile refah seviyesini optimum noktaya getirmektir.

151 Fayda fonksiyonlarının aşağıdaki özelliklere sahip olduğu varsayılacaktır.

- $u_h : R_+^C \to R$ sürekli ve R_{++}^C üzerinde C^∞ sınıfından fonksiyon

Tanım 1 : $e \in R_{++}^{CH}$ ve $u \in \mathcal{A}$ için $(e,u) \in R_{++}^{CH} \times \mathcal{A}$ değiş-tokuş ekonomisini ifade eder.

Tanım 2 : h. bireye ait maksimizasyon problemi veri $p' \in R_{++}^{C-1}$[152] ve $e_h \in R_{++}^{C}$ için

$$\begin{aligned} &\underset{x_h \in R_{++}^{C}}{\text{maks.}} && u_h(x_h) \\ &\text{kısıt :} && -p(x_h - e_h) = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

şeklindedir ve (2) numaralı fonksiyon ile gösterilen x_h talep fonksiyonu, (1) numaralı denkleme ait çözüm fonksiyonudur.

$$x_h : R_{++}^{C-1} \times R_{++}^{C} \xrightarrow{(\tilde{p},e_h) \mapsto \arg\max \left\{ \begin{array}{ll} \underset{x_h \in R_{++}^{C}}{\text{maks.}} & u_h(x_h) \\ \text{kısıt :} & -p(x_h - e_h) = 0 \end{array} \right.} R_{++}^{C} \qquad (2)$$

(1) nolu denklem klasik kısıt altında optimizasyon işlemidir ve (p', e_h) eksojen değişkenleri ve $x_h \in \arg\max \left\{ \begin{array}{ll} \underset{x_h \in \mathbb{R}_{++}^{C}}{\text{maks.}} & u_h(x_h) \\ \text{kısıt :} & -p(x_h - e_h) = 0 \end{array} \right.$ değeri için öyle bir $\mu_h \in R_{++}$ sayısı vardır ki (x_h, μ_h) vektörü[153]

- $U_h(x) = \left\{ x' \in R_{+}^{C} \middle| u_h(x') \geq u_h(x) \right\} \subset R_{++}^{C},\ \forall x \in R_{++}^{C}$
- Her $x \in R_{++}^{C}$ için $\left(\dfrac{\partial u_h}{\partial x_1}, \cdots, \dfrac{\partial u_h}{\partial x_C} \right) \in R_{++}^{C}$

Yukarıdaki özelliklere sahip fayda fonksiyonlarının kümesini $\mathcal{A}$ ile gösterelim.

- Her $x \in R_{++}^{C}$ için $\sum_{j=1}^{G} \sum_{k=1}^{G} h_j h_k \dfrac{\partial^2 u_h(x)}{\partial x_j \partial x_k} < 0,\ \forall h \in R_{++}^{C},\ h \neq 0$

[152] Her $\alpha \geq 0$ için $\left\{ x_h \in \mathbb{R}_{++}^{C} : p \cdot x_h \leq p \cdot e_h \right\} = \left\{ x_h \in \mathbb{R}_{++}^{C} : \alpha p \cdot x_h \leq \alpha p \cdot e_h \right\}$ eşitliği gerçekleştiğinden fiyat vektörünü p_C malına ait fiyatı kullanarak normalleştirelim ve yeni fiyat vektörünü $p = \left(\dfrac{p^1}{p^C}, \cdots, \dfrac{p^{C-1}}{p^C}, 1 \right) = (p', 1)$ şeklinde yazalım.

[153] $\nabla u_h = \left(\dfrac{\partial u_h}{\partial x_1}, \cdots, \dfrac{\partial u_h}{\partial x_C} \right)$

$\begin{cases} \nabla u_h\left(x_h\right)-\mu_h p=0 \\ -p\left(x_h-e_h\right)=0 \end{cases}$ eşitliğini sağlar. Bu ifadeyi aşağıdaki şekilde yazıp kapalı fonksiyon teoremini uygularsak veri $\left(p',e_h\right)$ değerleri için görüntü kümesini $0 \in R^{C+1}$ yapan $\left(x_h,\mu_h\right) \in R_{++}^{C} \times R_{++}$ değerlerini elde edebiliriz.

$$F_h : R_{++}^{C} \times R_{++} \times R_{++}^{C-1} \times R_{++}^{C} \xrightarrow{\left(x_h,\mu_h,p',e_h\right) \mapsto \begin{cases} \nabla u_h\left(x_h\right)-\mu_h p=0 \\ -p\left(x_h-e_h\right)=0 \end{cases}} R^{C} \times R \tag{3}$$

h . bireye ait fayda maksimizasyonunu ekonomideki tüm bireyler için analiz etmek için yukarıda incelenen birinci derece koşulu ile birlikte piyasada arz-talep eşitliğini $\sum_{h=1}^{|H|} e_h = \sum_{h=1}^{|H|} x_h$ de göz önüne almak gerekecektir.

Tanım 3 : $\xi=\left(x,\mu,p'\right) \in R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1}$ ve $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için aşağıdaki dönüşüm genişletilmiş denge fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$F : R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1} \times R_{++}^{CH} \xrightarrow{\left(x,\mu,p',e\right) \mapsto \begin{cases} \nabla u_h\left(x_h\right)-\mu_h p=0 \\ -p\left(x_h-e_h\right)=0 \\ -\sum_{h=1}^{|H|} e_h^{*}+\sum_{h=1}^{|H|} x_h^{*}=0 \end{cases}} R^{CH+H+C-1} \tag{4}$$

Tanım 4: $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için $F\left(\xi,e\right)=0$ özelliğini sağlayan $\xi=\left(x,\mu,p'\right) \in R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1}$ vektörü varsa, bu vektör $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için denge durumunu gösterir. $\Omega\left(e\right)$ ifadesi, $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için tüm denge noktalarının kümesidir.[154]

[154] $\Omega\left(e\right)$ kümesi sonlu sayıda olabileceği gibi sonsuzda olabilmektedir. Regüler ekonomilerin $\Omega\left(e\right)$ kümesi sınırlı ve yerel komşuluklarında eşit denge noktasına sahiptir.

Birinci ve ikince refah ekonomisi teorilerinden hareketle, $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi Pareto optimal seviyede ise tek bir denge noktası vardır ve bu denge noktası $e \in R_{++}^{CH}$ seviyesinde olduğu bilinmektedir.

Pareto optimum noktada olan bir ekonomiden hareketle keyfi bir $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisinin denge noktasına sahip olduğunun ispatını aşağıda verilen homotopi fonksiyonu aracılığı ile elde ederiz. $\tilde{e}$ Pareto optimum seviyedeki ekonomiyi göstermek üzere aşağıdaki denklem sistemlerini yazalım (Villanacci, Carosi, Benevieri, Battinelli, 2002: 234).

$$\begin{cases} \ldots \\ \nabla u_h(x_h) - \mu_h p = 0 \\ -px_h + p\left[(1-\tau)e_h + \tau\tilde{e}_h\right] = 0 \\ \ldots \\ -\sum_{h=1}^{|H|} x_h^* + \left[(1-\tau)\sum_{h=1}^{|H|} e_h^* + \tau\sum_{h=1}^{|H|} \tilde{e}_h^*\right] = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

$\tau = 1$ için Pareto optimum ekonomiyi, $\tau = 0$ için $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisini elde ederiz. (5) numaralı denklem takımlarını $H_e : R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1} \times [0,1] \to R^{CH+H+C-1}$ homotopi fonksiyonu aracılığı ile tanımlarız. $(H_{e,\tau=1})^{-1}(0) = \{\tilde{e}, \tilde{\mu}, \tilde{p}'\}$ kümesi Pareto optimal seviyede olduğundan dolayı boş küme değildir ve tek elemandan meydana gelmektedir.

Pareto optimum seviyede $(\tau = 1)$ olan ekonomi için lineer dönüşümün rankı, $Rank\left(\nabla H_{e,\tau=1}(\tilde{e}, \tilde{\mu}, \tilde{p}')\right) = \left(|CH| + |H| + |C-1|\right)$ 'e eşittir.

Aşağıda verilen teorem yardımı ile her $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için piyasa denge vektörünün varlığının ispatlanması konusunda oldukça önemlidir.

Teorem 1 : M ve N aynı boyutlu ve sınırlara sahip olmayan C^2 sınıfından manifoldlar (Mukherjee 2005: 1- 50.) için bu iki manifold arasında tanımlanan $M \xrightarrow{f,g} N$ fonksiyonları aşağıdaki dört özelliği sağlıyorsa $f^{-1}(y) \neq \varnothing$ 'dir (Nagata 2004: 49; Villanacci 2002: 199- 200.).

1. $f \in C^0$ ve $g \in C^1$
2. $y \in N$ için $A = \{x \in M : g(x) = y\}$ kümesinin elemanları, g fonksiyonunun Jacobian matrisindeki değerlerinin rankı, N manifoldunun boyutuna eşittir. (*Regüler değer şartı*)
3. $\mathrm{Mod}_2\left(g^{-1}(y)\right) \equiv 1$
4. f ve g fonksiyonları arasında tanımlanan sürekli H homotopi fonksiyonunun $H^{-1}(y)$ görüntüsü kapalı ve sınırlı bir kümedir.

Lemma 1: Her $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için $H_e^{-1}(0)$ ters görüntüsü kapalı ve sınırlı bir kümedir. Böylece Heine-Borel Teoremi yardımı ile $H_e^{-1}(0)$ kümesi kompakt yapılıdır. Diğer bir değiş ile her $e \in \mathbb{R}_{++}^{CH}$ ekonomisi için en az bir $(x, \mu, \tilde{p}) \in R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1}$ denge vektörü vardır.

Yukarıda verilen lemmadan hareket ile aşağıdaki teorem verilebilir.

Teorem 2: Her $u \in A$ fayda fonksiyonu ve her $e \in R_{++}^{CH}$ ekonomisi için öyle bir $(x, \mu, \tilde{p}) \in R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1}$ vektörü vardır ki $F(x, \mu, \tilde{p}, e) = 0$ dır.

Tanım 3'de ki $F : R_{++}^{CH} \times R_{++}^{H} \times R_{++}^{C-1} \times R_{++}^{CH} \to R^{CH+H+C-1}$ fonksiyonu, her $(x, \mu, \tilde{p}, e) \in F^{-1}(0)$ değeri için $Rank\left(\nabla_{(x,\mu,\tilde{p},e)} F(x, \mu, \tilde{p}, e)\right) = boy\left(|CH| + |H| + |C-1|\right)$ eşitliğini sağlar. Bu durumda $\{0\} \in R^{CH+H+C-1}$, F fonksiyonu için regüler değerdir. Regüler değer teoreminden[155] hareketle ilgili çözüm kümesinin bir alt manifold yapısına sahip olduğu çıkarılır.

---

[155] Regüler Değer Teoremi: M ve N sırası ile m ve n ($m \geq n$) boyutlu manifoldlar olsun. Eğer q değeri $f : M \to N$ düzgün dönüşümü için regüler değer ise, $f^{-1}(N)$ ters görüntüsü, M manifoldunun $m-n$ boyutlu alt manifoldudur.

Lemma 2 : $F^{-1}_{(\tilde{x},\tilde{\mu},\tilde{p})}(0)$ çözüm kümesi $R^{CH}_{++} \times R^{H}_{++} \times R^{C-1}_{++} \times R^{CH}_{++}$ uzayının CH boyutlu alt manifoldudur ve denge alt manifoldu olarak adlandırılır.

Lemma 3 : $F^{-1}(0)$ kapalı fonksiyonunun oluşturduğu alt manifolddan R^{CH}_{++} ye giden $pr: F^{-1}(0) \xrightarrow{(x,\mu,\tilde{p},e)\mapsto e} R^{CH}_{++}$ izdüşüm fonksiyonu has fonksiyon yapılıdır.

Her $e \in \mathbb{R}^{CH}_{++}$ için izdüşüm fonksiyonunun tersi kapalı olduğundan $F^{-1}(0)$ alt manifoldunun kompakt yapılı olduğunu elde ederiz.

Teorem 3 : $\hat{e} \in F^{-1}_{(\tilde{x},\tilde{\mu},\tilde{p})}(0)$ için $F^{-1}_{(\tilde{x},\tilde{\mu},\tilde{p})}(0)$ denge alt manifoldunun temel grubu, $\pi_1\left(F^{-1}(0),\hat{e}\right) = 1_{\hat{e}}$ sadece birim elemandan meydana gelmektedir.[156]

Yukarıdaki teorem, $F^{-1}_{(\tilde{x},\tilde{\mu},\tilde{p})}(0)$ denge alt manifoldunun basit bağlantılı olduğunu ve büzülebildiğini gösterir.

Tanım 5 : $F: R^{CH}_{++} \times R^{H}_{++} \times R^{C-1}_{++} \times R^{CH}_{++} \to R^{CH+H+C-1}$ fonksiyonu tanım 3'de ki şekliyle verilsin. $\{0\} \in R^{CH+H+C-1}$ vektörü, $F: R^{CH}_{++} \times R^{H}_{++} \times R^{C-1}_{++} \times \{e\} \to R^{CH+H+C-1}$ fonksiyonu için regüler değer ise, $e \in R^{CH}_{++}$ ekonomisi regüler ekonomi olarak adlandırılır. Tüm regüler ekonomilerin kümesini Ξ ile gösterirsek, $F^{-1}(0)$ ın alt manifoldu olduğu açıktır. Regüler olmayan ekonomiler $F^{-1}(0) \setminus \Xi$ kritik ekonomiler olarak tanımlanır.

Teorem 4: Regüler ekonomiler, $F^{-1}(0)$'de açık ve yoğun bir alt küme meydana getirirler. Regüler ekonomilerin yoğunluğu, kritik ekonomilerin $F^{-1}(0) \setminus \Xi$ Lebesgue ölçüsünün sıfır olduğu anlamına gelmektedir. (Balasko, 2009: 23-25)

Lemma 4 : $F^{-1}(0)$ denge alt manifoldu R^{CH} uzayına homeomorftur.

---

[156] Temel grup yapılarının tanımı için Marcelo Aguilar $[1]$, s. 9-59

R^{CH} uzayı $S^{CH}-Q$ tek noktada delinmiş S^{CH} uzayına homeomorf olduğundan aşağıdaki sonucu elde ederiz.

Lemma 5 : $F^{-1}(0)$ denge alt manifoldu $S^{CH}-Q$ ya homeomorftur.

A, denge manifoldu üzerinde kritik ekonomileri göstersin, yukarıda tanımlanan homeomorfizma yardımı ile bu kritik ekonomileri de $S^{CH}-Q$ üzerine taşırsak $S^{CH}-(\{Q\}\cup A)=\tilde{S}^{CH}$ delikli CH boyutlu küresini elde ederiz.

Tanım 6 : $\{X_j : j\in\Lambda\}$ topolojik uzaylar ailesinin topolojik toplamı olan $\coprod_{j\in\Lambda} X_j$ uzayı üzerinde, her $x_j\in X_j$ noktası için oluşturulan $\coprod_{j\in\Lambda} X_j/\{x_j : j\in\Lambda\}$ bölüm uzayına kama (wedge) toplamı denir ve $\bigvee_{j\in\Lambda} X_j$ şeklinde gösterilir.

A, denge manifoldu üzerinde kritik ekonomileri göstersin, yukarıda tanımlanan homeomorfizma yardımı ile bu kritik ekonomileri de $S^{CH}-Q$ üzerine taşırsak $S^{CH}-(\{Q\}\cup A)=\tilde{S}^{CH}$ delikli $|CH|$ boyutlu küresini elde ederiz. $\tilde{S}^{CH}$ üzerinde ki her kritik ekonomi noktasını içine alan bir çember tanımlayıp bunların tanım 6 da verildiği şekli ile kama toplamını oluşturalım. $\underbrace{S^1\vee\cdots\vee S^1}_{\text{kardinalite } A}$ çemberlerin kama toplamının $S^{CH}-Q$ gömüldüğü ve $S^{CH}-Q$ küresinin güçlü deformasyon büzülmesi (strong deformation retract)[157] olduğu açıktır. Böylece tüm ekonomilerin $S^{CH}-\{Q\}$ alt uzayı olan $S^{CH}-(\{Q\}\cup A)=\tilde{S}^{CH}$ regüler ekonomiler uzayının homotopi grubu $\underbrace{S^1\vee\cdots\vee S^1}_{|A|}$ topolojik uzayının homotopi grubuna eşittir.[158]

[157] $A\subset X$ alt topolojik uzay ve $H: X\times I\to X$ homotopi dönüşümü tanımlansın. Her $x\in X_0$, $a\in A$ ve $t\in I$ için 1) $F(x,0)=x$, 2) $F(x,1)\in A$, 3) $F(a,t)=a$ şartı gerçekleşirse güçlü deformasyon büzülmesi denir.
[158] Homotopik topolojik uzayların topolojik değişmezleri birbirine eşittir.

Teorem 5: $H_q\left(\bigvee_{j\in\Lambda}^{m} S_j^n\right)=\begin{cases}\bigoplus_{j\in\Lambda}^{m}\mathbb{Z} : q=n\\ 0 : q\neq n\end{cases}$ n kürenin kama toplamının homoloji grubudur.

Teorem 6: (Kürelerin kama toplamı için Hurewicz teoremi) : n kürenin kama toplamının homoloji grubu ile homotopi grubu arasında izomorfizma dönüşümü kümesi boş değildir. $\Psi_q \in \mathrm{Isom}\left(H_q\left(\bigvee_{j\in\Lambda}^{m} S_j^n\right),\pi_q\left(\bigvee_{j\in\Lambda}^{m} S_j^n\right)\right)$ Teorem 5 ve teorem 6 aracılığı ile regüler ekonomilerin homotopi grubu

$$\pi_q=\begin{cases}\underbrace{Z\times\cdots\times Z}_{|A|} : q=1\\ 0 : q\neq n\end{cases} \tag{6}$$

şeklinde ifade edilir. (Dalmagro, Quintana 2005: 32)

Sonuç

Homotopi fonksiyonu yardımı ile her değiş-tokuş ekonomisi için en az bir denge vektörü olduğu ve bu ekonomilerin oluşturduğu geometrik yapının bir alt manifold yapısı meydana getirdiği gösterilmiştir. Bu alt manifoldun temel grubunun birim elemandan meydana gelmesi ve yol bağlantılı olması Öklid uzaya, buradan da delinmiş n küreye $\left(S^{CH}-Q\right)$ homeomorf olmasını sağlamıştır. Böylece denge manifoldu üzerindeki tüm analiz $\left(S^{CH}-Q\right)$ ye taşınmış ve burada denge manifoldunun özel bir alt manifoldu olan regüler ekonomiler alt manifoldunun homotopi grubu, homotopik olduğu kritik ekonomi sayısı kadar çemberin kama çarpımına indirgenerek hesaplanmıştır

Conclusion

It had been shown that there is an equilibrium vector for each exchange economy and geometric structure that these economies constituted had created a submanifold structure. Formation of fundamental group of this submanifold as unit element and being way related had provided to Euclidean space and from here it had provided that wimbled n sphere becomes $\left(S^{CH}-Q\right)$ homeomorph. Therefore, all analysis on the equilibrium manifold had been moved to $(S^{CH} - Q)$ and homotopy group of regular economies submanifold that is a special submanifold of equilibrium manifold had been calculated by being demeaned to wedge product of circle as many as the number of critical economy that is homotopic.

Kaynakça

Aguilar, Marcelo, Samuel Gitler ve Carlos Prieto (2002). Algebraic Topology from a Homotopical Viewpoint, New York, Springer Verlags

Avriel, Mordecai (2003). Nonlinear Programming, New York: Dover.

Balasko, Yves (1975). "The Graph of The Walras Correspondence", Econometrica, Vol. 43, No.5-6, s. 907-912.

Balasko, Yves (1978). Connectedness of The Set of Stable Equilibria, SIAM Journal of Applied Mathematics, Vol. 35, No.4, 1978, s. 722-728.

Balasko, Yves (2009). The Equilibrium Manifold, Massachusetts, The MIT Press.

Borglin, Andreas (2007). Economic Dynamics and General Equilibrium. New York: Springer,

Dalmagro, Fermin ve Yamilet Quintana (2005). "On the Hurewicz Theorem for Wedge Sum of Spheres"

Debreu, Gerar (1970). "Economies with Finite Set of Equilibria. Econometrica", Vol. 38, No. 3, 1970, s. 387-392.

Dold, Albrecht (1995). Lectures on Algebraic Topology. New York, Springer.

Guillemin, Victor, Alan Pollack (2010). Differential Topology, Rhode Island, AMS Chelsea Publishing.

Mukherjee, Amiya (2005). Topics in Differential Topology, New Delhi, Hindustan Book Agency

Nagata, Ryo (2004). Theory of Regular Economies, Singapore, World Scientific,

Villanacci, Antonio, Laura Carosi, Pierluigi Benevieri, Andrea Battinelli (2002). Differential Topology and General Equilibrium with Complete and Incomplete Markets, Boston, Kluwer Academic Publishers.