

## VERİ ZARFLAMA ANALİZİ'NDE KARAR VERME BİRİMLERİNİN SIRALANMASI İÇİN SINIFLANDIRMA KRİTERİ TABANLI YENİ BİR MODEL

Hasan BAL\*

H.Hasan ÖRKÜ\*\*

### ÖZET

*Bu çalışmada, Veri Zarflama Analizi (VZA)'nde Karar Verme Birimleri (KVB)'nin sıralanmasında, literatürdeki çapraz etkinlik ve süper etkinlik yöntemlerine bir alternatif olarak, sınıflama tabanlı Çok Kriterli Veri Zarflama Analizi modeli geliştirildi. Önerilen model, hem Veri Zarflama Analizindeki göreceli etkinlik kavramını hem de dış sapmalar toplamının minimum yapılması kriterini kullanmaktadır. Önerilen modelin uygulanabilirliğini göstermek için NATO üyesi 16 ülkeye ait gerçek veri seti kullanıldı.*

*Anahtar Kelimeler: Veri Zarflama Analizi, sıralama problemi, Hedef programlama, sınıflandırma.*

### 1. GİRİŞ

Veri Zarflama Analizi (VZA)'nde Karar Verme Birimleri (KVB), yapılan çözümlenme sonunda bulunan etkinlik skorlarına göre sıralanmaktadır. En yüksek etkinlik değerine göre sahip karar verme birimi birinci sırada yer alırken, en düşük etkinlik değerine sahip karar verme birimi son sırada yer almaktadır. Fakat, Veri Zarflama Analizinde etkin bulunan karar verme birimlerine "1" etkinlik değeri atanması, etkin olan birimlerin kendi aralarında bir sıralama yapılmasına imkan vermemektedir. Bu güçlüğü aşmak için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemler arasında Süper Etkinlik Yöntemi, Çapraz Etkinlik Yöntemi ve Kanonik Korelasyon Analizi ve Diskriminant Analizi sayılabilir. Bunların bir özetini Adler v.d. (2002) vermiştir. İkinci bölümde Veri Zarflama Analizi, üçüncü bölümde sıralama yöntemlerinden en çok kullanılanları olan Çapraz Etkinlik Yöntemi ve Süper Etkinlik Yöntemi incelendi. Dördüncü bölümde, birimlerin sıralanması için önerdiğimiz sınıflama kriterli Veri Zarflama Analizi modeli tanıtıldı. Beşinci bölümde Sexton v.d. (1986)' den alınan bir örnek üzerinde ve NATO üyesi 1 ülkeye ait gerçek bir veri seti

\* Prof. Dr. Gazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü, e-mail: hasanbal@gazi.edu.tr

\*\* Araş. Gör. Gazi Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü, e-mail: hhorkcu@gazi.edu.tr (Haberleşme adresi)

üzerinde önerilen yöntem ve diğer sıralama yöntemleri karşılaştırılmıştır. Yöntemlerin birbirleri ile karşılaştırılmasında Spearman' in sıra korelasyon katsayısı kullanılmıştır. Son bölümde ise sonuç yer almaktadır.

## 2. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ

Farrell (1957)' in fikirlerini geliştiren Charnes, Cooper ve Rhodes (1978) tek bir çıktının tek bir girdiye oranlanmasıyla elde edilen etkinlik değerini, çoklu çıktılardan çoklu girdilere oranlanmasına genişletmişlerdir. Bu sayede her bir KVB için yapay bir çıktı ve yapay bir girdi bulunmakta ve bu yapay çıktı ve girdiler vasıtasıyla KVB'lerin etkinlik değerleri bulunabilmektedir. Burada ağırlıklar, etkinlik değerlerini 1'den büyük yapmayacak şekilde seçilirler.

Veri Zarflama Analizinde herhangi bir birimin etkinliği CCR modeli olarak bilinen temel etkinlik modeli ile ölçülür. CCR modeli aşağıda verilmiştir (Cooper, Seiford ve Tone (2000)):

$$\begin{aligned}
 \max w_o &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\
 \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1 \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad j=1,2, \dots, n \\
 u_r, v_i &\geq 0 \quad i=1,2, \dots, m ; r=1,2, \dots, s
 \end{aligned} \tag{1}$$

Burada,  $w$  ilgili birimin etkinlik değerini,  $n$  KVB sayısını,  $m$  girdi sayısını,  $s$  çıktı sayısını,  $v_i$  ve  $u_r$  ise sırasıyla ilgili birimin kullandığı girdi ve çıktı miktarını göstermektedir. Bu model ile KVB'lerin etkinliği ölçülürken modelin her KVB için yani  $n$  defa çözülmesi gerekmektedir. Optimal amaç fonksiyonu ilgili KVB'nin etkinlik skorunu vermektedir. Her bir KVB için farklı  $u_r, v_i$  ağırlık kümesi seçilecektir. Etkinlik skoru 1'e eşit olan her KVB etkin olarak değerlendirilir. Etkinlik skoru 1'in altında olan her birim de etkin olmayan olarak değerlendirilecektir.

## 3. SIRALAMA YÖNTEMLERİ

Etkin birimlerin sınıflaması için önerilen ilk yöntem Sexton v.d. (1986) tarafından ortaya konulan çapraz etkinlik matrisidir. Basitçe her bir KVB'nin etkinliğini optimal ağırlıklara göre  $n$  defa tekrar hesaplama esasına dayanır. Bu yaklaşımda, önce her bir karar verme birimi için Veri Zarflama Analizi ile etkinlik skorları ve ağırlıklar bulunur. Bulunan bu ağırlıklar ile diğer karar verme birimlerinin etkinlik skoru hesaplanır. Bu şekilde elde edilen çapraz etkinlik skorlarının oluşturduğu çapraz etkinlik matrisi bulunur. Çapraz etkinlik matrisi, (2) denklemi ile ifade edilen çapraz etkinlik skorlarının özetlenmesi esasına dayanır.



$$h_{kj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk} y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ik} x_{ij}} ; j, k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Burada  $h_{kj}$ ;  $k$ . birimin optimal ağırlıklarına göre etkinliği hesap edilmiş  $j$ . birimi göstermektedir. Bu matrisin tüm elemanları  $[0,1]$  aralığında değer alıp  $h_{kk}$  birimin kendi etkinlik skorunu yansıtmaktadır. Bu aşamadan sonra her bir KVB'nin kendisinin ve diğer KVB'lerin optimal ağırlıklarına göre aldıkları etkinlik sonuçlarının istatistiksel eğilimi ilgili KVB'nin etkinlik sıralaması için kullanılabilir. Burada araştırmacı herhangi bir istatistiksel eğilim ölçüsünü kullanmakta serbest olsa da  $\bar{h}_k = h_{kj}/n$  şeklinde tanımlayacağımız aritmetik ortalamanın kullanılması doğal olarak daha hassas sonuçlar verecektir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta bu aşamaya kadar  $n$  KVB'nin tümü için genel olmasıdır, büyük çaplı veri kümelerinde etkin olmayan birimleri VZA' nın zaten sıraladığından hareketle çapraz etkinlik matrisini sadece etkin birimlere kısıtlayarak uygulamak araştırmacıya önemli bir tasarruf sağlayacaktır.

Etkin karar birimlerin sıralanması için geliştirilen diğer bir yöntem de Andersen ve Petersen (1993) tarafından geliştirilen süper etkinlik modelidir. Bu yöntemdeki temel fikir, incelenen karar verme birimini tüm diğer karar verme birimlerinin doğrusal kombinasyonları ile karşılaştırmaktır. Bu amaçla, incelenen karar verme birimi referans kümeden çıkartılır. Elde edilen süper etkinlik skorunun değeri en yüksek olan karar verme birimi birinci sırada yer alacaktır. Diğer karar verme birimleri de süper etkinlik skor değerine göre büyükten küçüğe sıralanacaktır. İncelenen karar verme birimi için, süper etkinlik modeli, CCR Modeli için,

$$\begin{aligned} \max w_o &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_o} \\ \text{Kısıtlar:} \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_o} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0, \quad j=1, 2, \dots, m \quad j \neq o \\ u_r, v_i &\geq 0 \quad \text{tüm } r \text{ ve } i \text{ ler için} \end{aligned} \quad (3)$$

olarak ifade edilir.

(3) modeli, referans kümeden incelenen karar verme biriminin çıkartılması dışında girdi yönlü CCR modelinin aynısıdır. Benzer biçimde diğer Veri Zarflama Analizi modelleri için de süper etkinlik modelleri oluşturulabilir. Bu yöntemin aldığı en büyük eleştiri, bazı durumlarda sınırsız çözüm vermesi ve dolayısıyla karar verme birimlerinin sıralanamamasıdır.

Karar verme birimlerinin sıralanması için çapraz etkinlik ve süper etkinlik yöntemleri dışında, Kanonik Korelasyon Analizi ve Diskriminant Analizi gibi istatistiksel yöntemlere de dayanan başka yöntemlerde geliştirilmiştir (Andersen ve Petersen (1993), Adler v.d. (2002)).

#### 4. SINIFLANDIRMA KRİTERİ TABANLI SIRALAMA YÖNTEMİ

Diskriminant Analizi (DA), birimlerin gözlenen nitelik skorlarına göre uygun sınıflarına atanması işlemi ile uğraşır. Diskriminant Analizini uygulamanın temel amaçlarından biri sınıflandırılması istenen birimlerin grup üyeliğini kestirmektir. Doğrusal programlama yöntemleri ile doğrusal diskriminant fonksiyonunun belirlenmesi, ilk olarak Fred ve Glover (1981) tarafından ileri sürülmüştür. VZA' yı kullanarak birimlerin sınıflandırıldığı modellerde vardır (Retzlaff-Roberts (1996), Suoyeshi (1999)).

Sıralama problemi için önerdiğimiz yaklaşım iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada (1) klasik VZA modeli ile birimlerin etkinlik skorları elde edilir. VZA'nın doğası gereğince birimler analiz sonunda etkin olan ve olmayan birimler olarak iki gruba ayrılmış olur. İkinci aşama ise etkin olan ve olmayan birimler şeklinde iki gruba ayrılmış birimlere VZA'daki etkinlik bilgisine dayalı olarak sınıflandırma skorları atayarak sıralama skorları elde etmek olacaktır. İkinci aşama aşağıda özetlenmektedir.

Sınıflama kriteri olarak çoklu girdiler ve çoklu çıktılar üzerinden tanımlanan etkinlik kavramı kullanıldığında 1 değeri (kesme değeri, eşik değer) iki gruba birbirinden ayırabilir:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} / \sum_{i=1}^m v_i x_{io} \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \geq 1 \quad j \in G_1 \text{ (Etkin birimler)} \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 1 \quad j \in G_2 \text{ (Etkin olmayan birimler)} \\ & u_r, v_i \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

(4) modeli doğrusal programlamaya dönüştürüldüğünde (5) ile verilen modele ulaşılır.

$$\begin{aligned}
 \max w_o &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\
 \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1 \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\geq 0 \quad j \in G_1 \text{ (Etkin birimler)} \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad j \in G_2 \text{ (Etkin olmayan birimler)} \\
 u_r, v_i &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 i &= 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, s
 \end{aligned} \tag{5}$$

Yanlış sınıflandırma oranının ölçüsü olan  $d_j$  dış sapma değişkenleri alınarak, sapmalar toplamının minimizasyonu kriterinin yukarıdaki modele eklenmesiyle aşağıdaki çok kriterli karar modeli elde edilir.

$$\begin{aligned}
 \max w_o &= \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\
 \min \sum_{j=1}^n d_j \\
 \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1 \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - d_j &\geq 0 \quad j \in G_1 \text{ (Etkin birimler)} \\
 \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j &\leq 0 \quad j \in G_2 \text{ (Etkin olmayan birimler)} \\
 u_r, v_i, d_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 i &= 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, s
 \end{aligned} \tag{6}$$

(6) modeli SKVZA (Sınıflama kriterli VZA modeli) olarak isimlendirebilir. SKVZA modeli, çok kriterli (amaçlı) doğrusal programlama modelidir. Model, çıktıların ağırlıklı toplamının maksimum yapılmasına birinci öncelik, sapmalar toplamının minimum yapılmasına da ikinci öncelik verilerek, öncelikli Hedef programlama tekniği ile çözülür. Çıktıların ağırlıklı toplamının maksimum yapılmasına ilk öncelik verilmesinin sebebi, yanlış sınıflandırmadan dolayı ilk aşamada etkin bulunan bir birimin ikinci aşamada etkin olmayan şeklinde ve benzer şekilde ilk aşamada etkin olmayan bir birimin de ikinci aşamada etkin bir birim şeklinde değerlendirilmesini engellemektir. (6) modelinin çözümünden, birimlere atanacak sınıflandırma skorları, birimler ilk aşamada etkin olan ve olmayan şeklinde ayrıldıklarından, aynı zamanda sıralama skorları da olacaktır.



## 5. UYGULAMA

Bu bölümde önce bir örnek üzerinde, daha sonra da NATO üyesi 16 ülkeye ait gerçek veri setini kullanarak önerilen yöntemin uygulanabilirliğini gösterildi. Tüm modellerin çözümünde WINQSB paket programı kullanıldı.

Örnek olarak Sexton (1986)' in altı huzurevinin etkinlik değerlendirmesinde kullandığı veri seti alındı. Girdi ve çıktı değişkenleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$y_1$ : 65 yaş ve yukarisindakilere sigorta+tıbbi bakım için ödemeler toplamı.

$y_2$ : Toplam özel olarak ödenen hasta günleri.

$x_1$ : Hemşireler, doktorlar v.s. dahil personelin çalışma saatleri.

$x_2$ : Bin dolar cinsinden ölçülen günlük malzeme.

Veri Tablo 1' de verilmektedir.

**Tablo 1:** Örnek için Veri Seti

KVB	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$
A	1.40	0.35	1.50	0.2
B	1.40	2.10	4.00	0.7
C	4.20	1.05	3.20	1.2
D	2.80	4.20	5.20	2.0
E	1.90	2.50	3.50	1.2
F	1.40	1.50	3.20	0.7

Tablo 1' deki veri seti kullanılarak, (1) model denklemi ile klasik VZA sonuçları, (2) denklemi ile Çapraz Etkinlik Skorları, (3) model denklemi ile Süper Etkinlik Skorları ve (6) model denklemi ile Sınıflama Kriterli VZA skorları elde edildi. Ayrıca bu 3 sıralama yönteminden elde edilen sıralama skorları yardımı ile birimlere atanan sıralama değerleri elde edildi. Elde edilen sonuçlar Tablo 2' de özetlendi.

**Tablo 2:** Örnek için Klasik VZA ve 3 Farklı Sıralama Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçlar

KVB	Klasik VZA	Çapraz Etkinlik Skorları	Çapraz Etkinlik Sıralaması	Süper Etkinlik Skorları	Süper Etkinlik Sıralaması	SKVZA Skorları	SKVZA Sıralaması
A	1	0.764	1	2	1	1.42	1
B	1	0.700	3	1.406	2	1.09	3
C	1	0.705	2	1.400	3	1.18	2
D	1	0.696	4	1.130	4	1.01	4
E	0.977	0.643	5	0.977	5	0.985	5
F	0.868	0.608	6	0.868	6	0.900	6

Tablo 2' de elde edilen sıralama değerlerini kullanarak, önerilen Sınıflama kriterli VZA modelinin, literatürde önerilmiş Çapraz Etkinlik Sıralaması ve Süper Etkinlik Sıralaması yöntemlerinden elde edilen sıralama değerleri arasında istatistiksel olarak fark olup olmadığını test etmek için Spearman'ın sıra korelasyon katsayısı kullanılmıştır.

Spearman'ın sıra korelasyon testi aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Gamgam, 1998): Rassal olarak seçilen  $n$  çaplı örnekten  $X$  ve  $Y$  değişkenlerinin değerleri saptanmış olsun. Örnek birimlerinin  $X$  değişkeni bakımından aldıkları değerlerine büyüklük sıra sayıları verilir ve bu büyüklük sıra sayıları  $R(x_i)$  ile gösterilir. Benzer şekilde örnek birimlerinin  $Y$  değişkeni bakımından aldıkları değerlerine de sıra sayıları verilir ve bu büyüklük sıra sayıları da  $R(y_i)$  ile gösterilir. Bu durumda  $R(x_i)$  ve  $R(y_i)$  değerlerine bağlı olarak sıra korelasyon katsayısı olan  $r_s$  istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n (R_{(x_i)} - R_{(y_i)})^2 \quad (7)$$

(7)' deki test istatistiğini kullanarak, Çapraz Etkinlik skorları ve Süper Etkinlik skorları arasında ilişki olup olmadığını, Çapraz Etkinlik skorları ve Sınıflama Kriterli VZA skorları arasında ilişki olup olmadığını ve Süper Etkinlik Skorları ve Sınıflama Kriterli VZA skorları arasında ilişki olup olmadığını inceleyelim.

Çapraz Etkinlik Skorları ve Süper Etkinlik Skorları arasında ilişki olmadığını iddia eden  $H_0$  hipotezi sıralama değerleri arasında aynı yönlü ilişki olduğunu iddia eden  $H_1$  hipotezine karşı 0.010 anlamlılık düzeyinde,  $r_s = 0.942$  hesaplanan değeri ile red edilmiştir. Buradan bu örnek için, Çapraz Etkinlik yöntemi ile Süper Etkinlik yönteminin birimlere istatistiksel olarak aynı sıra değerlerini verdiklerini söyleyebiliriz. Benzer olarak, Çapraz Etkinlik Skorları ve Sınıflama Kriterli VZA skorları arasında ilişki olmadığını iddia eden  $H_0$  hipotezi sıralama değerleri arasında aynı yönlü ilişki olduğunu iddia eden  $H_1$  hipotezine karşı 0.010 anlamlılık düzeyinde,  $r_s = 1$  hesaplanan değeri ile red edilmiştir. Aynı şekilde, Süper Etkinlik skorları ve Sınıflama Kriterli VZA skorları arasında ilişki olmadığını iddia eden  $H_0$  hipotezi sıralama değerleri arasında aynı yönlü ilişki olduğunu iddia eden  $H_1$  hipotezine karşı 0.010 anlamlılık düzeyinde,  $r_s = 0.942$  hesaplanan değeri ile red edilmiştir. Örnek veri seti için yapılan hesaplamalarda, Çapraz Etkinlik yöntemi, Süper etkinlik yöntemi ve Sınıflama Kriterli VZA yöntemi kullanılarak elde edilen sıralama değerleri arasında ikili ikili yapılan testlerde aynı yönlü ilişki bulunmuştur.



Şimdi de Chen ve Sherman (2004)' dan derlediğimiz NATO üyesi 16 ülkeye ait 4 girdi ve 9 çıktı değişkenini içeren gerçek veri setini kullanalım. Girdi ve çıktı değişkenleri aşağıda verildiği gibidir:

$x_1$  : Dış tehditlerden korunmanın derecesi.

$x_2$  : Politik faydalar.

$x_3$  : Güvenlik maliyeti.

$x_4$  : Üye ülke olmanın getirdiği kısıtlamaların derecesi.

$y_1$  : Üçüncü bir ülkeyle anlaşmazlık olduğunda NATO üyesi olmanın imkanı.

$y_2$  : Üye ülkelerin NATO'ya bağımlılığının derecesi.

$y_3$  : sosyal maliyetler

$y_4$  : Jeo-stratejik faktörler.

$y_5$  : Ekonomik güç.

$y_6$  : Nüfus.

$y_7$  : Üye ülkelerin NATO stratejilerine ev sahipliği yapma derecesi.

$y_8$  : Politik destekler

$y_9$  : NATO üyesi ülkelere etnik, dil ve siyasal, sosyal ve ekonomik benzerliğin derecesi.

Veri Seti Tablo 3' de verildi.

**Tablo 3:** NATO üyesi 16 ülkeye ait 4 girdi ve 9 çıktı değişkeni değerleri

ÜLKELER	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$
<i>Belçika</i>	5.01	3	9.66	4.91	1.92	3.33	3.95	2.96	1.59	1.61	4.13	6.11	5.1
<i>Kanada</i>	1.28	2.3	2.12	1.42	11.5	10.6	1.46	10.76	4.76	3.96	10.81	4.66	16.22
<i>Danimarka</i>	7.22	3.5	10.7	14.4	10.8	2.54	1.95	12.87	1	0.83	12.29	2.79	7.04
<i>Fransa</i>	4.05	2	5.68	18.6	1.41	1.47	1.69	4.67	9.24	8.78	1.53	1.96	4.1
<i>Almanya</i>	16	13.8	19.6	2.92	10.2	13.7	20.2	16.54	11.46	9.99	3.93	15.23	8.08
<i>Yunanistan</i>	2.91	4.7	4.3	6.13	2.61	10.1	8.37	2.69	0.57	1.55	3.94	2.27	2.51
<i>İzlanda</i>	13.4	4.1	4.77	6.03	10.4	3.92	7.16	6.93	0.04	0.04	3.93	3.25	6.46
<i>İtalya</i>	2.4	7.6	3.41	3.72	6.77	8.67	6.78	2.54	6.84	9.13	9.92	11.31	3.54
<i>Lüksemburg</i>	12.2	4	3.93	3.23	1.66	2.27	2.76	1.5	0.06	0.06	1.96	5.95	4.43
<i>Hollanda</i>	6	2.9	8.55	5.25	2.36	3.33	4.18	3.52	2.27	2.29	3.98	6.28	11.08
<i>Norveç</i>	8.86	4	12.5	12.1	3.73	3.09	2.24	12.1	0.83	0.66	5.27	3.99	6.12
<i>Portekiz</i>	1.53	4.4	2.93	5.42	3.09	9.25	3	2.13	0.4	1.57	4.69	5.13	2.81
<i>İspanya</i>	1.13	4.2	2.86	5.59	16.6	8.96	10.9	2.54	3.01	6.01	10.37	4.39	2.96
<i>Türkiye</i>	4.43	5	4.94	6.79	5.54	15.7	9.62	6.4	0.88	7.33	7.72	5.88	2.35
<i>İngiltere</i>	2.05	13.2	2.7	2.28	14.4	2.01	14.5	10.49	7.48	9.19	14.18	18.7	15.64
<i>A.B.D</i>	11.5	21.2	1.43	1.27	1.05	1.08	1.27	1.38	49.57	37.06	1.34	2.09	1.56

Tablo 3' deki veri seti kullanılarak, (1) model denklemleri ile klasik VZA sonuçları, (2) denklemleri ile Çapraz Etkinlik Skorları, (3) model denklemleri ile Süper Etkinlik Skorları ve



(6) model denklemi ile Sınıflama Kriterli VZA skorları elde edildi. Ayrıca bu 3 sıralama yönteminden elde edilen sıralama skorları yardımı ile birimlere atanan sıralama değerleri elde edildi. Elde edilen sonuçlar Tablo 4' de özetlendi.

**Tablo 4:** Klasik VZA ve 3 Farklı Sıralama Yöntemi ile Elde Edilen Sonuçlar

ÜLKELER	Klasik VZA	Çapraz Etkinlik Skorları	Çapraz Etkinlik Sıralaması	Süper Etkinlik Skorları	Süper Etkinlik Sıralaması	SKVZA Skorları	SKVZA Sıralaması
<i>Belçika</i>	0.981	0.882	9	0.981	10	0.961	11
<i>Kanada</i>	1	0.985	2	5.173	2	14.68	3
<i>Danimarka</i>	0.806	0.734	11	0.806	12	0.981	10
<i>Fransa</i>	1	0.974	3	2.529	4	10.88	5
<i>Almanya</i>	1	0.951	6	1.515	6	11.77	4
<i>Yunanistan</i>	0.803	0.672	15	0.803	13	0.829	13
<i>İzlanda</i>	0.887	0.708	13	0.887	11	0.884	12
<i>İtalya</i>	1	0.935	7	1.036	8	5.46	7
<i>Lüksemburg</i>	0.774	0.681	14	0.774	15	0.770	16
<i>Hollanda</i>	1	0.875	10	1.140	7	2.12	9
<i>Norveç</i>	0.698	0.651	16	0.698	16	0.783	15
<i>Portekiz</i>	0.801	0.714	12	0.801	14	0.811	14
<i>İspanya</i>	1	0.964	5	2.378	5	8.81	6
<i>Türkiye</i>	1	0.920	8	1.029	9	3.86	8
<i>İngiltere</i>	1	0.971	4	3.140	3	17.21	2
<i>A.B.D</i>	1	0.989	1	12.513	1	51.62	1

Tablo 4' de elde edilen sonuçları kullanarak, KVB' lerin sıralanmasında, önerilen Sınıflama kriterli VZA yönteminin, literatürde önerilmiş Çapraz Etkinlik ve Süper Etkinlik yöntemleri arasında aynı yönlü ilişki olup olmadığını araştıralım.

Çapraz Etkinlik Skorları ve Süper Etkinlik Skorları arasında ilişki olmadığını iddia eden  $H_0$  hipotezi sıralama değerleri arasında aynı yönlü ilişki olduğunu iddia eden  $H_1$  hipotezine karşı 0.001 anlamlılık düzeyinde,  $r_s = 0.958$  hesaplanan değeri ile red edilmiştir. Buradan bu örnek için, Çapraz Etkinlik yöntemi ile Süper Etkinlik yönteminin birimlere istatistiksel olarak aynı sıra değerlerini verdiklerini söyleyebiliriz. Benzer olarak, Çapraz Etkinlik Skorları ve Sınıflama Kriterli VZA skorları arasında ilişki olmadığını iddia eden  $H_0$  hipotezi sıralama değerleri arasında aynı yönlü ilişki olduğunu iddia eden  $H_1$  hipotezine karşı 0.001 anlamlılık düzeyinde,  $r_s = 0.950$  hesaplanan değeri ile red edilmiştir. Aynı şekilde, Süper Etkinlik skorları ve Sınıflama Kriterli VZA skorları arasında ilişki olmadığını iddia eden  $H_0$  hipotezi sıralama değerleri arasında aynı yönlü ilişki olduğunu iddia eden  $H_1$  hipotezine karşı 0.001 anlamlılık düzeyinde,  $r_s = 0.967$  hesaplanan değeri ile red edilmiştir.

NATO üyesi 16 ülkeye ait gerçek veri seti için yapılan hesaplamalarda, Çapraz Etkinlik yöntemi, Süper etkinlik yöntemi ve Sınıflama Kriterli VZA yöntemi kullanılarak elde edilen sıralama değerleri arasında ikili ikili yapılan testlerde aynı yönlü ilişki bulunmuştur. Buradan, örnek veri seti ve gerçek veri seti

hesaplamalarından, Sınıflama Kriterli VZA yönteminin KVB' leri sıralamada kullanılabileceğini söyleyebiliriz.

## 6. SONUÇ

Veri Zarflama Analizi (VZA), çok sayıda girdi ve çıktının söz konusu olduğu organizasyonel birimlerin göreceli etkinliklerini ölçmekte kullanılan doğrusal programlama tabanlı bir yöntemdir. Veri Zarflama Analizinde karar verme birimleri, yapılan çözümleme sonunda bulunan etkinlik skorlarına göre sıralanmaktadır. En yüksek etkinlik değerine göre sahip karar verme birimi birinci sırada yer alırken, en düşük etkinlik değerine sahip karar verme birimi son sırada yer almaktadır. Fakat, Veri Zarflama Analizinde etkin bulunan karar verme birimlerine "1" etkinlik değeri atanması, etkin olan birimlerin kendi aralarında bir sıralama yapılmasına imkan vermemektedir. Bu çalışmada KVB' lerin sıralanmasında, literatürde önerilmiş Çapraz Etkinlik ve Süper Etkinlik yöntemlerine alternatif olabilecek, Sınıflama Kriterli Veri Zarflama Analizi yöntemi geliştirildi. Çalışmada örnek olarak verilen veri seti ve NATO üyesi 16 ülkeye ait gerçek veri seti sonuçlarından, önerilen yöntemin KVB' lerin sıralanmasında etkin bir şekilde kullanılabileceği söylenebilir.

## KAYNAKLAR

- ADLER, N., FRIEDMAN L., SINUANY-STERN Z., (2002), *Review of ranking methods in the data envelopment analysis context*, European Journal of Operational Research, 140: 249-265.
- ANDERSEN, P., PETERSEN, N.C., (1993), *A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis*, Management Science, 39(10), 1261-1294.
- CHARNES A, COOPER W.W., RHODES E., (1978), *Measuring the efficiency of decision making units*", European Journal of Operational Research, 2, 429-444.
- CHEN, Y., SHERMAN, H.D., (2004), *The benefits of non-radial v.s radial super efficiency DEA: an application to burden-sharing amongst NATO member nations*, Socio-Economic Planning Sciences, 38, 307-320.
- COOPER, W.W., SEIFORD, L.M., TONE, K., (2000), *Data Envelopment Analysis*, Boston USA, Kluwer Academic Publishers.
- FARRELL M.J., (1957), *The measurement of productivity efficiency*, Journal of Royal Statistical Society, Serie A, CXX, 253-287.
- FRED, N., GLOVER, F., (1981), *A linear programming approach to the discriminant problem*, Decision Sciences, 12, 68-74.
- GAMGAM, H., (1998), *Parametrik Olmayan İstatistiksel Teknikler*, Gazi Üniversitesi, Ankara, Türk Hava Kurumu Basımevi.
- RETZLAFF-ROBERTS, D.L., (1996), *Relating discriminant analysis and data envelopment analysis to one another*, European Journal of Operational Research , 23, 311-322.

SEXTON, T.R., SILKMAN, R.H., HOGAN, H.J., (1986), *Data Envelopment Analysis: Critique and Extension*, Jossey-Bass, San Fransisco.

SUEYOSHI, T., (1999), *DEA-Discriminant Analysis in the view of goal programming*, European Journal of Operational Research , 115, 564-582.

## A NEW MODEL BASED ON CLASSIFICATION CRITERIA FOR RANKING DECISION MAKING UNITS IN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

### ABSTRACT

*In this study, Multi Criteria Data Envelopment Analysis model based on classification criteria is developed as an alternative to cross efficiency and super efficiency methods in literature for ranking Decision Making Units (DMU) in Data Envelopment Analysis (DEA). Our suggested model considers both relative efficiency concept in data envelopment analysis and minimizing sum of external deviations. The real data set of member of sixteen NATO countries are used in order to show the applicability of our suggested model.*

*Key Words: Data Envelopment Analysis, ranking problem, goal programming, classification.*