

İlkokul 2. Sınıf Öğrencilerinin Çarpma İşlemini Anlamlandırmaları

Making Sense of Multiplication by Primary School Second Grade Students

Gülşah ÖZDEMİR BAKI 

Atatürk Üniversitesi, Oltu Beşeri ve Sosyal Bilimler Fakültesi, Maliye Bölümü, Erzurum, Türkiye

öz

Mevcut çalışmada ilkökul 2. sınıf öğrencilerinin sınıfta ilk kez tanıştıkları çarpma işlemini nasıl anlamlandırdıkları, nerelerde zorluk çektikleri ve ne tür hatalar yaptıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla, çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına uygun olarak tasarlanmıştır. Çalışmanın katılımcılarını 46 ilkökul 2. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak 2. sınıf çarpma işleminin öğrenme kazanımlarını içeren sekiz sorudan oluşan bir test uygulanmış ve ardından öğrencilerle birebir görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Elde edilen veriler, betimsel analiz tekniği kullanılarak analiz edilmiştir. Analizler sonucunda öğrencilerin çarpma işlemini modellemede, bir doğal sayının 0 ile çarpımını tekrarlanan toplama olarak göstermede ve çarpma işlemini gerektiren problem çözümlerinde çeşitli hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Bu hatalara dayalı olarak yürütülen birebir görüşmelerde öğrencilerin hatalarını fark ettikleri ve çarpma işlemini toplama işlemine dayalı olarak anladıkları görülmüştür. Ek olarak, görüşme yapılan öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerinden ziyade çarpma işlemini daha zevkli buldukları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Çarpma işlemi, anlamlandırma, model kullanma, ilkökul öğrencileri

ABSTRACT

In the current study, it was aimed to determine how the second-year primary school students made sense of the multiplication operation that they met for the first time in the classroom, where they had difficulties and what kind of mistakes they made. For this purpose, the study was designed in accordance with the case study, one of the qualitative research methods. The participants of the study consist of the 46 second-year primary school students. In the study, a test consisting of eight questions including the learning outcomes of the multiplication process was applied. In line with the answers given by the students to the test, one-on-one interviews were conducted to determine the reasons for the mistakes made by the students in the multiplication process. The obtained data were analyzed using descriptive analysis technique. As a result of the analyzes, it was determined that the students made various mistakes in modeling the multiplication operation, in showing the multiplication of a natural number by 0 with the addition operation, and in solving problems that required the multiplication operation. In the interviews conducted based on these errors, it was seen that the students noticed their mistakes and understood the multiplication process based on the addition process. In addition, in the interviews, it was determined that the students found multiplication more enjoyable than addition and subtraction.

Keywords: Multiplication, making sense, using models, primary school students

Giriş

İlkokulda öğrenciler, önce toplama ve çıkarma daha sonra çarpma ve bölme gibi temel kavramlarla tanışır. Erken yaşlarda karşılaştıkları bu kavramların anlamlarını ve birbirleriyle olan ilişkilerini anlamak okul öncesi dönemden başlayıp ortaöğretimin son basamağına kadar devam etmektedir. Nitekim öğrencilerin bu kavramları tam olarak anlamaları ve formel işlemleri gerçekleştirebilmeleri ise uzun bir süreci kapsamaktadır. Bu uzun sürecin aşamaları birbirine bağlı sistematiği bir şekilde ilerlemektedir. Bu nedenle eğitimin ilk yıllarında bu kavramların anlaşılması daha sonraki yıllarda öğrencilerin matematik öğrenmelerini olumsuz yönde etkilemektedir.

Matematiğin temel aritmetik işlemlerine odaklanılması gerektiğini, çünkü bu işlemlerin sayı teorisinin temel kısmı olduğunu belirten Chin ve Jiew (2019), dört temel aritmetik işlem arasında çarpmayı anlamlandırmanın karmaşık bir süreç olduğunu ileri sürmüştür. Çarpma işlemini Altun(2001, s. 215), aynı sayının çok kereler toplamının alınması işleminin kısa yazılışı olarak tanımlarken Baykul (2009, s.155) ise eleman sayıları eşit olan sonlu sayıdaki iki ayrık kümenin birleşiminin eleman sayısının bulunması olarak ifade etmiştir. Bu yönde Simon ve Blume (1994) çarpma işleminde grup sayısı ve her gruptaki nesne sayısı bilindiğinde, çarpmanın anlaşılmasının genellikle toplam miktarıyla ilgili olduğunu belirtmişlerdir. Araştırmacılar, biçimsel olarak grup sayısının çarpmanı, gruptaki her sayının çarpılanı gösterdiğini ve toplam miktarın ise çarpımı verdiğini ifade etmişlerdir. Örneğin, dört kalem kutusu ve her kalem kutusunda üç kalem vardır. Bu durumda çarpın dört, çarpılan üç ve kalemlerin toplam miktarını temsil eden çarpım ise on ikidir. Benzer şekilde Clark ve Kamii (1996), çarpma işleminin toplamadan çarpımsal

Geliş Tarihi/Received: 20.02.2023

Kabul Tarihi/Accepted: 10.03.2023

Yayın Tarihi/Publication Date:
30.03.2023

Sorumlu Yazar/Corresponding Author:
Gülşah Özdemir
E-posta: ozdmr.gls@ gmail.com

Cite this article: Özdemir Baki, G. (2023). Making Sense of Multiplication by Primary School Second Grade Students. *Dynamics in Social Sciences and Humanities* 2023 4(1): 24-30.



Content of this journal is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.

bir düşünmeye geçiş olarak geliştirildiğini göstererek çarpmanın sezgisel olarak tekrarlanan toplama işleminden türetildiğine dikkat çekmişlerdir. Örneğin 3×2 'i $2+2+2$ olarak yazıp, her biri ikişer nesne içeren üç gruptaki nesnelerin toplam sayısı olarak yorumlanabilmektedir. Bu bağlamda yapılan birçok araştırma, öğrencilerin çarpma işlemi gerektiren problemleri eşit tekrarlanan toplama gruplarına dayalı olarak çözme eğiliminde olduklarını göstermektedir (Altun, 2001; Baykul, 2009; Greer, 1992; Izsák, 2005; Olkun & Uçar, 2007). Bu araştırmalar öğrencilerin toplamaya dayalı olarak çarpmayı anlamalarının daha kolay olduğuna vurgu yapmaktadır. Benzer şekilde Kaufmann (2019), üçüncü sınıf öğrencilerinin sınıf ortamında çarpma işlemi hakkında nasıl akıl yürüttüğünü incelemiştir. Çalışmada, öğrencilerin çarpma kavramına ilişkin genel muhakeme yaptıklarını ve çarpma ile çalışırken daha çok toplama kullanımından faydalandıklarını ortaya koymuştur. Buna karşılık, Larsson, Pettersson ve Andrews (2017), çarpmanın yalnızca tekrarlanan toplamaya dayalı olarak anlamlandırılmasının özellikle ileriki aşamalarda ondalık ifadelerde çarpma işleminde sorun teşkil ettiğini belirtmişlerdir.

Çarpmayı öğrenmek, ilkökul matematiğinin önemli bir bileşenidir. Bu nedenle, çarpma öğretimi öncelikle öğretmenlerin çarpma algoritmasının nasıl çalıştığını anlamalarını gerektirir (Whitacre & Nickerson, 2016). Öğretmenin çarpmaya ilişkin anlamlandırmaları, öğrencilerin çarpmanın doğasına ilişkin bazı temel anlayışlar geliştirmeleri açısından önemlidir. Böylece öğrenciler çarpmanın ne anlama geldiğini, çarpmanın uygun modellerle nasıl temsil edilebileceğini ve bu temsillerin çarpma gerektiren problemlerin çözüm stratejilerine nasıl yansıtacağına dair kavramsal anlayışlar geliştirebilirler. Bu yönde bir dizi araştırma çarpma işleminin detaylarını ve kavramsal anlayışın nasıl geliştirilebileceğini ele almıştır (Greer, 1992; Smith & Smith, 2006). Örneğin Saleh, Saleh, Rahman ve Mohamed (2010), ilkökul ikinci sınıf öğrencileriyle yürüttükleri çalışmada, öğrencilerin çoğunun çarpım tablosunu ve standart çarpma işlemi yapabildiklerini ancak gerçek yaşam problemlerini çözmekte zorlandıklarını ortaya koymuşlardır. Bu, öğrencilerin çarpmayı anlamadan yalnızca işlemsel olarak gerçekleştirdiklerini ortaya koyan araştırma sonuçlarını (Simon & Blume, 1994; Seah, 2004; Sudarshan & Aye, 2008) desteklemektedir. Bununla birlikte araştırmalar, öğrencilerin çarpma işleminde en fazla 0 ile 1 sayılarının yer aldığı işlemlerde zorluk çektiklerini ortaya koymaktadır (Cooney, Swanson & Ladd, 1988; Gürsel, 2000).

Öğrencilerin çarpma konusunda daha çok işlemsel becerilerle sınırlı kalmaları, ezberci bir yaklaşım benimsemelerinden kaynaklanabilmektedir. Böyle bir yaklaşım sergileyen öğrencilerin çoğu, çarpmanın ne anlam ifade ettiğini bilmemekte (O'Brien & Casey, 1983) ve hangi durumlarda bu işlemi kullanacakları hakkında fikir belirtememektedir. Bütün ve Baki (2019), doğal sayılarla çarpma işleminin, kural odaklı bir öğretim ile gerçekleştirildiğini belirtirken bu durumun kavramsal öğrenmeyi gölgede bırakarak işlemsel öğrenmeyi ön plana çıkardığını belirtmişlerdir. Bunun sonucunda öğrencilerin çarpmayı derinlemesine anlamada zorluklar yaşadıklarını ileri sürmüşlerdir. Bu bulgular, öğrencilerin çarpmaya ilişkin akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi gerektiği yönünde destekleyici kanıtlar sunmaktadır. Öğrenciler matematiksel işlemlerin altında gizlenen anlamları yorumlayarak matematiksel kavramları anlamlandırabilirler (Burriss, 2005). Bu anlamlandırmalar, ilkökul çağında genellikle matematiksel sınıf etkinlikleri aracılığıyla yapılandırılmaktadır. Dolayısıyla sınıf içi etkinliklerde, öğrenciler daha çok tekrarlı toplama işlemine odaklanırsa, sonraki etkinlikte de daha fazla öğrenci bu yöntemi deneyecektir (Kaufmann, 2019). Bu nedenle sınıfta çarpma işlemine ilişkin yapılan etkinlikler, öğ-

rencilerin çarpma işlemi nasıl gerçekleştirdiklerine ilişkin dayanak oluşturmaktadır.

Çarpma işleminin öğretiminde genellikle tekrarlı toplama modeli, matris oluşturma (alan) modeli ve kartezyen çarpım modelinin kullanımı ön plana çıkmaktadır (Baykul, 2009, s. 156). Öğrenciler için en kolay olan model tekrarlı toplama modelidir. Çünkü öğrencinin bu modeli kullanabilmesi için çarpma bilmesine gerek yoktur, toplama işlemine sahip olduğu bilgi yeterlidir. Örneğin, 4 tane tabak ve her tabakta 3 tane elma var, toplamda kaç tane elma var? sorusunu, öğrenci çarpma işlemi kullanmadan $3+3+3+3=12$ şeklinde toplama yaparak cevaplandırabilmektedir. Çarpma öğretiminde kullanılan bir diğer model ise alan modelidir. Bu modelde satır ve sütun şeklinde dizilmiş nesnelerin sayısı, çarpma yapılarak bulunabilmektedir. Nitekim öğrencilerin bu modeli kullanabilmeleri için alan kavramını bilmeleri gerekmektedir. Kartezyen çarpım modeli ise öğrenciler için en zor olanıdır. Bu modelde iki kümedeki elemanların her birinden birer tane alınarak oluşturulabilecek bütün ikililerin sayısı bulunur. Örneğin, 3 top 4 kutuya kaç farklı şekilde konulabilir? Sorusu için kartezyen çarpım modeli uygundur. Çarpmanın öğretilmesinde ve öğrenilmesinde öğrencilerin günlük hayatlarında karşılaştıkları durumlardan faydalanarak modeller oluşturmaları, öğrencilerin çarpma işlemine aşinalıklarını artırarak anlamlandırma sürecini desteklemektedir.

Özetlemek gerekirse, ilgili literatür öğrencilerin toplamaya dayalı akıl yürütmeyi oldukça doğal bir şekilde geliştirmelerine rağmen çarpmaya dayalı akıl yürütmenin daha karmaşık olduğuna dikkat çekmekte ve çarpmayı anlamaya yönelik çarpımsal durumlara ve bunların niceliklerine ilişkin anlayışların geliştirilmesinin gerekli olduğuna vurgu yapmaktadır. Öğrencilerin özellikle tek basamaklı çarpma stratejileri üzerine birçok araştırma yapılmasına rağmen bu araştırmalar geliştirdikleri stratejiler ve kullandıkları terimolojiler açısından oldukça farklılık göstermektedir (Sherin & Fuson, 2005). Öğrencilerle yapılan çalışmaların çoğu, bireysel olarak yapılan deneylere ve görüşmelere dayalı gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada da odaklanılan matematiksel kavram çarpma olup, ilkökul ikinci sınıf öğrencilerinin ilk kez tanıştıkları bir kavram olarak çarpmayı nasıl anlamlandırdıklarını, nerelerde zorluk çektiklerini ve ne tür hatalar yaptıklarını ortaya koymak amaçlanmıştır. Bu amaçla, çalışmada öğrencilerin toplama işlemine dayalı olarak çarpmayı nasıl anladıkları, bir doğal sayının 0 ve 1 ile çarpımını toplam olarak nasıl ifade ettikleri, çarpma işlemi anlamlandırmaya yönelik nasıl modeller oluşturdıkları ve çarpma gerektiren problemler için ne tür çözüm stratejileri geliştirdikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışma öğrencilerin çarpan, çarpılan ve çarpım arasındaki ilişkiyi görmeleri ve toplamaya dayalı önceki deneyimleriyle bağlantı kurarak çarpmaya ilişkin matematiksel anlamlar oluşturmaları açısından önemlidir. Ayrıca matematiğin yığılmalı bir disiplin olması düşünüldüğünde dört temel aritmetik işlemlerden biri olan çarpmaya yönelik öğrenci zorluklarının ve hatalarının belirlenmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu bakış açısı doğrultusunda çalışmanın araştırma problemi şöyledir:

- İlkokul 2. sınıf öğrencileri çarpma işlemi nasıl anlamlandırmaktadır?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu çalışma, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan özel durum çalışmasına uygun olarak tasarlanmıştır. Özel durum çalışmasının temel amacı belirli bir konuyu, problemi veya sorunu en iyi şekilde anlamak için olguya ilişkin derinlemesine bir anlayış geliştirmek

ve bütünsel bir betimleme sunmaktır (Creswell, 2018, s. 98). Bu çalışmada da ilkököl ikinci sınıf öğrencilerinin ilk kez tanıştıkları çarpma işlemi nasıl anlamlandırdıklarını gözlemlemek amaçlandığınan özel durum çalışması kullanılmıştır.

Çalışmanın yürütülebilmesi için gerekli etik izinler Atatürk Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulu Eğitim Bilimleri Birim Etik Kurulu'nun E-56785782-050.02.04-2300082992 sayılı kararı ile alınmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2022-2023 eğitim-öğretim yılının birinci döneminde Erzurum ilindeki bir devlet ilkokulunda öğrenim gören 46 ikinci sınıf (21 kız, 25 erkek) öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesinde önce uygun örnekleme yöntemi kullanılarak kolay ulaşılabılır bir okul seçilmiş ardından amaçlı örnekleme yöntemiyle katılımcıların sınıf düzeyi belirlenmiştir. Çalışmanın 2. sınıf öğrencileriyle yürütülmesinin gerekçesi olarak, öğrencilerin matematik öğrenme yolculuğunda ilk kez çarpma işlemiyle karşılaşmaları gösterilebilir. Araştırmanın etiği gereği çalışmaya katılan öğrencilerin isimleri yerine Ö1, Ö2, Ö3, Ö4... Ö46 şeklinde kodlamalar kullanılmıştır.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen 8 sorudan oluşan Çarpmayı Anlamlandırma Testi kullanılmıştır. Bu test hazırlanırken ilkököl Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan 2. sınıf çarpma işlemi kazanımları dikkate alınmıştır. Kazanım tablosu ve bu kazanımlarla ilgili hazırlanan sorular Tablo 1'de verilmiştir.

Çarpmayı Anlamlandırma Testi'nde "Doğal sayılarla çarpma işlemi yapar." kazanımına ait soru sayısının fazla olmasının nedeni, alt kazanımlarının daha fazla olmasıdır. Özellikle bu kazanım kapsamında çarpma işleminde çarpanların yerinin değişmesinin çarpımı değiştirmeyeceği ancak oluşturulan modeli değiştireceğini fark ettirmek amacıyla iki modelleme sorusu hazırlanmıştır. "Çarpma işleminde 1 ve 0'ın etkisini açıklar" alt kazanımına ilişkin ise bir soruya yer verilmiştir. Sorular hazırlandıktan sonra ilk olarak bir matematik eğitimcisinin görüşlerine başvurularak hazırlanan soruların çalışmanın amacına ve öğrenme kazanımlara uygun olduğu konusunda hem fikir olunmuştur. Daha sonra hazırlanan soruların öğrenci seviyesine uygun ve anlaşılır olup olmadığı yönünde iki sınıf öğretmeninin görüşleri alınmıştır. Öğretmenler, model içeren sorularda öğrencilerin hangi nesne ile model oluşturmaları gerektiğinin verilmesinin uygun olacağını belirtmişlerdir. Buna ek olarak öğrencilerin dikkatini çekmesi açısından testte yer alan bazı soru kelimelerinin koyu renkli yazılması gerektiğini önermişlerdir. Soru sayısının yeterli olduğu konusunda iki sınıf öğretmeni

Tablo 1. İlkokul 2. Sınıf Çarpma İşlemi Öğrenme Kazanımlarıyla İlgili Hazırlanan Sorular

Kazanımlar	Hazırlanan Sorular
Çarpma işleminin tekrarlı toplama anlamına geldiğini açıklar	1 ve 2. soru
Doğal sayılarla çarpma işlemi yapar.	3, 4, 5, 8. soru
Doğal sayılarla çarpma işlemi gerektiren problemler çözer.	6 ve 7. soru

Tablo 2. Çarpmayı Anlama ve Modelleme Testine Ait Öğrenci Cevaplarının Frekans ve Yüzde Değerleri

	1.soru		2.soru		3.soru		4.soru		5.soru		6.soru		7.soru		8.soru	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Doğru	42	91	40	87	39	85	32	70	33	72	43	93	37	80	45	98
Kısmen	3	7	5	11	5	11	4	9	9	19	-	-	4	9	1	2
Yanlış	1	2	1	2	2	4	10	21	4	9	-	-	5	11	-	-
Boş	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3	7	-	-	-	-

de hemfikir olmuştur. Hazırlanan testin öğrencilere kendi sınıf öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Bu uygulama ile öğrencilerin endişe, stres, kaygı gibi farklı durumlar yaşamalarının önüne geçilmek istenmiştir. Öğrenciler testi cevaplandırdıktan hemen sonra değerlendirmeler yapılmış ve öğrencilerin hatalı yanıtları belirlenmiştir. Aynı gün içerisinde hatalı yanıtlar veren 15 öğrenciyle birbir görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerin amacı öğrencilerin çarpma işlemine ilişkin kavramsal anlayışlarını ortaya çıkarmaktır. Bu görüşmeler aracılığıyla öğrencilerin çarpma işlemi anlama ve model oluşturma sürecinde ne tür hatalar yaptıklarını ve nerelerde zorluk çektiklerini belirlemek mümkün olmuştur.

Veri Analizi

Araştırmanın veri analizi betimsel analiz tekniği kullanılarak yapılmıştır. Araştırma verileri iki aşamada analiz edilmiştir. Birinci aşamada öğrencilerin Çarpmayı Anlamlandırma Testi'ne vermiş oldukları cevaplar doğru, kısmen doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre sınıflandırılmıştır. Çarpmayı Anlamlandırma Testi'nin ilk beş sorusu iki alt sorudan oluştuğu için alt sorulardan yalnızca birine doğru yanıt verenler kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmiştir. 6 ve 7. sorular birer problem durumunu içerdiği için çözüm yoluna göre değerlendirme yapılmıştır. Son soru ise iki doğal sayının çarpımını içeren 10 tane standart çarpma işlemi içermektedir. Çarpma işlemlerinin tümüne doğru cevap verenler doğru kategorisinde, en az beş çarpma işlemi doğru cevaplandıranlar ise kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmiştir. İkinci aşamada ise öğrencilerin vermiş oldukları hatalı cevaplar üzerinden öğrencilerle birebir görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmelerde, öncelikle öğrencilerin çarpma işlemi hakkında görüşleri alınmış ardından hatalı yanıtlarına ilişkin düşünceleri açığa çıkarılmaya çalışılmıştır. Özellikle model kullanarak çözdükleri sorularda nasıl düşündüklerini ortaya çıkarmak amacıyla benzer sorulardan faydalanılmıştır. Öğrencilerin görüşlerinden ve soruya ilişkin çözümlerinden doğrudan alıntılar verilerek bulgular desteklenmiştir.

Bulgular

İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin Çarpmayı Anlamlandırma Testine vermiş oldukları cevaplar doğru, kısmen doğru ve yanlış olma durumlarına göre sınıflandırılarak Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2 incelendiğinde, öğrencilerin 8. soruda oldukça başarılı oldukları görülmektedir. Bu soru öğrencilerin doğal sayılarla çarpma yapmasını gerektiren 10 tane çarpma işlemi içermektedir. Öğrenciler çarpım tablosunu bildiği için bu soruyu cevaplamakta zorluk çekmemişlerdir. Benzer olarak, öğrenciler doğal sayılarla çarpma işlemi gerektiren 6. sorunun çözümünde de oldukça başarılı olmuşlardır. Bu soruda "Her gün 4 kurabiye yiyen Elif'in bir haftada yediği kurabiye sayısı" sorulmuştur. Dolayısıyla, öğrenciler bir haftanın yedi gün olduğu bilgisine sahip oldukları için bu problemi çözmekte sıkıntı yaşamamışlardır. Nitekim bu soruyu cevaplandırmayarak boş bırakan üç öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin başarılı oldukları bir diğer soru ise 1. sorudur. Bu soruyu öğrencilerin %91'i doğru, %7'si ise kısmen doğru cevaplandırmıştır. "Çarpma işleminin tekrarlı toplama anlamına geldiğini açıklar."

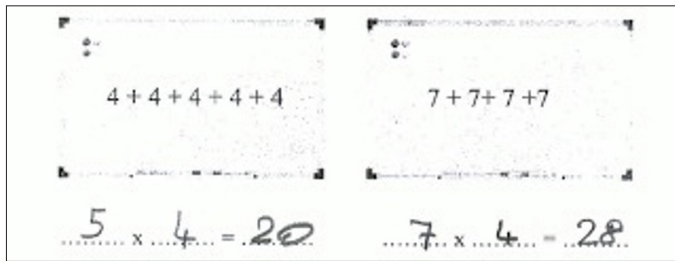
kazanımına yönelik sorulan bu soruda öğrencilerin $4+4+4+4+4$ ve $7+7+7+7$ işlemlerini çarpma işlemi olarak ifade etmeleri beklenmektedir.

Şekil 1 incelendiğinde Ö34'ün ilk işlemi doğru göstermesine rağmen ikinci işlemi hatalı gösterdiği görülmektedir. Benzer olarak, Ö27 ile Ö39 da aynı hatayı yapmıştır. Bir öğrenci ise her iki işlemi de yanlış cevaplandırmıştır. Öğrencilerin yanıtlarına dayalı olarak matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla birebir görüşmeler yapılmıştır. Ö34 ile yapılan görüşmeden bir kesit şöyledir:

Araştırmacı : Çarpmayı sevdim mi? Zevkli mi?
 Ö34 : Evet zevkli.
 Araştırmacı : İyi bakalım. Şimdi burada kaç tane 4 var.
 Ö34 : 5 tane olduğu için 5 çarpı 4 yazdım.
 Araştırmacı : Peki burada kaç tane 7 var?
 Ö34 : Burada 4.
 Araştırmacı : Evet, 4 tane 7 var. Peki 4 tane 7'yi çarpma işlemiyle nasıl gösterirsin?
 Ö34 : 4 çarpı 7 yazarım.

Öğrenci görüşme esnasında hatasını fark ederek doğru cevabı verebilmiştir. Aynı şekilde kısmen doğru yapan diğer iki öğrenci de görüşmeler esnasında araştırmacının sorularıyla hatalarını fark ederek doğru cevabı ifade edebilmiştir. Her ikisini de yanlış cevaplandırılan Ö23 ise görüşmelerde aynı hataları tekrar yapmıştır. Bu öğrencinin tekrarlı toplamaya dayalı olarak çarpmayı anlamadığı söylenebilir.

Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin %87'si 2. soruyu doğru yaparken %11'inin kısmen doğru yaptığı ve %2'sinin ise hatalı cevaplar verdiği görülmektedir. "Çarpma işleminin tekrarlı toplama anlamına geldiğini açıklar." kazanımına yönelik sorulan 2. soruda da öğrencilerin toplamaya dayalı olarak çarpma işlemi anlamlandırmaları beklenmektedir. 1. sorudan farklı olarak bu soruda sayılar yerine tekrarlı nesne grupları verilmiştir. Soruda 6 kalemlik ve her kalemlikte 5 kalem vardır. Öğrencilerin kalemlerle modellenen işlemi tekrarlı toplama ve çarpma olarak göstermeleri istenmiştir.



Şekil 1.
 Ö34'ün 1. soruya ait yanıtı



Şekil 2.
 Ö25'in 2. soruya ait yanıtı

Şekil 2 incelendiğinde Ö25'in kalemlerle modellenen işlemi tekrarlı toplama olarak ifade edebildiği ancak çarpma olarak 6×5 yazması gerekirken 5×6 şeklinde hatalı cevaplandığı görülmüştür. Aynı hatayı dört öğrenci daha yapmıştır. Bununla ilgili olarak Ö46, kalemler yerine kalemliklerin sayısını toplama işlemiyle göstermiş ve kalemlerin sayısını ise çarpma işlemiyle ifade etmiştir. Bu durum öğrencilerin çarpan ve çarpılan kavramlarını yeterince anlamadıklarının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Öğrencilerin bu yanıtları üzerinden yapılan birebir görüşmelerde öğrencilerin modeli nasıl anlamlandırdıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu yönde Ö46 kalemler yerine kalemlikleri saydığını görüşme esnasında fark etmiş, Ö25 ise araştırmacının soruları doğrultusunda yaptığı hatayı anlayarak doğru cevabı yazabilmiştir. Araştırmacı ile Ö25 arasında geçen diyalogdan bir kesit şöyledir:

Araştırmacı : Kalemliklerin içinde kaç tane kalem var?
 Ö25 : 5.
 Araştırmacı : Peki. Her kalemlikte 5 tane kalem olduğu için bu şekilde toplama yaparak gösterdin. Çok doğru. Peki, şimdi çarpma olarak nasıl gösterirsin?
 Ö25 : 5 çarpı 6.
 Araştırmacı : Neden 5 çarpı 6? 5 çarpı 6 dediğimde ne anlıyorsun?
 Ö25 : 5 tane 6.
 Araştırmacı : Evet çok güzel. O halde burada 5 tane 6'yı yazarak gösterir misin?
 Ö25 : (Öğrenci $6+6+6+6+6$ yazar)
 Araştırmacı : Şimdi soruya bakalım. Burada 5 tane 6 mı yazmışsın?
 Ö25 : Yok. 6 tane 5 yazmışım.
 Araştırmacı : 6 tane 5'i çarpma olarak göster o halde yazarak. Yaz buraya.
 Ö25 : (Öğrenci 6×5 yazar)
 Araştırmacı : Anladın mı şimdi?
 Ö25 : Evet ben 5 tane 6 yazmışım.

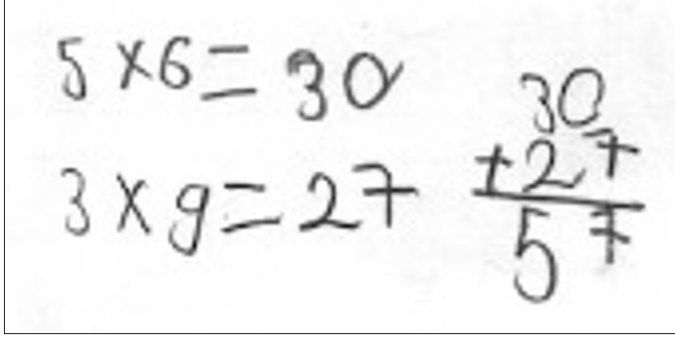
Diyalogdan da anlaşılacağı üzere Ö25, 5 çarpı 6'nın 5 tane 6 olduğunu araştırmacının sorusu üzerine ifade edebilmiş ve 5 tane 6'yı tekrarlı toplama yaparak gösterebilmiştir. Daha sonra soruda yaptığı hatayı fark ederek 6 çarpı 5 olarak yazması gerektiğini anlamıştır. Benzer görüşmeler, soruya hatalı yanıtlar veren diğer öğrencilerle de yapılarak öğrencilerin kendi hatalarını fark etmeleri sağlanmıştır.

Öğrencilerin bir doğal sayıyı 0 ve 1 ile çarpmaya ilişkin anlamalarını belirleyebilmek için 4×1 ve 2×0 işlemlerini tekrarlı toplama olarak göstermeleri istenmiştir. Bu yönde öğrencilerin %85'inin her ikisini de toplama işlemi olarak göstererek doğru cevabı verdikleri görülmüştür. Öğrencilerin %11'i ise 4×1 işlemi tekrarlı toplama olarak gösterirken 2×0 işleminde ise sadece sonucun 0 olduğunu yazmışlardır. 2×0 işleminin hem sonucunu yazmayıp hem de toplama işlemi olarak gösteremeyen öğrenci sayısı ise %4'tür. Öğrencilerle yapılan birebir görüşmelerde 4×1 'i 4 tane 1'in toplamı olarak anlamlandırdıkları ancak 2×0 'i 2 tane 0'ın toplamı olarak anlamadıkları belirlenmiştir.

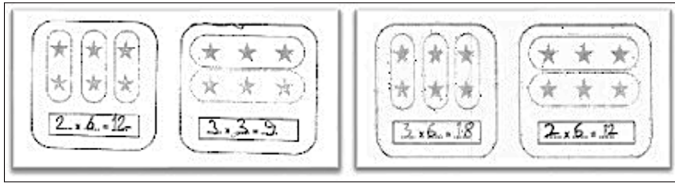
"Doğal sayılarla çarpma işlemi gerektiren problemler çözer." kazanımına ilişkin hazırlanan 7. soruda bir problem durumu ele alınmıştır. Öğrencilerin problemi anlayarak hangi işlemleri yapmaları gerektiğine karar vermeleri gerekmektedir. Bu yönde 7. soruda yer alan problem şöyledir: "Bir gösteri salonunda sekiz sıra koltuk vardır. İlk 5 sıradaki koltuklara altışar kişi, son üç sıradaki koltuklara ise dokuzar kişi oturduğuna göre gösteri salonunda oyunu izleyen toplam kaç kişi vardır?" Bu problemin çözümünü öğrencilerin



Şekil 3.
Ö46'nin 7. sorunun çözümü için kullandığı model



Şekil 4.
Ö46'nin 7. soruya ait işlemsel gösterimi



Şekil 5.
Ö24 ve Ö1'in modellenen işlemleri çarpma işlemi olarak gösterimleri

%80'i doğru yaparken %9'u ise kısmen doğru cevaplandırmıştır. Buna karşılık öğrencilerin %11'i ise yanlış cevap vermiştir. Kısmen doğru cevap veren öğrenciler genellikle toplam kişi sayısını bulmayı ihmal etmişlerdir. Bununla birlikte problemin çözümünü modelleyerek yapmaya çalışan öğrenciler de olmuştur. Nitekim bu öğrenciler gösteri salonundaki sıraları ve izleyicileri modelleyerek göstermelerine rağmen çözümü işlemsel olarak ifade edememişlerdir. Bu yönde Ö46'nın problemin çözümünde oluşturduğu model Şekil 3'te verilmiştir.

Şekil 3 incelendiğinde Ö46'nın ilk önce 5 sıra çizerek her sıraya 6 kişi yerleştirdiği daha sonra 3 sıra daha çizerek her sıraya dokuz kişi yerleştirdiği görülmektedir. Nitekim öğrenci soruyu anlayarak çözümü modellemesine rağmen işlemsel olarak ifade edememiştir. Bunun üzerine Ö46 ile yapılan birebir görüşmede öğrencinin düşünmesini açığa çıkarmak amaçlanmıştır. Araştırmacı ile öğrenci arasında geçen diyaloglardan bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı : Burada ne yapmak istediğini anlatır mısın? Önce problemi sesli oku.
Ö46 : (Öğrenci problemi sesli okur.)
Araştırmacı : Evet şimdi sen yapmışsın bunu ama nasıl yaptın?
Ö46 : 5 sıra çizdim. 6,6,6,6 kişi var. Burada üç sıra var. 9,9,9 kişi var.
Araştırmacı : Peki işlemini niye yapmadın?
Ö46 : Karıştırdım.

Araştırmacı : Peki sonra ne yapman gerekirdi? Bak buraya 6 kişi, buraya da 9 kişi çizmişsin. Altına kişi sayısını yaz kafan karışmasın.

Ö46 : (Her sıradaki kişi sayısını altına yazar)

Araştırmacı : Şimdi alttaki çizimini kapatalım. Buradaki izleyici sayısını nasıl bulursun?

Ö46 : 5 ile 6'yı çarparak.

Araştırmacı : Evet işte yap bakalım.

Ö46, araştırmacının sorduğu sorularla problemin çözümünü işlemsel olarak gösterebilmiştir. Öğrencinin görüşme esnasındaki çözümü Şekil 4'te verilmiştir.

Öğrencilerin en fazla hatayı 4 ve 5. soruların gösteriminde yaptıkları tespit edilmiştir. Bu anlamda 4. soru modelle gösterilen iki alt sorudan oluşmaktadır. İlk alt soruda üç grup ve her grupta iki yıldız modellenirken ikinci alt soruda ise iki grup ve her grupta üç yıldız modellenmiştir. Öğrencilerin modellenen işlemleri çarpma işlemi olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Bu soruyu öğrencilerin %70'i doğru cevaplandırırken %9'u ise kısmen doğru cevaplandırmıştır. Öğrencilerin %21'i ise her ikisinde de modellenen işlemi doğru cevaplandıramamıştır. Bu yönde öğrencilerin bazıları grup sayısı ile toplam yıldız sayısını çarparken bazıları grup sayısını verilen şekilde değil de kendi belirlediği şekilde alarak çarpma işlemi yapmış bazıları ise tekrarlanan nesne gruplarında önce her gruptaki nesne sayısını sonra grup sayısını yazarak çarpma işlemi hatalı ifade etmiştir. Bununla ilgili olarak Şekil 5'te Ö1 ve Ö24'ün 4. soruya ilişkin gösterimleri verilmiştir.

Öğrencilerin bu cevaplarına dayalı olarak yapılan görüşmelerde, modellenen işlemleri nasıl yorumladıklarını belirlemek amaçlanmıştır. Bu yönde Ö24, ilk alt soru için her grupta iki yıldız ve toplam altı yıldız olduğunu belirterek iki ile altıyı çarpması gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencinin görüşmelerdeki açıklamalarından bir kesit şöyledir:

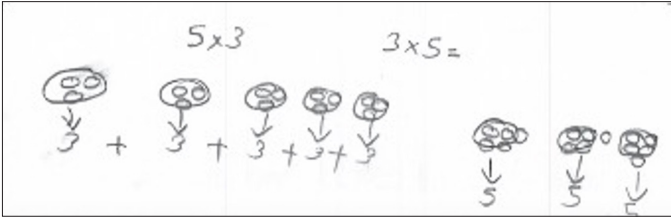
Araştırmacı : Bana burada ne yaptığını açıklar mısın?
Ö24 : İçindeki yıldızları sayıp buraya yazdım.
Araştırmacı : Peki bu 6 nereden geliyor?
Ö24 : Çünkü burada 6 yıldız var.
Araştırmacı : Evet 6 yıldız var. Peki toplamda kaç yıldız var?
Ö24 : 2 ile 6'yı çarptım 12.
Araştırmacı : Kutulardaki yıldızları say bakalım kaç tane yıldızımız var.
Ö24 : 2, 2, 2. Toplam 6 yıldız var.
Araştırmacı : Evet 12 yıldız yok 6 yıldız var, çok doğru. Şimdi nasıl gösterirsin?
Ö24 : 3 tane 2 var. 3 ile 2'yi çarpalım.

Ö24 önce gruplardaki yıldız sayısını bularak şekildeki toplam yıldız sayısı ile çarpmıştır. Görüşme sırasında toplam 12 yıldız olmadığını gruplardaki yıldızları sayarak görmüştür. Dolayısıyla öğrencinin tekrarlı nesnelere gruplarıyla modellenen işlemleri tekrarlanan toplama grupları olarak düşünmediği söylenebilir. Bu nedenle öğrenci modeli anlamlandıramadığı için çarpan (2) ile çarpımı (6) çarpmayı denemiştir. Benzer durum Ö1 ile yapılan görüşmelerde de ortaya çıkmıştır.

Benzer şekilde, öğrenciler 5.soruda verilen çarpma işlemlerini belirtilen nesnelere kullanarak model oluşturmakta güçlük çekmişlerdir. Bu yönde öğrencilerin %72'si her iki çarpma işlemi modelleyerek gösterirken %19'u sadece ilk işlemi modelleyerek göstermiştir. Öğrencilerin bir kısmı ise nesnelere kullanmayıp sayıları kullanarak tekrarlı toplama modeli oluşturmuşlardır. Buna karşılık öğrencilerin %9'u ise her iki çarpma işlemi de yanlış mo-



Şekil 6.
Ö37 ve Ö39'un verilen çarpma işlemlerini modelle gösterimleri



Şekil 7.
Ö37'nin görüşme sırasındaki modelle gösterimleri

dellemiştir. Bu yönde, Ö37 ve Ö39'un çarpma işlemlerine ait modelle gösterimleri Şekil 6'da verilmiştir.

Öğrencilerin hatalı cevapları üzerinden yürütülen görüşmelerde, öğrenciler çarpma işleminin sonucunu direkt söylemelerine rağmen model ile nasıl göstereceklerini tam olarak belirtmemişlerdir. Oysaki öğrenciler 3×5 'in 3 tane 5'in toplamı ve 5×3 'ün de 5 tane 3'ün toplamı olduğunu söyleyebilmektedir. Ancak nesne kullanılarak model oluşturmaları istendiğinde doğru modeli oluşturmakta güçlük çekmişlerdir. Bu yönde araştırmacı ile Ö37 arasında geçen diyalogdan bir kesit aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı : 3 çarpı 5 işlemini elma ile modellemeye çalışmışsın. Peki 5 tane elma çizmişsin. Ne düşünerek böyle yaptın?
Ö37 : Burada elma koyacak tabak olsun.
Araştırmacı : Kaç tane tabak alıyorsun?
Ö37 : 5.
Araştırmacı : Peki o zaman buraya 5 tane tabak çiz.

Şekil 7 incelendiğinde Ö37'nin görüşme esnasında önce 5 tabak çizip 3 elma yerleştirdiği görülmektedir. Araştırmacı duruma müdahale etmeden öğrencinin hatasını fark etmesi için sorular sormaya devam etmiştir. Öğrenci her tabağın altına kaç tane elma olduğunu yazarak tekrarlı toplama yapmış ve 5×3 olarak göstermiştir. Daha sonra öğrenci yaptığı hatayı fark ederek üç tabak çizmiş ve her tabağa 5 elma yerleştirmiştir. Tabakların altına elma sayılarını yazarak tekrarlı toplama işleminden çarpma işlemine doğru bir şekilde geçiş yapabilmektedir.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışma ilkököl 2. sınıf öğrencilerinin sınıfta ilk kez karşılaştıkları bir kavram olarak çarpmayı nasıl anladıklarını belirlemeye yönelik yürütülmüştür. Bu amaçla öğrencilere 2. sınıf çarpma işlemi öğrenme kazanımlarına uygun olarak hazırlanan 8 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Öğrencilerin hatalı yanıtları üzerinden birebir görüşmeler yapılmış ve öğrenci hatalarının nedenleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen bulguların çoğunun ilgili literatürü destekleyici nitelikte olduğu söylenebilir.

Bulgulara dayalı olarak öğrencilerin en başarılı oldukları sorular, "Doğal sayılarla çarpma işlemi yapar" kazanımına ilişkin hazırlanan sorulardır. Öğrenciler, çarpım tablosunu çok iyi bildikleri için bu soruları yapmakta herhangi bir zorluk yaşamamışlardır. Bu bulgu Saleh ve diğerleri (2010) tarafından yapılan çalışmanın so-

nuçlarıyla tutarlılık göstermektedir. Araştırmacılar, çalışmalarında öğrencilerin çarpım tablosunu ve standart çarpma işlemini yapabildikleri sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde öğrenciler, doğal sayılarla çarpma işlemi yapmayı gerektiren 6. soruyu da kolaylıkla cevaplandırabilmişlerdir. Problemin çözümü için öğrencilerin bir haftanın yedi gün olduğunu bilmeleri gerekmektedir. Üç öğrenci dışında bütün öğrencilerin bu soruyu doğru yaptıkları görülmüştür. Buna karşılık, 7. soruda yer alan problemi çözmekte zorlanmışlardır. Hatta bazı öğrenciler problemi çözebilmek için modeller oluşturmalarına rağmen çözümü işlemel olarak ifade edememişlerdir. Neticede öğrenciler problemi çözmek için soruda verilen farklı sayıları çarparak değişik yollar denemişlerdir ancak problemin çözümünde hangi aşamalarda hangi sayıları çarpmaları gerektiğini anlayamadıkları için doğru bir çözüm yapamamışlardır. Öğrencilerin problemi anlamadan sayıları rastgele çarparak problemi çözmeye çalışmaları, ezberci bir yaklaşımla hareket etmelerinden kaynaklanabilmektedir. Bu bulgu, öğrencilerin çarpmaya ilişkin kavramsal öğrenmelerinin yeterli olmadığını göstermektedir. Bu ise öğrencilerin problem çözümlerine yönelik akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğini ön plana çıkarmaktadır. Burris'in (2005) belirttiği gibi öğrencilerin akıl yürütme becerileri geliştirmek için matematiksel işlemler altında yatan anlamları yorumlamaları ve kavramları anlamlandırmaları gereklidir.

Bir diğer önemli bulgu ise öğrencilerin tekrarlanan sayı modellerini çarpma işlemiyle ifade etmekte zorluk yaşamamaları ancak tekrarlanan sayılar yerine tekrarlanan nesnelere grupları verildiğinde çarpma işlemi olarak ifade etmekte güçlük çekmeleridir. Öğrencilerin hatalı cevapları üzerinden yürütülen görüşmelerde, öğrencilerin öncelikle her grupta kaç nesne olduğunu yazarak tekrarlanan toplama olarak ifade ettikleri ve ardından çarpma işlemi olarak gösterebildikleri görülmüştür. Bu sonuç, çarpmanın öğretilmesinde tekrarlanan toplama işleminin destekleyici bir yol olarak fark ettirilmesi gerektiğini göstermektedir. Bu bağlamda yapılan birçok çalışma da öğrencilerin tekrarlı toplama modeline dayalı olarak çarpma işlemi yapma eğiliminde olduğunu ortaya koymaktadır (örn. Baykul, 2009; Kaufmann, 2019; Olkun & Uçar, 2007). Öte yandan, öğrencilerin bir kısmının (%19 kısmen ve %9 yanlış) çarpma işlemi modelle gösterirken çeşitli hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu hatalar incelendiğinde öğrencilerin tekrar eden grup sayısını ve her gruptaki nesne sayısını modelle gösterirken ya sadece nesne sayısını modelledikleri ya da nesne sayısı ile grup sayısını aynı olarak modeller oluşturdukları tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin çarpma işleminde çarpan, çarpılan ve çarpım kavramlarını yeterince anlamadıklarına işaret etmektedir. Bu yönde Simon ve Blume (1994), biçimsel olarak verilen çarpma işleminde grup sayısının çarpanı, gruptaki her sayının çarpılanı gösterdiğini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin bu ayrımı yapabilmeleri için bu kavramların matematiksel anlamlarını yorumlayabilmeleri gerekmektedir. Eğer, öğrenciler sorun yaşadıkları kavramların farkında olmazlarsa, çarpmayı anlamlandırmadan ezberlemeye çalışırlar. Son olarak, öğrencilerin çarpma işlemi tekrarlı toplama olarak gösterirken en fazla 1 ve 0'ın yer aldığı işlemlerde zorluk çektikleri görülmüştür. Bu bulgu, ilgili alanda yapılan bazı çalışma sonuçlarıyla (Cooney vd., 1988; Gürsel, 2000) paralellik göstermektedir.

Sonuç olarak, ilkököl 2. sınıf öğrencilerinin ilk kez karşılaştıkları çarpma işlemi anlamlandırmalarında sınıf içi etkileşimlerin büyük ölçüde önemi vardır. Bu bağlamda matematiği anlamlandırmalarına rehberlik edecek öğretmenlerin matematiksel kavram-

lardaki anlam yüküne duyarlı olmaları gerekmektedir. Çarpmanın karmaşıklığı dikkate alındığında, öğretmenlerin çarpmayı anlamlandırmaya yönelik uygun sınıf içi etkinliklerini keşfetmeleri bu anlamda verimli olacaktır. Söz konusu sınıf içi etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin çarpımsal durumlara ve bunların niceliklerine ilişkin matematiksel anlayışları geliştirilebilir.

Etik Komite Onayı: Bu çalışma için etik komite onayı Atatürk Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulu Eğitim Bilimleri Birim Etik Kurulu'ndan alınmıştır (Tarih: 16.01.2023, Karar No: E-56785782-050.02.04-2300082992).

Hakem Değerlendirmesi: Dış bağımsız.

Çıkar Çatışması: Yazarlar çıkar çatışması bildirmemişlerdir.

Finansal Destek: Yazarlar bu çalışma için finansal destek almadıklarını beyan etmişlerdir.

Ethics Committee Approval: Ethics committee approval was received for this study from the ethics committee of Ataturk University Social and Human Sciences Ethics Committee Educational Sciences Unit Ethics Committee (Date: 16.01.2023, Decision No: E-56785782-050.02.04-2300082992).

Peer-review: Externally peer-reviewed.

Conflict of Interest: The authors have no conflicts of interest to declare.

Financial Disclosure: The authors declared that this study has received no financial support.

Kaynaklar

- Altun, M. (2001). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*, Alfa Yayınları.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. Sınıflar)*, Pegem A Yayıncılık.
- Burris, A. C. (2005). *Understanding the Math you teach content and methods for prekindergarten through grade 4*. Allyn & Bacon, an imprint of Pearson Education Inc.
- Bütün, M., ve Baki, A. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişimi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 8(1), 300-322. [Crossref]
- Chin, K. E., & Jiew, F. F. (2019). Changes of Meanings in Multiplication across Different Contexts: The Case of Amy and Beth. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), em1739. [Crossref]
- Clark, F. B., & Kamii, C. (1996). Identification of multiplicative thinking in children in grades 1–5. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 41–51. [Crossref]
- Cooney, J. B., Swanson, H. L. & Ladd, S. F. (1988). Acquisition of mental multiplication skill- evidence for the transition between coun-

- ting and retrieval strategies. *Cognition Instruction*. 5, pp.323–345. doi:10.1207/s1532690xcio504_5
- Creswell, J.W. (2018). Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni (Çeviri Editörleri, Mesut Bütün, S. Beşir Demir). Siyasal Yayıncılık.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276–295). Macmillan.
- Gürsel, O. (2000). Hata analizi yoluyla zihin özürü öğrencilerin dört işlemde yaptıkları hataların sınıflandırılması. *Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*. 10(2), 127-143.
- Harries, T., & Barmby, P. (2008). Representing and understanding multiplication. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 33-45.
- Izsák, A. (2005). You have to count the squares: Applying knowledge in pieces to learning rectangular area. *Journal of the Learning Sciences*, 14(3), 361–403. [Crossref]
- Kaufmann, O.T. (2019). Students' reasoning on multiplication in the context of a primary school classroom. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 8(1), 6-29. doi: 10.17583/redimat.2019.2822
- Larsson, K., Pettersson, K., & Andrews, P. (2017). Students' conceptualisations of multiplication as repeated addition or equal groups in relation to multi-digit and decimal numbers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 48, 1-13. [Crossref]
- O'Brien, T. C., & Casey, S. A. (1983). Children learning multiplication: Part I. *School Science and Mathematics*, 83(1), 246-251.
- Olkun, S. & Uçar, Z. T. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Maya Akademi Yayıncılık.
- Saleh, S., Saleh, F., Rahman, S. A., & Mohamed, A. R. (2010). Diagnosing year two pupils understanding of the certain concepts of multiplication at selected schools in Sabah. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 114-120. [Crossref]
- Seah, T. K. R. (2004). *An investigation of the depth and breadth of students' knowledge of multiplication as a basis for the development of multiplication thinking* (Unpublished master's thesis). Griffin University.
- Sherin, B., & Fuson, K. (2005). Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(4), 347–395. https://www.jstor.org/stable/30035044.
- Smith, S. Z., & Smith, M. E. (2006). Assessing elementary understanding of multiplication concepts. *School Science and Mathematics*, 106(3), pp.140-149.
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and understanding multiplicative relationships: A study of prospective elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 472-494. [Crossref]
- Üçüncü, K. (2010). *İlköğretim (2-5. Sınıf) öğretmenlerinin çarpma işlemi öğretimine ilişkin görüşleri ve öğrencilerin kazanımlara ulaşma düzeyi*. (Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi), Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Whitacre, I., & Nickerson, S. D. (2016). Investigating the improvement of prospective elementary teachers' number sense in reasoning about fraction magnitude. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(1), 57–77. [Crossref]